

20.0 Inleiding

Ontstaan van het leven op aarde

Het leven op aarde is misschien wel het meest verbazingwekkende van alles wat bestaat. Ongeveer 13,8 miljard jaar geleden is het heelal ontstaan en kwamen er sterren, waarin waterstofatomen fuseren tot heliumatomen. Na miljarden jaren heeft een ster het waterstof grotendeels verbruikt en komt hij aan het einde van zijn bestaan. In de laatste fase smelten heliumatomen samen tot koolstofatomen en weer later ontstaan zwaardere elementen, zoals zuurstof en stikstof en ijzer. Daarna stopt het fusieproces en houdt de ster op te bestaan. Grote sterren eindigen met een enorme explosie, een supernova, waarbij de temperatuur zo hoog wordt dat de overige elementen van het periodieke systeem ontstaan. De buitenste laag van de ster, met daarin de gevormde elementen, wordt in de ruimte geschoten en vormt een gasnevel. Het binnenste van de ster wordt samengeperst tot een neutronenster of zwart gat.

De dood van een ster wordt gevolgd door de geboorte van nieuwe sterren. Atomen in een gasnevel trekken elkaar aan, waarbij de dichtheid en de temperatuur toenemen. Op sommige plaatsen wordt de temperatuur zo hoog dat waterstofatomen gaan fuseren. Een nieuwe ster, vaak omringt door planeten, is dan geboren. Deze tweede generatie sterren en planeten bestaan niet alleen uit waterstof maar bevatten ook de eerder gevormde elementen.

Ongeveer 4,6 miljard jaar geleden is uit een gasnevel in het sterrenstelsel Melkweg de zon ontstaan met om haar heen acht planeten. De derde planeet, gezien vanaf de zon, is de aarde die uit ijzer (32,1%), zuurstof (30,1%), silicium (15,1%), magnesium (13,9%), zwavel (2,9%), nikkel (1,8%), calcium (1,5%), aluminium (1,4%) en andere elementen (1,2 %) bestaat. Op het aardoppervlak is bijzonder veel water aanwezig, waarschijnlijk voor een deel afkomstig van een (ijs-)komeet die op de nog jonge aarde is gebotst. In het water bevinden zich de zes elementen waaruit leven ontstaat: zuurstof, waterstof, koolstof, stikstof, fosfor en zwavel. Het proces waarbij leven ontstaat uit niet levende materie heet **abiogenese**. Hoe dit in zijn werk gaat is nog niet goed bekend. Om leven te creëren uit eenvoudige moleculen is het nodig dat deze moleculen bij toeval reageren tot grotere moleculen, **zelforganisatie**, dat deze grotere moleculen hun ontstaan versnellen, **autokatalyse**, en dat deze moleculen de eigenschap hebben zichzelf te kopiëren, **zelfrepletie**. Dit alles heeft tijd nodig, maar zo'n 3,5 miljard jaar geleden, dus 1 miljard jaar na het ontstaan van de aarde, is er al leven op aarde.

De eerste levensvormen zijn eenvoudige organisaties van moleculen. Gaandeweg wordt het al maar complexer. Na ongeveer vier miljard jaar ontwikkeling ontstaan de organismen zoals wij die nu kennen en waarvan we zelf deel uitmaken.

Wetenschappelijk onderzoek van het leven

In alle culturen hebben mensen het leven op aarde benaderd vanuit religieuze veronderstellingen. Een bovennatuurlijke macht zou betrokken zijn bij de creatie van het leven. Nog steeds beschouwen vele mensen het leven als bovennatuurlijk. Voor hen is er een fundamenteel onderscheid tussen de dode en de levende natuur. De oudste historische bronnen waarin deze opvatting wordt bestreden zijn van **Anaximander** (610–546 v.Chr.), een Griekse natuurfilosoof uit de stad Milete aan de Turkse kust. Over zijn leven en werk is weinig bekend. Slechts één fragment van zijn geschriften is bewaard gebleven. Zijn boek *Over de natuur* is verloren gegaan. Uit andere bronnen krijgen we toch een beeld van zijn opvattingen. Anaximander introduceert de natuurwetenschappelijke manier van denken. Alles in de natuur wordt bepaald door wetten. Deze wetten schrijven voor in welke volgorde gebeurtenissen elkaar noodzakelijk opvolgen. Iedere gebeurtenis heeft een oorzaak. Verder stelt hij dat alle dingen zijn afgeleid van één oorsprong of principe. Anaximander past zijn manier van denken toe op alles, dus ook op de levende natuur. Volgens hem zijn dieren ooit in de zee ontstaan en later op het land gekomen. Ook mensen zijn voortgekomen uit zeedieren.

De wetenschappelijke manier van denken wordt door **Hippocrates** (460–370 v. Chr.) voor het eerst toegepast op de geneeskunde. Hij zoekt natuurlijke in plaats van bovennatuurlijke oorzaken voor ziekten. Op basis van lichamelijke symptomen stelt hij een diagnose op en schrijft hij een behandeling voor. Hij legt sterke nadruk op hygiëne en een gezonde levensstijl. Gezondheid hangt volgens hem af van de juiste balans tussen de lichaams-sappen.

Aristoteles (384–322 v.Chr.) kent het werk van Anaximander en bouwt erop voort. Als zoon van een arts gaat hij op zeventienjarige leeftijd naar Athene om aan de academie van Plato te studeren. Hij verdiept zich in alles en noteert zijn ideeën in honderden documenten, waarvan slechts een kwart bewaard is gebleven. Met zijn systematische manier van werken bouwt hij een volledig wereldbeeld op waarin alles een plaats heeft. Hij schrijft baanbrekende boeken over logica, natuurkunde, biologie, ethiek, esthetiek, poëzie, theater, muziek, psychologie, economie en politiek. Deze boeken worden tot in de derde eeuw na Christus uitvoerig bestudeerd maar raken in Europa volledig uit beeld als het Romeinse rijk ophoudt te bestaan. Alleen in de Arabische landen blijft het werk van Aristoteles als bron van kennis aanwezig. Pas in de twaalfde eeuw komen westerse geleerden weer in contact met Aristoteles en worden zijn boeken uit het Arabisch en later ook uit het Grieks in het Latijn vertaald. Dit wordt gezien als het einde van de middeleeuwen en het begin van een nieuw tijdperk, de renaissance.

In de renaissance is het Grieks wetenschappelijk denken weer helemaal terug. Uitvoerig worden de bronnen bestudeerd. **Galileo Galilei** (1564–1642) neemt afstand van de Aristotelische natuurkunde en komt met nieuwe inzichten die door **Isaac Newton** (1643–1727) worden overgenomen en uitgewerkt tot een volledig nieuwe natuurkunde. Ook in de geneeskunde wordt de wetenschappelijke methode herontdekt. **Herman Boerhaave** (1668–1738) combineert veel wetenschappelijke inzichten en wordt als arts beroemd in heel Europa. In 1735 komt **Carl Linnaeus** (1707–1778) naar Nederland om te promoveren in de geneeskunde. Hij wordt beroemd om zijn systematische ordening van de natuur. Ook in de biologie gelden wetten die het verloop van gebeurtenissen bepalen. De ontdekking van de genetica door **Gregor Mendel** (1822–1884) is hiervan een goed voorbeeld.

Tegelijkertijd onderzoekt **Charles Darwin** (1809–1882) het ontstaan van diersoorten. Hij concludeert dat een mechanisme van natuurlijke selectie de reden is dat het leven evolueert van eenvoudige naar complexe levensvormen. Anaximander krijgt na 2500 jaar gelijk.

Natuurkunde, scheikunde en biologie

In natuurkunde, scheikunde en biologie wordt dezelfde natuurwetenschappelijke methode toegepast. Deze methode gaat uit van waarnemingen. De volgorde van gebeurtenissen wordt niet bepaald door bovennatuurlijke oorzaken maar door wetmatigheden. Het ontdekken van deze wetmatigheden is het doel van wetenschappelijk onderzoek. Deze aanpak is bijzonder succesvol en heeft geleid tot diepgaande kennis, die onze manier van leven mogelijk heeft gemaakt.

In dit hoofdstuk **biofysica** worden natuurkunde en biologie met elkaar in verband gebracht. Om leven te laten ontstaan en in stand te houden is transport van moleculen essentieel. De vorming van nieuwe moleculen vindt vooral plaats in vloeistoffen en gassen, opdat ze daarin met voldoende snelheid kunnen bewegen. De eigenschappen van vloeistoffen en gassen spelen hierbij een cruciale rol. Vandaar de insteek van dit hoofdstuk. Eerst behandel ik vloeistoffen en daarna gassen. Vanzelfsprekend bevat dit hoofdstuk maar een fractie van wat bekend is over het transport van moleculen. Behalve transport bepaalt het verloop van chemische reacties hoe het leven zich in stand houdt en ontwikkelt. Studie van deze reacties is het onderwerp van de **biochemie**.

In de laatste decennia is de kennis over de moleculaire structuur van het leven spectaculair toegenomen. Met name de rol van het DNA-molecuul is uitvoerig bestudeerd. Een grote uitdaging is om levende organismen te creëren uit dode moleculen. Flinke vorderingen worden hierbij gemaakt, maar we zijn er nog niet. Toch zal dit waarschijnlijk niet lang meer op zich laten wachten. Vanaf dan zullen de dode en de levende natuur voorgoed met elkaar zijn verenigd.

Inhoud

20.1	Vloeistof in rust	5
	– Druk in een vloeistof of gas	5
	– De druk in een vloeistof	5
	– Communicerende vaten	7
	– De wet van Archimedes	8
	– De wet van Pascal	9
	– Oppervlaktespanning	10
	– Capillaire werking	11
20.2	Vloeistof in beweging	13
	– Behoud van massa	13
	– Behoud van energie	14
	– Viscositeit	17
	– De wet van Stokes	19
	– (Gel-) elektroforese	19
20.3	Gas in rust	20
	– De oorzaak van druk in een gas	20
	– Het meten van gasdruk	20
	– De eenheid van gasdruk	21
	– Overdruk en onderdruk	21
	– Ideaal en reëel gas	21
	– De toestand van een gas	22
	– Algemene gaswet voor een ideaal gas	22
	– Partiële druk	24
20.4	Gas in beweging	25
	– De wet van Bernoulli voor gassen	25
20.5	Diffusie	27
	– Diffusie	27
	– De eerste wet van Fick	27
	– De tweede wet van Fick	29
	– Willekeurige wandeling (random walk)	31
20.6	Samenvatting	33
	– Grootheden en eenheden	33
	– Weten	33
	– Formules	34
	– Figuren	35

20.1 Vloeistof in rust

Druk in een vloeistof of gas

Kracht uitgeoefend door een vloeistof of gas is altijd verspreid over een oppervlakte. De hoeveelheid kracht per vierkante meter is de **druk**. Als een kracht over een groot oppervlak is verdeeld, dan is de druk kleiner dan als diezelfde kracht over een klein oppervlak is verdeeld.

$$p = \frac{F}{A}$$

- p is de druk in newton per vierkante meter (N m^{-2}) of in pascal (Pa)
- F is de kracht in newton (N)
- A is de oppervlakte in vierkante meter (m^2)

De eenheid van druk is N m^{-2} en is gelijk aan de pascal (Pa).

$$1 \text{ N m}^{-2} = 1 \text{ Pa}$$

De druk in een vloeistof

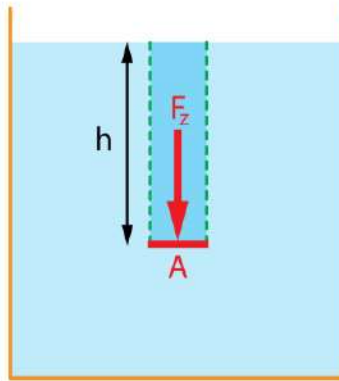
In tegenstelling tot een gas, kan een vloeistof niet worden samengedrukt. De dichtheid van een vloeistof is onafhankelijk van de druk. Daarom kan je van een bepaalde hoeveelheid vloeistof wel de vorm, maar niet het volume veranderen.

Van een hoeveelheid vloeistof kan je de vorm veranderen maar het volume niet. De dichtheid van een vloeistof is onafhankelijk van de druk.

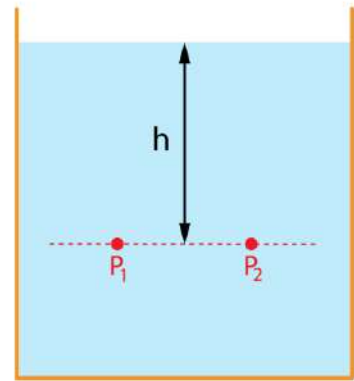
De dichtheid van een vloeistof is veel groter dan de dichtheid van een gas. Het verschil is ongeveer een factor 1000. Dit zorgt ervoor dat de zwaartekracht een veel grotere invloed heeft op de druk in een vloeistof dan op de druk in een gas. Bij lucht is een kolom van 40 km nodig om een druk van 10^5 N m^{-2} te geven terwijl bij water een kolom van 10 m evenveel druk geeft. Bij een gas in een vat mag je daarom de invloed van de zwaartekracht verwaarlozen, maar bij een vloeistof mag dit niet.

In een vloeistof hangt de druk af van de diepte onder het oppervlak. Om de relatie tussen de druk en de diepte te vinden berekenen we de zwaartekracht F_z op een vloeistofkolom met oppervlakte A en lengte h . Zie figuur 1.

Figuur 1 (links)
Druk in een vloeistof op diepte h.



Figuur 2 (rechts)
De druk op twee plaatsen op dezelfde diepte is even groot.



Voor de vloeistofdruk op een diepte h onder het oppervlak vinden we:

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

- p is de druk (N m^{-2}) (Pa)
- ρ is de dichtheid (kg m^{-3})
- g is de valversnelling (m s^{-2})
- h is de diepte (m)

BEWIJS

- $V = A \cdot h$
- $m = \rho \cdot V \rightarrow m = \rho \cdot A \cdot h$
- $F_z = m \cdot g \rightarrow F_z = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$
- $p = \frac{F_z}{A} \rightarrow p = \rho \cdot g \cdot h$

Aan deze formule kun je zien dat de druk in een vloeistof alleen afhankelijk is van de dichtheid en van de diepte. Op twee punten die zich op dezelfde diepte bevinden heerst dezelfde druk. Zie figuur 2.

