19 Sterrenkunde

vwo

19.1 Het zonnestelsel

1* **a** Welk jaargetijde begint er op het noordelijk halfrond als de zon boven de evenaar staat komen vanaf het zuidelijk halfrond.
- dan begint op het noordelijk halfrond de lente

b Welk jaargetijde begint er dan op het zuidelijk halfrond?
- dan begint op het zuidelijk halfrond de herfst

2* **a** Leg uit waarom deze mensen geen gelijk hebben.
- een dag duurt 24 uur (86400 seconden)
- ze bedoelen dat het aantal uur daglicht in december minder is dan in de zomer

3** **a** Leg uit waarom het in de zomer warmer is dan in de winter.
- het gaat om de hoogte van de zon boven de horizon
- in de zomer komt de zon hoger dan in de winter
- hierdoor valt het zonlicht onder een kleinere hoek op het oppervlak waardoor het warmer wordt

b Leg uit of dit temperatuurverschil te maken heeft met de afstand van de aarde tot de zon.
- op 4 januari staat de zon het dichtst bij de aarde maar is het winter op het noordelijk halfrond
- de afstand van de aarde tot de zon heeft geen merkbare invloed op de temperatuur

4* **a** Hoe ziet de maan eruit bij nieuwe maan en hoe bij volle maan?
- bij nieuwe maan is de maan nauwelijks te zien omdat de zon de andere kant van de maan verlicht en je alleen de niet beschenen kant ziet
- bij volle maan verlicht de zon de zichtbare kant van de maan en zie je de maan volledig

b Hoe ontstaat springtij?
- springtij ontstaat als de zon, de maan en de aarde op één lijn staan

c Waarom is het twee keer per maand springtij?
- het is springtij bij nieuwe maan als de maan tussen de aarde en de zon staat
- en het is springtij bij volle maan als de aarde tussen de zon en de maan staat

5** **a** Leg uit waarom er niet iedere maand een maansverduistering en een zonsverduistering is.
- de maan en de aarde bewegen niet precies in hetzelfde vlak
- hierdoor valt de schaduw van de aarde niet iedere maand op de maan (maansverduistering) en de schaduw van de maan niet iedere maand op aarde (zonsverduistering)

b Leg uit waarom een zonsverduistering zeldzamer is dan een maansverduistering.
- omdat de maan kleiner is dan de aarde is de schaduw van de maan ook kleiner
- de kans dat de aarde in de schaduw van de maan komt is hierdoor kleiner

6* **a** Zoek op welke planeet het kortste jaar heeft en welke het langste jaar.
- kortste jaar: Mercurius (87,97 dagen)
- langste jaar: Neptunus (164,8 jaar)

b Zoek op welke planeet de kortste dag heeft en welke de langste dag.
- kortste dag: Jupiter (0,413 dagen)
- langste dag: Venus (243 dagen, met tegengestelde draairichting)

7* **a** Zoek op welke planeet dit is.
- Venus: een jaar duurt 224,7 dagen en een dag duurt 243 dagen (met tegengestelde draairichting)

b Zoek op welke planeten dit zijn.
- Venus en Uranus

c Controleer of Henk gelijk heeft.
- Henk heeft gelijk

d Controleer of Truus gelijk heeft.
- Truus heeft geen gelijk

8** **a** Leg uit waarom de siderische rotatieperiode van de aarde minder is dan 24 uur.
- behalve rotatie om haar as draait de aarde ook om de zon
- in één dag verplaats de aarde een beetje ten opzichte van de zon
- omdat de draairichting om de as hetzelfde is als de draairichting om de zon duurt een siderische dag korter

9* a** Stel dat de aarde zou veranderen in een gasplaneet. Hoeveel keer groter zou het volume (de inhoud) van de aarde dan zijn?

- $\rho = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad V = \frac{m}{\rho}$
- de dichtheid ρ wordt 5 keer kleiner en de massa m blijft gelijk
- volume V wordt 5 keer zo groot

b Hoe groot zou de straal van de aarde dan zijn?

- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \quad \rightarrow \quad V_{aarde} = \frac{4}{3}\pi \cdot (6{,}371 \cdot 10^6)^3 = 1{,}083207 \cdot 10^{21}\ m^3$
- $5 \cdot V_{aarde} = 5{,}416035 \cdot 10^{21}\ m^3$
- $5{,}416035 \cdot 10^{21} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \quad \rightarrow \quad r = 1{,}089426 \cdot 10^7 = 1{,}089 \cdot 10^7\ m$

OOK GOED

- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- V wordt 5 keer zo groot $\rightarrow$ r^3 wordt 5 keer zo groot
- r wordt $\sqrt[3]{5} = 1{,}71$ keer zo groot
- $1{,}71 \cdot 6{,}371 \cdot 10^6 = 1{,}089 \cdot 10^7\ m$

10* a Bij welke van de planeten is de helling ten opzichte van de ecliptica het grootst en hoe groot is deze grootste hellingshoek?

- grootste helling ten opzichte van de ecliptica: Mercurius (7,0 graden)
- kleinste helling ten opzichte van de ecliptica: Uranus (0,8 graden)

b Hebben de dwergplaneten Ceres en Pluto een grotere of een kleinere hellingshoek?

- Cerus: 10,6 graden | Pluto: 17,1 graden
- dus een grotere hellingshoek

11* a** Leg met behulp van figuur 2 uit hoe het komt dat gezien vanaf de aarde de bewegingsrichting van Mars lijkt om te keren.

- de aarde heeft een jaar van 365 dagen en mars heeft een jaar van 687 dagen
- tijdens de beweging om de zon haalt de aarde mars in
- vóór het inhalen zie je mars links aan de hemel en na het inhalen rechts aan de hemel
- het lijkt alsof mars van links naar rechts is bewogen

b Geef hiervoor een verklaring.

- het vlak waarin mars om de zon beweegt heeft een hoek van 1,8 graden ten opzichte van het vlak waarin de aarde om de zon beweegt
- terwijl de aarde mars inhaalt verschuift de plaats van mars een beetje

12*** **a** Bereken de gemiddelde snelheid van New Horizons.

- schat 9,5 jaar → $9{,}5 \cdot 365{,}25 = 3468$ dagen (in werkelijkheid 3457 dagen)
- 3457 dagen is $3457 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 2{,}987 \cdot 10^8$ s
- het verschil in baanstraal is $5{,}91 \cdot 10^{12} - 0{,}1496 \cdot 10^{12} = 5{,}7604 \cdot 10^{12}$ m
- $s = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad 5{,}7604 \cdot 10^{12} = v_{gem} \cdot 2{,}987 \cdot 10^8 \quad \rightarrow \quad v_{gem} = 19{,}3 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

b Verklaar het verschil met de uitkomst van vraag a.

- pluto heeft geen cirkelvormige baan en staat soms dichter bij de aarde
- de kleinste afstand tussen de aarde en pluto is dus niet het verschil in baanstraal
- in werkelijkheid is de kleinste afstand tussen aarde en pluto $4{,}28 \cdot 10^{12}$ m
- $v_{gem} = \dfrac{4{,}28 \cdot 10^{12}}{2{,}987 \cdot 10^8} = 1{,}44 \cdot 10^4 \text{ m/s} = 14{,}4 \text{ km/s}$

13** **a** Hoeveel jaar zit er gemiddeld tussen twee inslagen van zo'n grote meteoriet in bewoond gebied?

- 2% bewoond gebied is 1/50 van het aardoppervlak
- van de 50 inslagen komt er één in bewoond gebied
- $50 \cdot 50 = 2500$ → er zit 2500 jaar tussen twee inslagen in bewoond gebied

b Maak een schatting hoeveel jaar er gemiddeld zit tussen twee inslagen van zo'n grote meteoriet in Nederland.

- Nederland heeft een oppervlakte van ongeveer 140 bij 300 km = 42.000 km^2 (in werkelijkheid 41.543 km^2)
- oppervlak Aarde: $A = 4\pi \cdot r^2 \quad \rightarrow \quad A = 4\pi \cdot 6371^2 = 5{,}10064 \cdot 10^8 \text{ km}^2$
- verhouding $\dfrac{A_{Aarde}}{A_{Nederland}} = \dfrac{5{,}10064 \cdot 10^8}{4{,}1543 \cdot 10^4} = 12278$
- van de 12278 inslagen komt er één in Nederland
- $12278 \cdot 50 = 6{,}139 \cdot 10^5 = 6{,}1 \cdot 10^5$ jaar

c Bereken de snelheid waarmee de meteoriet in de dampkring kwam.

- 450 kiloton TNT is $450 \cdot 4{,}184 \cdot 10^{12} = 1{,}8828 \cdot 10^{15}$ J
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad 1{,}8828 \cdot 10^{15} = \frac{1}{2} \cdot 9{,}0 \cdot 10^6 \cdot v^2$
- $v = 2{,}04548 \cdot 10^4 = 2{,}05 \cdot 10^4 \text{ m/s} \quad (20{,}5 \text{ km/s})$

14** **a** Waar bevindt zich de Kuipergordel?

- de Kuipergordel bevindt zich op de afstand van Pluto van de zon

b Bereken de dichtheid van de komeet van Halley.

- $V = 15 \cdot 8 \cdot 8 = 960 \text{ km}^3 = 960 \cdot 10^9 \text{ m}^3$
- $\rho = \dfrac{m}{V} \quad \rightarrow \quad \rho = \dfrac{2{,}2 \cdot 10^{14}}{960 \cdot 10^9} = 229{,}167 = 2{,}3 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$

c Kan de komeet van Halley volledig uit steen of uit ijzer bestaan?
- nee want daarvoor is de dichtheid veel te klein

15* a** Op hoeveel AE van de zon bevindt dwergplaneet Pluto zich gemiddeld?
- baanstraal Pluto $= 5{,}91 \cdot 10^{12}$ m | baanstraal Aarde $= 0{,}1496 \cdot 10^{12}$ m
- afstand Pluto in AE is $\dfrac{5{,}91 \cdot 10^{12}}{0{,}1496 \cdot 10^{12}} = 39{,}5$ AE

b Hoeveel AE is de afstand tussen de zon en Proxima Centauri?
- Proxima Centauri staat op een afstand van $4{,}0 \cdot 10^{16}$ m
- afstand Proxima Centauri in AE is $\dfrac{4{,}0 \cdot 10^{16}}{0{,}1496 \cdot 10^{12}} = 2{,}6738 \cdot 10^{5} = 2{,}7 \cdot 10^{5}$ AE

c Bevindt de Proxima Centauri zich in de Oortwolk?
- nee want de Oortwolk strekt zich uit tot maximaal 100.000 AE
- Proxima Centauri bevindt zich op meer dan de dubbele afstand

19.2 Sterren en sterrenstelsels

1** **a** Hoeveel seconden heeft licht nodig om van de maan naar de aarde te reizen?

- $s = 384{,}4 \cdot 10^6$ m | $v = c = 2{,}99792458 \cdot 10^8$ m/s | $t = \ldots$ s
- $s = v_{gem} \cdot t \;\rightarrow\; 384{,}4 \cdot 10^6 = 2{,}99792458 \cdot 10^8 \cdot t \;\rightarrow\; t = 1{,}28222 = 1{,}282$ s

b Hoeveel uur heeft licht nodig om van de zon naar dwergplaneet Pluto te reizen?

- $s = 5{,}91 \cdot 10^{12}$ m | $v = c = 2{,}99792458 \cdot 10^8$ m/s | $t = \ldots$ s
- $s = v_{gem} \cdot t \;\rightarrow\; 5{,}91 \cdot 10^{12} = 2{,}99792458 \cdot 10^8 \cdot t \;\rightarrow\; t = 1{,}97136 \cdot 10^4$ s
- $1{,}97136 \cdot 10^4$ s $= 5{,}47601 = 5{,}48$ uur

c Hoeveel jaar heeft licht nodig om naar het middelpunt van de Melkweg te reizen?

- $s = 2{,}5 \cdot 10^{20}$ m | $v = c = 2{,}99792458 \cdot 10^8$ m/s | $t = \ldots$ s
- $s = v_{gem} \cdot t \;\rightarrow\; 2{,}5 \cdot 10^{20} = 2{,}99792458 \cdot 10^8 \cdot t \;\rightarrow\; t = 8{,}3391 \cdot 10^{11}$ s
- $8{,}3391 \cdot 10^{11}\ \text{s} = \dfrac{8{,}3391 \cdot 10^{11}}{365{,}25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 2{,}6425 \cdot 10^4 = 2{,}6 \cdot 10^4$ jaar

2** **a** Bereken hoeveel kubieke meter zand 300 miljard zandkorrels bevat.

- $300 \cdot 10^9 \cdot 0{,}015 = 4{,}5 \cdot 10^9\ \text{mm}^3$
- $1\ \text{mm}^3 = 1 \cdot 10^{-9}\ \text{m}^3$
- $4{,}5 \cdot 10^9\ \text{mm}^3 = 4{,}5\ \text{m}^3$

b Hoeveel zandzakken kun je vullen met het zand van vraag a?

- $r = 0{,}15$ m | $h = 0{,}40$ m | $V = \ldots\ \text{m}^3$
- volume cilinder: $V = \pi r^2 \cdot h \;\rightarrow\; V = \pi \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}4 = 2{,}8274 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$
- $\dfrac{4{,}5}{2{,}8274 \cdot 10^{-2}} = 159$ zandzakken

3** **a** Hoeveel sterren zijn er in totaal?

- $2000 \cdot 10^9 \cdot 200 \cdot 10^9 = 4{,}0 \cdot 10^{23}$ sterren

b Hoeveel waterstofatomen zijn er dan ongeveer in het heelal?

- massa waterstofatoom $1{,}007825$ u
- $1{,}007825\ \text{u} = 1{,}007825 \cdot 1{,}660539 \cdot 10^{-27} = 1{,}673533 \cdot 10^{-27}$ kg
- waterstofatomen in één ster: $\dfrac{1{,}9884 \cdot 10^{30}}{1{,}673533 \cdot 10^{-27}} = 1{,}1881 \cdot 10^{57}$
- waterstofatomen in het heelal: $1{,}1881 \cdot 10^{57} \cdot 4{,}0 \cdot 10^{23} = 4{,}75 \cdot 10^{80}$ H-atomen

4** **a** Over hoeveel jaar zien we de sterren die op dit moment in de Arendnevel worden geboren?

- $s = 6{,}62 \cdot 10^{19}$ m | $v = c = 2{,}99792458 \cdot 10^{8}$ m/s | $t = \ldots$ s
- $s = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad 6{,}62 \cdot 10^{19} = 2{,}99792458 \cdot 10^{8} \cdot t \quad \rightarrow \quad t = 2{,}2082 \cdot 10^{11}$ s
- $2{,}2082 \cdot 10^{11}\ \text{s} = \dfrac{2{,}2082 \cdot 10^{11}}{365{,}25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 6{,}9973 \cdot 10^{3} = 7{,}00 \cdot 10^{3}$ jaar

5** **a** Stel dat we geen intelligent leven waarnemen, is er dan ook geen intelligent leven in dit stelsel?

- het licht van het Andromedastelsel is 2,54 miljoen jaar geleden vertrokken
- in deze 2,54 miljoen jaar kan intelligent leven zich hebben ontwikkeld
- we mogen niet concluderen dat er nu geen intelligent leven is

6** **a** Stel dat op dit moment op een planeet ergens in het Messier 87 stelsel intelligent leven met een supertelescoop naar de aarde zou kijken, kunnen ze dan dinosaurussen zien rondlopen?

- opzoeken één lichtjaar is $9{,}461 \cdot 10^{15}$ m
- afstand is $\dfrac{5{,}2 \cdot 10^{23}}{9{,}461 \cdot 10^{15}} = 5{,}49625 \cdot 10^{7} = 55 \cdot 10^{6}$ lichtjaar
- ze zien de aarde 55 miljoen jaar in het verleden
- toen waren de dinosaurussen nog niet uitgestorven $\rightarrow$ ze kunnen dinosaurussen zien rondlopen

7** **a** Bereken de gemiddelde snelheid van de Voyager 1 ruimtesonde.

