

9 Trillingen

vwo

9.1 Wat is een trilling?

- 1***
- a** De trapper van een fiets tijdens het fietsen.
- geen trilling → wel periodieke beweging maar geen evenwichtsstand
- b** De beweging van je trommelvlies als je iets hoort.
- wel trilling → periodieke beweging en een evenwichtsstand
- c** Een robot die dozen van een lopende band pakt.
- geen trilling → wel periodieke beweging maar geen evenwichtsstand
- d** Eb en vloed aan de kust.
- wel trilling → periodieke beweging en een evenwichtsstand
- e** De beweging van een satelliet om de aarde.
- geen trilling → wel periodieke beweging maar geen evenwichtsstand
- g** Een kind op een wipkip.
- wel trilling → periodieke beweging en een evenwichtsstand
- h** Een tak aan een boom die heen-en-weer zwiept.
- wel trilling → periodieke beweging en een evenwichtsstand

- 2***
- a** Bereken de trillingstijd.
- $f = 650 \text{ Hz} \quad | \quad T = \dots \text{ s}$
 - $f = \frac{1}{T} \rightarrow T = \frac{1}{f}$
 - $T = \frac{1}{650} = 0,00154 \text{ s} \quad \text{3 sign. cijfers}$

- 3****
- a** Hoe vaak is de slinger in deze tijd in punt A geweest?
- na 10 slingeren is de slinger 10 keer in punt A geweest
- b** Hoe vaak is de slinger in deze tijd in punt B geweest?
- in één periode gaat de slinger twee keer door de evenwichtsstand
 - na 10 slingeren is de slinger 20 keer in punt B geweest

c Hoe groot is de trillingstijd?

- 10 slingeren in 4,0 seconde → 1 slinging in 0,40 s

d Bereken de frequentie.

- $T = 0,40 \text{ s} \quad | \quad f = \dots \text{ Hz}$
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ Hz}$

4**

a Welke frequentie heeft deze machine?

- 300 steken per minuut is $\frac{300}{60} = 5$ steken per seconde
- de machine heeft een frequentie van 5,00 Hz 3 sign. cijfers

b Met welke frequentie draait de motor?

- 2400 toeren per minuut is $\frac{2400}{60} = 40$ toeren per seconde
- de motor heeft een frequentie van 40,00 Hz 4 sign. cijfers

5**

a Hoeveel seconde duurt een stap?

- 120 stappen per minuut → 120 stappen in 60 seconden
- één stap duurt $\frac{60}{120} = 0,500 \text{ s}$ 3 sign. cijfers

b Bereken hoe lang ze daar over doen.

- iedere 0,50 s één stap van 80 cm
- iedere seconde legen de soldaten 1,6 meter af
- 10 km = 10000 m
- aantal seconden: $\frac{10000}{1,6} = 6250 \text{ s}$
- $t = 6250 \text{ s} = \frac{6250}{60} = 104,16667 = 1,0 \cdot 10^2 \text{ minuten}$ 2 sign. cijfers

6**

a Bereken de trillingstijd.

- $f = 2,1 \cdot 10^4 \text{ Hz} \quad | \quad T = \dots \text{ s}$
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow T = \frac{1}{f} \rightarrow T = \frac{1}{2,1 \cdot 10^4} = 4,7619 \cdot 10^{-5} = 4,8 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ 2 sign. cijfers

b Hoeveel trillingen bevat dit signaal?

- $t = 0,20 \text{ s} \quad | \quad f = 2,1 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ f is aantal trillingen per seconde
- aantal trillingen = $2,1 \cdot 10^4 \cdot 0,2 = 4,2 \cdot 10^3$

7**

- a Leg uit wat er NIET verandert als je het blokje een tijdje laat slingeren:
- de frequentie NIET: in 0,20 s van de uiterste stand naar de evenwichtsstand
 - de uitwijking WEL: bij een trilling verandert de uitwijking voortdurend
 - de amplitude WEL: want de trilling dempt en wordt uiteindelijk nul
 - de trillingstijd NIET: in 0,20 s van de uiterste stand naar de evenwichtsstand
- b Wat weet je van de snelheid in de uiterste stand?
- in de uiterste stand is de snelheid nul
- c Wat weet je van de snelheid in de evenwichtsstand?
- in de evenwichtsstand is de snelheid maximaal
- d Bereken de frequentie van deze slinger.
- in 0,10 s van de uiterste stand naar de evenwichtsstand
 - van de uiterste stand naar de evenwichtsstand is $\frac{1}{4}$ trilling
 - een hele trilling duurt $4 \cdot 0,2 = 0,8$ s
 - $T = 0,80$ s
 - $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{0,8} = 1,25 = 1,3$ Hz 2 sign. cijfers

8**

- a Bereken de trillingstijd.
- 18 keer per minuut $\rightarrow$ 18 keer in 60 seconden
 - $T = \frac{60}{18} = 3,3333 = 3,3$ s 2 sign. cijfers

- b Bereken de frequentie.

- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{3,3333} = 0,30$ Hz 2 sign. cijfers

9***

- a Leg uit in welke stand je het beste de stopwatch kunt starten.
- start op de uiterste stand want dan staat het blokje even stil en dat is goed te zien
- b Wie van hen voert de nauwkeurigste meting uit: Arend of Simon, of zijn beide metingen even nauwkeurig?
- vanwege de reactietijd maak je bij het indrukken van de stopwatch een kleine fout
 - bij Arend komt deze meetfout in het resultaat
 - bij Simon wordt deze meetfout gedeeld door 10 en komt pas daarna in het resultaat
 - de meting van Simon is dus nauwkeuriger dan die van Arend

(u, t)-diagram

10**

- a Bepaal de amplitude.
- aflezen: maximale uitwijking $\rightarrow A = 0,45$ cm

b Bepaal de trillingstijd.

- aflezen: 4 trillingen in 21 seconden

- $T = \frac{21}{4} = 5,25 \text{ s}$

c Bepaal de frequentie.

- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{5,25} = 0,190476 = 0,190 \text{ Hz}$

11 a** Bepaal de amplitude.

- aflezen: maximale uitwijking $\rightarrow A = 0,38 \text{ cm}$

b Bepaal de trillingstijd.

- aflezen: 4 trillingen in $61 - 5 = 56 \text{ s}$

- $T = \frac{56}{4} = 14 \text{ s}$

c Bepaal de frequentie.

- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{14} = 0,07143 = 0,071 \text{ Hz}$

12 a** Bepaal de amplitude.

- aflezen: maximale uitwijking $\rightarrow A = 4,5 \text{ mm}$

b Bepaal de trillingstijd.

- aflezen: 3 trillingen in $62,5 \mu\text{s}$ (microseconde)

- één trilling duurt $\frac{62,5 \cdot 10^{-6}}{3} = 20,8333 \cdot 10^{-6} = 20,8 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

c Bepaal de frequentie.

- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{20,8333 \cdot 10^{-6}} = 48000 = 4,80 \cdot 10^4 \text{ Hz}$

13* a** Bepaal de amplitude.

- aflezen: maximale uitwijking $\rightarrow A = 14 \text{ cm}$

b Bepaal de trillingstijd.

- aflezen: 3 trillingen in 20 ms (milliseconden)

- één trilling duurt $\frac{0,020}{3} = 0,0066667 = 0,00667 \text{ s}$

c Bepaal de frequentie.

- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{0,0066667} = 150 \text{ Hz}$

14***

a Bepaal de trillingstijd.

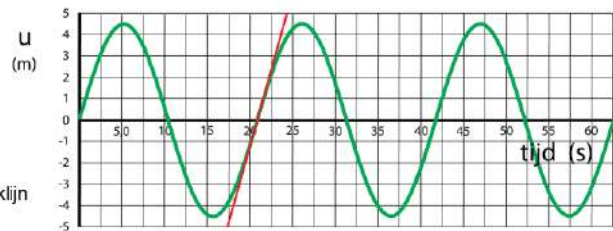
- aflezen: 3 trillingen in 62,5 seconde
- één trilling duurt $\frac{62,5}{3} = 20,8333 = 20,8 \text{ s}$

b Bepaal de frequentie.

- $T = 20,8333 \text{ s}$
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{20,8333} = 0,0480 \text{ Hz}$

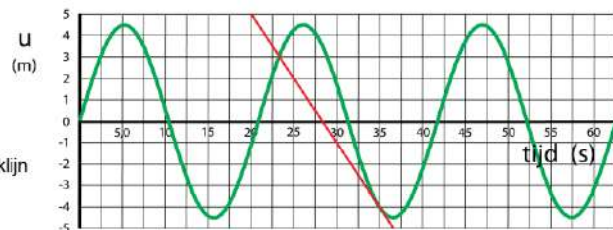
c Bepaal de maximale snelheid.

- teken raaklijn als de grafiek door de evenwichtsstand gaat
- richtingscoëfficiënt raaklijn: $v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$
- $v = \frac{5 - (-5)}{24,5 - 17,5} = \frac{10}{7} = 1,4 \text{ m/s}$



d Bepaal de snelheid op $t = 35 \text{ s}$.