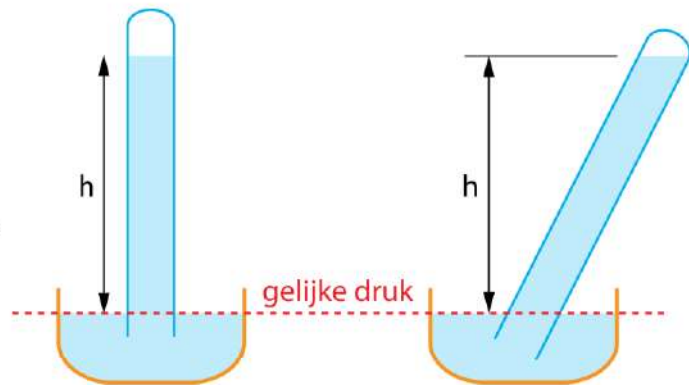
Omdat de dichtheid van een vloeistof niet afhankelijk is van de druk volgt:

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

- Δp is het verschil in druk (N m^{-2}) (Pa)
- ρ is de dichtheid (kg m^{-3})
- g is de valversnelling (m s^{-2})
- Δh is het verschil in diepte (m)

Hiervan kun je gebruik maken bij het meten van de luchtdruk. Vul een buisje met kwik en plaats dat omgekeerd in een bakje met kwik, zie figuur 3. Op het kwikoppervlak in het bakje oefent de lucht een druk uit. Dezelfde druk wordt uitgeoefend door de kwikkolom. Door de hoogte h van de kwikkolom te meten kun je de luchtdruk bepalen. De kwikkolom heeft een hoogte van 760 mm, waaruit volgt dat de luchtdruk $1,0 \cdot 10^5$ Pa is.

Als je de kwikkolom scheefhoudt, zoals in figuur 3 rechts, past hij zich aan, zodat de hoogte hetzelfde blijft. Hieruit blijkt dat in de ruimte boven de kwikkolom geen atomen of moleculen aanwezig zijn, er heerst vacuüm.

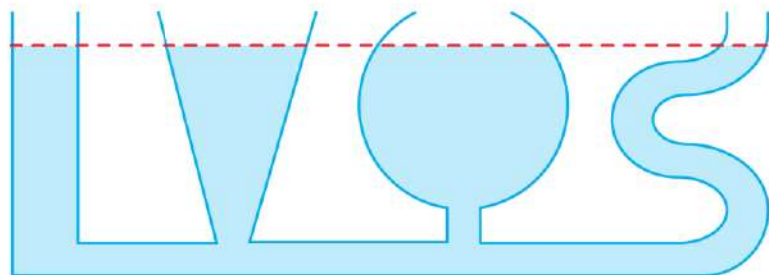


Figuur 3 Kwikkolom omgekeerd in een bakje met kwik.

De methode om luchtdruk te meten met behulp van een kwikkolom is bedacht door Evangelista Torricelli (1608–1647). Zijn conclusie dat er boven de kwikkolom een vacuüm aanwezig is leidde destijds tot grote beroering, omdat volgens de natuurkunde van Aristoteles lege ruimte niet kan bestaan. Intussen weten we dat boven de kwikkolom kwikdamp aanwezig is, maar weten we ook dat een ruimte zonder atomen of moleculen weldegelijk kan bestaan.

Communicerende vaten

De druk in een vloeistof hangt alleen af van de dichtheid en van de diepte. De vorm van het vat doet er niet toe. We kunnen vaten van verschillende vorm vullen met een vloeistof. Als de vloeistof tussen de vaten kan stromen verdeelt de vloeistof zich zodat de hoogte in ieder vat hetzelfde is. Zie figuur 4. Dit staat bekend als het principe van de **communicerende vaten**.



Figuur 4 Communicerende vaten.

VOORBEELD bloeddruk

In dit voorbeeld vatten we bloed op als stilstaande vloeistof. We vergelijken de bloeddruk p_2 in de voorste tibiale slagader in de voet met de bloeddruk p_1 in de aorta. De dichtheid van bloed is 1060 kg m^{-3} .

Hoe groot is het drukverschil als de persoon horizontaal ligt?

- er is geen hoogteverschil tussen de voet en het hart
- $p = \rho \cdot g \cdot h \rightarrow \Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h \rightarrow \Delta p = \rho \cdot g \cdot 0 = 0 \text{ Pa}$

Hoe groot is het drukverschil als de persoon staat?

- het hoogteverschil tussen de voet en het hart is ongeveer 1,4 m
- $p = \rho \cdot g \cdot h \rightarrow \Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h$
- $\Delta p = 1060 \cdot 9,81 \cdot 1,4 = 1,4558 \cdot 10^4 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$

De wet van Archimedes

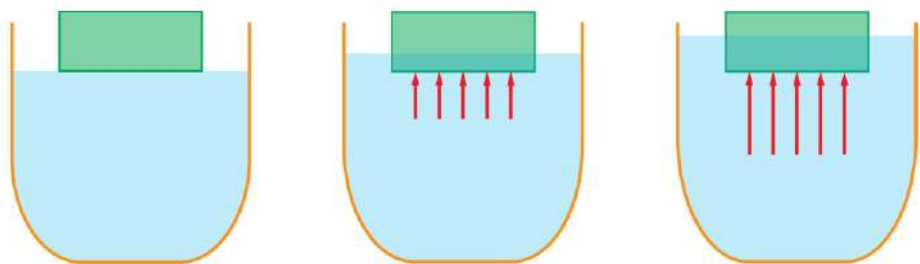
We weten dat een voorwerp op een vloeistof gaat drijven als de dichtheid van het voorwerp kleiner is dan de dichtheid van de vloeistof. Een drijvend voorwerp zakt voor een gedeelte in het water. Archimedes (287–212 v. Chr.) heeft ontdekt dat als een voorwerp in een vloeistof (of gas) wordt ondergedompeld het een opwaartse kracht ondervindt. De grootte van de opwaartse kracht is gelijk aan het gewicht van de verplaatste vloeistof (of gas). Deze ontdekking staat nu bekend als **de wet van Archimedes**. Na ruim tweeduizend jaar geldt de wet van Archimedes nog steeds en behoort daarmee tot de oudste geldige natuurkundige inzichten.

Een voorwerp geheel of gedeeltelijk ondergedompeld in een vloeistof of gas ondervindt een opwaartse kracht die gelijk is aan het gewicht van de verplaatste vloeistof of gas.

Archimedes bedoelt het volgende. Stel je laat een houten blok op water drijven, dan ligt het blok niet op het water maar zakt het voor een deel in het water. Watermoleculen worden door het blok van hun plaats geduwd. Het water oefent druk uit en perst het blok omhoog. De grootte van de opwaartse kracht is gelijk aan het gewicht van het water dat door het blok is weggeduwd. Hoe meer het blok onder water komt hoe groter de opwaartse kracht is. Er is evenwicht als de opwaartse kracht even groot is als de zwaartekracht op het blok.

In figuur 5 zie je een drijvend blok dat voor een gedeelte onder water komt. Een blok met een grotere dichtheid heeft een groter gewicht en zal dieper in het water zakken. Als de dichtheid van het blok groter is dan de dichtheid van water zakt het blok helemaal onder water. Het gewicht van het blok is dan nog steeds groter dan het gewicht van de verplaatste vloeistof. De vloeistof is niet in staat om een opwaartse kracht te geven die gelijk is aan het gewicht van het blokje. Het blok valt daarom naar de bodem.

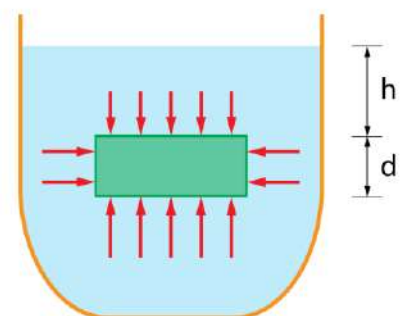
Figuur 5



BEWIJS

In figuur 6 zie je dat de bovenkant van een blok zich op diepte h bevindt en de onderkant op diepte $h + d$. De krachten op de zijkant van het blok zijn even groot en tegengesteld gericht en heffen elkaar daarom op. De oppervlakte A van de bovenkant en de onderkant zijn aan elkaar gelijk.

Figuur 6 Krachten op een blok ondergedompeld in een vloeistof.



- druk op de bovenkant: $p = \rho \cdot g \cdot h \rightarrow F_{\text{bovenkant}} = \rho \cdot g \cdot h \cdot A$
- druk op de onderkant: $p = \rho \cdot g \cdot (h + d) \rightarrow F_{\text{onderkant}} = \rho \cdot g \cdot (h + d) \cdot A$
- $F_{\text{opwaarts}} = F_{\text{onderkant}} - F_{\text{bovenkant}} \rightarrow F_{\text{opwaarts}} = \rho \cdot g \cdot (h + d) \cdot A - \rho \cdot g \cdot h \cdot A = \rho \cdot g \cdot d \cdot A$
- volume $V_{\text{verplaatst}}$ van de verplaatste vloeistof: $V_{\text{verplaatst}} = A \cdot d$
- geeft $F_{\text{opwaarts}} = \rho \cdot V_{\text{verplaatst}} \cdot g$
- $m_{\text{verplaatst}} = \rho \cdot V_{\text{verplaatst}} \rightarrow F_{\text{opwaarts}} = m_{\text{verplaatst}} \cdot g$
- $m_{\text{verplaatst}} \cdot g$ is het gewicht van de verplaatste vloeistof

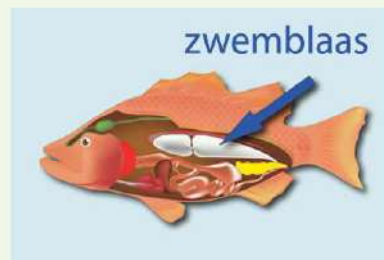
Uit de wet van Archimedes volgt ook dat als de dichtheid van het blok groter is dan die van de vloeistof het blok zinkt en als dichtheid van het blok kleiner is dan die van de vloeistof het blok blijft drijven.

drijven $\rightarrow \rho_{\text{blok}} < \rho_{\text{vloeistof}}$

zinken $\rightarrow \rho_{\text{blok}} > \rho_{\text{vloeistof}}$

VOORBEELD zwemblaas van een vis

De zwemblaas is een orgaan in de buik van een vis dat gevuld is met gas. Het is een met lucht gevulde ballon in de vis. De zwemblaas bevindt zich net onder de ruggengraat en staat bij de meeste vissen in verbinding met de slokdarm. De zwemblaas zorgt ervoor dat de vis zich op de juiste diepte in het water kan voortbewegen. Zie figuur 7.



Figuur 7

Leg uit hoe een vis zijn zwemblaas gebruikt om zijn diepte aan te passen.

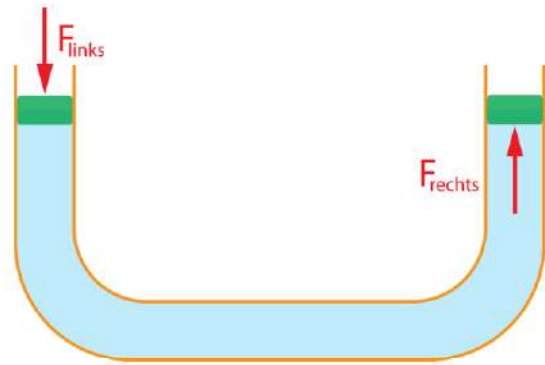
- als de vis wil stijgen brengt hij extra lucht in zijn zwemblaas
- hierdoor zwelt de vis op en blijft zijn massa ongeveer gelijk
- V neemt toe en m blijft gelijk $\rightarrow \rho = m / V$ wordt kleiner
- de opwaartse kracht wordt groter dan de zwaartekracht
- de vis gaat stijgen
- als de vis wil dalen laat hij wat lucht uit de zwemblaas ontsnappen

De wet van Pascal

Omdat een vloeistof makkelijk van vorm verandert maar niet kan worden samengeperst zal de druk zich in alle richtingen in de vloeistof verplaatsen. Neemt de druk in een punt in een afgesloten hoeveelheid vloeistof toe, dan wordt deze druk doorgegeven aan de omgeving. Dit staat bekend als **de wet van Pascal**.

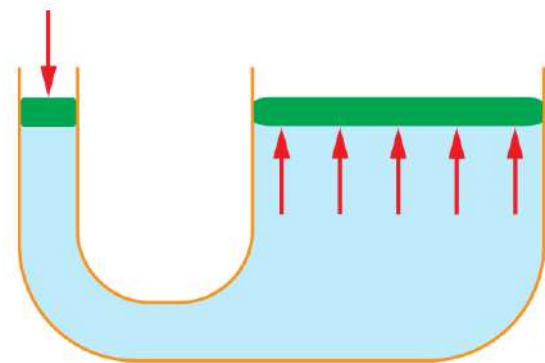
Een druk uitgeoefend op een vloeistof die zich in een geheel gevuld en gesloten vat bevindt, zal zich onverminderd in alle richtingen voortplanten.

In figuur 8 zie je hoe je de wet van Pascal kunt gebruiken om een kracht te verplaatsen. Aan de linkerkant wordt op een zuiger een kracht F_{links} uitgeoefend die zich verdeelt over oppervlak A en een druk $p = F_{\text{links}} / A$ veroorzaakt. Deze druk verplaatst zich naar de rechterkant en oefent daar een kracht F_{rechts} op de zuiger uit.



Figuur 8 In een afgesloten hoeveelheid vloeistof wordt de druk in alle richtingen doorgegeven.

De wet van Pascal maakt het mogelijk om een kracht te vergroten. In figuur 9 zie je hoe dit in zijn werk gaat. De kracht aan de linkerkant is hetzelfde als in figuur 8, zodat de veroorzaakte druk hetzelfde is. Maar omdat in figuur 9 het oppervlak aan de rechterkant vijf keer groter is gemaakt wordt de kracht op de zuiger aan de rechterkant ook vijf keer groter.