- $s = 17{,}42 \cdot 9{,}460886 \cdot 10^{15} = 1{,}648086 \cdot 10^{17}$ m
- 40.000 jaar is $40.000 \cdot 365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 1{,}26232 \cdot 10^{12}$ s
- $s = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad 1{,}648086 \cdot 10^{17} = v_{gem} \cdot 1{,}26232 \cdot 10^{12}$
- $v_{gem} = 1{,}3056 \cdot 10^{5} = 1{,}306 \cdot 10^{5}$ m/s

OOK GOED

- 17,42 lichtjaar in 40.000 jaar
- $v_{gem} = \dfrac{17{,}42}{40.000} \cdot c$
- $v_{gem} = \dfrac{17{,}42}{40.000} \cdot 2{,}99792 \cdot 10^{8} = 1{,}305596 \cdot 10^{5} = 1{,}306 \cdot 10^{5}$ m/s

8*** **a** Hoe groot is de gemiddelde afstand tussen twee sterren in de buurt van de zon?

- $\sqrt[3]{250} = 6{,}2996 = 6{,}3$
- 250 kubieke lichtjaar is een kubus met een ribbe van 6,3 lichtjaar
- de gemiddelde afstand tussen twee sterren is 6,3 lichtjaar

b Bereken de gemiddelde afstand in lichtjaar tussen de aarde en de meest nabije aardachtige planeet.

- 1 ster in 250 kubieke lichtjaar $\rightarrow$ 100 sterren in 25000 kubieke lichtjaar
- $\sqrt[3]{25000} = 29{,}24$
- in een kubus met ribbe van 29,24 lichtjaar bevindt zich 1 aardachtige planeet
- de gemiddelde afstand tot de meest nabije aardachtige planeet is 29,2 lichtjaar

c Bereken de gemiddelde afstand in lichtjaar tussen de aarde en de meest nabije planeet met buitenaards leven.

- 1 ster in 250 kubieke lichtjaar $\rightarrow$ 10^4 sterren in $250 \cdot 10^4$ kubieke lichtjaar
- $\sqrt[3]{250 \cdot 10^4} = 135{,}72$
- in een kubus met ribbe van 135,72 lichtjaar bevindt zich 1 planeet met buitenaards leven
- de gemiddelde afstand tot de meest nabije planeet met buitenaards leven is 136 lichtjaar

19.3 Cirkelbeweging

1*** **a** Bereken de baansnelheid van de aarde om de zon.

- opzoeken: $r_{\text{baan Aarde}} = 0{,}1496 \cdot 10^{12}$ m
- opzoeken: $T_{\text{Aarde}} = 365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 3{,}15581184 \cdot 10^{7}$ s
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad v = \dfrac{2\pi \cdot 0{,}1496 \cdot 10^{12}}{3{,}15581184 \cdot 10^{7}} = 2{,}97852 \cdot 10^{4} = 2{,}979 \cdot 10^{4}$ m/s (4 s.c.)

b Bereken de middelpuntzoekende kracht die de zon op de aarde uitoefent.

- $m_{\text{Aarde}} = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg | $v_{\text{baan}} = 2{,}97852 \cdot 10^{4}$ m/s | $r_{\text{baan}} = 0{,}1496 \cdot 10^{12}$ m
- $F_{\text{mpz}} = \dfrac{m \cdot v^2}{r}$
- $F_{\text{mpz}} = \dfrac{5{,}972 \cdot 10^{24} \cdot (2{,}97852 \cdot 10^{4})^2}{0{,}1496 \cdot 10^{12}} = 3{,}54151 \cdot 10^{22} = 3{,}542 \cdot 10^{22}$ N (4 s.c.)

c Bereken de middelpuntzoekende kracht die de zon op Saturnus uitoefent.

- opzoeken: $m_{\text{Saturnus}} = 568 \cdot 10^{24}$ kg
- opzoeken: $r_{\text{baan Saturnus}} = 1{,}427 \cdot 10^{12}$ m
- opzoeken: $T_{\text{Saturnus}} = 29{,}45 \cdot 365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 9{,}29386587 \cdot 10^{8}$ s
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad v = \dfrac{2\pi \cdot 1{,}427 \cdot 10^{12}}{9{,}29386587 \cdot 10^{7}} = 9{,}647337 \cdot 10^{3} = 9{,}647 \cdot 10^{3}$ m/s
- $F_{\text{mpz}} = \dfrac{m \cdot v^2}{r} \quad \rightarrow \quad F_{\text{mpz}} = \dfrac{568 \cdot 10^{24} \cdot (9{,}647337 \cdot 10^{3})^2}{1{,}427 \cdot 10^{12}} = 3{,}70458 \cdot 10^{22} = 3{,}70 \cdot 10^{22}$ N
  (3 s.c.)

d Is F_{mpz} die op Saturnus wordt uitgeoefend groter of kleiner dan F_{mpz} die op de aarde wordt uitgeoefend?

- vergelijk je antwoorden op b en c
- F_{mpz} op Saturnus is groter dan F_{mpz} op de aarde

e Is de baansnelheid van Saturnus groter of kleiner dan de baansnelheid van de aarde?

- bij vraag a bereken je voor de aarde: $v = 2{,}979 \cdot 10^{4}$ m/s
- bij vraag b bereken je voor Saturnus: $v = 9{,}647 \cdot 10^{3}$ m/s
- de baansnelheid van Saturnus is kleiner dan die van de aarde

2*** **a** Bereken de baansnelheid van de zon.

- één lichtjaar is $9{,}460886 \cdot 10^{15}$ m
- $r_{\text{baan Zon}} = 27 \cdot 10^{3} \cdot 9{,}460886 \cdot 10^{15} = 2{,}55444 \cdot 10^{20}$ m
- één jaar is $3{,}15581184 \cdot 10^{7}$ s

- $T_{Zon} = 225 \cdot 10^6 \cdot 3{,}15581184 \cdot 10^7 = 7{,}10058 \cdot 10^{15}$ s
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \;\rightarrow\; v = \dfrac{2\pi \cdot 2{,}55444 \cdot 10^{20}}{7{,}10058 \cdot 10^{15}} = 2{,}26039 \cdot 10^5 = 2{,}26 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

b Bereken F_{mpz} die op de zon wordt uitgeoefend.
- $m_{Zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg | $v = 2{,}26039 \cdot 10^5$ m/s | $r_{baan} = 2{,}55444 \cdot 10^{20}$ m
- $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v^2}{r}$
- $F_{mpz} = \dfrac{1{,}9884 \cdot 10^{30} \cdot (2{,}26039 \cdot 10^5)^2}{2{,}55444 \cdot 10^{20}} = 3{,}97718 \cdot 10^{20} = 3{,}98 \cdot 10^{20}$ N

c Hoeveel galactische jaren heeft de zon gehad?
- leeftijd zon is $4{,}5 \cdot 10^9$ jaar miljard jaar oud
- één omwenteling in $225 \cdot 10^6$ jaar
- aantal galactische jaren: $\dfrac{4{,}5 \cdot 10^9}{225 \cdot 10^6} = 20$ galactische jaren

d Hoeveel galactische jaren wordt de zon oud?
- de zon wordt ongeveer $2 \cdot 20 = 40$ galactische jaren oud

3**** **a** Hoe groot is de baansnelheid op de Noordpool?
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- op de Noordpool: $r = 0 \;\rightarrow\; v_{baan} = 0$ m/s

b Hoe groot is de baansnelheid op de evenaar?
- opzoeken: $r_{aarde} = 6{,}378 \cdot 10^6$ m   bij de evenaar, zie voetnoot 3 bij Binas tabel 31
- $T = 24 \cdot 60 \cdot 60 = 86400$ s
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \;\rightarrow\; v = \dfrac{2\pi \cdot 6{,}378 \cdot 10^6}{86400} = 4{,}63821 \cdot 10^2 = 4{,}638 \cdot 10^2 \text{ m/s}$ (4 s.c.)

c Hoe groot is de middelpuntzoekende kracht op een persoon van 70 kg op de evenaar?
- $m = 70$ kg | $v = 4{,}63821 \cdot 10^2$ m/s | $r = 6{,}371 \cdot 10^6$ m | $F_{mpz} = \ldots$ N
- $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v^2}{r} \;\rightarrow\; F_{mpz} = \dfrac{70 \cdot (4{,}63821 \cdot 10^2)^2}{6{,}378 \cdot 10^6} = 2{,}3611 = 2{,}4$ N

d Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?
- van de zwaartekracht

e Is de baansnelheid in Amsterdam groter, kleiner of even groot als op de evenaar?
- de straal van de cirkelbeweging van Amsterdam is kleiner dan die van de cirkelbeweging op de evenaar

- de omlooptijd is in Amsterdam gelijk aan die op de evenaar
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- r is kleiner en T is gelijk $\rightarrow$ v is kleiner

f Toon dit aan.

- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad v^2 = \left(\dfrac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2 = \dfrac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2}$
- $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v^2}{r} \quad \rightarrow \quad F_{mpz} = \dfrac{m}{r} \cdot \dfrac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2} = \dfrac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$

g Is de middelpuntzoekende kracht op een persoon van 70 kg in Amsterdam groter, kleiner of even groot als op de evenaar?

- de straal van de cirkelbeweging van Amsterdam is kleiner dan die van de cirkelbeweging op de evenaar
- de omlooptijd is in Amsterdam gelijk aan die op de evenaar
- $F_{mpz} = \dfrac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$
- r is kleiner en T is gelijk $\rightarrow$ F_{mpz} is kleiner

h Bereken F_{mpz} op een persoon van 70 kg in Amsterdam.

- $r_{baan\ Ams} = r_{aarde} \cdot \cos 52 \quad \rightarrow \quad r_{baan\ Ams} = 6{,}371 \cdot 10^6 \cdot 0{,}61566 = 3{,}92238 \cdot 10^6$ m
- $F_{mpz} = \dfrac{4\pi^2 \cdot 70 \cdot 3{,}92238 \cdot 10^6}{86400^2} = 1{,}452044 = 1{,}5\ \text{N}$

19.4 Gravitatie

1** **a** Bereken de gravitatiekracht die deze stenen op elkaar uitoefenen.

- $F_G = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r^2}$ met $G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ \text{N m}^2\ \text{kg}^{-2}$
- $F_G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{1 \cdot 1}{1^2} = 6{,}6743 \cdot 10^{-11} = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \text{N}$

b Bereken de afstand tussen twee puntmassa's van 1,0 kg die een gravitatiekracht van 1,0 N op elkaar uitoefenen.

- $F_G = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r^2}$
- $1 = 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{1 \cdot 1}{r^2} \rightarrow r^2 = 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \rightarrow r = 8{,}16964 \cdot 10^{-6} = 8{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$

2** **a** Leid de formule af voor g die volgt uit de gravitatiewet van Newton.

- vlak bij het oppervlak van de aarde geldt: $M = m_{aarde}$ en $r = r_{aarde}$
- $F_G = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r^2} \rightarrow F_G = m \cdot G \cdot \dfrac{m_{aarde}}{r_{aarde}^2}$
- $F_Z = m \cdot g \rightarrow g = G \cdot \dfrac{m_{aarde}}{r_{aarde}^2}$

b Geef de eenheid af van de gravitatieconstante G in basiseenheden.

- $F_G = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r^2} \rightarrow N = [G] \cdot \dfrac{kg \cdot kg}{m^2}$ eenheden invullen in de formule
- $[G] = N \cdot \dfrac{m^2}{kg^2}$
- $N = kg \cdot \dfrac{m}{s^2}$ basiseenheden invullen voor newton
- $[G] = kg \cdot \dfrac{m}{s^2} \cdot \dfrac{m^2}{kg^2} = \dfrac{m^3}{kg \cdot s^2}$

c Leid de eenheid van g af uit de gravitatiewet van Newton in basiseenheden.

- $g = G \cdot \dfrac{m_{aarde}}{r_{aarde}^2} \rightarrow [g] = \dfrac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot \dfrac{kg}{m^2} = \dfrac{m}{s^2}$

3*** **a** Bereken de massa's van de twee loden bollen.

- grote bol: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}15^3 = 1{,}4137 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$
- kleine bol: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}0255^3 = 6{,}9456 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^3$

- $\rho = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad m = \rho \cdot V$ met $\rho_{lood} = 11{,}3 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
- grote bol: $m_{groot} = 11{,}3 \cdot 10^3 \cdot 1{,}4137 \cdot 10^{-2} = 159{,}748 = 160 \text{ kg}$
- kleine bol: $m_{klein} = 11{,}3 \cdot 10^3 \cdot 6{,}9456 \cdot 10^{-5} = 0{,}78485 = 0{,}78 \text{ kg}$

b Bereken de gravitatiekracht tussen de twee bollen als de afstand tussen de bollen gemeten vanaf de buitenkant 1,0 cm is.
- r is de afstand tussen de zwaartepunten van de bollen in meter
- $r = 0{,}15 + 0{,}0255 + 0{,}010 = 0{,}1855 \text{ m}$ $r_{grote\ bol} + r_{kleine\ bol}$ + afstand 1,0 cm
- $F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$
- $F_G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{159{,}75 \cdot 0{,}78485}{0{,}1855^2} = 2{,}431898 \cdot 10^{-7} = 2{,}4 \cdot 10^{-7} \text{ N}$

4** **a** Bereken de massa van de aarde.
- $g = G \cdot \frac{m_{aarde}}{r_{aarde}^2} \quad \rightarrow \quad 9{,}80665 = 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{m_{aarde}}{(6{,}371 \cdot 10^6)^2}$
- $m_{aarde} = 5{,}9639 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

MERK OP dat dit afwijkt van de massa in Binas. Dit komt omdat de straal van de aarde niet overal $6{,}371 \cdot 10^6$ m is. Door het gebruik van de gemiddelde straal ontstaat een kleine afwijking.

b Bereken het volume van de aarde.
- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (6{,}371 \cdot 10^6)^3 \quad \rightarrow \quad V = 1{,}083207 \cdot 10^{21} = 1{,}083 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$ (4 s.c.)

c Bereken de gemiddelde dichtheid van de aarde.
- $\rho = \frac{m}{V}$
- $\rho = \frac{5{,}9639 \cdot 10^{24}}{1{,}083207 \cdot 10^{21}} \quad \rightarrow \quad \rho = 5{,}50578 \cdot 10^3 = 5{,}506 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$ (4 s.c.)

d Welke conclusie kun je trekken uit bovenstaande gegevens in combinatie met het antwoord op vraag c?
- de dichtheid van steen is een kleiner dan de gemiddelde dichtheid van de aarde
- de dichtheid van metalen is groter dan de gemiddelde dichtheid van de aarde
- de aarde bestaat uit zowel steen als metaal

5*** **a** Welke kracht werkt in dit gedachtenexperiment als middelpuntzoekende kracht?
- zonder luchtweerstand werkt alleen de zwaartekracht op de kogel
- $\Sigma F = F_Z = F_{mpz}$

b Toon dit aan.

- $\Sigma F = F_Z = F_{mpz} \quad \rightarrow \quad m \cdot \frac{v^2}{r_{aarde}} = m \cdot g$ m wegstrepen
- $v^2 = g \cdot r_{aarde} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{g \cdot r_{aarde}}$

c Bereken de beginsnelheid waarbij de kogel een rondje om de aarde maakt.

- opzoeken: $r_{aarde} = 6{,}371 \cdot 10^6$ m
- $v = \sqrt{9{,}81 \cdot 6{,}371 \cdot 10^6} = 7{,}90566 \cdot 10^3 = 7{,}91 \cdot 10^3$ m/s

d Bereken de omlooptijd van de kogel.