- teken raaklijn op $t = 35 \text{ s}$
- richtingscoëfficiënt raaklijn: $v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$
- $v = \frac{-5 - 5}{36,5 - 20} = \frac{-10}{16,5} = -0,61 \text{ m/s}$



15***

a Bepaal de trillingstijd.

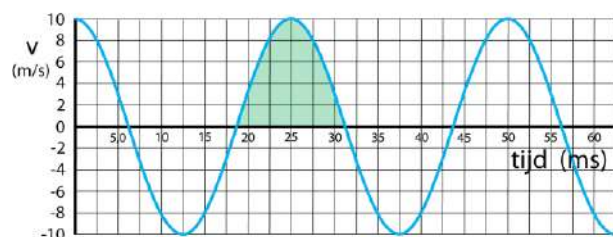
- aflezen: 2,5 trillingen in 62,5 milliseconde
- één trilling duurt $\frac{62,5}{2,5} = 25 \text{ ms}$

b Bepaal de frequentie.

- $T = 25 \text{ ms} = 0,025 \text{ s} \quad | \quad f = \dots \text{ Hz}$
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{0,025} = 40 \text{ Hz}$

c Bepaal de amplitude.

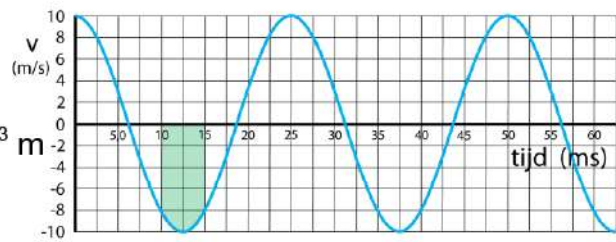
- (v, t) -diagram $\rightarrow$ afstand is de oppervlakte onder de grafiek
- uiterste stand $\rightarrow v = 0$
- hokjes tellen onder de grafiek tussen 18,75 en 31,25 ms $\rightarrow 16$ hokjes
- één hokje
 $s_{\text{hokje}} = 2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$



- afstand : $16 \cdot 5,0 \cdot 10^{-3} = 0,080 \text{ m}$
- van uiterste stand naar uiterste stand is twee keer de amplitude
- $A = 0,08/2 = 0,040 \text{ m}$ (= 4,0 cm)

d Bepaal de afstand tussen $t = 10$ en $t = 15 \text{ ms}$.

- hokjes tellen: 9,6 hokjes
- één hokje: $s_{\text{hokje}} = 2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- afstand : $9,6 \cdot 5,0 \cdot 10^{-3} = 0,048 \text{ m}$
- $s = 0,048 \text{ m}$ (= 4,8 cm)



9.2 Het meten van een trilling

1**

a Bepaal de trillingstijd.

- aflezen: er zijn 1,5 trillingen in 7 hokjes
- 1 hokje = $20 \mu\text{s}$
- 1,5 trillingen in $7 \cdot 20 = 140 \mu\text{s}$
- 1 trilling in $\frac{140}{1,5} = 93,333 = 93 \mu\text{s}$

b Bepaal de frequentie.

- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{93,333 \cdot 10^{-6}} = 1.07143 \cdot 10^4 = 1.07 \cdot 10^4 \text{ Hz}$

c Bepaal de amplitude.

- aflezen: maximale uitwijking $\rightarrow 4,2$ hokjes
- 1 hokje = $0,5 \text{ V}$
- 4,2 hokjes is $4,2 \cdot 0,5 = 2,1 \text{ V}$

2***

a Bepaal de trillingstijd.

- aflezen: er zijn 1,5 trillingen in 10 hokjes
- 1 hokje = $5 \mu\text{s}$
- 1,5 trillingen in $10 \cdot 5 = 50 \mu\text{s}$
- 1 trilling duurt $\frac{50}{1,5} = 33,333 = 33 \mu\text{s}$

b Bepaal de frequentie.

- $T = 33,333 \mu\text{s} = 33,333 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{33,333 \cdot 10^{-6}} = 3,0 \cdot 10^4 \text{ Hz}$

c Bepaal de amplitude.

- aflezen: maximale uitwijking $\rightarrow 2,0$ hokjes
- 1 hokje = $0,2 \text{ mV} \rightarrow 2,0 \text{ hokjes} = 0,40 \text{ mV}$

d Leg uit wat je moet doen met de tijdbasis.

- je hoeft niets met de tijdbasis te doen, want het signaal moet verticaal worden vergroot

e Leg uit wat je moet doen met de gevoeligheid.