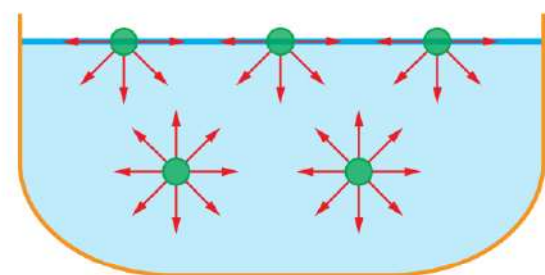


Figuur 9 Doordat de vloeistof druk gelijk is wordt op de grote zuiger rechts een grotere kracht uitgeoefend.

Deze methode om een kracht te vergroten wordt toegepast in bijvoorbeeld de remmen van een auto. Door het rempedaal in te drukken pers je een beetje olie in een smal buisje. De toegenomen oliedruk verplaatst zich naar de remschijven. Het oppervlak van de zuiger bij de remblokken is veel groter, zodat er een grote kracht op de remblokken wordt uitgeoefend.

Oppervlaktespanning

Om van buitenaf een vloeistof binnen te dringen moet je het oppervlak passeren, en dat kost arbeid. De chemische binding die de moleculen aan het vloeistofoppervlak hebben met moleculen dieper in de vloeistof zorgt ervoor dat het oppervlak van een vloeistof onder spanning staat. Deze spanning is de **oppervlaktespanning**. Zie figuur 10.



Figuur 10

In figuur 10 zie je dat een molecuul onder het oppervlak in iedere richting wordt agetrokken door de omringende moleculen. De aantrekkende krachten gaan alle richtingen uit. Bij de moleculen aan de oppervlakte is dit anders. Bij deze moleculen zijn er aantrekkende krachten naar de zijkanten en naar beneden maar niet naar boven. De intermoleculaire bindingen trekken deze moleculen naar binnen. Deze kracht zorgt ervoor dat de moleculen die aan het oppervlak zitten een elastisch "vlies" om de vloeistof vormen. Uitrekking van dit vlies kost energie. Hoe kleiner het oppervlak van een vloeistof is hoe minder energie het kost om het oppervlak te creëren.

Oppervlaktespanning zorgt er daarom voor dat het oppervlak van een vloeistof zo klein mogelijk wordt gemaakt. Water dat langzaam uit een kraan stroomt vormt druppels die tijdens het vallen bolvormig zijn. Ook regendruppels, oliedruppels en druppels van gesmolten metaal zijn bolvormig. Sterren en planeten zijn ook bolvormig. Een bol is immers de geometrische figuur met de kleinst mogelijke oppervlakte bij een gegeven volume. Door een bolvorm aan te nemen wordt de energie die nodig is om het oppervlak te maken zo klein mogelijk.

Een naald en een scheermesje zijn gemaakt van staal maar kunnen op water drijven, ondanks dat de dichtheid van staal groter is dan de dichtheid van water. Maar dit drijven is niet hetzelfde als bedoeld in de wet van Archimedes. De naald en het scheermesje liggen bovenop het vlies van oppervlaktemoleculen, omdat de oppervlaktespanning een vergroting van het vloeistofoppervlak tegenwerkt. Zodra de naald of het scheermesje door het oppervlak heen gaat zinken ze naar de bodem.

De oppervlaktespanning van water is vrij groot. Bij een hogere temperatuur trillen de watermoleculen heftiger, waardoor de oppervlaktespanning afneemt. Je kunt de oppervlaktespanning van water dus kleiner maken door te verhitten. Ook door zeep op te lossen wordt de oppervlaktespanning kleiner. Als er voldoende zeep is opgelost wordt de oppervlaktespanning van water klein genoeg om zeepbellen te laten ontstaan.

De oppervlaktespanning heeft als symbool γ en is de energie die nodig is om het oppervlak één vierkante meter groter te maken.

De eenheid van oppervlaktespanning is J m^{-2} of N m^{-1} .

VOORBEELD **schaatsenrijders**

Schaatsenrijders zijn insecten die over water kunnen lopen. Ze hebben korte stevige voorpoten en lange midden- en achterpoten en zijn 1,0–2,5 cm lang.

Een schaatsenrijder heeft een massa van 30 mg. Zijn gewicht is verdeeld over 6 poten. Zie figuur 11. Het wateroppervlak wordt door de poten vergroot en dit veroorzaakt een kracht omhoog die gelijk is aan het gewicht van het insect.



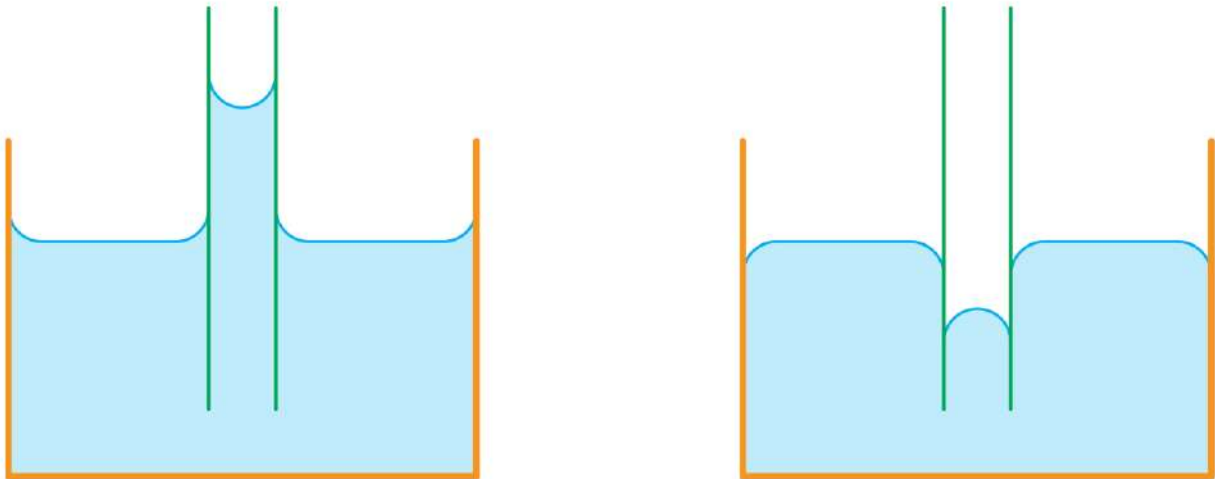
Figuur 11

Capillaire werking

Capillaire werking is het verschijnsel dat een vloeistof, bijvoorbeeld water, in een smal buisje stijgt, tegen de werking van de zwaartekracht in. De vloeistofspiegel vormt hierbij een bolvormig oppervlak. Smalle buisjes waarin dit verschijnsel optreedt worden haarbuisjes of **capillairen** genoemd. Zie figuur 12. In figuur 12 is links de kracht tussen twee

verschillende moleculen (water en glas) groter dan de kracht tussen twee dezelfde moleculen (water en water). Rechts geldt het omgekeerde.

Cohesie verwijst naar de kracht tussen moleculen van hetzelfde type. **Adhesie** verwijst naar de kracht tussen moleculen van verschillend type. Het hoogteverschil hangt af van de oppervlaktespanning. Als de vloeistof in het capillair te hoog stijgt kan de oppervlaktespanning de zwaartekracht niet meer weerstaan, waardoor het vloeistofoppervlak breekt.



Figuur 12 Capillaire werking treedt op bij vloeistof die zich in een nauwe buis bevindt. Links is de adhesiekracht groter dan de cohesiekracht. Rechts is de cohesiekracht groter dan de adhesiekracht.

In figuur 12 zie je dat de capillaire werking zorgt voor een druk. Dit noem je de capillaire druk. Voor de capillaire vloeistofdruk in een buis geldt:

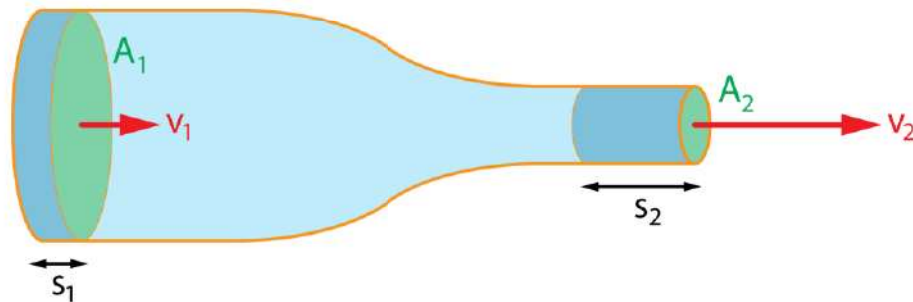
$$p_{\text{cap}} = \frac{2\gamma}{r}$$

- p_{cap} is de capillaire druk (N m^{-2}) of (Pa)
- γ is de oppervlaktespanning in (N m^{-1}) of (J m^{-2})
- r is de straal van de capillair (m)

20.2 Vloeistof in beweging

Behoud van massa

Bij het stromen van een vloeistof door een pijp is de massa behouden. Dat wil zeggen dat door ieder stukje pijp per seconde evenveel massa stroomt. In figuur 13 zie je een pijp waarin vloeistof stroomt.



Figuur 13

Op plaats 1 (links) stroomt de vloeistof met snelheid v_1 en op plaats 2 (rechts) met snelheid v_2 . We laten de vloeistof gedurende tijd t stromen. Links heeft de vloeistof afstand $s_1 = v_1 \cdot t$ afgelegd en rechts $s_2 = v_2 \cdot t$. Het volume van de verplaatste vloeistof is links $V_1 = A_1 \cdot s_1$ en rechts $V_2 = A_2 \cdot s_2$. Voor de verplaatste massa geldt $m_1 = \rho_1 \cdot V_1$ en $m_2 = \rho_2 \cdot V_2$. Behoud van massa betekent $m_1 = m_2$. Hieruit volgt de **continuïteitsvergelijking**:

$$m_1 = m_2 \rightarrow \rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2$$

- $m_1 \mid m_2$ is de verplaatste massa op plaats 1 en plaats 2 per seconde (kg s^{-1})
- $\rho_1 \mid \rho_2$ is de dichtheid op plaats 1 en plaats 2 (kg m^{-3})
- $A_1 \mid A_2$ is de oppervlakte van de doorsnede op plaats 1 en plaats 2 (m^2)
- $v_1 \mid v_2$ is de snelheid van de vloeistof op plaats 1 en plaats 2 (m s^{-1})

BEWIJS

- $m_1 = \rho_1 \cdot V_1$ en $m_2 = \rho_2 \cdot V_2$
- $V_1 = A_1 \cdot s_1 = A_1 \cdot v_1 \cdot t$ en $V_2 = A_2 \cdot s_2 = A_2 \cdot v_2 \cdot t$
- $m_1 = m_2 \rightarrow \rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 \cdot t = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2 \cdot t$ links en rechts delen door t
- $\rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2$

Voor een vloeistof geldt $\rho_1 = \rho_2$. Hieruit volgt:

$$V_1 = V_2 \rightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

- $V_1 \mid V_2$ is het verplaatste volume op plaats 1 en plaats 2 per seconde ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$)
- $A_1 \mid A_2$ is de oppervlakte van de doorsnede op plaats 1 en plaats 2 (m^2)
- $v_1 \mid v_2$ is de snelheid van de vloeistof op plaats 1 en plaats 2 (m s^{-1})

De hoeveelheid kubieke meter vloeistof die in één seconde wordt verplaatst is het **debiet** met als symbool Q . Voor het debiet geldt: $Q = A \cdot v$.

Het debiet is het volume vloeistof dat per seconde stroomt in kubieke meter per seconde ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$).

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot v$$

- Q is het debiet in kubieke meter per seconde ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$)
- ΔV is het volume van de verplaatste vloeistof (m^3)
- Δt is de tijd waarin de vloeistof wordt verplaatst (s)
- A is het oppervlak in vierkante meter (m^2)
- v is de stroomsnelheid in meter per seconde (m s^{-1})

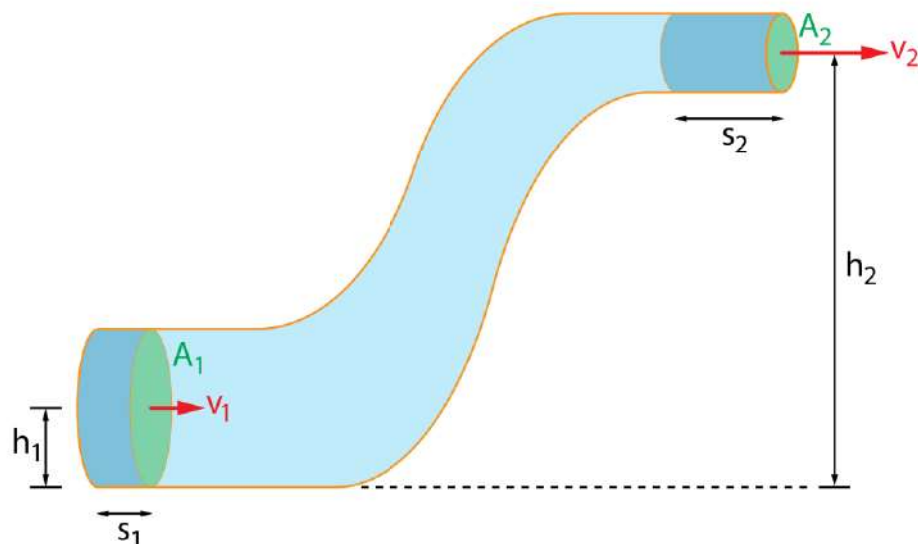
Voor een vloeistof waarvan de dichtheid niet afhankelijk is van de druk leidt behoud van massa tot behoud van debiet:

$$Q_1 = Q_2$$

Behoud van energie

Bij het stromen van een vloeistof is behalve de massa ook de energie behouden. Voor een vloeistof die niet kan worden samengedrukt en waarin geen wrijving is (viscositeit is nul, zie verderop) leidt behoud van energie tot **de wet van Bernoulli**.