- $v_{baan} = 7{,}90566 \cdot 10^3$ m/s
- omtrek aarde: $2\pi \cdot r_{aarde} = 2\pi \cdot 6{,}371 \cdot 10^6 = 4{,}003017 \cdot 10^7$ m
- $s = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad 4{,}003017 \cdot 10^7 = 7{,}90566 \cdot 10^3 \cdot t \quad \rightarrow \quad t = 5{,}06348 \cdot 10^3$ s
- $t = \frac{5{,}06348 \cdot 10^3}{60 \cdot 60} 1{,}40652 = 1{,}41$ uur

6** **a** Zoek de massa van de aarde, de massa van de maan en de afstand tussen de

- massa van de aarde is $5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg
- massa van de maan is $0{,}0735 \cdot 10^{24}$ kg
- afstand van de maan tot de aarde is $384{,}4 \cdot 10^6$ m.

b Bereken de gravitatiekracht die de aarde op de maan uitoefent.

- $F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ met $G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}
- $F_G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{0{,}0735 \cdot 10^{24} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{(384{,}4 \cdot 10^6)^2} = 1{,}98265 \cdot 10^{20} = 1{,}98 \cdot 10^{20}$ N

c Bereken de gravitatiekracht die de maan op de aarde uitoefent.

- gebruik dezelfde formule met dezelfde getallen
- dit geeft hetzelfde antwoord: $F_G = 1{,}98 \cdot 10^{20}$ N

d Bereken de baansnelheid van de maan.

- $F_{mpz} = 1{,}98265 \cdot 10^{20}$ N | $m_{maan} = 0{,}0735 \cdot 10^{24}$ kg | $r = 384{,}4 \cdot 10^6$ m
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad \rightarrow \quad 1{,}98265 \cdot 10^{20} = \frac{0{,}0735 \cdot 10^{24} \cdot v^2}{384{,}4 \cdot 10^6}$
- $v = 1{,}01829 \cdot 10^3 = 1{,}02 \cdot 10^3$ m/s

7*** **a** Toon dit aan.

- $F_{mpz} = F_G \quad \rightarrow \quad \frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = \quad \rightarrow \quad v^2 = G \cdot \frac{M}{r} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$

b Toon dit aan.

- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad v^2 = \dfrac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2}$
- $v^2 = G \cdot \dfrac{M}{r} \quad \rightarrow \quad \dfrac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2} = G \cdot \dfrac{M}{r} \quad \rightarrow \quad \dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G \cdot M}{4\pi^2}$

8** **a** Bereken de afstand tussen de aarde en de maan.

- $\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
- $T = 27{,}321\ \text{dagen} = 2{,}36053 \cdot 10^6\ \mathrm{s}$
- $\dfrac{r^3}{(2{,}36053 \cdot 10^6)^2} = \dfrac{6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 5{,}62581 \cdot 10^{25} \quad \rightarrow \quad r = 3{,}83173 \cdot 10^8 = 3{,}832 \cdot 10^8\ \mathrm{m}$

OPMERKING: de werkelijke afstand is $r = 3{,}844 \cdot 10^8\ \mathrm{m}$. Het verschil wordt veroorzaakt doordat de massa van de maan niet verwaarloosbaar is ten opzichte van de massa van de aarde.

9*** **a** Bereken de snelheid waarmee Mars om de zon draait.

- $\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
- $T = 687{,}0\ \text{dagen} = 5{,}93568 \cdot 10^7\ \mathrm{s}$ | massa zon is $1{,}9884 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}$
- $\dfrac{r^3}{(5{,}93568 \cdot 10^7)^2} = \dfrac{6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 1{,}18438 \cdot 10^{34} \quad \rightarrow \quad r = 2{,}27945 \cdot 10^{11} = 2{,}279 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad v = \dfrac{2\pi \cdot 2{,}27945 \cdot 10^{11}}{5{,}93568 \cdot 10^7} = 2{,}4129 \cdot 10^4 = 2{,}413 \cdot 10^4\ \mathrm{m/s}$

b Bereken de kortste afstand tussen Aarde en Mars.

- opzoeken baanstralen $r_{\text{baan Aarde}} = 1{,}496 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$ | $r_{\text{baan Mars}} = 2{,}28 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$
- kleinste afstand: $r_{min} = 2{,}28 \cdot 10^{11} - 1{,}496 \cdot 10^{11} = 7{,}84 \cdot 10^{10}\ \mathrm{m}$

c Bereken de gemiddelde snelheid van de raket.

- $T = 245\ \text{dagen} = 2{,}1168 \cdot 10^7\ \mathrm{s}$ | $s = 7{,}84 \cdot 10^{10}\ \mathrm{m}$ kortste afstand
- $s = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad 7{,}84 \cdot 10^{10} = v_{gem} \cdot 2{,}1168 \cdot 10^7$
- $v_{gem} = 3{,}7037 \cdot 10^3 = 3{,}70 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s} = 13{,}3 \cdot 10^3\ \mathrm{km/h}$

10**** **a** Bereken de massa van het centrum de Melkweg uitgedrukt in aantal keer de zonmassa.

- $T = 2{,}45 \cdot 10^{8}$ jaar $= 7{,}731739 \cdot 10^{15}$ s   een jaar heeft 365,256 dagen
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \;\rightarrow\; v = \dfrac{2\pi \cdot 2{,}5 \cdot 10^{20}}{7{,}731739 \cdot 10^{15}} = 2{,}03162 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}$
- $F_{mpz} = F_G \;\rightarrow\; \dfrac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r^2} = \;\rightarrow\; v^2 = G \cdot \dfrac{M}{r}$
- $(2{,}03162 \cdot 10^{5})^2 = 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{M}{2{,}5 \cdot 10^{20}} \;\rightarrow\; M = 1{,}54604 \cdot 10^{41}\ \text{kg}$
- $m_{melkweg} = 1{,}54604 \cdot 10^{41}\ \text{kg}$ | $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}\ \text{kg}$
- $\dfrac{m_{melkweg}}{m_{zon}} = \dfrac{1{,}54604 \cdot 10^{41}}{1{,}9884 \cdot 10^{30}} = 7{,}77528 \cdot 10^{10} = 7{,}8 \cdot 10^{10}$ 78 miljard keer de zonmassa

11*** **a** Bereken de (baan) snelheid van de ruimtecapsule.

- $r = 1{,}738 \cdot 10^{6} + 112 \cdot 10^{3} = 1{,}85 \cdot 10^{6}\ \text{m}$ | $T = 119$ minuten $= 7140$ s
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \;\rightarrow\; v = \dfrac{2\pi \cdot 1{,}85 \cdot 10^{6}}{7140} = 1{,}627996 \cdot 10^{3} = 1{,}63 \cdot 10^{3}\ \text{m/s}$

b Bereken de massa van de maan.

- $F_{mpz} = F_G \;\rightarrow\; \dfrac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r^2} = \;\rightarrow\; v^2 = G \cdot \dfrac{M}{r}$
- $M = \dfrac{r \cdot v^2}{G} \;\rightarrow\; M = \dfrac{1{,}85 \cdot 10^{6} \cdot (1{,}628 \cdot 10^{3})^2}{6{,}6743 \cdot 10^{-11}} = 7{,}3464 \cdot 10^{22} = 7{,}35 \cdot 10^{22}\ \text{kg}$

12*** **a** Leg uit wat met een polaire baan wordt bedoeld.

- een polaire baan is een baan om de Noordpool en de Zuidpool

b Bereken de baanstraal van de MetOP satelliet.

- $\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ \text{N m}^2\ \text{kg}^{-2}$
- $T = 101$ minuten $= 6060$ s | $m_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg | $r = \ldots$ m
- $\dfrac{r^3}{(6060)^2} = \dfrac{6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 3{,}70703 \cdot 10^{20} \;\rightarrow\; r = 7{,}18356 \cdot 10^{6} = 7{,}18 \cdot 10^{6}\ \text{m}$

c Hoeveel kilometer staat de MetOp satelliet boven het aardoppervlak?

- hoogte $= r - r_{aarde} \;\rightarrow\; h = 7{,}1836 \cdot 10^{6} - 6{,}371 \cdot 10^{6} = 8{,}126 \cdot 10^{5}\ \text{m} = 813\ \text{km}$

13* a** Bereken de omtrek van de baan van de ISS.

- $r = 6{,}371 \cdot 10^6 + 370 \cdot 10^3 = 6{,}741 \cdot 10^6$ m
- $\text{omtrek} = 2\pi \cdot r \rightarrow \text{omtrek} = 2\pi \cdot 6{,}741 \cdot 10^6 = 4{,}2355 \cdot 10^7 = 4{,}24 \cdot 10^7$ m

c Bereken de snelheid van de ISS.

- $F_{mpz} = F_G \rightarrow \dfrac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r^2} = \rightarrow v^2 = G \cdot \dfrac{M}{r} \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}$
- $v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}} \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{(6{,}371 \cdot 10^6 + 370 \cdot 10^3)}} = 7{,}68954 \cdot 10^3 = 7{,}69 \cdot 10^3$ m/s

c Bereken de omlooptijd van de ISS.

- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow 7{,}68954 \cdot 10^3 = \dfrac{2\pi \cdot (6{,}371 \cdot 10^6 + 370 \cdot 10^3)}{T}$
- $T = 5{,}50812 \cdot 10^3 = 5{,}51 \cdot 10^3$ s

14* a** Bereken de omlooptijd van een GPS-satelliet.

- $F_{mpz} = F_G \rightarrow \dfrac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r^2} = \rightarrow v^2 = G \cdot \dfrac{M}{r} \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}$
- $v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}} \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{(6{,}371 \cdot 10^6 + 20{,}229 \cdot 10^6)}} = 3{,}87099 \cdot 10^3$ m/s
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow 3{,}870989 \cdot 10^3 = \dfrac{2\pi \cdot (6{,}371 \cdot 10^6 + 20{,}229 \cdot 10^6)}{T}$
- $T = 4{,}317572 \cdot 10^4 = 4{,}318 \cdot 10^4$ s

OOK GOED

- $\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ \text{N m}^2\ \text{kg}^{-2}$
- $r = 20{,}229 \cdot 10^6 + 6{,}371 \cdot 10^6 = 2{,}6600 \cdot 10^7$ m
- $\dfrac{(2{,}66 \cdot 10^7)^3}{T^2} = \dfrac{6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- kruislings vermenigvuldigen: $T^2 = \dfrac{4\pi^2 \cdot (2{,}66 \cdot 10^7)^3}{6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}$
- $T^2 = 1{,}86414 \cdot 10^9 \rightarrow T = 4{,}317572 \cdot 10^4 = 4{,}318 \cdot 10^4$ s

b Bereken hoeveel graden de aarde om haar as is gedraaid in de omlooptijd van een GPS-satelliet.

- $24\ \text{h} = 8{,}64 \cdot 10^4$ s
- de aarde draait 360 graden in $8{,}64 \cdot 10^4$ s
- in $4{,}317572 \cdot 10^4$ s draait de aarde $\dfrac{4{,}3117572 \cdot 10^4}{8{,}64 \cdot 10^4} \cdot 360 = 179{,}9 = 180$ graden

c Hoeveel omlopen maakt een GPS-satelliet per dag om de aarde?
- in 1 omloop draait de aarde 180 graden $\rightarrow$ 360 graden in 2 omlopen
- een GPS-satelliet heeft 2 omlopen per dag

15*** **a** Leg uit wat met een geostationaire baan wordt bedoeld.
- een satelliet met een geostationaire baan staat stil boven een vast punt boven het aardoppervlak
- een satelliet met een geostationaire baan heeft een omlooptijd van 24 uur
- een satelliet met een geostationaire baan bevindt zich boven de evenaar

b Leg uit waarom dit noodzakelijk is.
- als de baan van de satelliet een helling maakt ten opzichte van het vlak van de evenaar staat de satelliet niet meer stil boven een vast punt op het aardoppervlak

c Bereken de afstand van een geostationaire satelliet tot het middelpunt van de aarde.
- $\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$
- $T = 24\ \text{h} = 8{,}64 \cdot 10^4\ \text{s}$ | $m_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$
- $\dfrac{r^3}{86400^2} = \dfrac{6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 7{,}53691 \cdot 10^{22} \rightarrow r = 4{,}22407 \cdot 10^7 = 4{,}224 \cdot 10^7\ \text{m}$

d Bereken hoe hoog een geostationaire satelliet zich boven het aardoppervlak bevindt.
- $h_{geostationair} = 4{,}224 \cdot 10^7 - 6{,}378 \cdot 10^6 = 3{,}58621 \cdot 10^7 = 3{,}586 \cdot 10^7\ \text{m}$

e Bereken de baansnelheid van een geostationaire satelliet.
- $r = 4{,}22407 \cdot 10^7\ \text{m}$ | $T = 86400\ \text{s}$ | $v_{baan} = \ldots\ \text{m/s}$
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v = \dfrac{2\pi \cdot 4{,}22407 \cdot 10^7}{86400} = 3{,}07183 \cdot 10^3 = 3{,}072 \cdot 10^3\ \text{m/s}$

16*** **a** Denk je dat de ster die de supernova heeft veroorzaakt daadwerkelijk is ontploft op 4 juli 1054? Zo nee, wanneer dan wel?
- opzoeken: één lichtjaar is $9{,}461 \cdot 10^{15}\ \text{m}$
- $\dfrac{6{,}15 \cdot 10^{19}}{9{,}461 \cdot 10^{15}} = 6500$ lichtjaar
- in werkelijkheid vond de supernova 6500 eerder plaats
- $1054 - 6500 = 5446$ jaar v. Chr.

b Hoe vaak past het zonnestelsel tot aan Pluto in de Krabnevel?
Hint: gebruik de formule voor het volume van een bol.
- 5,5 lichtjaar is $5{,}5 \cdot 9{,}461 \cdot 10^{15} = 5{,}20355 \cdot 10^{16}\ \text{m}$

- krabnevel: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (5{,}20355 \cdot 10^{16})^3 \quad \rightarrow \quad V = 5{,}901845 \cdot 10^{50}\ m^3$
- afstand Zon – Pluto is $5{,}91 \cdot 10^{12}$ m
- zonnestelsel: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (5{,}91 \cdot 10^{12})^3 \quad \rightarrow \quad V = 8{,}64671 \cdot 10^{38}\ m^3$
- $\dfrac{V_{krabnevel}}{V_{zonnestelsel}} = \dfrac{5{,}9101845 \cdot 10^{50}}{8{,}64671 \cdot 10^{38}} = 6{,}83518 \cdot 10^{11} = 6{,}8 \cdot 10^{11}$
- het zonnestelsel past $6{,}8 \cdot 10^{11}$ keer in de krabnevel

c Bereken de omloopfrequentie van de Krab-pulsar.
- $T = 33{,}4 \cdot 10^{-3}\ s \quad | \quad f = \ldots Hz$
- $f = \dfrac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \dfrac{1}{33{,}4 \cdot 10^{-3}} = 29{,}94 = 29{,}9\ Hz$

d Hoe groot is dan de gravitatiekracht op deze steen?
- $m_{pulsar} = 1{,}4 \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30} = 2{,}78376 \cdot 10^{30}\ kg \quad | \quad r_{pulsar} = 1{,}0 \cdot 10^4\ m$
- $F_G = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r^2}$ met $G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$
- $F_G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{2{,}78376 \cdot 10^{30} \cdot 60}{(1{,}0 \cdot 10^4)^2} = 1{,}11478 \cdot 10^{14} = 1{,}1 \cdot 10^{14}\ N$

e Bereken deze middelpuntzoekende kracht.
- $r_{pulsar} = 1{,}0 \cdot 10^4\ m \quad | \quad T_{pulsar} = 33{,}4 \cdot 10^{-3}\ s \quad | \quad v = \ldots m/s$
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad v = \dfrac{2\pi \cdot 1{,}0 \cdot 10^4}{33{,}4 \cdot 10^{-3}} = 1{,}88119 \cdot 10^6\ m/s$
- $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v^2}{r} \quad \rightarrow \quad F_{mpz} = \dfrac{60 \cdot \left(1{,}88119 \cdot 10^6\right)^2}{1{,}0 \cdot 10^4} = 2{,}12333 \cdot 10^{10} = 2{,}1 \cdot 10^{10}\ N$

f Wordt vanwege de snelle rotatie de steen van de Krabpulsar afgeslingerd?
- de gravitatiekracht is $F_G = 1{,}1 \cdot 10^{14}\ N$
- de middelpuntzoekende kracht is $F_{mpz} = 2{,}1 \cdot 10^{10}\ N$
- F_G is groter dan F_{mpz} $\rightarrow$ de steen wordt er niet afgeslingerd

17**

a Bereken de kracht die de zon op Pioneer-10 uitoefent op een afstand van $6{,}2 \cdot 10^{12}$ m.
- $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}\ kg \quad | \quad m_{pioneer} = 240\ kg \quad | \quad r = 6{,}2 \cdot 10^{12}\ m$
- $F_G = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r^2}$ met $G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$
- $F_G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{1{,}9884 \cdot 10^{30} \cdot 240}{(6{,}2 \cdot 10^{12})^2} = 8{,}28586 \cdot 10^{-4} = 8{,}3 \cdot 10^{-4}\ N$

b Op welke afstand van de aarde is de Pioneer-10 in 2030? Ga er van uit dat de Pioneer-10 vanaf de lancering in 1971 een constante snelheid heeft?