- de amplitude van $0,40 \text{ mV}$ moet in 5 hokjes worden weergegeven
- per hokje: $0,4 \text{ mV} / 5 = 0,08 \text{ mV} / \text{div}$

OOK GOED

- je moet de gevoeligheid 2,5 keer groter maken $0,2/2,5 = 0,08 \text{ mV} / \text{div}$

3*****a** Bepaal de trillingstijd.

- aflezen: er is 1 trillingen in 3,8 hokjes
- 1 hokje = 50 ms
- 1 trilling duurt $3,8 \cdot 50 = 190 = 1,9 \cdot 10^2$ ms

b Bepaal de frequentie.

- $T = 190 \text{ ms} = 0,19 \text{ s}$
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{0,19} = 5,26316 = 5,3 \text{ Hz}$

c Bepaal de amplitude.

- aflezen: maximale uitwijking $\rightarrow 4,3$ hokjes
- 1 hokje = 0,2 V
- $4,3 \text{ hokjes} = 4,3 \cdot 0,2 = 0,86 \rightarrow A = 0,86 \text{ V}$

d Leg uit of je nu meer of minder trillingen op het scherm ziet.

- de tijdbasis wordt korter
- er zijn minder trillingen op het scherm te zien

4*****a** Bepaal de tijdbasis.

- $f = 8,889 \cdot 10^5 \text{ Hz} \rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8,889 \cdot 10^5} = 1,125 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
- aflezen: er zijn 4 trillingen in 9 hokjes
- 4 trillingen duren $4 \cdot 1,125 \cdot 10^{-6} = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
- duur van 1 hokje $\frac{4,5 \cdot 10^{-6}}{9} = 5,00 \cdot 10^{-7} \quad (500 \text{ ns})$
- de tijdbasis is 500 ns / div

b Bepaal de gevoeligheid.

- aflezen amplitude is 3,8 hokjes
- 3,8 hokjes $\leftrightarrow 19 \text{ mV}$
- 1 hokje is $\frac{19}{3,8} = 5,0 \text{ mV}$
- de gevoeligheid is 5,0 mV / div

c Bepaal hoeveel trillingen je nu op het scherm ziet.

- 2,5 keer kleinere tijdbasis $\rightarrow \frac{500}{2,5} = 200 \text{ ns / div}$
- je ziet 2,5 minder trillingen
- nu zie je ongeveer 4,5 trillingen
- je ziet dan ongeveer $\frac{4,5}{2,5} = 1,8$ trillingen

5***

a Teken in de figuur het signaal dat je ziet op de oscilloscoop.

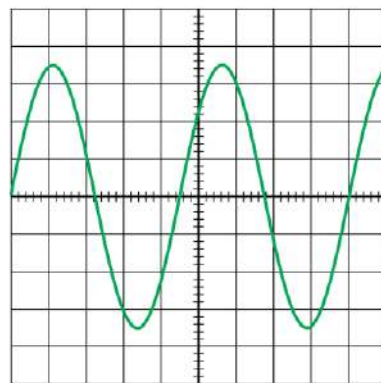
- $T = \frac{1}{f} \rightarrow T = \frac{1}{440} = 2,2727 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 2,2727 \text{ ms}$
- één trilling zichtbaar in $2,2727/0,5 = 4,545$ hokjes
- amplitude is 7,0 volt $\rightarrow 7/2 = 3,5$ hokjes

b Wat verandert er aan het beeld op het scherm als je een hardere tik tegen de stemvork geeft?

- de amplitude wordt groter
- de trillingstijd (frequentie) blijft gelijk

c Hoe zie je aan het beeld dat de toon langzaam uitdooft?

- de amplitude neemt langzaam af



6***

a Hoeveel tijd zit er tussen de punten P en T?

- tussen de punten P en T zitten 11,3 hokjes
- 1 hokje = 20 ms = 0,020 s
- $11,3 \cdot 0,02 = 0,226 \text{ s}$

b Hoeveel slagen geeft het hart per minuut?

- tussen twee hoge pieken zitten 25 hokjes
- 1 hokje = 20 ms = 0,020 s
- $25 \cdot 0,02 = 0,50 \text{ s}$
- 1 hartslag duur 0,50 s $\rightarrow$ aantal per minuut is $60/0,5 = 120$ hartslagen

c Hoeveel millivolt is het signaal bij punt R?

- gerekend vanaf de lijn tussen twee hartslagen is de piek bij R 12 hokjes hoog
- 1 hokje = $200 \mu\text{s} = 200 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
- $12 \cdot 200 \cdot 10^{-6} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 2,4 \text{ mV}$

7***

a Hoe groot is de tijdbasis?