In figuur 14 zie je een stuk pijp waarin vloeistof stroomt. Zowel de dikte als de hoogte van de pijp veranderen. Op tijdstip 1 bevindt zich een hoeveelheid vloeistof op plaats 1. Op tijdstip 2 is deze vloeistof over afstand s_1 verplaatst. Tegelijkertijd verplaats bovenin de pijp dezelfde hoeveelheid vloeistof over afstand s_2 .



Figuur 14

Om vloeistof te verplaatsen moet je arbeid verrichten. Onderin oefen je kracht F_1 uit, waardoor de vloeistof over afstand s_1 verplaatst. Bovenin oefent de vloeistof kracht F_2 uit op de vloeistof rechts van 2 die over afstand s_2 verplaatst.

Arbeid uitgeoefend op de vloeistof is: $W_{in} = F_1 \cdot s_1 \rightarrow W_{in} = p_1 \cdot A_1 \cdot s_1$

Arbeid uitgeoefend door de vloeistof is: $W_{uit} = F_2 \cdot s_2 \rightarrow W_{uit} = p_2 \cdot A_2 \cdot s_2$

De **wet van behoud van energie** zegt:

$$E_{begin} + E_{in} - E_{uit} = E_{eind}$$

- E_{begin} is de energie die in het begin in de vloeistof aanwezig is (J)
- E_{in} is de arbeid die de vloeistof opneemt (J)
- E_{uit} is de arbeid die de vloeistof afstaat (J)
- E_{eind} is de energie die aan het eind in de vloeistof aanwezig is (J)

Vloeistof wordt verplaatst van plaats 1 naar plaats 2. De energie van de verplaatste vloeistof bestaat uit zwaarte energie en kinetische energie

$$E_{begin} = E_z + E_k = m \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \quad | \quad E_{eind} = E_z + E_k = m \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2$$

Hieruit volgt **de wet van Bernoulli**:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

- p_1 | p_2 is de druk op plaats 1 en plaats 2 (Pa)
- ρ is de dichtheid van de vloeistof (kg m^{-3})
- h_1 | h_2 is de hoogte op plaats 1 en plaats 2 (m)
- v_1 | v_2 is de snelheid op plaats 1 en plaats 2 (m s^{-1})

BEWIJS

$$\bullet \quad E_{begin} + E_{in} - E_{uit} = E_{eind} \rightarrow E_{in} + E_{begin} = E_{uit} + E_{eind}$$

wet van behoud van energie

$$\bullet \quad m_1 = m_2 = m \quad | \quad \rho_1 = \rho_2 = \rho \quad | \quad V_1 = V_2 = V$$

$$\bullet \quad E_{in} = p_1 \cdot A_1 \cdot s_1 \rightarrow E_{in} = p_1 \cdot V$$

$$\bullet \quad E_{begin} = \rho \cdot V \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot V \cdot v_1^2$$

$$\bullet \quad E_{uit} = p_2 \cdot A_2 \cdot s_2 \rightarrow E_{uit} = p_2 \cdot V$$

$$\bullet \quad E_{eind} = \rho \cdot V \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot V \cdot v_2^2$$

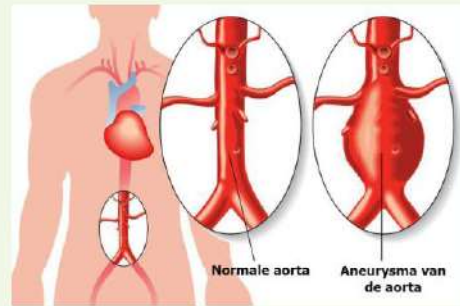
$$\bullet \quad p_1 \cdot V + \rho \cdot V \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot V \cdot v_1^2 = p_2 \cdot V + \rho \cdot V \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot V \cdot v_2^2$$

V wegstrepen

$$\bullet \quad p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

VOORBEELD aneurysma

Aneurysma is een verwijding in een slagader of ader. De meest voorkomende plaats is de aorta, waarvan de wand wordt verzwakt door een (erfelijke) afbraakreactie. Zie figuur 15. Stel dat de oppervlakte van de doorsnede wordt vergroot van A_1 naar A_2 , waarbij $A_2 = 1,9 A_1$.



Figuur 15

In het normale deel van de aorta stroomt bloed met een snelheid van $0,40 \text{ m/s}$. Bloed heeft een dichtheid van 1060 kg m^{-3} .

Bereken de snelheid van het bloed in het verwijde deel van de aorta.

- $A_2 = 1,9 A_1 \mid v_1 = 0,40 \text{ m/s} \mid v_2 = \dots \text{ m/s}$
- continuïteit: $m_1 = m_2 \rightarrow \rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2$ met $\rho_1 = \rho_2$
- $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \rightarrow A_1 \cdot 0,40 = 1,9 \cdot A_1 \cdot v_2$ A_1 wegstrepen
- $0,40 = 1,9 \cdot v_2 \rightarrow v_2 = 0,21053 = 0,21 \text{ m/s}$

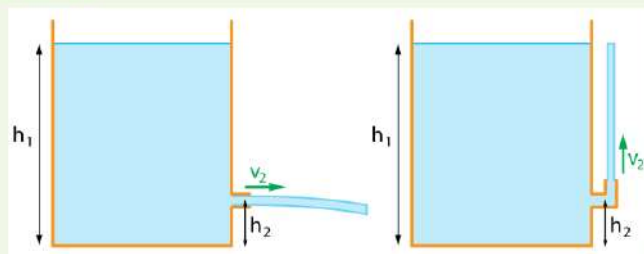
Bereken het drukverschil tussen het verwijde deel en het normale deel van de aorta als de patiënt ligt.

- $\rho = 1060 \text{ kg/m}^3 \mid h_1 = h_2 \mid v_1 = 0,40 \text{ m/s} \mid v_2 = 0,21 \text{ m/s}$
- Bernoulli: $p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$ met $h_1 = h_2$
- $p_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 \rightarrow p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2)$
- $p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \cdot 1060 \cdot (0,40^2 - 0,21^2) \rightarrow p_2 - p_1 = 61,427 = 61 \text{ Pa}$

De bloeddruk in het verwijde deel is groter dan in het normale deel, waardoor de vaatwand nog meer wordt verzwakt.

VOORBEELD het leeglopen van een vat

Een vat is gevuld met vloeistof. Onder in het vat zit een gat, waardoor de vloeistof wegstroomt. Zie figuur 16.

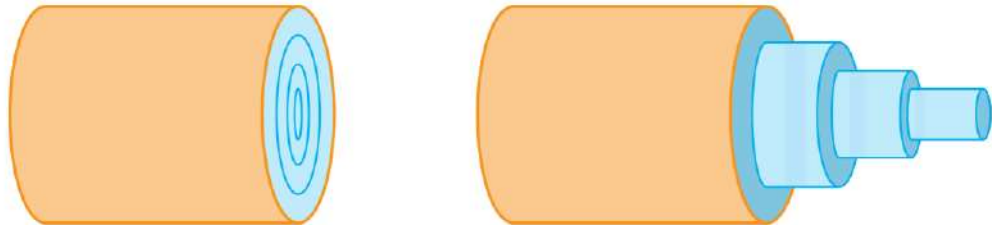


Figuur 16

Als de luchtdruk veel groter is dan de druk van de vloeistof op diepte h_2 en als het oppervlak van de uitstroomopening veel kleiner is dan het oppervlak van het vat, dan geldt voor de snelheid waarmee de vloeistof uit het vat stroomt $v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h}$. Als de vloeistof omhoog wordt gespoten komt het op hoogte h_1 . Zie figuur 16 rechts.

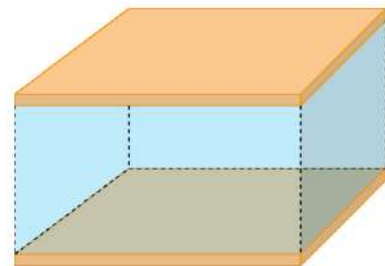
Viscositeit

Bij een ideale vloeistof kan de vloeistof ongehinderd stromen. Bij zo'n vloeistof stroomt ieder laagje vloeistof met dezelfde snelheid door een pijp, ook het laagje dat in contact staat met de wand. Zie figuur 17, links. In werkelijkheid zijn vloeistoffen niet ideaal. Vloeistof in aanraking met de buiswand staat stil, omdat het wordt tegengehouden door de adhesiekracht. Vloeistof in het centrum van de buis heeft de grootste snelheid. Zie figuur 17, rechts.



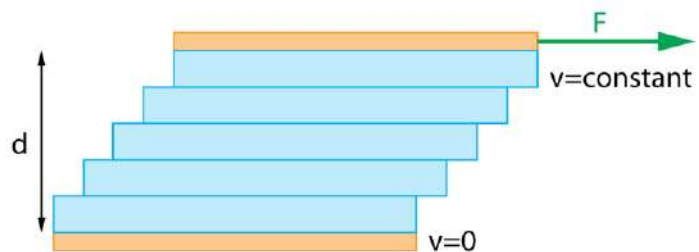
Figuur 17

De viscositeit van een vloeistof geeft aan hoe "stroperig" een vloeistof is. Stel we brengen een vloeistof tussen twee platen. De onderste plaat zit vast en de bovenste plaat kan bewegen. Zie figuur 18.



Figuur 18

We oefenen een kracht op de bovenste plaat uit die hierdoor met een constante snelheid gaat bewegen ten opzichte van de onderste plaat. We stellen ons voor dat de vloeistof bestaat uit laagjes die over elkaar heen schuiven. Zo'n denkbeeldig laagje noemen we een **lamel** en we spreken daarom van **laminaire stroming**. Het onderste vloeistoflaagje staat stil en het bovenste laagje beweegt met dezelfde snelheid als de bovenste plaat. De stroomsnelheid van de laagjes ertussenin is recht evenredig met de hoogte ten opzichte van de onderste plaat. Zie figuur 19.



Figuur 19 Vloeistoflaagjes schuiven over elkaar.

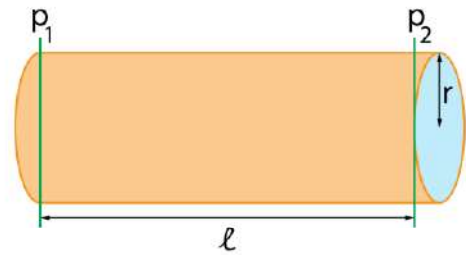
Voor de kracht die nodig is om de bovenste plaat met snelheid v te bewegen geldt:

$$F = \eta \cdot \frac{A \cdot v}{d}$$

- F is de kracht in newton (N)
- η is de viscositeit in pascal keer seconde (Pa s)
- A is de oppervlakte in vierkante meter (m²)
- v is de snelheid in meter per seconde (m s⁻¹)
- d is de afstand tussen de platen in meter (m)

Deze formule laat zien dat de benodigde kracht recht evenredig is met de viscositeit. Bij een grote viscositeit is er veel kracht nodig om de laagjes vloeistof over elkaar heen te laten bewegen.

Met **de wet van Poiseuille** kun je berekenen hoeveel vloeistof er per seconde door een pijp met straal r en lengte ℓ stroomt. Om de vloeistof te laten stromen is een drukverschil nodig. Op plaats 1 is de druk p_1 en op plaats 2 is de druk p_2 . Zie figuur 20.



Figuur 20

De wet van Poiseuille geldt voor laminaire stroming van vloeistof door een cilindrische buis.

$$Q = \frac{\pi r^4 \cdot \Delta p}{8\eta \cdot \ell}$$

- Q is het debiet in kubieke meter per seconde ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$)
- r is de straal van de buis in meter (m)
- Δp is het drukverschil $\Delta p = p_1 - p_2$ in pascal (Pa)
- η is de viscositeit in pascal keer seconde (Pa s)
- ℓ is de lengte van de buis in meter (m)

VOORBEELD een injectie geven

Een injectiespuit is gevuld met vloeistof waarvan de viscositeit $2,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ is. De zuiger heeft een oppervlakte van $8,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$. De naald is 40 mm lang en heeft een inwendige straal van 0,30 mm. De bloeddruk in een ader is 2000 Pa.



Bereken de druk waarbij je in 4,0 s 1,0 ml vloeistof injecteert.

- $Q = \frac{1,0 \cdot 10^{-6}}{4} = 0,25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 / \text{s}$
- $Q = \frac{\pi r^4 \cdot \Delta p}{8\eta \cdot L} \rightarrow \Delta p = \frac{8\eta \cdot L \cdot Q}{\pi r^4}$
- $\Delta p = \frac{8 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3} \cdot 0,04 \cdot 0,25 \cdot 10^{-6}}{\pi \cdot (3,0 \cdot 10^{-4})^4} = 6287,6 \text{ Pa}$
- $\Delta p = p_1 - p_2$ met $p_2 = 2000 \text{ Pa}$
- $6287,6 = p_1 - 2000 \rightarrow p_1 = 8287,6 = 8,3 \cdot 10^3 \text{ Pa}$

Hoeveel kracht moet je hiervoor op de zuiger zetten?

- $p = 8287,6 \cdot 10^3 \text{ Pa} \mid A = 8,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \mid F = \dots \text{N}$
- $p = \frac{F}{A} \rightarrow F = p \cdot A \rightarrow F = 8287,6 \cdot 8,0 \cdot 10^{-5} = 0,663 = 0,66 \text{ N}$

De wet van Stokes

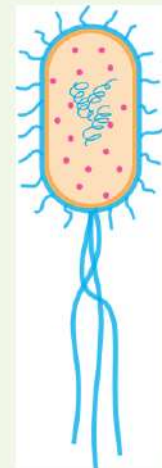
Als een bolvormig voorwerp met kleine snelheid door een vloeistof beweegt geldt voor de wrijvingskracht **de wet van Stokes**.

$$F_{W \text{ vloeistof}} = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

- $F_{W \text{ vloeistof}}$ is de wrijvingskracht in newton (N)
- η is de viscositeit in pascal keer seconde (Pa s)
- r is de straal van de bol in meter (m)
- v is de snelheid in meter per seconde (m s^{-1})

VOORBEELD E.coli bacterie

E. coli bacteriën hebben zweepstaartjes om zich voort te bewegen. Ze zwemmen door water met een snelheid van $30 \mu\text{m}$ per seconde. De bacterie heeft een diameter van $1,0 \mu\text{m}$ en is $2,0 \mu\text{m}$ lang. In de richting waarin de bacterie beweegt beschouwen dit als bolvormig met een straal van $0,50 \mu\text{m}$.