- $s = 6{,}2 \cdot 10^{12}$ m | $t = 11$ jaar $= 3{,}47 \cdot 10^8$ s | $v_{gem} = \ldots$ m/s
- $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow 6{,}2 \cdot 10^{12} = v_{gem} \cdot 3{,}47 \cdot 10^8 \rightarrow v_{gem} = 1{,}787 \cdot 10^4$ m/s
- $2030 - 1972 = 58$ jaar $= 1{,}83 \cdot 10^9$ s
- $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow s = 1{,}787 \cdot 10^4 \cdot 1{,}83 \cdot 10^9 = 3{,}27 \cdot 10^{13}$ m

c Hoeveel jaar doet de Pioneer-10 om bij Aldebaran aan te komen?

- opzoeken: afstand Aldebaran is $63{,}1 \cdot 10^{16}$ m
- $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow 63{,}1 \cdot 10^{16} = 1{,}787 \cdot 10^4 \cdot t \rightarrow t = 3{,}531 \cdot 10^{13}$ s
- $t = \dfrac{3{,}531 \cdot 10^{13}}{365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 1{,}1189 \cdot 10^6 = 1{,}1 \cdot 10^6$ jaar

c Hoe kun je aan de afbeelding zien hoe groot mensen zijn?

- op de achtergrond staat een afbeelding van de Piuoneer-10 sonde
- daarmee kan de afmeting van een mens worden vergeleken

18* a** Bereken de massa van de ster Gliese.

- $r = 0{,}21\,\text{AE} = 0{,}21 \cdot 1{,}49598 \cdot 10^{11} = 3{,}141558 \cdot 10^{10}$ m
- $T = 61{,}0\,\text{d} = 61{,}0 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 5{,}2704 \cdot 10^6$ s
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v = \dfrac{2\pi \cdot 3{,}141558 \cdot 10^{10}}{5{,}2704 \cdot 10^6} = 3{,}74525 \cdot 10^4$ m/s
- $F_{mpz} = F_G \rightarrow \dfrac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r^2} \rightarrow v^2 = G \cdot \dfrac{M}{r}$
- $(3{,}74525 \cdot 10^4)^2 = 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{M}{3{,}141558 \cdot 10^{10}} \rightarrow M = 6{,}60239 \cdot 10^{29} = 6{,}6 \cdot 10^{29}$ kg

b Bereken de straal van Giese b.

- $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³ | $m = 600 \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24} = 3{,}5832 \cdot 10^{27}$ kg | $V = \ldots$ m³
- $\rho = \dfrac{m}{V} \rightarrow V = \dfrac{m}{\rho} \rightarrow V = \dfrac{3{,}5832 \cdot 10^{27}}{1{,}0 \cdot 10^3} = 3{,}5832 \cdot 10^{24}$ m³
- bolvorm: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow 3{,}5832 \cdot 10^{24} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow r = 9{,}4929 \cdot 10^7 = 9{,}5 \cdot 10^7$ m

c Is Giese b groter of kleiner dan Jupiter?

- de straal van Jupiter is $69{,}91 \cdot 10^6$ m
- Giese b is dus groter dan Jupiter

d Stel dat de New Horizon doorvliegt naar de planeet Giese b. In welk jaar zou hij dan aankomen?

- $s = 15{,}2$ lichtjaar $= 15{,}2 \cdot 9{,}461 \cdot 10^{15} = 1{,}43807 \cdot 10^{15}$ m | $v_{gem} = 16{,}3 \cdot 10^3$ m/s
- $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow 1{,}43807 \cdot 10^{15} = 16{,}3 \cdot 10^3 \cdot t \rightarrow t = 8{,}82253 \cdot 10^{12}$ s

- $t = \dfrac{8{,}82253 \cdot 10^{12}}{365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 2{,}79564 \cdot 10^{5} = 2{,}80 \cdot 10^{5}$ jaar

Gravitatie-energie

19*** **a** Bereken hoeveel energie er nodig is om 8000 kg vanaf het aardoppervlak naar het ISS te brengen?

- BEGIN lading is op het oppervlak van de aarde
- $m = 8000$ kg | $M = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg | $r = 6{,}371 \cdot 10^{6}$ m | $E_G = \ldots$ J
- $E_G = -G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r} \rightarrow E_G = -6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{8000 \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}371 \cdot 10^{6}} = -5{,}0050 \cdot 10^{11}$ J
- EIND satelliet op 370 km hoogte
- $r = 370 \cdot 10^{3} + 6{,}371 \cdot 10^{6}\ \text{m} = 6{,}741 \cdot 10^{6}$ m
- $E_G = -6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{8000 \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}741 \cdot 10^{6}} = -4{,}73033 \cdot 10^{11}$ J
- $E_{G\,eind} - E_{G\,begin} = -4{,}73033 \cdot 10^{11} - (-5{,}0050 \cdot 10^{11}) = 2{,}7467 \cdot 10^{10} = 2{,}747 \cdot 10^{10}$ J

b Leg uit of je dan een te grote of een te kleiner waarde vindt.

- de gravitatiekracht neemt af als de hoogte toeneemt
- een berekening met zwaarte-energie geeft een te grote waarde

c Bereken hoeveel procent de berekening met de zwaarte-energie afwijkt van de werkelijke waarde.

- $m = 8000$ kg | $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$ | $h = 370 \cdot 10^{3}$ m | $E_Z = \ldots$ J
- $E_Z = m \cdot g \cdot h \rightarrow E_Z = 8000 \cdot 9{,}81 \cdot 370 \cdot 10^{3} = 2{,}90376 \cdot 10^{10}$ J
- procentueel verschil $\dfrac{2{,}90376 \cdot 10^{10} - 2{,}74673 \cdot 10^{10}}{2{,}74673 \cdot 10^{10}} \cdot 100\% = 5{,}7\%$

20*** **a** Bereken het aantal omlopen van het ruimtevaartuig gedurende het verblijf van Armstrong en Aldrin op de maan.

- $r = r_{maan} + h \rightarrow r = 1{,}738 \cdot 10^{6} + 1{,}12 \cdot 10^{5} = 1{,}85 \cdot 10^{6}$ m
- $F_{mpz} = F_G \rightarrow \dfrac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r^2} = \rightarrow v^2 = G \cdot \dfrac{M}{r} \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}$
- $v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}} \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}0732 \cdot 10^{24}}{(1{,}738 \cdot 10^{6} + 1{,}12 \cdot 10^{5})}} = 1{,}62507 \cdot 10^{3}$ m/s
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow 1{,}62507 \cdot 10^{3} = \dfrac{2\pi \cdot (1{,}738 \cdot 10^{6} + 1{,}12 \cdot 10^{5})}{T}$
- $T = 7{,}15285 \cdot 10^{3}\ \text{s} = 1{,}9869$ uur
- aantal omlopen in 21,5 uur $\rightarrow \dfrac{21{,}5}{1{,}9869} = 10{,}82 = 11$ omlopen

b Bereken hoeveel energie nodig is om de maanlander terug naar het ruimtevaartuig te brengen.

- BEGIN maanlander op het oppervlak van de maan $\rightarrow r = 1{,}738 \cdot 10^6$ m
- $m = 16000$ kg | $M = 0{,}0735 \cdot 10^{24}$ kg | $r = 1{,}738 \cdot 10^6$ m | $E_G = \ldots$ J
- $E_G = -G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r} \rightarrow E_G = -6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{16000 \cdot 0{,}0735 \cdot 10^{24}}{1{,}738 \cdot 10^6} = -4{,}5161 \cdot 10^{10}$ J
- EIND satelliet op 112 km hoogte
- $r = r_{maan} + h \rightarrow r = 1{,}738 \cdot 10^6 + 1{,}12 \cdot 10^5 = 1{,}85 \cdot 10^6$ m
- $E_G = -6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{16000 \cdot 0{,}0735 \cdot 10^{24}}{1{,}85 \cdot 10^6} = -4{,}24269 \cdot 10^{10}$ J
- $E_{G\,eind} - E_{G\,begin} = -4{,}24269 \cdot 10^{10} - (-4{,}5161 \cdot 10^{10}) = 2{,}7341 \cdot 10^9 = 2{,}7 \cdot 10^9$ J

21*** **a** Bereken met welke snelheid de meteoroïde op de maan valt.

- $E_{begin} = E_K \rightarrow E_{begin} = \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{eind} = E_G + E_K \rightarrow E_{eind} = -G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r} + \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{begin} = E_{eind} \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2 = -G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r} + \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$ m wegstrepen
- $\frac{1}{2} v_{begin}^2 = -G \cdot \dfrac{M}{r} + \frac{1}{2} v_{eind}^2 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot (2{,}0 \cdot 10^3)^2 = -6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{0{,}0735 \cdot 10^{-24}}{1{,}738 \cdot 10^6} + \frac{1}{2} v_{eind}^2$
- $2{,}0 \cdot 10^6 = -2{,}82256 \cdot 10^6 + \frac{1}{2} v_{eind}^2 \rightarrow 4{,}82256 \cdot 10^6 = \frac{1}{2} v_{eind}^2$
- $v_{eind} = 3{,}10566 \cdot 10^3 = 3{,}1 \cdot 10^3$ m / s

22**** **a** Toon dit aan met formules uit Binas

- $E_{G\,begin} = -G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r}$ | $E_{G\,eind} = 0 \rightarrow E_{G\,eind} - E_{G\,begin} = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r}$
- $E_K \geq E_{G\,eind} - E_{G\,begin} \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 \geq G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r}$
- $\frac{1}{2} m \cdot v_{ontsnap}^2 = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r} \rightarrow v_{ontsnap}^2 = \dfrac{2 \cdot G \cdot M}{r} \rightarrow v_{ontsnap} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot G \cdot M}{r}}$

23**** **a** Toon aan dat $2r \cdot \sqrt{\frac{2}{3}\pi \cdot \rho \cdot G}$ de eenheid m/s heeft.

- $[2r \cdot \sqrt{\frac{2}{3}\pi \cdot \rho \cdot G}] = m \cdot \sqrt{\dfrac{kg}{m^3} \cdot N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}} = m \cdot \sqrt{\dfrac{N}{kg \cdot m}}$
- vul in $N = kg \cdot \dfrac{m}{s^2}$
- $[2r \cdot \sqrt{\frac{2}{3}\pi \cdot \rho \cdot G}] = m \cdot \sqrt{\dfrac{kg \cdot m / s^2}{kg \cdot m}} = m \cdot \sqrt{\dfrac{1}{s^2}} = \dfrac{m}{s}$

b Toon aan dat $v_{ontsnap} = 2r \cdot \sqrt{\frac{2}{3}\pi \cdot \rho \cdot G}$.

- $v_{ontsnap} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot G \cdot M}{r}} \quad \rightarrow \quad v_{ontsnap}^2 = \dfrac{2 \cdot G \cdot M}{r}$
- $m = \rho \cdot V \quad$ en $\quad V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \quad \rightarrow \quad m = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- $v_{ontsnap}^2 = \dfrac{2 \cdot G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3}{r} = \frac{8}{3}\pi \cdot G \cdot \rho \cdot r^2$
- $v_{ontsnap} = \sqrt{\frac{8}{3}\pi \cdot G \cdot \rho \cdot r^2} = 2r \cdot \sqrt{\frac{2}{3}\pi \cdot G \cdot \rho}$

24**** **a** Toon dit aan met formules uit Binas.

- $F_G = F_{mpz} \quad \rightarrow \quad G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r^2} = \dfrac{m \cdot v^2}{r} \quad \rightarrow \quad G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r} = m \cdot v^2$
- $-G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r} = -m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad E_G = -m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad E_G = -2 \cdot (\frac{1}{2} m \cdot v^2) \quad \rightarrow \quad E_G = -2 \cdot E_K$

b Bereken met behulp van het viriaal-theorema de snelheid van een GPS-satelliet.

- $E_G = -2 \cdot E_K \quad \rightarrow \quad -G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r} = -2 \cdot (\frac{1}{2} m \cdot v^2) = -m \cdot v^2$
- $G \cdot \dfrac{M}{r} = v^2 \rightarrow \quad 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{5{,}972 \cdot 10^{24}}{(6{,}371 \cdot 10^6 + 20{,}23 \cdot 10^6)} = v^2$
- $v = 3{,}87092 \cdot 10^3 = 3{,}871 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

19.5 Informatie uit de ruimte

1** **a** Hoeveel meer licht kan de spiegel van één VLT-telescoop per seconde opvangen vergeleken met onze twee ogen?

- cirkel: $A = \pi \cdot r^2 \quad \rightarrow \quad A_{oog} = \pi \cdot (\frac{1}{2} \cdot 9{,}0 \cdot 10^{-3})^2 = 6{,}36173 \cdot 10^{-5}\ m^2$ één oog
- twee ogen: $A_{oog\,2x} = 1{,}27235 \cdot 10^{-4}\ m^2$
- $A_{VLT} = \pi \cdot (\frac{1}{2} \cdot 8{,}2)^2 = 52{,}81\,m^2$
- verhouding: $\dfrac{52{,}81}{1{,}27235 \cdot 10^{-4}} = 4{,}1506 \cdot 10^5 = 4{,}2 \cdot 10^5$ keer meer

b Hoeveel meer licht kan de spiegel van de ELT-telescoop per seconde opvangen vergeleken met de spiegel van één VLT-telescoop?

- $A_{VLT} = \pi \cdot (\frac{1}{2} \cdot 8{,}2)^2 = 52{,}81\,m^2$
- $A_{ELT} = \pi \cdot (\frac{1}{2} \cdot 39{,}3)^2 = 1213\,m^2$
- verhouding: $\dfrac{1213}{52{,}81} = 22{,}97 = 23$ keer meer

2** **a** Bereken de maximale en minimale golflengte die de WSRT-telescoop kan waarnemen.