- 116 slagen per minuut $\rightarrow$ één hartslag duurt $60/116 = 0,51724 \text{ s}$
- tel 17,2 hokjes tussen de twee pieken
- verhoudingstabel

hokjes	17,2	1
seconden	0,51724	x

- $x = \frac{0,51724}{17,2} = 0,030072 = 0,030 \text{ seconde per hokje}$

b Hoe groot is de gevoeligheid? (de spanning die hoort bij een klein hokje)

- de piek is 8 hokjes hoog
 - verhoudingstabel
- | | | |
|-----------|-----|---|
| hokjes | 8 | 1 |
| millivolt | 1,6 | x |
- $x = 1,6/8 = 0,20 \text{ mV per hokje}$

9.3 Fase en gereduceerde fase

1**

a Bepaal de fase op $t = 18$ s

- aflezen: $2 \cdot T = 50 \rightarrow T = 25$ s
- $T = 25$ s | $t = 18$ s | $\varphi = \dots$
- $\varphi = \frac{t}{T} \rightarrow \varphi = \frac{18}{25} = 0,72$ geen eenheid

b Bepaal de fase op $t = 55$ s

- $T = 25$ s | $t = 55$ s | $\varphi = \dots$
- $\varphi = \frac{t}{T} \rightarrow \varphi = \frac{55}{25} = 2,2$

c Bepaal de gereduceerde fase op $t = 18$ s

- $\varphi = \frac{18}{25} = 0,72$
- $\varphi_r = 0,72$

d Bepaal de gereduceerde fase op $t = 55$ s

- $\varphi = \frac{55}{25} = 2,2$
- $\varphi_r = 2,2 - 2 = 0,2$

2**

a Bepaal het gereduceerde faseverschil tussen $t = 3,0$ en $t = 20$ μ s

- aflezen: $4 \cdot T = 21,5 - 1,5 = 20$ μ s $\rightarrow T = \frac{20}{4} = 5,0$ μ s
- $T = 5$ μ s | $\Delta t = 20 - 3 = 17$ μ s | $\Delta\varphi = \dots$
- $\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T} \rightarrow \Delta\varphi = \frac{17}{5} = 3,4$
- $\Delta\varphi_r = 3,4 - 3 = 0,4$

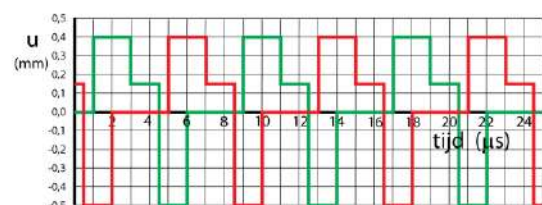
b Bepaal het gereduceerde faseverschil tussen $t = 2,0$ en $t = 22$ μ s

- $T = 5$ μ s | $\Delta t = 22 - 2 = 20$ μ s | $\Delta\varphi = \dots$
- $\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T} \rightarrow \Delta\varphi = \frac{20}{5} = 4,0$
- $\Delta\varphi_r = 4 - 4 = 0,0$

3**

a Teken in de figuur de trilling in tegenfase met de gegeven trilling.

- de trillingstijd is 8 μ s
- verschuif de grafiek 4 μ s



4**

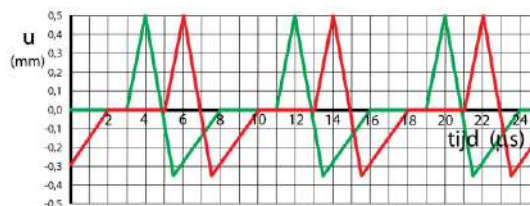
a Teken in de figuur de trilling met een faseverschil van 0,25.

- $2 \cdot T = 19 - 3 = 16 \mu\text{s} \rightarrow T = 8,0 \mu\text{s}$

- $\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$

- $0,25 = \frac{\Delta t}{8 \cdot 10^{-6}} \rightarrow \Delta t = 0,25 \cdot 8 \cdot 10^{-6} = 2,0 \cdot 10^{-6} = 2,0 \mu\text{s}$

- verschuif de grafiek 2,0 μs



b Leg uit of de trilling die je getekend hebt voor of achter loopt op de gegeven trilling.

- de gebeurtenissen komen later in de tijd
- de getekende trilling loopt achter

5***

a Bepaal het faseverschil tussen de trillingen als je er vanuit gaat dat de trilling met de blauwe grafiek voor loopt op de trilling met de groene grafiek.

- $2 \cdot T = 10 \text{ ns} \rightarrow T = 5,0 \text{ ns}$

- $\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$

- $\Delta T = 2,5 - 1,75 = 0,75 \text{ ns}$ kijk bij de nuldoorgang

- $\Delta\varphi = \frac{0,75}{5} = 0,15$

b Bepaal het faseverschil tussen de trillingen als je er vanuit gaat dat de trilling met de blauwe grafiek achter loopt op de trilling met de groene grafiek.