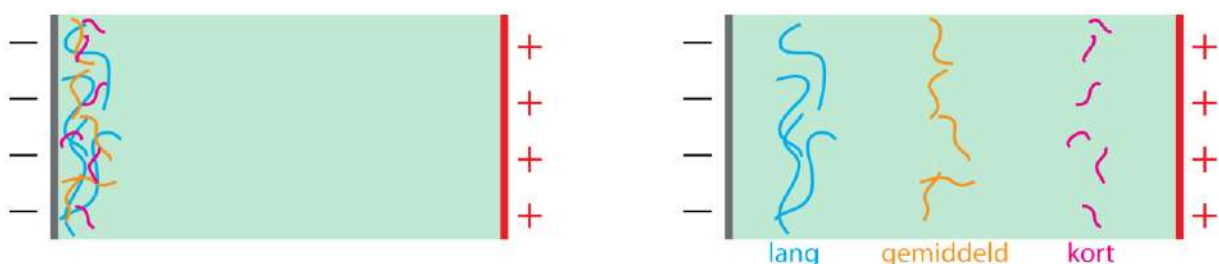


Bereken de kracht waarmee de zweepstaartjes zich afzetten.

- $\eta = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ | $r = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ | $v = 30 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$
- $F_{W \text{ vloeistof}} = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$
- $F_W = 6\pi \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 10^{-6} = 2,82743 \cdot 10^{-13} \text{ N}$
- constante snelheid: $\Sigma F = F_{\text{flagellum}} - F_W = 0 \rightarrow F_{\text{flagellum}} = F_W$
- $F_{\text{flagellum}} = 2,8 \cdot 10^{-13} \text{ N}$

(Gel-) elektroforese

Om biologische moleculen van elkaar te scheiden kun je (gel-) elektroforese gebruiken. Zo kun je een DNA-molecuul met behulp van enzymen in fragmenten knippen met verschillende lengtes en verschillende elektrische ladingen. Door een spanning aan te leggen laat je deze fragmenten bewegen door een gel. Zie figuur 21. Links is de situatie aan het begin en rechts de situatie na enige tijd. In het begin bevinden alle fragmenten zich bij de negatieve elektrode. Als de elektrische lading van de fragmenten gelijk is hebben de kleinste fragmenten de grootste afstand afgelegd.

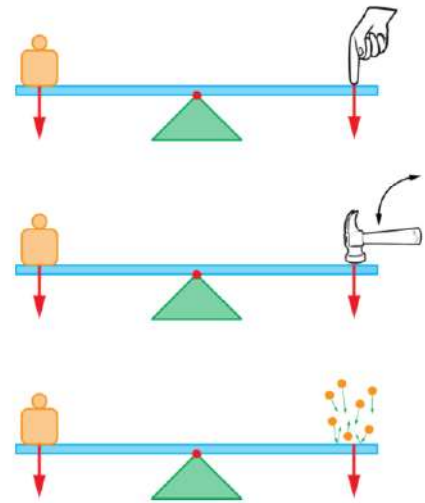


Figuur 21 Gel-elektroforese.

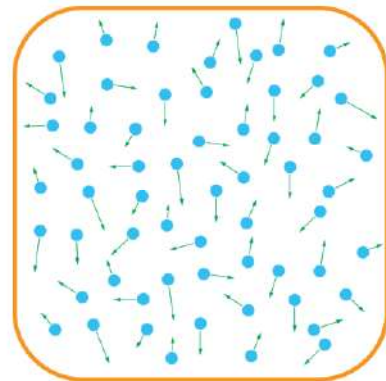
20.3 Gas in rust

De oorzaak van druk in een gas

In een gas kunnen atomen over grote afstanden bewegen. Hierbij botsen ze voortdurend tegen elkaar en tegen de wanden. Wanneer een atoom tegen een wand botst oefent hij een kleine kracht uit. Omdat er in het gas heel veel botsende atomen zijn, is de som van alle atomaire krachten een grote constante kracht, verdeelt over het oppervlak van de wanden. In figuur 22 zie je hoe druk wordt veroorzaakt door veel botsingen. Om het gewicht links in evenwicht te houden moet je rechts een kracht uitoefenen. Dit kan op verschillende manieren: Boven: een constante kracht. Midden: een hamer tikt snel achter elkaar op de balk. Onder: deeltjes botsen tegen de balk en worden teruggekaatst.



Figuur 22



Figuur 23

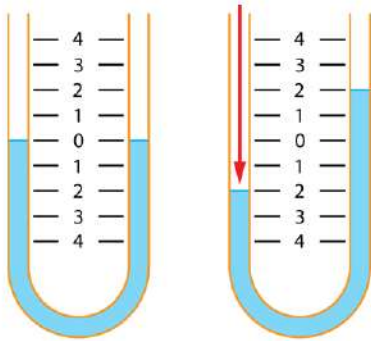
Bij een gas in een vat mogen we de zwaartekracht op de atomen verwaarlozen. De atomen bewegen kriskras door elkaar. Omdat de temperatuur in het vat overal gelijk is zal de gemiddelde snelheid van de atomen ook overal even groot zijn. Hierdoor botsen op iedere vierkante meter van de wand voortdurend evenveel atomen. De kracht die door deze botsingen per vierkante meter wordt uitgeoefend is de druk van het gas. Zie figuur 23.

Niet alleen op de wanden, maar ook binnenin het vat heeft de druk van een gas dezelfde waarde. Want op een voorwerp binnenin het vat gebeuren dezelfde botsingen als tegen de wanden. Vandaar dat de druk binnen in een vat overal even groot is.

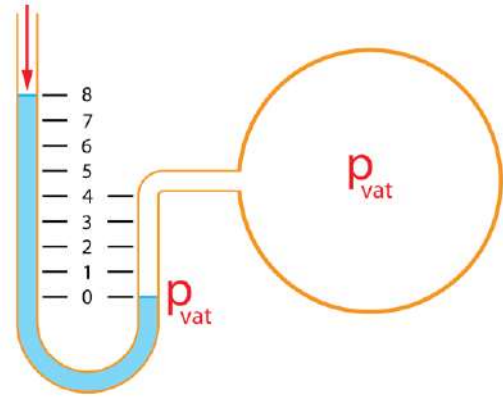
Als zwaartekracht mag worden verwaarloosd is de druk van het gas in een afgesloten ruimte overal even groot.

Het meten van gasdruk

De druk van een gas meet je met een **manometer**. Er zijn verschillende soorten manometers. Een buismanometer is een U-vormige glazen buis gevuld met vloeistof. Als de gasdruk aan de linkerkant groter is dan aan de rechterkant zie je dat de vloeistof rechts hoger staat dan links. Je meet dan het verschil in druk aan de linker- en aan de rechterkant. Zie figuur 24. Je kunt ook een buis gevuld met vloeistof in contact brengen met een vat waarvan de gasdruk bekend is. In dat geval kun je de absolute gasdruk meten. Zie figuur 25.



Figuur 24 Manometer voor het meten van een drukverschil.



Figuur 25 Manometer voor het meten van de absolute gasdruk.

De eenheid van gasdruk

Er zijn verschillende eenheden van gasdruk in gebruik: N m^{-2} , Pascal (Pa) en bar.

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 10^5 \text{ N m}^{-2}$$

Ouderwetse eenheden voor gasdruk zijn:

- Millimeter kwik (mm Hg) is hetzelfde als Torr en is de druk die door 1 mm kwik wordt veroorzaakt: 133,322 Pa.
- Atmosfeer (atm) is gelijk aan $760 \text{ mm Hg} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Overdruk en onderdruk

Als de druk in een afgesloten vat groter is dan de druk van de buitenlucht staat het vat op **overdruk**. Dit is het geval in bijvoorbeeld een fietsband. Als de druk in een afgesloten vat kleiner is dan de luchtdruk buiten het vat staat het vat op **onderdruk**. Dit is het geval bij vacuümverpakking. Overdruk en onderdruk zijn het verschil tussen de gasdruk in het vat en de druk van de buitenlucht.

Overdruk is de druk in het vat min de druk van de buitenlucht.

Ideaal en reëel gas

Een gas bestaat uit atomen of moleculen die kriskras door elkaar bewegen. Om het gedrag van gassen te beschrijven moet je een model opstellen waarmee je kunt voorspellen hoe een gas zich gedraagt. In het meest eenvoudige geval ga je uit van vier aannamen:

- 1) Er zijn heel veel moleculen die samen het gas vormen.
- 2) Bij een botsing verandert alleen de kinetische energie van de moleculen.
- 3) De moleculen trekken elkaar niet aan en stoten elkaar niet af.
- 4) De gemiddelde afstand tussen de moleculen is veel groter dan de moleculen zelf.

Een gas dat voldoet aan deze aannamen is een **ideaal gas**. Geen enkel gas is ideaal, maar in de praktijk kloppen de voorspellingen goed met de werkelijkheid. Alleen bij een erg hoge gasdruk en bij grote moleculen werkt het model minder goed. In deze gevallen moet het model worden uitgebreid. Een gas dat zich niet als ideaal gas gedraagt heet een **reëel gas**. In deze paragraaf houden we ons uitsluitend bezig met het gedrag van ideale gassen.

De toestand van een gas

Stel je hebt een vat met daarin een ideaal gas van een bepaald soort molecuul. Weet je van dit gas de **druk**, het **aantal** moleculen, het **volume** en de **temperatuur**, dan weet je de **toestand** van het gas. De toestand wordt dus niet bepaald door de eigenschappen van de moleculen, maar alleen door hun aanwezigheid.

De toestand van een gas wordt bepaald door:

- de druk (p)
- het aantal moleculen (n)
- het volume (V)
- de temperatuur (T)

Algemene gaswet voor een ideaal gas

Voor een ideaal gas geldt de **algemene gaswet**:

$$\frac{p \cdot V}{n \cdot T} = k_B$$

- p is de druk in pascal (N m^{-2}) = (Pa)
- V is het volume (m^3)
- n is het aantal gasmoleculen
- T is de absolute temperatuur (K)
- k_B is de constante van Boltzmann = $1,380649 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

Eén mol is gelijk aan de **constante van Avogadro** $N_A = 6,02214 \cdot 10^{23}$. Dit is het aantal atomaire massa eenheden per gram. Eén u = $1,660539 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,660539 \cdot 10^{-23} \text{ gram}$. Het aantal u per gram is dus $1 / 1,660539 \cdot 10^{-23} = N_A$.

Als je het aantal mol gasmoleculen wil gebruiken in je berekening moet je het n delen door N_A . Ik gebruik kleine letter n voor het aantal gasmoleculen en hoofdletter N voor het aantal mol gasmoleculen. Dit geeft $N = n / N_A$. Hieruit volgt $n = N \cdot N_A$. Als je dit invult in de algemene gaswet vind je

$$\frac{p \cdot V}{N \cdot N_A \cdot T} = k_B \rightarrow \frac{p \cdot V}{N \cdot T} = k_B \cdot N_A$$

$k_B \cdot N_A = 1,38065 \cdot 10^{-23} \cdot 6,02214 \cdot 10^{23} = 8,31446$ en dit is de **gasconstante R**.

De algemene gaswet (mol) $\frac{p \cdot V}{N \cdot T} = R$ met $R = 8,31446 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

- N is het aantal mol gasmoleculen
- R is de gasconstante $R = k_B \cdot N_A = 8,31446 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

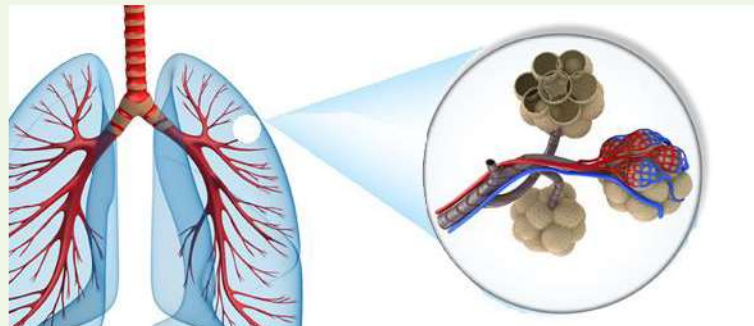
De constante van Boltzmann en de gasconstante hebben een vaste waarde. We kunnen daarom twee toestanden 1 en 2 met elkaar vergelijken. Dit geeft:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{n_1 \cdot T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{n_2 \cdot T_2}$$

Vaak verandert er maar één grootte. De grootheden die niet veranderen kun je dan tegen elkaar wegstrepen waardoor de berekening een stuk eenvoudiger wordt.

VOORBEELD longblaasjes

Een long bevat longblaasjes die zorgen voor gasuitwisseling tussen de longen en het bloed. Zie figuur 26. Een longblaasje is bolvormig en heeft een doorsnede van 0,25 mm. De lucht in een longblaasje bevat 14% zuurstof. Het gas in een longblaasje heeft een druk van $1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ en een temperatuur van 37°C .



Figuur 26

Bereken het aantal zuurstofmoleculen in één longblaasje.

- $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$ met $r = 0,125 \text{ mm} \rightarrow V = \frac{4}{3} \pi \cdot (1,25 \cdot 10^{-4})^3 = 8,18123 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3$
- $\frac{p \cdot V}{n \cdot T} = k_B \rightarrow n = \frac{p \cdot V}{k_B \cdot T}$
- $n = \frac{1,0 \cdot 10^5 \cdot 8,18123 \cdot 10^{-12}}{1,38065 \cdot 10^{-23} \cdot (37 + 273,15)} = 1,91057 \cdot 10^{14}$
- 14% zuurstof $n_{\text{O}_2} = 0,14 \cdot 1,91057 \cdot 10^{14} = 2,6748 \cdot 10^{13} = 2,7 \cdot 10^{13} \text{ O}_2 \text{ moleculen}$

Een volwassen mens heeft een longinhoud van ongeveer 6,0 liter, waarvan 80% door longblaasjes wordt ingenomen.