- $f_{minimaal} = 350 \cdot 10^6\ Hz \quad | \quad f_{maximaal} = 8{,}30 \cdot 10^9\ Hz \quad | \quad \lambda = \ldots m$
- $c = f \cdot \lambda$ met $c = 2{,}99792458 \cdot 10^8\ m/s$
- $2{,}99792458 \cdot 10^8 = 350 \cdot 10^6 \cdot \lambda \quad \rightarrow \quad \lambda = 8{,}5655 \cdot 10^{-1}\ m = 85{,}7\ cm$
- $2{,}99792458 \cdot 10^8 = 8{,}30 \cdot 10^9 \cdot \lambda \quad \rightarrow \quad \lambda = 3{,}61196 \cdot 10^{-2}\ m = 3{,}61\,cm$

b Kan deze EM-straling door de WSRT-telescoop worden waargenomen?

- 21,106114 cm ligt tussen 3,61 en 85,7 cm
- deze straling kan dus worden waargenomen

c Breken de frequentie van deze straling in het juiste aantal significante cijfers.

- $\lambda = 21{,}106114\ cm = 0{,}21106114\ m$
- $c = f \cdot \lambda$ met $c = 2{,}99792458 \cdot 10^8\ m/s$
- $2{,}99792458 \cdot 10^8 = f \cdot 0{,}21106114$
- $f = 1{,}42040576 \cdot 10^9 = 1{,}4204058 \cdot 10^9\ Hz$ 8 sign. cijfers

3*** **a** Wat is het voordeel van de LOFAR-radiotelescoop ten opzichte van een radiotelescoop met één grote schotel?

- voor de resolutie geldt: $\alpha = 70 \cdot \dfrac{\lambda}{D}$
- omdat D heel groot is wordt hoek α erg klein

- bij een kleine hoek α kunnen hemellichamen die dicht bij elkaar staan worden onderscheiden en is de de resolutie dus heel groot

b Noem twee nadelen van de LOFAR-radiotelescoop ten opzichte van een radiotelescoop met één grote schotel.
- omdat de telescoop is samengesteld is uit losse radioantennes is de sterkte van het signaal kleiner dan bij één grote schotel
- de signalen uit de losse radioantennes moeten met elkaar worden gecombineerd wat veel rekenwerk kost

c Bereken de maximale theoretische resolutie van het centrale deel van de LOFAR radiotelescoop.
- voor de resolutie geldt: $\alpha = 70 \cdot \dfrac{\lambda}{D}$
- hoek α moet zo klein mogelijk zijn $\rightarrow$ de maximale resolutie wordt bereikt bij de kleinste golflengte en dus de grootste frequentie: 240 MHz
- $c = f \cdot \lambda$ met $c = 2{,}99792458 \cdot 10^8$ m/s
- $2{,}99792458 \cdot 10^8 = 240 \cdot 10^6 \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 1{,}24914$ m
- $\alpha = 70 \cdot \dfrac{\lambda}{D}$ met $D = 2{,}0 \cdot 10^3$ m
- $\alpha = 70 \cdot \dfrac{1{,}24914}{2{,}0 \cdot 10^3} = 4{,}37197 \cdot 10^{-2} = 4{,}4 \cdot 10^{-2}$ graden

4** **a** Hoeveel astronomische eenheden (AE) is dit?
- één AE is gelijk aan de afstand tussen de aarde en de zon: $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m
- afstand aarde – maan is $\dfrac{384{,}4 \cdot 10^6}{1{,}496 \cdot 10^{11}} = 2{,}569519 \cdot 10^{-3} = 2{,}570 \cdot 10^{-3}$ AE

b Hoeveel parsec is dit?
- één parsec is $3{,}08568 \cdot 10^{16}$ m
- afstand Zon – Poolster is $\dfrac{410 \cdot 10^{16}}{3{,}08568 \cdot 10^{16}} = 132{,}872 = 133$ parsec

c Hoeveel astronomische eenheden (AE) is dit?
- één lichtjaar is $9{,}461 \cdot 10^{15}$ m
- één AE is $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m
- 4,22 lichtjaar is $\dfrac{4{,}22 \cdot 9{,}461 \cdot 10^{15}}{1{,}496 \cdot 10^{11}} = 2{,}66881 \cdot 10^5 = 2{,}67 \cdot 10^5$ AE

d Hoeveel parsec is dit?
- één lichtjaar is $9{,}461 \cdot 10^{15}$ m
- één parsec is $3{,}08568 \cdot 10^{16}$ m
- 4,22 lichtjaar is $\dfrac{4{,}22 \cdot 9{,}461 \cdot 10^{15}}{3{,}08568 \cdot 10^{16}} = 1{,}29389 = 1{,}29$ parsec

De wet van Wien

5** **a** Bereken de temperatuur van het oppervlak van de zon.
- $\lambda_{max} = 501\,nm = 501 \cdot 10^{-9}\ m \quad | \quad T = \ldots K$
- $\lambda_{max} \cdot T = k_W \quad$ met $\quad k_W = 2{,}897756 \cdot 10^{-3}\ K \cdot m$
- $501 \cdot 10^{-9} \cdot T = 2{,}897772 \cdot 10^{-3} \quad \rightarrow \quad T = 5783{,}98 = 5{,}78 \cdot 10^{3}\ K$

b Bereken welke golflengte door Proxima Centauri het meest wordt uitgestraald.
- $T = 2{,}6 \cdot 10^{3}\ K \quad | \quad \lambda_{max} = \ldots m$
- $\lambda_{max} \cdot T = k_W \quad$ met $\quad k_W = 2{,}897756 \cdot 10^{-3}\ K \cdot m$
- $\lambda_{max} \cdot 2{,}6 \cdot 10^{3} = 2{,}897772 \cdot 10^{-3} \quad \rightarrow \quad \lambda_{max} = 1{,}11453 \cdot 10^{-6} = 1{,}1 \cdot 10^{-6}\ m$

c Leg uit of je deze straling met het blote oog kunt zien.
- je kunt licht zien met golflengtes tussen 350 en 700 nm
- $1{,}1 \cdot 10^{-6}\ m = 1{,}1 \cdot 10^{3}\ nm$ en is dus niet met het blote oog te zien

6** **a** Bereken hoe vaak de zon in Betelgeuze past.
- $V_{bol} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^{3}$
- $r_{bertel} = 700 \cdot r_{zon}$
- de zon past $700^{3} = 3{,}43 \cdot 10^{8}$ keer in Betelgeuze

b Hoe kun je aan de figuur zien dat Betelgeuze een lage temperatuur heeft?
- Betelgeuze straal rood licht uit $\rightarrow$ λ_{max} is groot
- $\lambda_{max} \cdot T = k_W$
- λ_{max} is groot, k_W is constant $\rightarrow$ T is klein

c Bereken de golflengte λ_{max} van het licht dat Betelgeuze uitzendt.
- $T = 3{,}6 \cdot 10^{3}\ K \quad | \quad \lambda_{max} = \ldots m$
- $\lambda_{max} \cdot T = k_W$
- $\lambda_{max} = \dfrac{2{,}897772 \cdot 10^{-3}}{3{,}6 \cdot 10^{3}} = 8{,}04937 \cdot 10^{-7} = 8{,}0 \cdot 10^{-7}\ m$

d Is de temperatuur bij deze vlekken hoger of lager buiten deze vlekken?
- de kleur van de vlekken is geler dan erbuiten
- geel licht heeft een kleinere golflengte dan rood licht
- $\lambda_{max} \cdot T = k_W$ $\rightarrow$ de vlekken hebben een hogere temperatuur

e Toon dit aan.
- $A = 4\pi \cdot r^{2}$
- $r_{betel} = 700 \cdot r_{zon} \quad \rightarrow \quad A_{betel} = 700^{2} \cdot A_{zon} = 4{,}9 \cdot 10^{5} \cdot A_{zon}$

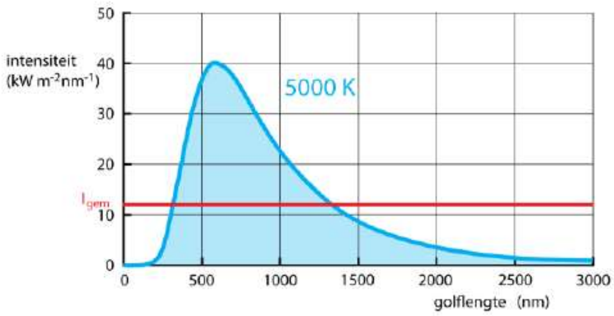
De wet van Stefan-Boltzmann

7* a** Toon aan dat de grafiek in overeenstemming is met de wet van Wien.
- $T = 5000\,K \quad | \quad \lambda_{max} = \ldots m$
- $\lambda_{max} \cdot T = k_W$ met $k_W = 2{,}897772 \cdot 10^{-3}\ K \cdot m$
- $\lambda_{max} \cdot 5000 = 2{,}897772 \cdot 10^{-3} \rightarrow \lambda_{max} = 5{,}79554 \cdot 10^{-7} = 580\ nm$
- dit komt overeen met het maximum van de grafiek

b Wat is de natuurkundige betekenis van het oppervlak onder de grafiek?
- bepaal de eenheid van de oppervlakte onder de grafiek
- $kW \cdot m^{-2} \cdot nm^{-1} \cdot nm = kW \cdot m^{-2}$
- de oppervlakte onder de grafiek is vermogen per vierkante meter

c Toon aan dat de grafiek in overeenstemming is met de wet van Stefan-Boltzmann.
- $A = 1 m^2 \quad | \quad T = 5000\,K \quad | \quad P = \ldots W$ bereken het vermogen per m^2
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ met $\sigma = 5{,}67056 \cdot 10^{-8}\ W\,m^{-2}\,K^{-4}$
- $P = 5{,}67056 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \cdot 5000^4 = 3{,}5441 \cdot 10^7\ W$ per vierkante meter
- tel het aantal hokjes onder de grafiek $\rightarrow$ 7,1 hokjes
- één hokje is 5000 kW m^{-2}
- oppervlak is $7{,}1 \cdot 5000 = 3{,}55 \cdot 10^4\ kW \cdot m^{-2} = 3{,}55 \cdot 10^7\ W \cdot m^{-2} \rightarrow$ klopt

OOK GOED
- schat de gemiddelde waarde van de grafiek door een horizontale lijn te tekenen met evenveel oppervlak onder als boven de grafiek
- $I_{gem} = 12\ kW\ m^{-2}\ nm^{-1}$
- grafiek tussen 0 en 3000 nm
- $I_{gem} = 3000 \cdot 12 \cdot 10^3 = 3{,}6 \cdot 10^7\ W \cdot m^{-2}$
- $P = 3{,}6 \cdot 10^7\ W \cdot m^{-2} \rightarrow$ klopt



d Hoeveel keer groter is het oppervlak onder de grafiek bij een temperatuur van 10000 K?
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \rightarrow \dfrac{P}{A} = \sigma \cdot T^4$ vermogen per vierkante meter
- T wordt 2 keer zo groot $\rightarrow \dfrac{P}{A}$ wordt $2^4 = 16$ keer zo groot
- het oppervlak onder de grafiek wordt 16 keer zo groot

e Hoeveel keer kleiner is het oppervlak onder de grafiek bij een temperatuur van 300 K?
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \rightarrow \dfrac{P}{A} = \sigma \cdot T^4$ vermogen per vierkante meter

- T wordt $\frac{300}{5000} = 0{,}06$ keer zo groot
- $\frac{P}{A}$ wordt $0{,}06^4 = 1{,}296 \cdot 10^{-5}$ keer zo groot
- het oppervlak onder de grafiek wordt $\frac{1}{1{,}296 \cdot 10^{-5}} = 7{,}716 \cdot 10^4$ keer zo klein

8** **a** Hoeveel zonne-enegie valt er per seconde op het paneel?

- opzoeken: de zonneconstante op aarde is 1361 W/m²
- $0{,}73 \cdot 1361 = 993{,}53\ W/m^2$
- $A = 1{,}65 \cdot 1{,}0 = 1{,}65\ m^2$
- $P = 1{,}65 \cdot 993{,}53 = 1639{,}32 = 1{,}6 \cdot 10^3\ W$

b Bereken het rendement van het zonnepaneel?

- $P_{in} = 1639{,}32\ W \quad | \quad P_{nut} = 280\ W \quad | \quad \eta = \ldots$
- $\eta = \frac{P_{nut}}{P_{in}} \quad \rightarrow \quad \eta = \frac{280}{1639{,}32} = 0{,}1708 = 0{,}17 \quad (17\%)$

c Hoeveel energie levert een zonnepaneel per jaar uitgedrukt in kWh?

- $880\ uur = 880 \cdot 60 \cdot 60 = 3{,}168 \cdot 10^6\ s$
- $P = 280\ W \quad | \quad t = 3{,}168 \cdot 10^6\ s \quad | \quad E = \ldots J$
- $E = P \cdot t \quad \rightarrow \quad E = 280 \cdot 3{,}168 \cdot 10^6 = 8{,}8704 \cdot 10^8\ J$
- $E(kWh) = \frac{E(J)}{3{,}6 \cdot 10^6} \quad \rightarrow \quad E(kWh) = \frac{8{,}8704 \cdot 10^8}{3{,}6 \cdot 10^6} = 246{,}4 = 246\ kWh$

d Hoeveel zonnepanelen heeft een gezin met 4 personen nodig om alle elektriciteit op te wekken?

- aantal panelen: $\frac{4000}{246{,}6} = 16{,}22 \quad \rightarrow$ er zijn 17 panelen nodig

9** **a** Hoeveel vierkante kilometer zonnepanelen zijn er in Australië nodig om de energie van de hele mensheid op te wekken?

- opzoeken: de zonneconstante op aarde is 1361 W/m²
- $0{,}73 \cdot 1361 = 993{,}53\ W/m^2$
- $\eta = \frac{P_{nut}}{P_{in}} \quad \rightarrow \quad \frac{P_{nut}}{993{,}53} = 0{,}18 \quad \rightarrow \quad P_{nut} = 178{,}8354\ W/m^2$
- opbrengst per jaar: $E = P \cdot t \quad \rightarrow \quad E = 178{,}8354 \cdot 2900 \cdot 60 \cdot 60 = 1{,}86704 \cdot 10^9\ J$
- aantal m² nodig: $\frac{6{,}0 \cdot 10^{20}}{1{,}86704 \cdot 10^9} = 3{,}21364 \cdot 10^{11}\ m = 3{,}2 \cdot 10^5\ km^2$

b Hoeveel keer de oppervlakte van Nederland is er in Australië nodig?

- $\dfrac{3{,}21364 \cdot 10^5}{4{,}1543 \cdot 10^4} = 7{,}7357 = 7{,}7$ keer de oppervlakte van Nederland

  Australië 185 keer groter is dan Nederland, dus het zou kunnen.

10*** **a** Bereken de zonneconstante van de planeet Mars.

- vermogen van de zon $P_{zon} = 3{,}828 \cdot 10^{26}$ W
- afstand tussen zon en mars is $2{,}28 \cdot 10^{11}$ m
- $A = 4\pi \cdot r^2 \quad \rightarrow \quad A = 4\pi \cdot (2{,}28 \cdot 10^{11})^2 = 6{,}5325 \cdot 10^{23}\ \text{m}^2$

  oppervlakte van een bol om de zon met als straal de afstand tot mars
- $I = \dfrac{3{,}828 \cdot 10^{26}}{6{,}5325 \cdot 10^{23}} = 585{,}993 = 586\ \text{W/m}^2$

  ontvangen vermogen per vierkante meter op mars (de zonneconstante)

b Bereken de gemiddelde oppervlaktetemperatuur van Mars.