- $\Delta T = 4,25 - 0 = 4,25 \text{ ns}$ kijk bij de nuldoorgang

- $\Delta\varphi = \frac{4,25 - 0}{5} = 0,85$ er hoeft geen minteken bij

9.4 Harmonische trilling

Massaveersysteem

1**

a Bereken de trillingstijd als $m = 400 \text{ g}$ en $C = 2,0 \text{ N/m}$.

- $m = 0,4 \text{ kg}$ | $C = 2,0 \text{ N/m}$ | $T = \dots \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0,4}{2}} \rightarrow T = 2,8 \text{ s}$

b Bereken de trillingstijd als $m = 800 \text{ g}$ en $C = 2,0 \text{ N/m}$.

- $m = 0,8 \text{ kg}$ | $C = 2,0 \text{ N/m}$ | $T = \dots \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0,8}{2}} \rightarrow T = 4,0 \text{ s}$

c Bereken de trillingstijd als $m = 400 \text{ g}$ en $C = 4,0 \text{ N/m}$.

- $m = 0,4 \text{ kg}$ | $C = 4,0 \text{ N/m}$ | $T = \dots \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0,4}{4}} \rightarrow T = 2,0 \text{ s}$

2**

a Bereken de massa als $T = 1,0 \text{ s}$ en $C = 10 \text{ N/m}$.

- $T = 1,0 \text{ s}$ | $C = 10 \text{ N/m}$ | $m = \dots \text{ kg}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{10}} \rightarrow \frac{1}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{10}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 = \frac{m}{10} \rightarrow 0,02533 = \frac{m}{10}$
- $m = 0,02533 \cdot 10 = 0,25 \text{ kg}$

b Bereken de massa als $T = 2,0 \text{ s}$ en $C = 10 \text{ N/m}$.

- $T = 2,0 \text{ s}$ | $C = 10 \text{ N/m}$ | $m = \dots \text{ kg}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{10}} \rightarrow \frac{2}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{10}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{2}{2\pi}\right)^2 = \frac{m}{10} \rightarrow 0,10132 = \frac{m}{10}$
- $m = 0,10132 \cdot 10 = 1,0 \text{ kg}$

c Bereken de massa als $T = 1,0 \text{ s}$ en $C = 20 \text{ N/m}$.

- $T = 1,0 \text{ s}$ | $C = 20 \text{ N/m}$ | $m = \dots \text{ kg}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{20}} \rightarrow \frac{1}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{20}}$

- kwadrateren: $\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 = \frac{m}{20} \rightarrow 0,02533 = \frac{m}{20}$
- $m = 0,02533 \cdot 20 = 0,51 \text{ kg}$

3***

a Bereken de veerconstante als $T = 10 \text{ s}$ en $m = 5,0 \text{ kg}$.

- $T = 10 \text{ s} \mid m = 5,0 \text{ kg} \mid C = \dots \text{ N/m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 10 = 2\pi\sqrt{\frac{5}{C}} \rightarrow \frac{10}{2\pi} = \sqrt{\frac{5}{C}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{10}{2\pi}\right)^2 = \frac{5}{C} \rightarrow 2,533 = \frac{5}{C}$
- $C = \frac{5}{2,533} = 2,0 \text{ N/m}$

b Bereken de veerconstante als $T = 20 \text{ s}$ en $m = 5,0 \text{ kg}$.

- $T = 20 \text{ s} \mid m = 5,0 \text{ kg} \mid C = \dots \text{ N/m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 20 = 2\pi\sqrt{\frac{5}{C}} \rightarrow \frac{20}{2\pi} = \sqrt{\frac{5}{C}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{20}{2\pi}\right)^2 = \frac{5}{C} \rightarrow 10,132 = \frac{5}{C}$
- $C = \frac{5}{10,132} = 0,49 \text{ N/m}$

c Bereken de veerconstante als $T = 10 \text{ s}$ en $m = 10 \text{ kg}$.

- $T = 10 \text{ s} \mid m = 10 \text{ kg} \mid C = \dots \text{ N/m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 10 = 2\pi\sqrt{\frac{10}{C}} \rightarrow \frac{10}{2\pi} = \sqrt{\frac{10}{C}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{10}{2\pi}\right)^2 = \frac{10}{C} \rightarrow 2,533 = \frac{10}{C}$
- $C = \frac{10}{2,533} = 3,9478 = 3,9 \text{ N/m}$

4**

a Hoe groot is de trillingstijd van de auto?