Hoeveel longblaasjes heeft een volwassen mens?

- aantal longblaasjes $\frac{0,8 \cdot 6,0 \cdot 10^{-3}}{8,18123 \cdot 10^{-12}} = 5,867 \cdot 10^8 = 5,9 \cdot 10^8$

Partiële druk

De ideale gaswet bevat geen informatie over het soort gas. Alleen het totale aantal moleculen is van belang. Stel dat een gas, zoals bijvoorbeeld lucht, uit meerdere soorten moleculen bestaat dan is de totale druk de som van de drukken veroorzaakt door de verschillende soorten moleculen. De druk veroorzaakt door één soort molecuul noem je de partiële druk van dat molecuul.

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$$

BEWIJS

- $\frac{p \cdot V}{n \cdot T} = k_B \rightarrow p = \frac{k_B \cdot T}{V} \cdot n$
- $n = n_1 + n_2 + n_3 + \dots$
- $p = \frac{k_B \cdot T}{V} \cdot (n_1 + n_2 + n_3 + \dots) \rightarrow p = \frac{k_B \cdot T}{V} \cdot n_1 + \frac{k_B \cdot T}{V} \cdot n_2 + \frac{k_B \cdot T}{V} \cdot n_3 + \dots$
- $p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$

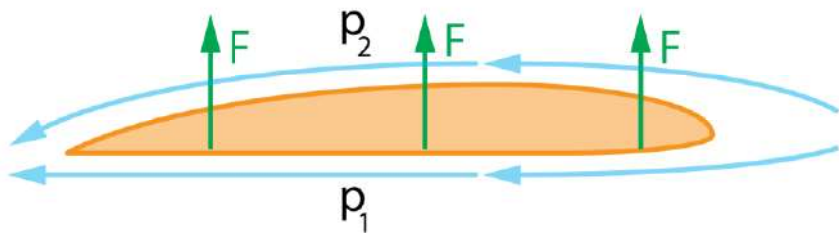
20.4 Gas in beweging

De wet van Bernoulli voor gassen

Voor gassen mag de wet van Bernoulli niet altijd worden toegepast. Het verschil tussen een vloeistof en een gas is dat de dichtheid van een vloeistof constant is en van een gas niet. Persen we gas door een buis, dan oefenen we niet alleen arbeid uit om het gas te verplaatsen, maar ook om het samen te persen. Dit maakt de zaak een stuk ingewikkelder. Alleen als de dichtheid van een gas vrijwel niet verandert mogen we de wet van Bernoulli gebruiken. In de rest van deze paragraaf gaan we hiervan uit.

Met de wet van Bernoulli kun je begrijpen hoe liftkracht bij een vleugel ontstaat. De vorm van de vleugel is hierbij essentieel. In figuur 27 zie je de doorsnede van een vleugel. Doordat de vleugel een snelheid heeft ten opzichte van de lucht stroomt er lucht langs de vleugel. De vorm van de vleugel zorgt ervoor dat de lucht in dezelfde tijd bovenlangs een grotere afstand aflegt dan onderlangs. De snelheid van de lucht boven de vleugel is daarom groter dan de snelheid onder de vleugel. Uit de wet van Bernoulli volgt dat de luchtdruk onder de vleugel groter is dan de luchtdruk boven de vleugel. Dit geeft liftkracht waardoor een vogel kan vliegen zonder zijn vleugels te bewegen.

Figuur 27 Liftkracht ontstaat door het verschil in luchtdruk onder en boven een vleugel



BEWIJS

- plaats 1 is onder de vleugel en plaats 2 is boven de vleugel
- $p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$
- $h_1 = h_2 \rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 \rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2)$
- $v_2 > v_1 \rightarrow v_2^2 > v_1^2 \rightarrow p_1 > p_2$

Hieruit volgt voor de **liftkracht**:

$$F_{\text{lift}} = \frac{1}{2} c_{\text{lift}} \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

- c_{lift} is een factor veroorzaakt door de vorm van de vleugels (geen eenheid)
- ρ is de dichtheid van lucht in kilogram per kubieke meter (kg m^{-3})
- A is het gemiddelde oppervlak van de onderkant en de bovenkant van de vleugels in vierkante meter (m^2)
- v is de snelheid ten opzichte van de lucht in meter per seconde (m s^{-1})

VOORBEELD albatros

Een albatros kan zonder met zijn vleugels te slaan dagenlang blijven vliegen. Dit komt door de grote liftkracht van zijn vleugels. De vleugels van een albatros hebben een spanwijdte van 340 cm en zijn 25 cm breed. Zie figuur 28. De snelheid van de lucht bovenlangs de vleugel is 20% groter dan de snelheid onderlangs waardoor $c_{\text{lift}} = 0,44$. De albatros heeft een massa van 8,0 kg.



Figuur 28

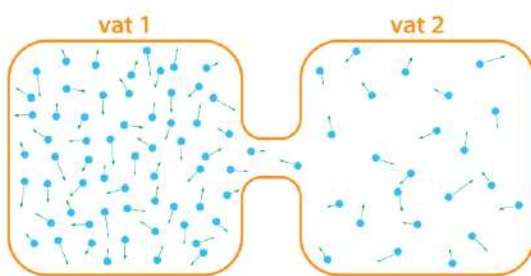
Bij welke snelheid is de zwaartekracht op de albatros gelijk aan de liftkracht op de vleugels?

- $m = 8,0 \text{ kg} \quad | \quad \rho_{\text{lucht}} = 1,293 \text{ kg m}^{-3} \quad | \quad A = 3,4 \cdot 0,25 = 0,85 \text{ m}^2$
- $F_z = F_{\text{lift}} \rightarrow m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot c_{\text{lift}} \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$
- $8 \cdot 9,81 = \frac{1}{2} \cdot 0,44 \cdot 1,293 \cdot 0,85 \cdot v^2 \rightarrow v = 18,016 = 18 \text{ m/s}$

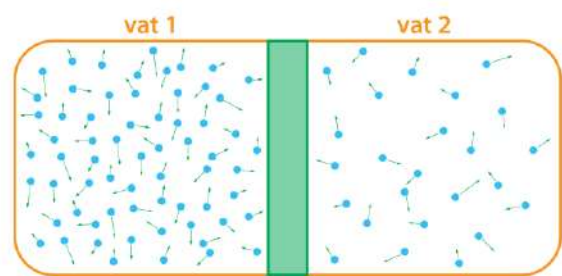
20.5 Diffusie

Diffusie

Moleculen in een gas bewegen kriskras door elkaar heen. Hierbij botsen ze voortdurend tegen elkaar en tegen de wanden van het vat. Stel we nemen een vat gevuld met gas, vat 1, en verbinden dit met vat 2 gevuld met hetzelfde gas, maar waarin de concentratie moleculen lager is. Zie figuur 29. Omdat de concentratie in vat 1 groter is gaan er per seconde meer moleculen van vat 1 naar vat 2 dan omgekeerd. Hierdoor wordt vat 1 steeds leger en vat 2 steeds voller. Na een tijdje gaan er per seconde evenveel moleculen van 1 naar 2 dan van 2 naar 1. Dit is een **dynamisch evenwicht**, omdat de concentratie niet verandert maar er wel uitwisseling van moleculen plaatsvindt.



Figuur 29 Diffusie van gasmoleculen.



Figuur 30 Diffusie van gasmoleculen door een membraam.

Voeren we hetzelfde experiment uit met een membraam tussen de twee vaten, waar gasmoleculen met enige moeite doorheen kunnen, dan geeft dit hetzelfde resultaat. De kans dat een molecuul van 1 naar 2 gaat is recht evenredig is met de concentratie in vat 1 en de kans dat een molecuul van 2 naar 1 gaat is recht evenredig met de concentratie in vat 2. Dit leidt tot de eerste wet van Fick.

De eerste wet van Fick

Transport van moleculen veroorzaakt door een verschil in concentratie heet **diffusie**. Adolf Fick (Duitsland, 1829–1901) introduceert in 1855 twee formules waarmee je diffusie kunt berekenen. Deze formules staan bekend als de eerste en de tweede wet van Fick. Met de eerste formule kun je uitrekenen hoeveel deeltjes per seconde door een vierkante meter oppervlak gaan. Met de tweede formule kun je uitrekenen hoe de concentratie verandert vanwege de aanvoer en afvoer van deeltjes.

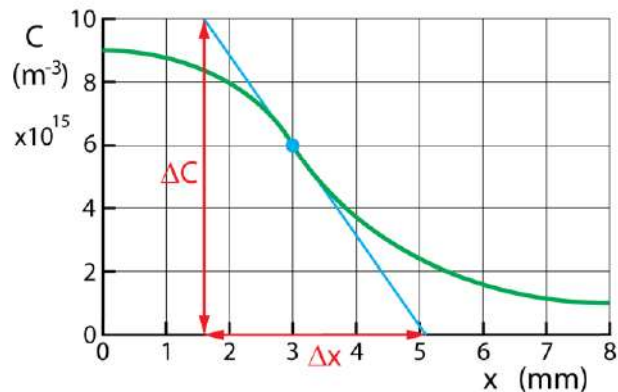
$$\text{Eerste wet van Fick} \quad J = -D \cdot \frac{dC}{dx}$$

- J is het aantal deeltjes dat per seconde per vierkante meter passeert ($\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$)
- D is de diffusiecoëfficiënt in vierkanter meter per seconde ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)
- C is de concentratie in deeltjes per kubieke meter (m^{-3})
- x is de plaats in meter (m)

Het aantal passerende deeltjes per seconde per vierkante meter heet de **deeltjesflux**.

Als je de concentratie C uitdrukt in **kilogram** per kubieke meter krijg je voor J het aantal kilogram per seconde per vierkante meter.

De eerste wet van Fick geeft aan dat de deeltjesflux recht evenredig is met de afgeleide van de concentratie: dC/dx . Het minteken zorgt ervoor dat de deeltjesflux J een positief getal is. De deeltjesflux op plaats x kun je bepalen uit een (C, x) -diagram door een raaklijn te tekenen op plaats x , daarvan de richtingscoëfficiënt te bepalen, dit met -1 te vermenigvuldigen en daarna te vermenigvuldigen met de diffusiecoëfficiënt.



Figuur 31 Bepalen van de diffusiecoëfficiënt.

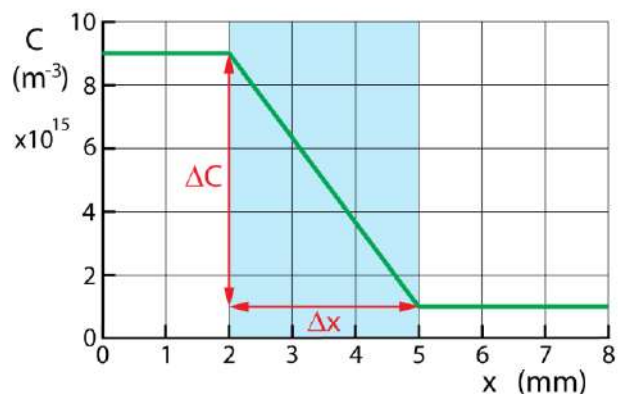
VOORBEELD deeltjesflux

In figuur 31 zie je hoe de concentratie afhangt van de plaats. De diffusiecoëfficiënt is $D = 7,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

Bepaal de deeltjesflux op $x = 3,0 \text{ mm}$.

- $J = -D \cdot \frac{dC}{dx} \rightarrow J = -D \left(\frac{\Delta C}{\Delta x} \right)_{\text{raaklijn}}$
- $J = -7,0 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{-10 \cdot 10^{15}}{(5,1 - 1,6) \cdot 10^{-3}} \rightarrow J = 2,0 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$

In situaties waarbij deeltjes door een membraam diffunderen kunnen we het verloop van de concentratie benaderen met een rechte lijn, zoals te zien in figuur 32. Het membraam (blauw) bevindt zich tussen $x = 2 \text{ mm}$ en $x = 5 \text{ mm}$.



Figuur 32 Diffusie door een membraam.

We nemen aan dat de concentratiegradiënt dC/dx in het membraam constant is, zodat we de eerste wet van Fick kunnen vereenvoudigen tot:

$$J = -D \cdot \frac{\Delta C}{\Delta x}$$

- J is het aantal deeltjes dat per seconde per vierkante meter het membraam passeert (de deeltjesflux) ($\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$)
- D is de diffusiecoëfficiënt in vierkanter meter per seconde ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)
- ΔC is de concentratieverschil voor en achter het membraam (m^{-3})
- Δx is de dikte van het membraam in meter (m)

VOORBEELD deeltjesflux door een membraam

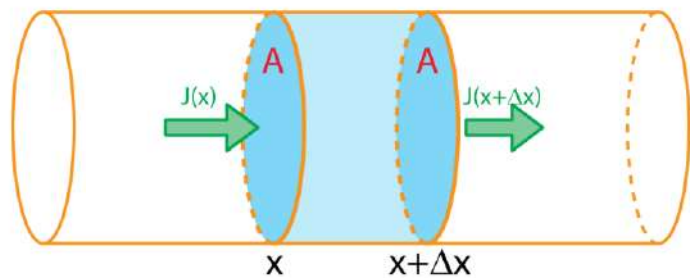
In figuur 32 zie je een 3,0 mm dik membraam waar deeltjes doorheen diffunderen. De diffusiecoëfficiënt is $D = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$.

Bepaal de deeltjesflux door het membraam.

- $J = -D \cdot \frac{\Delta C}{\Delta x}$
- $J = -1,5 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{-8,0 \cdot 10^{15}}{3,0 \cdot 10^{-3}} \rightarrow J = 4,0 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-2} \text{s}^{-1}$

De tweede wet van Fick

De tweede wet van Fick is een combinatie van de eerste wet en het behoud van massa. In figuur 33 zie je een volume aangegeven in blauw. Op plaats x stromen er per seconde $J(x) \cdot A$ deeltjes naar binnen en op plaats $x + \Delta x$ stromen $J(x + \Delta x) \cdot A$ deeltjes naar buiten. Als er meer deeltjes naar binnen stromen dan naar buiten neemt het aantal deeltjes toe want er kunnen geen deeltjes verdwijnen. Ieder deeltje dat naar binnen stroomt gaat of naar buiten, of blijft in het volume aanwezig. Dit leidt tot de tweede wet van Fick.