- straal van mars: $r = 3{,}390 \cdot 10^6$ m
- frontaal oppervlak van mars: $A = \pi \cdot r^2 \quad \rightarrow \quad A = \pi \cdot (3{,}39 \cdot 10^6)^2 = 3{,}61035 \cdot 10^{13}\ \text{m}^2$
- ontvangen vermogen $P_{opgenomen} = 0{,}7 \cdot 585{,}993 \cdot 3{,}61035 \cdot 10^{13} = 1{,}48095 \cdot 10^{16}$ W
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad$ met $\quad \sigma = 5{,}670374 \cdot 10^{-8}\ \text{W m}^{-2}\ \text{K}^{-4}$
- uitgestraald $P = 5{,}670374 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}44414 \cdot 10^{14} \cdot T^4$
- $P_{opgenomen} = P_{uitgestraald} \quad \rightarrow \quad 1{,}48095 \cdot 10^{16} = 5{,}670374 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}44414 \cdot 10^{14} \cdot T^4$
- $T^4 = 1{,}808504 \cdot 10^9 \quad \rightarrow \quad T = 206{,}2\ \text{K}$

11*** **a** Bereken de temperatuur van het oppervlak van de zon.

- $A = 4\pi \cdot r^2 \quad \rightarrow \quad A = 4\pi \cdot (6{,}957 \cdot 10^8)^2 = 6{,}0821 \cdot 10^{18}\ \text{m}^2$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad$ met $\quad \sigma = 5{,}670374 \cdot 10^{-8}\ \text{W m}^{-2}\ \text{K}^{-4}$
- $3{,}828 \cdot 10^{26} = 5{,}670374 \cdot 10^{-8} \cdot 6{,}0821 \cdot 10^{18} \cdot T^4 \quad \rightarrow \quad T^4 = 1{,}109958 \cdot 10^{15}$
- $T = 5772 = 5{,}77 \cdot 10^3\ \text{K}$

b Hoe groot is de straal van Regulus ten opzichte van de straal van de zon?

- $\dfrac{P_{reg}}{P_{zon}} = \dfrac{\sigma \cdot A_{reg} \cdot T_{reg}^4}{\sigma \cdot A_{zon} \cdot T_{zon}^4} = \dfrac{A_{reg} \cdot T_{reg}^4}{A_{zon} \cdot T_{zon}^4} = 250$

- $\dfrac{A_{reg} \cdot (12{,}0 \cdot 10^3)^4}{A_{zon} \cdot (5{,}78 \cdot 10^3)^4} = 250 \quad \rightarrow \quad \dfrac{A_{reg}}{A_{zon}} = 250 \cdot \dfrac{(5{,}78 \cdot 10^3)^4}{(12{,}0 \cdot 10^3)^4} = 13{,}456$

- $A_{reg} = 13{,}456 \cdot A_{zon}$
- $A = 4\pi \cdot r^2 \quad \rightarrow \quad 4\pi \cdot r_{reg}^2 = 13{,}456 \cdot 4\pi \cdot r_{zon}^2$ $\quad$ 4π wegstrepen
- $r_{reg}^2 = 13{,}456 \cdot r_{zon}^2 \quad \rightarrow \quad r_{reg} = \sqrt{13{,}456} \cdot r_{zon} \quad \rightarrow \quad r_{reg} = 3{,}6683 = 3{,}67 \cdot r_{zon}$

12* a** Geef twee redenen waarom Proxima Centauri minder vermogen heeft dan de zon.

- Proxima Centauri heeft een kleiner oppervlak dan de zon
- Proxima Centauri heeft een lagere oppervlaktetemperatuur dan de zon

b Hoeveel keer minder is het vermogen van Proxima Centauri ten opzichte van de zon?

- $A_{prox} = 0{,}21^2 \cdot A_{zon} = 0{,}0441 \cdot A_{zon}$
- $T_{prox} = \dfrac{2600}{5780} \cdot T_{zon} = 0{,}449827 \cdot T_{zon}$
- $T^4_{prox} = 0{,}449827^4 \cdot T^4_{zon} = 0{,}040943 \cdot T^4_{zon}$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad \rightarrow \quad \dfrac{P_{prox}}{P_{zon}} = \dfrac{\sigma \cdot A_{prox} \cdot T^4_{prox}}{\sigma \cdot A_{zon} \cdot T^4_{zon}} = \dfrac{A_{prox} \cdot T^4_{prox}}{A_{zon} \cdot T^4_{zon}}$
- $\dfrac{P_{prox}}{P_{zon}} = \dfrac{0{,}0441 \cdot A_{zon} \cdot 0{,}040943 \cdot T^4_{zon}}{A_{zon} \cdot T^4_{zon}}$ wegstrepen A_{zon} en T^4_{zon}
- $\dfrac{P_{prox}}{P_{zon}} = 0{,}0441 \cdot 0{,}040943 = 1{,}8056 \cdot 10^{-3} = 1{,}8 \cdot 10^{-3}$
- Proxima Centauri straalt $1{,}8 \cdot 10^{-3}$ keer minder licht uit dan de zon

c Bereken de lichtsterkte (het vermogen) van Canopus ten opzichte van de lichtsterkte van de zon.

- $A_{cano} = 54^2 \cdot A_{zon} = 2916 \cdot A_{zon}$
- $T_{cano} = \dfrac{8400}{5780} \cdot T_{zon} = 1{,}45329 \cdot T_{zon}$
- $T^4_{cano} = 1{,}45329^4 \cdot T^4_{zon} = 4{,}46073 \cdot T^4_{zon}$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad \rightarrow \quad \dfrac{P_{cano}}{P_{zon}} = \dfrac{\sigma \cdot A_{cano} \cdot T^4_{cano}}{\sigma \cdot A_{zon} \cdot T^4_{zon}} = \dfrac{A_{cano} \cdot T^4_{cano}}{A_{zon} \cdot T^4_{zon}}$
- $\dfrac{P_{prox}}{P_{zon}} = \dfrac{2916 \cdot A_{zon} \cdot 4{,}46073 \cdot T^4_{zon}}{A_{zon} \cdot T^4_{zon}}$ wegstrepen A_{zon} en T^4_{zon}
- $\dfrac{P_{prox}}{P_{zon}} = 2916 \cdot 4{,}46073 = 1{,}30075 \cdot 10^4 = 1{,}3 \cdot 10^4$
- Canopus straalt $1{,}3 \cdot 10^4$ keer meer licht uit dan de zon

13* a** Welke van deze sterren heeft het grootste stralingsvermogen?

- **Castor:** $r_{cast} = 2{,}7 \cdot r_{zon} \quad \rightarrow \quad r_{cas} = 2{,}7 \cdot 6{,}963 \cdot 10^8 = 1{,}88001 \cdot 10^9$ m
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad \rightarrow \quad P_{cas} = \sigma \cdot 4\pi \cdot r^2_{cas} \cdot T^4_{cas}$
- $P_{cas} = 5{,}670374 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (1{,}88001 \cdot 10^9)^2 \cdot (9{,}5 \cdot 10^3)^4 = 2{,}05133 \cdot 10^{28}$ W
- **Polaris:** $r_{pol} = 47 \cdot r_{zon} \quad \rightarrow \quad r_{cas} = 47 \cdot 6{,}963 \cdot 10^8 = 3{,}27261 \cdot 10^{10}$ m
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad \rightarrow \quad P_{cas} = \sigma \cdot 4\pi \cdot r^2_{cas} \cdot T^4_{cas}$
- $P_{pol} = 5{,}670374 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (3{,}27261 \cdot 10^{10})^2 \cdot (5{,}9 \cdot 10^3)^4 = 9{,}24737 \cdot 10^{29}$ W
- Polaris heeft het grootste stralingsvermogen

b Bereken de verhouding tussen de op aarde waargenomen lichtintensiteit (W/m^2) van Castor en Polaris

- $P_{castor} = 2{,}05133 \cdot 10^{28}$ W
- $A = 4\pi \cdot r^2$ oppervlakte van bol om Castor met als straal de afstand tot de aarde
- $A = 4\pi \cdot (48 \cdot 10^{16})^2 = 2{,}89529 \cdot 10^{36}$ m^2
- ontvangen vermogen per vierkante meter op aarde
- $I_{castor} = \dfrac{2{,}05133 \cdot 10^{28}}{2{,}89529 \cdot 10^{36}} = 7{,}08516 \cdot 10^{-9}$ W / m^2
- $P_{polaris} = 9{,}24737 \cdot 10^{29}$ W
- $A = 4\pi \cdot r^2$ oppervlakte van bol om Polaris met als straal de afstand tot de aarde
- $A = 4\pi \cdot (410 \cdot 10^{16})^2 = 2{,}1124069 \cdot 10^{38}$ m^2
- ontvangen vermogen per vierkante meter op aarde
- $I_{polaris} = \dfrac{9{,}24737 \cdot 10^{29}}{2{,}1124069 \cdot 10^{38}} = 4{,}37765 \cdot 10^{-9}$ W / m^2
- verhouding $\dfrac{I_{castor}}{I_{polaris}} = \dfrac{7{,}08516 \cdot 10^{-9}}{4{,}37765 \cdot 10^{-9}} = 1{,}61848 = 1{,}62$

OOK GOED

- $\dfrac{P_{cas}}{P_{pol}} = \dfrac{\sigma \cdot A_{cas} \cdot T_{cas}^4}{\sigma \cdot A_{pol} \cdot T_{pol}^4} = \dfrac{\sigma \cdot 4\pi \cdot r_{cas}^2 \cdot T_{cas}^4}{\sigma \cdot 4\pi \cdot r_{pol}^2 \cdot T_{pol}^4} \rightarrow \dfrac{P_{cas}}{P_{pol}} = \dfrac{r_{cas}^2 \cdot T_{cas}^4}{r_{pol}^2 \cdot T_{pol}^4}$
- $\dfrac{P_{cas}}{P_{pol}} = \dfrac{(2{,}7 \cdot r_{zon})^2 \cdot (9{,}5 \cdot 10^3)^4}{(47 \cdot r_{zon})^2 \cdot (5{,}9 \cdot 10^3)^4} = \dfrac{2{,}7^2 \cdot r_{zon}^2 \cdot (9{,}5 \cdot 10^3)^4}{47^2 \cdot r_{zon}^2 \cdot (5{,}9 \cdot 10^3)^4}$ wegstrepen r_{zon}^2
- $\dfrac{P_{cas}}{P_{pol}} = \dfrac{2{,}7^2 \cdot (9{,}5 \cdot 10^3)^4}{47^2 \cdot (5{,}9 \cdot 10^3)^4} = \dfrac{5{,}93775 \cdot 10^{16}}{2{,}676725 \cdot 10^{18}} = 2{,}218289 \cdot 10^{-2}$
- Polaris staat 8,54 keer verder weg
- de intensiteit neemt af met $8{,}54^2 = 72{,}9316$
- $\dfrac{I_{cas}}{I_{pol}} = 2{,}218289 \cdot 10^{-2} \cdot 72{,}9361 = 1{,}61783 = 1{,}62$

14*** **a** Bereken het uitgestraalde vermogen per m^2 van Antares A.

- lichtsterkte is het stralingsvermogen
- $P_{zon} = 3{,}828 \cdot 10^{26}$ W
- $P_{ant} = 90000 \cdot 3{,}828 \cdot 10^{26} = 3{,}4452 \cdot 10^{31} = 3{,}445 \cdot 10^{31}$ W 4 sign. cijfers

b Bereken de oppervlaktetemperatuur van Antares A.

- $r_{zon} = 6{,}957 \cdot 10^8$ m $\rightarrow$ $r_{ant} = 1100 \cdot 6{,}957 \cdot 10^8 = 7{,}6527 \cdot 10^{11}$ m
- $A_{ant} = 4\pi \cdot r_{ant}^2 \rightarrow A_{ant} = 4\pi \cdot (7{,}6527 \cdot 10^{11})^2 = 7{,}35935 \cdot 10^{24}$ m^2
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ met $\sigma = 5{,}670374 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4}
- $3{,}445 \cdot 10^{31} = 5{,}670374 \cdot 10^{-8} \cdot 7{,}35935 \cdot 10^{24} \cdot T^4 \rightarrow T^4 = 8{,}25544 \cdot 10^{13}$
- $T = 3{,}01429 \cdot 10^3 = 3{,}014 \cdot 10^3$ K 4 sign cijfers

c Bereken golflengte λ_{max} die het meest wordt uitgestraald door Antares A.

- $\lambda_{max} \cdot T = k_W \quad \text{met} \quad k_W = 2,897772 \cdot 10^{-3}\ K \cdot m$
- $\lambda_{max} = \dfrac{2,897772 \cdot 10^{-3}}{3,01429 \cdot 10^{3}} = 9,61345 \cdot 10^{-7} = 9,613 \cdot 10^{-7}\ m \quad (961,3\ nm)$

15*** **a** Welke ster straalt per seconde de meeste energie uit, Betelgeuze of de zon?

- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad \rightarrow \quad \dfrac{P_{betel}}{P_{zon}} = \dfrac{\sigma \cdot A_{betel} \cdot T^4_{betel}}{\sigma \cdot A_{zon} \cdot T^4_{zon}} = \left(\dfrac{A_{betel}}{A_{zon}}\right) \cdot \dfrac{T^4_{betel}}{T^4_{zon}}$
- $\dfrac{A_{betel}}{A_{zon}} = \dfrac{4\pi \cdot r^2_{betel}}{4\pi \cdot r^2_{betel}} = \dfrac{r^2_{betel}}{r^2_{betel}} = 700^2 = 4,9 \cdot 10^5$
- $\dfrac{P_{betel}}{P_{zon}} = 4,9 \cdot 10^5 \cdot \dfrac{(3,6 \cdot 10^3)^4}{(5,78 \cdot 10^3)^4} = 7,37 \cdot 10^4$ opzoeken effectieve temperatuur
- Betelgeuze straalt per seconde $7,37 \cdot 10^4$ keer meer energie uit dan de zon

Absorptie en emissiespectrum

GEEN OPGAVEN

Dopplerverschuiving

16*** **a** Is de golflengte van de waargenomen EM-straling van waterstofgas groter, kleiner of gelijk aan 21,106114 cm?

- het Andromedastelsel komt dichterbij $\rightarrow$ blauwverschuiving
- de golflengte is kleiner dan 21,106114 cm

b Bereken de golflengte van de waargenomen EM-straling van waterstofgas in het Andromedastelsel.

- $\lambda_0 = 21,106114\ cm \quad | \quad v = 300 \cdot 10^3\ m/s \quad | \quad \Delta\lambda = \ldots\ cm$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c} \quad \rightarrow \quad \dfrac{\Delta\lambda}{21,106114} = \dfrac{300 \cdot 10^3}{2,99792458 \cdot 10^8} \quad \rightarrow \quad \Delta\lambda = 2,1120073 \cdot 10^{-2}\ cm$
- $\lambda = 21,106114 - 2,112073 \cdot 10^{-2} = 21,084993 = 21,085\ cm$

17*** **a** Beweegt dit stelsel naar ons toe of van ons vandaan?

- de golflengte neemt toe $\rightarrow$ roodverschuiving
- het stelsel beweegt van ons vandaan

b Bereken de snelheid van dit sterrenstelsel.