- $m = 950 \text{ kg} \mid C = 4,0 \cdot 10^4 \text{ N/m} \mid T = \dots \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{950}{4,0 \cdot 10^4}} \rightarrow T = 0,9683 = 0,97 \text{ s}$

b Hoe groot is de frequentie van de auto?

- $T = 0,9683 \text{ s} \rightarrow f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{0,9683} = 1,0323 = 1,0 \text{ Hz}$

- c Waar dienen de schokdempers bij een auto voor?
- om de trilling snel te laten stoppen (dempen)

5***

a Bereken de massa van de stoel.

- $f = 1,0 \text{ Hz} \rightarrow T = \frac{1}{f} \rightarrow T = \frac{1}{1} = 1,0 \text{ s}$
- $T = 1,0 \text{ s} \mid C = 800 \text{ N/m} \mid m = \dots \text{ kg}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{800}} \rightarrow \frac{1}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{800}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 = \frac{m}{800} \rightarrow 0,02533 = \frac{m}{800}$
- $m = 0,02533 \cdot 800 = 20,264 = 20,3 \text{ kg}$

b Bereken de massa van de chauffeur.

- $f = 0,5 \text{ Hz} \rightarrow T = \frac{1}{f} \rightarrow T = \frac{1}{0,5} = 2,0 \text{ s}$
- $T = 2,0 \text{ s} \mid C = 800 \text{ N/m} \mid m = \dots \text{ kg}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{800}} \rightarrow \frac{2}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{800}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{2}{2\pi}\right)^2 = \frac{m}{800} \rightarrow 0,10132 = \frac{m}{800}$
- $m = 0,10132 \cdot 800 = 81,057 \text{ kg}$
- massa chauffeur: $m = 81,057 - 20,264 = 60,7927 = 60,8 \text{ kg}$

6***

a Beredeneer met behulp van de formule $T = 2\pi\sqrt{m/C}$ hoeveel extra massa die je aan de veer moet hangen.

- T moet 2 keer zo groot worden
- $\sqrt{m}$ moet 2 keer zo groot worden $\rightarrow m$ moet 4 keer zo groot worden
- nieuwe massa is 80 gram
- je moet 60 gram toevoegen

b Leg uit of je een veer moet kiezen met een grotere of met een kleinere veerconstante.

- T moet groter worden
- C staat in de noemer van een breuk en moet dus kleiner worden

c Beredeneer met behulp van de formule $T = 2\pi\sqrt{m/C}$ hoeveel groter of kleiner de veerconstante moet zijn.

- T moet 2 keer zo groot worden
- $\sqrt{C}$ moet 2 keer zo klein worden
- C moet 4 keer zo klein worden

7****

a Bereken de veerconstante van de veer.

- $m = 50 \text{ g} = 0,050 \text{ kg} \quad | \quad T = 0,80 \text{ s} \quad | \quad C = \dots \text{ N/m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$
- $0,8 = 2\pi\sqrt{\frac{0,05}{C}} \rightarrow \frac{0,8}{2\pi} = \sqrt{\frac{0,05}{C}} \rightarrow 0,0162114 = \frac{0,05}{C}$
- $C = \frac{0,05}{0,0162114} = 3,08425 = 3,1 \text{ N/m}$

b Bereken de lengte van de veer als er geen poppetje aan hangt.

- $C = 3,08425 \text{ N/m} \quad | \quad m = 0,050 \text{ kg} \quad | \quad u = \dots \text{ m}$
- $F_z = m \cdot g \rightarrow F_z = 0,050 \cdot 9,81 = 0,4905 \text{ N}$
- $F = C \cdot u \rightarrow u = \frac{F}{C}$
- $u = \frac{0,4905}{3,08425} = 0,15903 \text{ m} = 15,9 \text{ cm}$
- $\ell = \ell_0 + u \rightarrow \ell_0 = \ell - u \rightarrow \ell_0 = 20 - 15,9 = 4,1 \text{ cm}$

8****

a Bereken de veerconstante van de spiraalveer.

- $F_z = m \cdot g \rightarrow F_z = 0,25 \cdot 9,81 = 2,4525 \text{ N}$
- $F_{\text{veer}} = 2,4525 \text{ N} \quad | \quad u = 150 \text{ mm} = 0,15 \text{ m} \quad | \quad C = \dots \text{ N/m}$
- $F_{\text{veer}} = C \cdot u \rightarrow 2,4525 = C \cdot 0,15 \rightarrow C = 16,35 = 16,4 \text{ N/m}$

b Hoe groot is de amplitude?

- de veer wordt 5,0 cm uitgerekt $\rightarrow A = 0,050 \text{ m}$

c Met welke trillingstijd gaat het blokje trillen?