Figuur 33 De verandering van de deeltjesflux.

Tweede wet van Fick

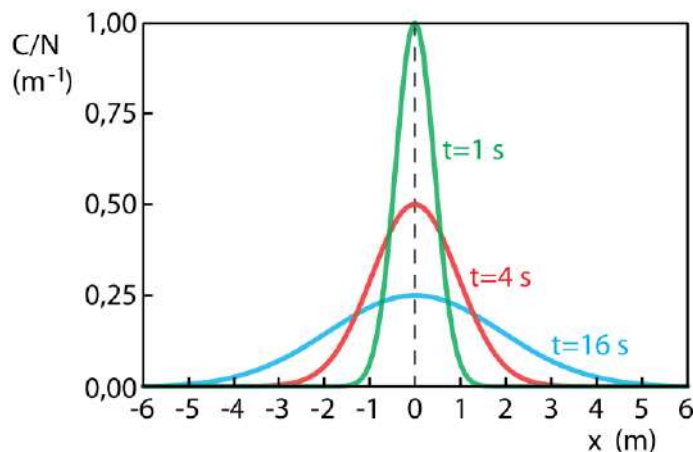
$$\frac{dC}{dt} = - \frac{dJ}{dx} = D \cdot \frac{d^2C}{dx^2}$$

- C is de concentratie in deeltjes per kubieke meter (m^{-3})
- t is de tijd in seconde (s)
- J is het aantal deeltjes dat per seconde per vierkante meter het oppervlak passeert, de deeltjesflux ($\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$)
- x is de plaats in meter (m)
- D is de diffusiecoëfficiënt in vierkante meter per seconde ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)

BEWIJS (voor de liefhebber)

- het aantal deeltjes neemt toe met $N = J(x) \cdot A - J(x + \Delta x) \cdot A$
- de concentratie neemt hierdoor toe met $\frac{N}{A \cdot \Delta x}$
- hieruit volgt $\frac{\Delta C}{\Delta t} = \frac{J(x) \cdot A - J(x + \Delta x) \cdot A}{A \cdot \Delta x} \rightarrow \frac{\Delta C}{\Delta t} = -\frac{J(x) - J(x + \Delta x)}{\Delta x}$
- nemen we de limiet $\Delta x \rightarrow 0$ dan krijgen we: $\frac{dC}{dt} = -\frac{dJ}{dx}$
- $J = -D \cdot \frac{dC}{dx} \rightarrow -\frac{dJ}{dx} = -D \frac{d}{dx} \frac{dC}{dx} \rightarrow \frac{dJ}{dx} = D \cdot \frac{d^2 C}{dx^2}$

De tweede wet van Fick geeft aan dat de verandering van de concentratie in de tijd samenhangt de concentratieverdeling in de ruimte. Stel op $t = 0$ en $x = 0$ zijn er N moleculen per vierkante meter. Deze moleculen diffunderen naar twee kanten. Hoe de concentratie is verdeeld in de ruimte verandert hierdoor, zoals weergegeven in figuur 34. De grafiek wordt lager en breder naarmate de tijd vordert. Dit is een **normale verdeling** of **Gaussverdeling**, genoemd naar de wiskundige Carl Friedrich Gauss (Duitsland, 1777–1855). De oppervlakte onder de grafiek is het aantal moleculen en verandert daarom niet.



Figuur 34 Verloop van de concentratie in de tijd. De grafiek is een Gaussverdeling.

Stel op $t = 0$ en $x = 0$ zijn er N moleculen per vierkante meter. De tweede wet van Fick geeft dan als oplossing:

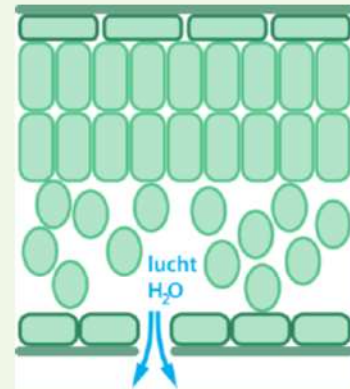
$$C = \frac{N}{2\sqrt{D \cdot t}} \exp\left[\frac{-x^2}{4D \cdot t}\right]$$

Op $x = 0$ geldt voor de concentratie $C_{x=0} = \frac{N}{2\sqrt{D \cdot t}}$. De concentratie op $x = 0$ neemt dus af

met de wortel van de tijd. Na 4 seconden is de concentratie de helft van die na 1 seconde. Na 16 seconden is de concentratie opnieuw gehalveerd en is dan een kwart van die na 1 seconde. In figuur 34 is de groene grafiek de concentratie na 1 seconde, de rode grafiek na 4 seconden en de blauwe grafiek na 16 seconden. Je ziet dat de verspreiding van de moleculen steeds langzamer gaat.

VOORBEELD zonnebloem

Een blad verliest water door diffusie van waterdamp door de huidmondjes. In het blad is de concentratie waterdamp $0,025 \text{ kg m}^{-3}$ en buiten het blad $0,010 \text{ kg m}^{-3}$. De diffusiecoëfficiënt van waterdamp in lucht is $2,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Een huidmondje heeft een oppervlakte van $8,0 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2$ en een lengte van $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$. Zie figuur 35.



Figuur 35

Een blad van een zonnebloem verliest 5,0 ml water per uur. Een zonnebloem verdampt overdag (in 12 uur) 1,8 liter water.

Bereken hoeveel kg water per uur door één huidmondje gaat.

- $\Delta C = 0,010 - 0,025 = -0,015 \text{ kg m}^{-3}$ | $L = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ | $D = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
- $J = -D \cdot \frac{\Delta C}{\Delta x} \rightarrow J = -D \cdot \frac{\Delta C}{L}$
- $J = -D \cdot \frac{\Delta C}{L} \rightarrow J = -2,8 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{-0,015}{2,5 \cdot 10^{-5}} \rightarrow J = 0,0168 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$
- voor de getransporteerde massa geldt: $m = J \cdot A \cdot t$
- $m = 0,00168 \cdot 8,0 \cdot 10^{-11} \cdot 60 \cdot 60 = 4,8384 \cdot 10^{-9} = 4,8 \cdot 10^{-9} \text{ kg per uur}$

Hoeveel huidmondjes heeft dit blad?

- $5,0 \text{ ml} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
- aantal huidmondjes is $\frac{5,0 \cdot 10^{-3}}{4,8384 \cdot 10^{-9}} = 1,0334 \cdot 10^6 = 1,0 \cdot 10^6$ huidmondjes

Hoeveel bladeren heeft deze zonnebloem?

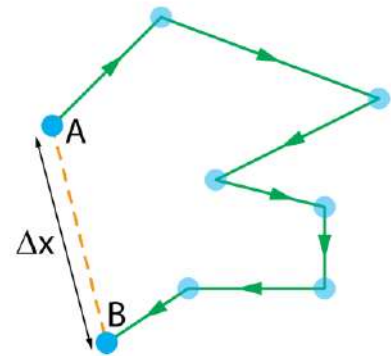
- $5,0 \text{ ml water per uur} \rightarrow 5,0 \cdot 12 = 60 \text{ ml water per dag}$
- aantal bladeren is $\frac{1,8}{60 \cdot 10^{-3}} = 30$ bladeren

Willekeurige wandeling (random walk)

Diffusie is het resultaat van willekeurige wandeling (Engels: random walk) van een groot aantal moleculen. Een molecuul dat door een gas, een vloeistof, of een membraam beweegt volgt een zigzag pad, omdat het voortdurend tegen andere moleculen botst. Zie figuur 36. Bij iedere botsing verandert de grootte en de richting van de snelheid. Ieder molecuul volgt een ander zigzag pad. De verschillende paden geven samen een gemiddelde snelheid waarmee moleculen zich verspreiden.

Diffusie ontstaat door willekeurige bewegingen van een groot aantal deeltjes.

Figuur 36 zie je hoe een molecuul van A naar B beweegt. De totale weglengte van het molecuul is veel groter dan de afstand tussen A en B. Vandaar dat bij diffusie de gemiddelde snelheid klein is.



Figuur 36 Zigzag beweging vanwege botsingen.

Als we de beweging van veel moleculen in rekening brengen vinden we voor de gemiddelde verplaatsing Δx :

$$\Delta x = \sqrt{2n \cdot D \cdot t}$$

- Δx is de gemiddelde verplaatsing van een groot aantal moleculen in meter (m)
- n is de dimensie (aantal beschikbare richtingen) van de diffusie ($n=1, 2$ of 3)
- D is de diffusiecoëfficiënt in vierkanter meter per seconde ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)
- t is de tijd sinds het begin van het diffusieproces in seconde (s)

VOORBEELD bombardeerkever

Een bombardeerkever heeft een opvallende naam vanwege de manier waarop hij zich verdedigt. In zijn lijf bevinden zich chemicaliën die hij kan samenvoegen wanneer hij bedreigd wordt. Hierbij komt een substantie die dodelijk is voor andere insecten.



De diffusiecoëfficiënt van de dodelijke moleculen in lucht is $2,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$. Op 6,0 cm afstand bevindt zich een vijand.

Na hoeveel tijd bereiken de dodelijke moleculen de vijand?

- $D = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$ | $\Delta x = 6,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ | $t = \dots \text{s}$
- $\Delta x = \sqrt{6 \cdot D \cdot t}$ (diffusie in 3 dimensies)
- $0,06 = \sqrt{6 \cdot 2,0 \cdot 10^{-5} \cdot t} \rightarrow 0,06^2 = 6 \cdot 2,0 \cdot 10^{-5} \cdot t \rightarrow t = 30 \text{ s}$

Diffusie door de lucht is een langzaam proces. Vandaar dat bij een bombardeerkever de chemicaliën een reactie geven waarbij druk wordt opgebouwd. Dit veroorzaakt kleine explosies, waarbij het gif naar buiten wordt gespoten.

20.6 Samenvatting

Grootheden en eenheden

- p is de druk in newton per vierkante meter (N m^{-2}) of in pascal (Pa)
- F is de kracht in newton (N)
- A is de oppervlakte in vierkante meter (m^2)
- m is de massa in kilogram (kg)
- V is het volume in kubieke meter (m^3)
- ρ is de dichtheid in kilogram per kubieke meter (kg m^{-3})
- g is de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m s^{-2})
- h is de hoogte of de diepte in meter (m)
- p_{cap} is de capillaire druk (N m^{-2}) of (Pa)
- γ is de oppervlaktespanning in newton per meter (N m^{-1}) of (J m^{-2})
- r is de straal in meter (m)
- v is de snelheid in meter per seconde (m/s)
- Q is het debiet in kubieke meter per seconde ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$)
- t is de tijd in seconde (s)
- E is de energie in joule (J)
- η is de viscositeit in pascal keer seconde (Pa s)
- n is het aantal (gasmoleculen)
- N is het aantal mol (gasmoleculen)
- J is het aantal deeltjes dat per seconde per vierkante meter passeert ($\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$)
- D is de diffusiecoëfficiënt in vierkanter meter per seconde ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)
- C is de concentratie in deeltjes per kubieke meter (m^{-3})
- x is de plaats in meter (m)

Weten

- Druk is de kracht per vierkante meter.
- Van een vloeistof kan de vorm veranderen maar het volume niet. De dichtheid van een vloeistof is onafhankelijk van de druk.
- De wet van Archimedes:
Een voorwerp geheel of gedeeltelijk ondergedompeld in een vloeistof of gas ondervindt een opwaartse kracht die gelijk is aan het gewicht van de verplaatste vloeistof of gas.
- drijven $\rightarrow \rho_{\text{blok}} < \rho_{\text{vloeistof}}$ | zinken $\rightarrow \rho_{\text{blok}} > \rho_{\text{vloeistof}}$
- De wet van Pascal
Een druk uitgeoefend op een vloeistof die zich in een geheel gevuld en gesloten vat bevindt, zal zich onverminderd in alle richtingen voortplanten.
- De oppervlaktespanning heeft als symbool γ en is de energie die nodig is om het oppervlak één vierkante meter groter te maken.

- Capillaire werking is het verschijnsel dat een vloeistof, bijvoorbeeld water, in een smal buisje stijgt, tegen de werking van de zwaartekracht in.
- Het debiet is het volume vloeistof dat per seconde stroomt in kubieke meter per seconde ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$).
- De viscositeit van een vloeistof geeft aan hoe "stroperig" een vloeistof is.
- Als zwaartekracht mag worden verwaarloosd is de druk van het gas in een afgesloten vat overal even groot.
- Overdruk is de druk in een vat min de druk van de buitenlucht.
- De toestand van een ideaal gas wordt bepaald door, de druk (p), het aantal moleculen (n), het volume (V) en de temperatuur (T).
- Als een gas uit meerdere soorten moleculen bestaat is de totale druk de som van de drukken veroorzaakt door de verschillende soorten moleculen.
- Diffusie is het transport van moleculen veroorzaakt door een verschil in concentratie.
- Diffusie is het resultaat van willekeurige beweging van een groot aantal moleculen.