- $\Delta\lambda = 612,358 - 587,562 = 24,796\ nm$

- $\lambda_0 = 587{,}562\,\text{nm}$ | $\Delta\lambda = 24{,}796\,\text{nm}$ | $v = \ldots\,\text{m/s}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$
- $\dfrac{24{,}796}{587{,}562} = \dfrac{v}{2{,}99792458 \cdot 10^8}$ $\rightarrow$ $v = 1{,}26516926 \cdot 10^7 = 1{,}2652 \cdot 10^7\ \text{m/s}$

  5 significante cijfers

c Hoeveel procent van de lichtsnelheid is deze snelheid?
- $\dfrac{v}{c} \cdot 100\% = \dfrac{1{,}26516926 \cdot 10^7}{2{,}99792458 \cdot 10^8} = 4{,}22015 \cdot 10^{-2} \cdot 100\% = 4{,}22\,\%$

18*** **a** Waaraan zie je dat dit een absorptiespectrum is en geen emissiespectrum?
- je ziet donkere lijnen waar het licht is geabsorbeerd

b Bij welke van deze drie spectra staat de stralingsbron stil ten opzichte van de waarnemer?
- opzoeken: waterstof heeft absorptielijnen bij 410, 434, 486, en 656 nm
- dit is in overeenstemming met het bovenste spectrum

c Leg uit of de de bron bij de twee andere spectra naar de waarnemer toe of van de waarnemer af bewegen.
- de golflengte neemt af $\rightarrow$ blauwverschuiving
- de bron beweegt naar de waarnemer toe

d Bereken voor de twee andere spectra de snelheid van de bron.
- **middelste spectrum**: de lijn van 656 nm is verschoven naar 649 nm
- $\Delta\lambda = 656 - 649 = 7{,}0\,\text{nm}$
- $\lambda_0 = 656\,\text{nm}$ | $\Delta\lambda = 7{,}0\,\text{nm}$ | $v = \ldots\,\text{m/s}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$ $\rightarrow$ $\dfrac{7}{656} = \dfrac{v}{2{,}99792458 \cdot 10^8}$ $\rightarrow$ $v = 3{,}199 \cdot 10^6 = 3{,}2 \cdot 10^6\ \text{m/s}$
- **onderste spectrum**: de lijn van 656 nm is verschoven naar 624 nm
- $\Delta\lambda = 656 - 624 = 32\,\text{nm}$
- $\lambda_0 = 656\,\text{nm}$ | $\Delta\lambda = 32\,\text{nm}$ | $v = \ldots\,\text{m/s}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$ $\rightarrow$ $\dfrac{32}{656} = \dfrac{v}{2{,}99792458 \cdot 10^8}$ $\rightarrow$ $v = 1{,}4624 \cdot 10^7 = 1{,}5 \cdot 10^7\ \text{m/s}$

19.6 De levensloop van sterren

1*** **a** Hoeveel massa verdwijnt er in één reactie cyclus?

- $E = 3{,}954 \cdot 10^{-12}\ \text{J} \quad | \quad \Delta m = \ldots\ \text{kg}$
- $E = m \cdot c^2 \quad \rightarrow \quad 3{,}954 \cdot 10^{-12} = \Delta m \cdot (2{,}99792458 \cdot 10^8)^2$
- $\Delta m = 4{,}399418 \cdot 10^{-29} = 4{,}399 \cdot 10^{-29}\ \text{kg}$

b Hoeveel netto reacties vinden er per seconde in de zon plaats?

- $P = 3{,}828 \cdot 10^{26}\ \text{W} \quad | \quad E_{\text{per reactie}} = 3{,}954 \cdot 10^{-12}\ \text{J}$
- aantal reacties per seconde $\dfrac{3{,}828 \cdot 10^{26}}{3{,}954 \cdot 10^{-12}} = 9{,}715736 \cdot 10^{37} = 9{,}72 \cdot 10^{37}$

c Hoeveel massa verdwijnt er per seconde?

- in één reactie verdwijnt er $4{,}399418 \cdot 10^{-29}$ kg
- $\Delta m = 4{,}399418 \cdot 10^{-29} \cdot 9{,}715736 \cdot 10^{37} = 4{,}274358 \cdot 10^{9} = 4{,}27 \cdot 10^{9}\ \text{kg}$

2*** **a** Voer deze berekening uit.

- per seconde wordt $4{,}27 \cdot 10^9$ kg omgezet in energie
- $E = m \cdot c^2 \quad \text{met} \quad c = 2{,}99792458 \cdot 10^8\ \text{m/s}$
- $E = 4{,}27 \cdot 10^9 \cdot \left(2{,}99792458 \cdot 10^8\right)^2 = 3{,}83768 \cdot 10^{26} = 3{,}838 \cdot 10^{26}\ \text{J}$

b Hoeveel jaar duurt het tot al het waterstof in het centrum van de zon is verbruikt?

- massa waterstof in de kern is $1{,}9884 \cdot 10^{30} \cdot 0{,}14 \cdot 0{,}70 = 1{,}948632 \cdot 10^{29}$ kg
- per seconde wordt $6{,}0 \cdot 10^{11}$kg waterstof verbruikt
- na $\dfrac{1{,}948632 \cdot 10^{29}}{6{,}0 \cdot 10^{11}} = 3{,}24772 \cdot 10^{17}$ seconde is het waterstof in de kern verbruikt
- $3{,}24772 \cdot 10^{17}\ \text{s} = \dfrac{3{,}24772 \cdot 10^{17}}{365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 1{,}029123 \cdot 10^{10} = 1{,}0 \cdot 10^{10}$ jaar

3*** **a** Leg dit uit.

- de hoeveelheid beschikbare waterstof is recht evenredig met de massa van de ster $\rightarrow$ de levensduur van de ster is recht evenredig met de massa
- het vermogen is het energieverbruik per seconde $\rightarrow$ dit is recht evenredig met de waterstof die per seconde wordt verbruikt $\rightarrow$ de levensduur is omgekeerd evenredig met het stralingsvermogen

b Bereken de levensduur van Algol.

- $\rho = \dfrac{m}{V} \quad \rightarrow \quad m = \rho \cdot V \quad \text{met} \quad V_{\text{bol}} = \tfrac{4}{3}\pi \cdot r^3$

- $\dfrac{M_{algol}}{M_{zon}} = \dfrac{\rho \cdot V_{algol}}{\rho \cdot V_{zon}} = \dfrac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r_{algol}^3}{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r_{zon}^3} = \dfrac{r_{algol}^3}{r_{zon}^3} = \left(\dfrac{r_{algol}}{r_{zon}}\right)^3$
- $\dfrac{M_{algol}}{M_{zon}} = 3{,}5^3 = 42{,}875$
- $t = t_{zon} \cdot \dfrac{M_{ster} \cdot P_{zon}}{M_{zon} \cdot P_{ster}} \rightarrow t = t_{zon} \cdot \dfrac{M_{algol}}{M_{zon}} \cdot \dfrac{P_{zon}}{P_{algol}}$
- $t = 1{,}0 \cdot 10^{10} \cdot 42{,}875 \cdot \dfrac{1}{110} = 3{,}8977 \cdot 10^9 = 3{,}9 \cdot 10^9$ jaar

c Bereken de levensduur van Wolf 359.

- $\dfrac{M_{wolf}}{M_{zon}} = \left(\dfrac{r_{wolf}}{r_{zon}}\right)^3 \rightarrow \dfrac{M_{wolf}}{M_{zon}} = 0{,}20^3 = 8{,}0 \cdot 10^{-3}$
- $t = t_{zon} \cdot \dfrac{M_{ster} \cdot P_{zon}}{M_{zon} \cdot P_{ster}} \rightarrow t = t_{zon} \cdot \dfrac{M_{wolf}}{M_{zon}} \cdot \dfrac{P_{zon}}{P_{wolf}}$
- $t = 1{,}0 \cdot 10^{10} \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot \dfrac{1}{0{,}0013} = 6{,}15385 \cdot 10^9 = 6{,}2 \cdot 10^9$ jaar

4*** **a** Bereken de dichtheid van de zon zoals zij nu is.

- $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg | $r_{zon} = 6{,}957 \cdot 10^8$ m | $\rho_{zon} = \ldots$ kg/m^3
- volume bol: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow V_{zon} = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(6{,}957 \cdot 10^8\right)^3 = 1{,}41044 \cdot 10^{27}$ m^3
- $\rho = \dfrac{m}{V} \rightarrow \rho = \dfrac{1{,}9884 \cdot 10^{30}}{1{,}41044 \cdot 10^{27}} = 1{,}409773 \cdot 10^3 = 1{,}410 \cdot 10^3$ kg/m^3

b Bereken de dichtheid van de witte dwerg die de zon gaat worden.

- $m_{dwerg\,zon} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30} = 9{,}942 \cdot 10^{29}$ kg | $r_{dwerg\,zon} = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 10^6 = 7{,}0 \cdot 10^6$ m
- $V_{dwerg\,zon} = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(7{,}0 \cdot 10^6\right)^3 = 1{,}436755 \cdot 10^{21}$ m^3
- $\rho = \dfrac{m}{V} \rightarrow \rho = \dfrac{9{,}942 \cdot 10^{29}}{1{,}436755 \cdot 10^{21}} = 6{,}91976 \cdot 10^8 = 6{,}9 \cdot 10^8$ kg/m^3

c Hoeveel massa bevat één cm^3 van deze witte dwerg?

- $1\,\text{cm}^3 = 10^{-6}$ m^3
- $6{,}9 \cdot 10^8$ kg/m^3 $= 6{,}9 \cdot 10^2$ kg/cm^3

5*** **a** Bereken de dichtheid van deze neutronenster.

- opzoeken: $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg
- $m = 1{,}4 \cdot m_{zon} \rightarrow m = 1{,}4 \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30} = 2{,}78376 \cdot 10^{30}$ kg
- volume bol: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot (1{,}0 \cdot 10^4)^3 = 4{,}18879 \cdot 10^{12}$ m^3

- $\rho = \dfrac{m}{V} \quad \rightarrow \quad \rho = \dfrac{2{,}78376 \cdot 10^{30}}{4{,}18879 \cdot 10^{12}} = 6{,}645737 \cdot 10^{17} = 6{,}6 \cdot 10^{17}\ \text{kg/m}^3$

b Bereken de ontsnappingssnelheid van deze neutronenster.

- $m = 2{,}78376 \cdot 10^{30}\ \text{kg} \quad | \quad r = 1{,}0 \cdot 10^4\ \text{m} \quad | \quad v_{ontsnap} = \ldots\ \text{m/s}$
- $v_{ontsnap} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot G \cdot M}{r}}$
- $v_{ontsnap} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}78376 \cdot 10^{30}}{1{,}0 \cdot 10^4}} = 1{,}92767 \cdot 10^8 = 1{,}9 \cdot 10^8\ \text{m/s}$

6*** **a** Bereken de schwarzschildstraal van Sagittarius A.

- opzoeken: $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}\ \text{kg}$
- $m = 3{,}7 \cdot 10^6 \cdot m_{zon} \quad \rightarrow \quad m = 3{,}7 \cdot 10^6 \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30} = 7{,}35708 \cdot 10^{36}\ \text{kg}$
- $r_S = \dfrac{2 \cdot G \cdot m}{c^2}$
- $r_S = \dfrac{2 \cdot 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 7{,}35708 \cdot 10^{36}}{(2{,}99792458 \cdot 10^8)^2} = 1{,}092697 \cdot 10^{10} = 1{,}1 \cdot 10^{10}\ \text{m}$

19.7 Het heelal

1*** **a** Bereken de golflengte van deze spectraallijn van waterstof als dit wordt uitgezonden door een sterrenstelsel dat met 18.000 km/s van ons vandaan beweegt.

- $18.000\ km/s = 1{,}8 \cdot 10^7\ m/s$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{656{,}28 \cdot 10^{-9}} = \dfrac{1{,}8 \cdot 10^7}{2{,}99792458 \cdot 10^8} \rightarrow \Delta\lambda = 3{,}9404 \cdot 10^{-8}\ m = 39{,}4\ nm$
- beweging van ons vandaan $\rightarrow$ de golflengte wordt groter
- $656{,}28 + 39{,}4 = 695{,}68\ nm$

b Bereken de golflengte van de 656,28 nm spectraallijn van waterstof afkomstig van een sterrenstelsel op een afstand van 1,8 miljard lichtjaar.

- aflezen: 1,8 miljard lichtjaar: $v = 39.000\ km/s = 3{,}9 \cdot 10^7\ m/s$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{656{,}28 \cdot 10^{-9}} = \dfrac{3{,}9 \cdot 10^7}{2{,}99792458 \cdot 10^8} \rightarrow \Delta\lambda = 8{,}537546 \cdot 10^{-8}\ m = 85{,}37546\ nm$
- beweging van ons vandaan $\rightarrow$ de golflengte wordt groter
- $656{,}28 + 85{,}37546 = 741{,}655 = 742\ nm$

c Leg uit of er een recht evenredig verband is tussen de verandering van de golflengte $\Delta\lambda$ en de afstand van een sterrenstelsel?

- de Hubble relatie is een recht evenredig verband tussen de afstand van een sterrenstelsel en zijn snelheid
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c} \rightarrow \Delta\lambda = \dfrac{v}{c} \cdot \lambda_0 \rightarrow$ is een recht evenredig verband tussen $\Delta\lambda$ en v
- conclusie: er is een recht evenredig verband tussen $\Delta\lambda$ en de afstand

d Bepaal de Hubble-constante in meter per seconde per meter (m/s per meter).

- aflezen: $v = 39.000\ km/s = 3{,}9 \cdot 10^7\ m/s$ bij 1,8 miljard lichtjaar
- 1,8 miljard lichtjaar is $1{,}8 \cdot 10^9 \cdot 9{,}460886 \cdot 10^{15} = 1{,}702959 \cdot 10^{25}\ m$
- $\dfrac{3{,}9 \cdot 10^7}{1{,}702959 \cdot 10^{25}} = 2{,}29013 \cdot 10^{-18} = 2{,}3 \cdot 10^{-18}\ (m/s)$ per meter

e Toon dit aan.

- $v = H_0 \cdot r$ met $v = c = 3{,}00 \cdot 10^8\ m/s$
- $3{,}00 \cdot 10^8 = 2{,}3 \cdot 10^{-18} \cdot r \rightarrow r = 1{,}304348 \cdot 10^{26}\ m$
- $r = \dfrac{1{,}304348 \cdot 10^{26}}{9{,}460886 \cdot 10^{15}} = 13{,}78674 \cdot 10^9 = 13{,}8 \cdot 10^9$ lichtjaar

f Welke conclusie kun je hieraan verbinden?
- de maximaal meetbare afstand van een sterrenstelsel is 13,8 miljard lichtjaar
- het waarneembare heelal is 13,8 miljard lichtjaar groot

2***
a Beweegt dit stelsel naar ons toe of van ons vandaan?
- de golflengte neemt toe $\rightarrow$ roodverschuiving
- het stelsel beweegt van ons vandaan

b Bereken de snelheid van dit sterrenstelsel.
- $\Delta\lambda = 612{,}358 - 587{,}562 = 24{,}796$ nm
- $\lambda_0 = 587{,}562\ \text{nm} \quad | \quad \Delta\lambda = 24{,}796\ \text{nm} \quad | \quad v = \ldots\ \text{m/s}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$
- $\dfrac{24{,}796}{587{,}562} = \dfrac{v}{2{,}99792458 \cdot 10^8} \quad \rightarrow \quad v = 1{,}265169 \cdot 10^7 = 1{,}2652 \cdot 10^7\ \text{m/s}$

  5 significante cijfers

c Hoeveel procent van de lichtsnelheid is deze snelheid?
- $\dfrac{v}{c} \cdot 100\% = \dfrac{1{,}265169 \cdot 10^7}{2{,}99792458 \cdot 10^8} = 4{,}22015 \cdot 10^{-2} \cdot 100\% = 4{,}22\ \%$

d Bereken met de Hubble-relatie de afstand van dit sterrenstelsel in lichtjaar.
- $v = 1{,}265169 \cdot 10^7\ \text{m/s}$
- $v = H_0 \cdot r \quad \text{met} \quad H_0 = 2{,}3 \cdot 10^{-18}\ \text{m/s per meter}$
- $1{,}265169 \cdot 10^7 = 2{,}3 \cdot 10^{-18} \cdot r \quad \rightarrow \quad r = 5{,}5 \cdot 10^{24}\ \text{m}$
- $r = \dfrac{5{,}5 \cdot 10^{24}}{9{,}460886 \cdot 10^{15}} = 5{,}81418 \cdot 10^8 = 5{,}8 \cdot 10^8$ lichtjaar

3***
a Voldoet dit stelsel aan de Hubblerelatie?
- $v = H_0 \cdot r \quad \text{met} \quad H_0 = 2{,}3 \cdot 10^{-18}\ \text{m/s per meter}$
- $r = 21 \cdot 10^6 \cdot 9{,}460886 \cdot 10^{15} = 1{,}986786 \cdot 10^{23}\ \text{m}$
- $v = 2{,}3 \cdot 10^{-18} \cdot 1{,}986786 \cdot 10^{23} = 4{,}5696 \cdot 10^5\ \text{m/s} = 457\ \text{km/s}$
- dit is niet gelijk aan 241 km/s $\rightarrow$ het stelsel voldoet niet aan de Hubble-relatie

b Bij welke golflengte verwacht je de waterstoflijn met $\lambda = 486{,}1$ nm als je een waarneming doet aan dit stelsel?
- $\lambda_0 = 486{,}1\ \text{nm} \quad | \quad v = 241 \cdot 10^3\ \text{m/s} \quad | \quad \Delta\lambda = \ldots\ \text{cm}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c} \quad \rightarrow \quad \dfrac{\Delta\lambda}{486{,}1} = \dfrac{241 \cdot 10^3}{2{,}99792458 \cdot 10^8} \quad \rightarrow \quad \Delta\lambda = 0{,}39077\ \text{nm}$
- het stelsel beweegt van ons vandaan $\rightarrow$ λ wordt groter
- $\lambda = 486{,}1 + 0{,}3907707 = 486{,}49077 = 486{,}5\ \text{nm}$ (4 significante cijfers)

Examenvragen vwo

Vuurtorens in de ruimte

1p **1** Geef de reden hiervoor.