Formules

$$p = \frac{F}{A} \quad \text{druk}$$

$$p = \rho \cdot g \cdot h \rightarrow \Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h \quad \text{vloeistofdruk (statisch)}$$

$$p_{\text{cap}} = \frac{2\gamma}{r} \quad \text{capillaire druk}$$

$$\rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2 \rightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \quad \text{als } \rho_1 = \rho_2 \quad \text{continuïteit (massabehoud)}$$

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot v \quad \text{debiet}$$

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 \quad \text{de wet van Bernoulli}$$

$$F = \eta \cdot \frac{A \cdot v}{d} \quad \text{viscositeit meten}$$

$$Q = \frac{\pi r^4 \cdot \Delta p}{8 \eta \cdot \ell} \quad \text{de wet van Poiseuille}$$

$$F_{\text{W vloeistof}} = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \quad \text{de wet van Stokes}$$

$$\frac{p \cdot V}{n \cdot T} = k_B \rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{n_1 \cdot T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{n_2 \cdot T_2}$$

de ideale gaswet: n is het aantal moleculen

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$$

partiële drukken optellen

$$F_{\text{lift}} = \frac{1}{2} c_{\text{lift}} \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

liftkracht van een vleugel

$$J = -D \cdot \frac{dC}{dx} \rightarrow J = -D \cdot \frac{\Delta C}{\Delta x}$$

de eerste wet van Fick

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{dJ}{dx} = D \cdot \frac{d^2C}{dx^2}$$

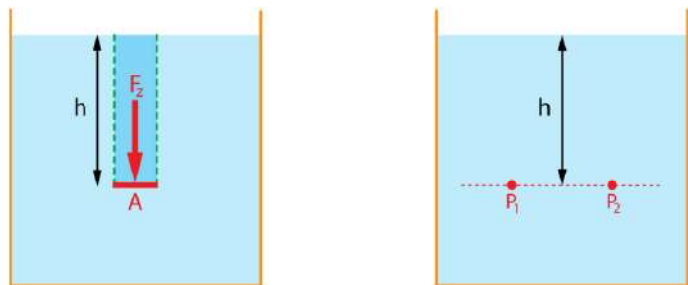
de tweede wet van Fick

$$\Delta x = \sqrt{2n \cdot D \cdot t}$$

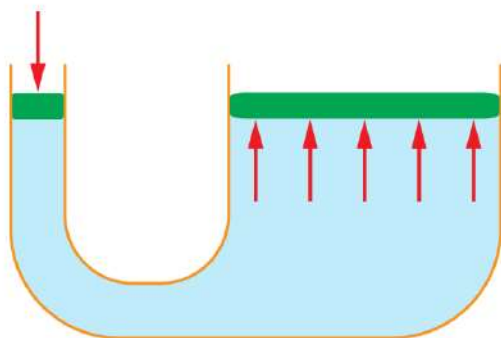
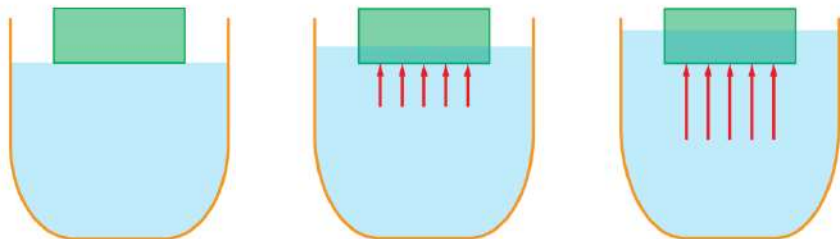
gemiddelde verplaatsing bij diffusie

Figuren

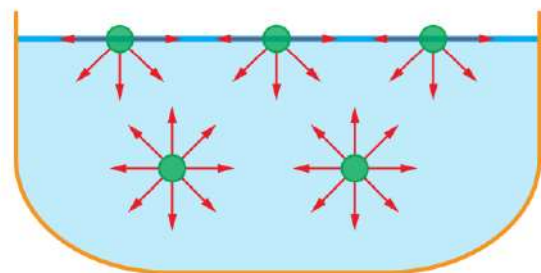
De druk in een vloeistof wordt bepaald door de diepte h . Op dezelfde diepte is de druk overal even groot.



De wet van Archimedes stelt dat de opwaartse kracht gelijk is aan het gewicht van de verplaatste vloeistof (of gas).

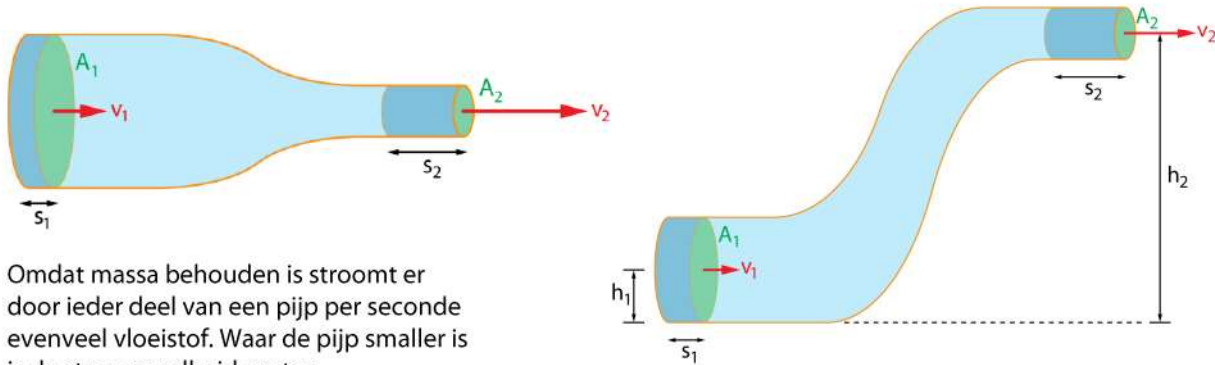
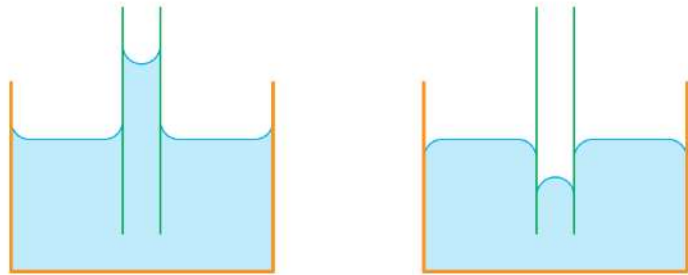


De wet van Pascal stelt dat de druk uitgeoefend op een vloeistof in een gesloten vat zich in iedere richting onverminderd voortplant.



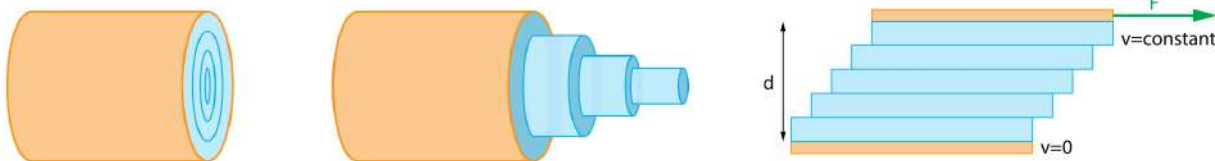
Oppervlaktespanning ontstaat doordat op de moleculen aan het oppervlak naar beneden gerichte krachten werken.

Capillaire werking treedt op bij vloeistof die zich in een nauwe buis bevindt. Links is de adhesiekracht groter dan de cohesiekracht. Rechts is de cohesiekracht groter dan de adhesiekracht.



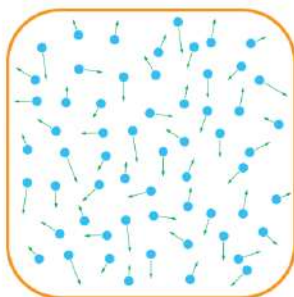
Omdat massa behouden is stroomt er door ieder deel van een pijp per seconde evenveel vloeistof. Waar de pijp smaller is is de stroomsnelheid groter.

Bij het stromen van vloeistof geldt behoud van massa en behoud van energie. Dit geeft de wet van Bernoulli.

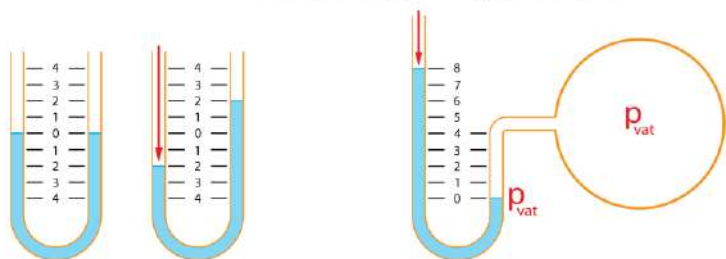


Door wrijving stroomt vloeistof in een buis bij de wand minder snel dan in het midden.

De viscositeit geeft aan hoe "stroperig" een vloeistof is. Bij een grote viscositeit kost het veel kracht om twee platen met vloeistof ertussen langs elkaar te schuiven.

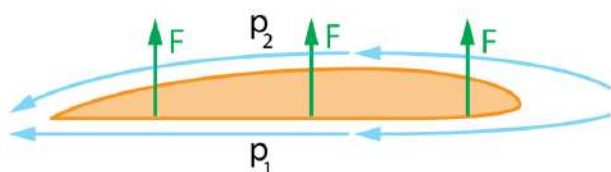


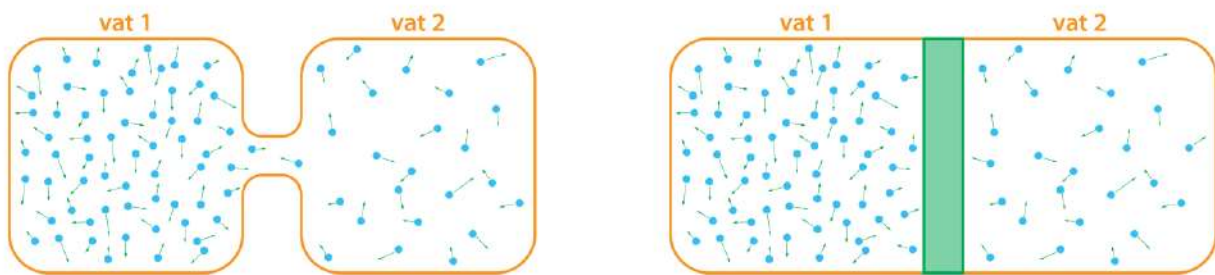
De druk in een gas wordt veroorzaakt door botsingen van de gasmoleculen tegen elkaar en tegen de wanden van het vat.



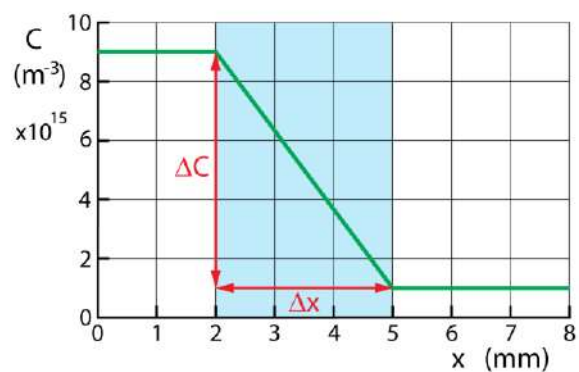
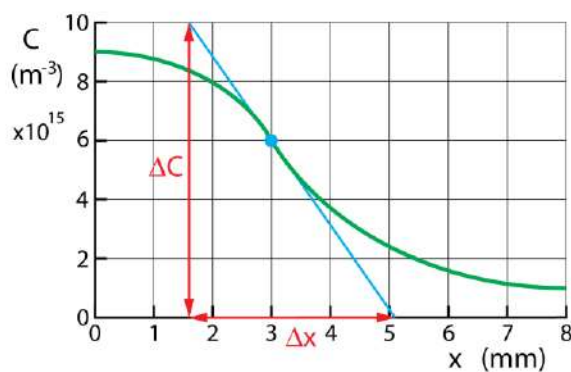
Gasdruk meet je met een manometer. Links meet je het drukverschil en rechts de gasdruk ten opzichte van de gasdruk in een vat.

Doordat bij een vleugel de lucht bovenlangs een grotere snelheid heeft dan onderlangs ontstaat er een drukverschil. De druk onder is groter dan de druk boven, zodat er een opwaartse kracht ontstaat.



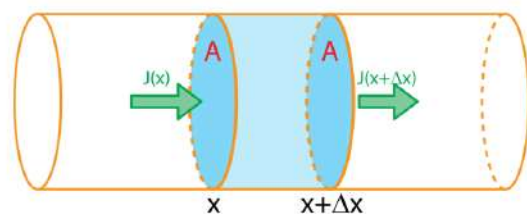


Omdat de concentratie in vat 1 groter is gaan er per seconde meer moleculen van vat 1 naar vat 2 dan omgekeerd. Hierdoor wordt vat 1 steeds leger en vat 2 steeds voller. Na een tijdje gaan er per seconde evenveel moleculen van 1 naar 2 dan van 2 naar 1. Er is dan dynamisch evenwicht.

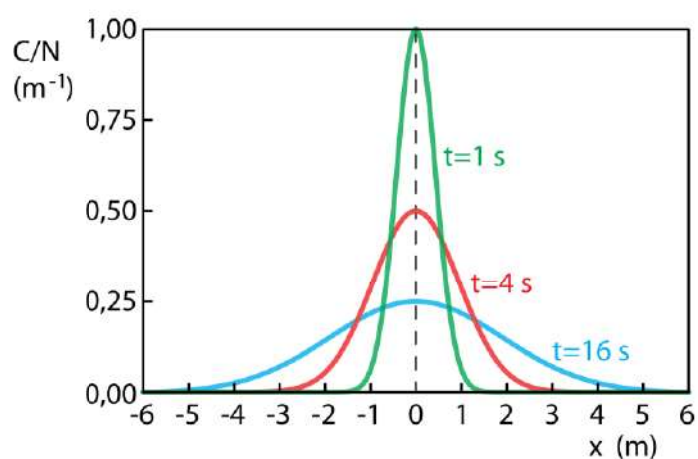
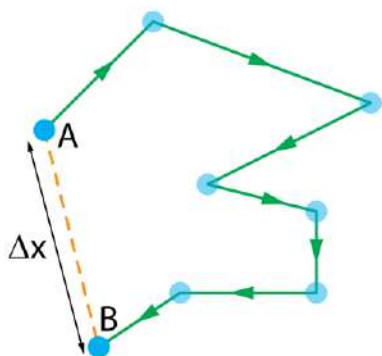


Een verandering van concentratie veroorzaakt diffusie. Dit geeft de eerste wet van Fick.

Als de aanvoer van deeltjes op plaats x groter is dan de afvoer op plaats $x + \Delta x$ dan neemt de concentratie in het gebied tussen x en $x + \Delta x$ toe. Dit geeft de tweede wet van Fick.



Vanwege diffusie verspreiden moleculen zich in de ruimte. De afstand neemt toe met de wortel van de tijd.



Diffusie is het resultaat van willekeurige wandeling (random walk) van een groot aantal moleculen.