- De richting van de pulsarbundels is willekeurig, waardoor slechts enkele de aarde bestrijken en de meeste de aarde zullen "missen". 1

2p **2** Geef de reactievergelijking voor de vorming van een neutron.

$^{1}_{1}p + ^{0}_{-1}e \rightarrow ^{1}_{0}n$

- een proton en een elektron in juiste notatie voor de pijl 1
- een neutron in juiste notatie na de pijl 1

4p **3** Laat dat met een berekening zien. Gebruik daarbij dat voor het volume van een bol geldt: $V = {}^4/_3\, \pi\, r^3$.

- gebruik $\rho = \dfrac{m}{V}$ 1
- $\rho_{pulsar} = \rho_{neurton} \rightarrow \dfrac{m_{pulsar}}{V_{pulsar}} = \dfrac{m_{neutron}}{V_{neutron}} \rightarrow \dfrac{m_{pulsar}}{r^3_{pulsar}} = \dfrac{m_{neutron}}{r^3_{neutron}}$ 1
- opzoeken $m_{neutron} = 1{,}67493 \cdot 10^{-27}$ kg en $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg 1
- $\dfrac{1{,}4 \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30}}{r^3_{pulsar}} = \dfrac{1{,}67493 \cdot 10^{-27}}{(1{,}25 \cdot 10^{-15})^3} \rightarrow r_{pulsar} = 1{,}48066 \cdot 10^4 \text{ m} = 14{,}8 \text{ km}$ 1

OOK GOED

- gebruik $\rho = \dfrac{m}{V}$ 1
- opzoeken $m_{neutron} = 1{,}67493 \cdot 10^{-27}$ kg en $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg 1
- dichtheid neutron: $\rho_{neutron} = \dfrac{1{,}67493 \cdot 10^{-27}}{\frac{4}{3}\pi \cdot (1{,}25 \cdot 10^{-15})^3} = 2{,}04728 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$ 1
- $\rho_{pulsar} = \dfrac{1{,}4 \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30}}{\frac{4}{3}\pi \cdot r^3_{pulsar}} = 2{,}04728 \cdot 10^{17} \rightarrow r_{pulsar} = 14{,}8066 \cdot 10^4 \text{ m} = 14{,}8 \text{ km}$ 1

3p **4** Bereken hiermee de baansnelheid van de evenaar van deze pulsar.

- gebruik $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$ 1
- inzicht $T = \dfrac{1}{30} = 3{,}333 \cdot 10^{-2}$ s 1
- completeren $v = \dfrac{2\pi \cdot 15 \cdot 10^3}{3{,}333 \cdot 10^{-2}} = 2{,}82743 \cdot 10^6 = 2{,}8 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ 1

4p **5** Bereken de kritische snelheid van deze pulsar uitgedrukt in de lichtsnelheid.

- gebruik $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v^2}{r}$ en $F_G = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r^2}$ 1
- inzicht $\dfrac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r^2} \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}$ 1

- $v = \sqrt{\dfrac{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot 1,4 \cdot 1,9884 \cdot 10^{30}}{15 \cdot 10^{3}}} = 1,11294 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}$ 1
- dit is $\dfrac{1,11294 \cdot 10^{8}}{3,0 \cdot 10^{8}} \quad \rightarrow \quad v = 0,371 \cdot c = 0,37 \cdot c$ 1

4p **6** Voer de volgende opdrachten uit:
– Bereken de dopplerverschuiving in de golflengte $\Delta\lambda$.
Omdat de dopplerverschuiving relatief klein is, mag in de formule de waargenomen waarde van de golflengte ingevuld worden.
– Ga na om welke lijn in het waterstofspectrum in tabel 21 van Binas het gaat.
– Beredeneer of dit deel van de Krabnevel naar de aarde toe beweegt of van de aarde af.

- gebruik $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = \dfrac{v}{c}$ 1
- $\dfrac{\Delta\lambda}{653 \cdot 10^{-9}} = \dfrac{1,5 \cdot 10^{6}}{3,0 \cdot 10^{8}} \quad \rightarrow \quad \Delta\lambda = 3,265 \cdot 10^{-9}\ \text{m} = 3,3\ \text{nm}$ 1
- opzoeken Binas: overgang $n = 3 \leftrightarrow n = 2 \quad \rightarrow \quad \lambda = 656\ \text{nm}$ 1
- de waargenomen golflengte is 3,3 nm kleiner $\rightarrow$ blauwverschuiving $\rightarrow$ naar ons toe 1

Wega

3p **1** Laat dat zien.
- gebruik $\lambda_{max} \cdot T = k_W$ 1
- uit de figuur blijk dat $\lambda_{max} < 400\ \text{nm}$ 1
- $400 \cdot 10^{-9} \cdot T = 2,897772 \cdot 10^{-3} \quad \rightarrow \quad T = 7244\ \text{K}$ dus T is hoger dan 7000 K 1

4p **2** Bepaal dit percentage.
- inzicht dat de intensiteit de oppervlakte onder de grafiek is 1
- tussen 400 en 800 nm zijn 13 hokjes 1
- één hokje is $100 \cdot 1,0 \cdot 10^{-11} = 1,0 \cdot 10^{-9}\ \text{W/m}^2$ 1
- completeren $\dfrac{13 \cdot 1,0 \cdot 10^{-9}}{2,9 \cdot 10^{-8}} \cdot 100\% = 44,8276 = 45\ \%$ (marge 5%) 1

4p **3** Bereken hoeveel maal zo groot. Je hoeft geen rekening te houden met absorptie in de atmosfeer.
- inzicht $I = \dfrac{P_{bron}}{4\pi \cdot r^2}$ 1
- opzoeken afstand Wega: $r = 23,7 \cdot 10^{16}\ \text{m}$ 1
- opzoeken uitgestraald vermogen van de zon: $P = 3,828 \cdot 10^{26}\ \text{W}$ 1
- completeren $2,9 \cdot 10^{-8} = \dfrac{P_{Wega}}{4\pi \cdot (23,7 \cdot 10^{16})^2} \quad \rightarrow \quad P_{Wega} = 2,04694 \cdot 10^{28}$
- $\dfrac{P_{Wega}}{P_{zon}} = \dfrac{2,04694 \cdot 10^{28}}{3,828 \cdot 10^{26}} = 53,473 \quad \rightarrow$ 53 keer zoveel vermogen als dan zon 1

GRACE

4p **1** Toon dit aan.

- inzicht $F_{mpz} = F_G \quad \rightarrow \quad \frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$ 1
- inzicht $r = R + h \quad \rightarrow \quad r = 6{,}371 \cdot 10^6 + 485 \cdot 10^3 = 6{,}856 \cdot 10^6$ m 1

  $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}856 \cdot 10^6}} = 7{,}62478 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
- $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad 7{,}62478 \cdot 10^3 = \frac{2\pi \cdot 6{,}856 \cdot 10^6}{T} \quad \rightarrow \quad T = 5{,}64967 \cdot 10^3$ s 1
- $T = \frac{5{,}64967 \cdot 10^3}{60 \cdot 60} = 1{,}56934 \text{ h} \quad \rightarrow \quad n = \frac{24}{1{,}56934} = 15{,}293 = 15$ omlopen 1

2p **2** Leg uit dat de onderlinge afstand AB:
– eerst groter wordt;
– uiteindelijk de oorspronkelijke waarde heeft.

- inzicht dat GRACE A het sterkst door de berg wordt aangetrokken waardoor de afstand AB toeneemt 1
- inzicht dat GRACE A en GRACE B na elkaar dezelfde beweging uitvoeren zodat ze de oorspronkelijke afstand behouden 1

Dubbel-planetoïde 1999 KW4 (aangepast)

3p **1** Ga met behulp van een schatting na of dat voor α aannemelijk is.

- bol $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \quad \rightarrow \quad V = \frac{4}{3}\pi \cdot 750^3 = 1{,}767 \cdot 10^9 \text{ m}^3 \quad \left(1{,}0 \cdot 10^9 < V < 2{,}0 \cdot 10^9 \text{ m}^3\right)$ 1
- gebruik $\rho = \frac{m}{V}$ en opzoeken $\rho_{ijzer} = 7{,}87 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ 1
- $\rho = \frac{2{,}6 \cdot 10^{12}}{1{,}767 \cdot 10^9} = 1{,}47 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ dus geen overeenstemming 1

3p **2** Bewijs deze wet met formules uit Binas zonder daarbij gebruik te maken van de wet van Kepler die ook in Binas staat.

- inzicht $F_{mpz} = F_G \quad \rightarrow \quad \frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ 1
- inzicht $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad v^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2}$ 1
- completeren $\frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2} = G \cdot \frac{M}{r} = \quad \rightarrow \quad \frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ 1

2p **3** Bereken hoe groot de afstand tussen α en β is.

- opzoeken waarden voor G, M en T in de juiste eenheden 1
- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2} \quad \rightarrow \quad r^3 = \frac{6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}6 \cdot 10^{12} \cdot (17{,}4 \cdot 3600)^2}{4\pi^2} \rightarrow \quad r = 2{,}6 \cdot 10^3$ m 1

3p **4** Bereken rotatietijd T_{rot}.

- gebruik $a_{mpz} = \frac{v^2}{r} \rightarrow 4{,}3 \cdot 10^4 = \frac{v^2}{750} \rightarrow v = 0{,}568\ m/s$ 1
- gebruik $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow 0{,}568 = \frac{2\pi \cdot 750}{T}$ 1
- completeren $T = 8{,}29646 \cdot 10^3 = 8{,}3 \cdot 10^3\ s$ (2,3 uur) 1

WMAP

4p **1** Toon dat aan.

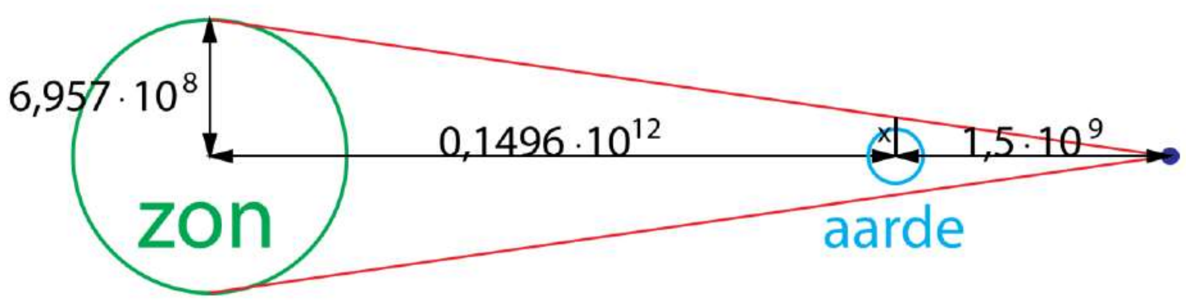
- inzicht $\Sigma F = F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ 1
- gebruik $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ met $T = 365{,}256$ dagen 1
- inzicht $r = 149{,}6 \cdot 10^6\ km + 1{,}5 \cdot 10^6\ km = 1{,}511 \cdot 10^{11}\ m$ 1
- competeren $v = \frac{2\pi \cdot 1{,}511 \cdot 10^{11}}{365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 3{,}00838 \cdot 10^4\ m/s$

  $F_{mpz} = \frac{840 \cdot (3{,}00838 \cdot 10^4)^2}{1{,}511 \cdot 10^{11}} = 5{,}0313 = 5{,}0\ N$ 1

3p **2** Ga door middel van een berekening na welke van de twee gravitatiekrachten hieraan de grootste bijdrage levert.

- gebruik $F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ 1
- opzoeken massa zon $1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg of massa aarde $5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg 1
- zon $\rightarrow F_G = 4{,}88\ N$ | aarde $\rightarrow F_G = 0{,}15\ N$ dus grootste bijdrage van de zon 1

3p **3** Ga na of WMAP volledig in de schaduw van de aarde zit of dat er toch straling van de zon rechtstreeks WMAP bereikt.
Neem aan dat WMAP zich op de lijn door de middelpunten van de aarde en de zon bevindt.



- een schets maken en opzoeken stralen van de aarde en de zon 1
- verhouding $\frac{6{,}957 \cdot 10^8}{0{,}1496 \cdot 10^{12} + 1{,}5 \cdot 10^9} = \frac{x}{1{,}5 \cdot 10^9} \rightarrow x = 6{,}9064 \cdot 10^6$ 1

- de berekende x is groter dan de staal van de aarde $(6{,}371 \cdot 10^{6})$
  dus MWAP staat niet volledig in de schaduw van de aarde 1

3p **4** Welke schatting is de beste? Motiveer je keuze met een berekening.

- schat het gemiddelde vermogen tussen 1 mm en 2 mm $\rightarrow$
  $P = 10 \cdot 14 \cdot 10^{-8} = 1{,}4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{W\,m^{-2}}$ 1
- schat de gemiddelde golflengte 1,5 mm $\rightarrow$
  $E_{foton} = \dfrac{h \cdot c}{\lambda} \rightarrow E_{foton} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{8}}{1{,}5 \cdot 10^{-3}} = 1{,}325 \cdot 10^{-22}\ \mathrm{J}$ 1
- aantal fotonen $\dfrac{1{,}4 \cdot 10^{-6}}{1{,}325 \cdot 10^{-22}} = 1{,}1 \cdot 10^{16}$ $\rightarrow$ dus schatting c 1

2p **5** Toon dat aan.

- gebruik $\lambda_{max} \cdot T = k_W$ 1
- $1{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot T = 2{,}89777 \cdot 10^{-3} \rightarrow \quad T = 2{,}634 = 2{,}6\ \mathrm{K}$ 1

3p **6** Toon dat aan.

- gebruik $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$ 1
- $\lambda_{max} \cdot T = k_W \quad \rightarrow \quad \lambda_{max} \cdot 3000 = 2{,}89777 \cdot 10^{-3} \quad \rightarrow \quad \lambda_{max} = 9{,}659232 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}$ 1
- $\dfrac{1{,}1 \cdot 10^{-3} - 9{,}65923 \cdot 10^{-7}}{9{,}65923 \cdot 10^{-7}} = \dfrac{v}{3{,}0 \cdot 10^{8}} \quad \rightarrow \quad v = 3{,}41 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m/s}$ dit is groter dan c 1