- $m = 0,25 \text{ kg} \quad | \quad C = 16,35 \text{ N/m} \quad | \quad T = \dots \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0,25}{16,35}} \rightarrow T = 0,77695 = 0,777 \text{ s}$

d Hoe groot is de frequentie?

- $T = 0,77695 \text{ s} \rightarrow f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{0,77695} = 1,287 = 1,29 \text{ Hz}$

e Hoeveel trillingen zijn er per minuut?

- het blokje maakt 1,287 trillingen per seconde
- een minuut heeft 60 seconden
- aantal trillingen per minuut: $1,287 \cdot 60 = 77,225 = 77,2$ trillingen per minuut

f Hoe groot zullen de trillingstijd en de frequentie nu zijn?

- de trillingstijd en de frequentie zijn onafhankelijk van de amplitude
- $T = 0,777 \text{ s}$ en $f = 1,29 \text{ Hz}$

g Bereken de versnelling van het blokje onmiddellijk na het loslaten.

HINT vergeet de zwaartekracht niet

- $C = 16,35 \quad | \quad u = 0,10 + 0,15 = 0,25 \text{ m} \quad | \quad F_{\text{veer}} = \dots \text{ N}$
- $F_{\text{veer}} = C \cdot u \rightarrow F = 16,35 \cdot 0,25 = 4,0875 \text{ N}$
- $\Sigma F = F_{\text{veer}} - F_Z = 4,0875 - 2,4525 = 1,635 \text{ N}$
- $\Sigma F = m \cdot a$
- $1,635 = 0,25 \cdot a \rightarrow a = 6,54 \text{ m/s}^2$

h Leg uit of de maximale snelheid bij een amplitude van 10 cm groter, kleiner of gelijk is aan de maximale snelheid bij een amplitude van 5,0 cm.

- als de trillingstijd gelijk blijft en de amplitude groter is moet het blokje in dezelfde tijd een grotere afstand afleggen
- de gemiddelde snelheid is groter bij een grotere amplitude

9**

a Leg uit of het blokje een harmonische trilling gaat uitvoeren.

- 1,0 cm bij 0,3 N $|$ 5,0 cm bij 2,0 N
- $5 \cdot 0,3 = 1,5 \text{ N}$ en dat is niet gelijk aan 2,0 N
- er is geen recht evenredig verband tussen de kracht en de uitrekking
- het blokje gaat geen harmonische trilling uitvoeren

10****

a Leg uit of de steen een harmonische trilling gaat uitvoeren.

- de grafiek voldoet aan: $F_{\text{res}} = -C \cdot u$
- recht-evenredig verband met negatieve richtingscoëfficiënt
- het blokje gaat een harmonische trilling uitvoeren

b Schets de (u, t)-grafiek van de steen.

- op $t=0$ is de uitrekking 5,0 cm
- teken één sinus met een periode van 2,0 s

c Schets de (F, t)-grafiek van de steen.

- op $t=0$ is de kracht -4,0 N
- teken één sinus met een periode van 2,0 s

d Schets de (v, t)-grafiek van de steen.

- op $t=0$ is de snelheid 0 m/s
- teken één sinus met een periode van 2,0 s

e Bereken de massa van het de steen.

- aflezen: $C = \frac{F}{u} \rightarrow C = \frac{4}{0,05} = 80 \text{ N/m}$ **geen minteken gebruiken**
- $T = 2,0 \text{ s} \quad | \quad C = 80 \text{ N/m} \quad | \quad m = \dots \text{ kg}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$

- $2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{80}} \rightarrow \frac{2}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{80}} \rightarrow 0,31831^2 = \frac{m}{80}$
- $m = 0,31831^2 \cdot 80 = 8,1 \text{ kg}$

11*** a Geef het wiskundig verband tussen de resulterende kracht en de uitwijking.

- de dobber trilt harmonisch
- voor een harmonische trilling geldt: $F_{\text{res}} = -C \cdot u$

b Bereken de veerconstante.

- $u = 2,0 \text{ cm} = 0,020 \text{ m} \mid F = 0,028 \text{ N} \mid C = \dots \text{ N/m}$
- $C = \frac{F}{u} \rightarrow C = \frac{0,028}{0,02} = 1,4 \text{ N/m}$

c Hoeveel centimeter gaat de dobber naar beneden?

- $F = 0,028 \text{ N} \mid C = 1,4 \text{ N/m} \mid u = \dots \text{ m}$
- $F = C \cdot u \rightarrow u = \frac{F}{C}$
- $u = \frac{0,020}{1,4} = 0,01429 = 0,014 \text{ m} = 1,4 \text{ cm}$

d Hoeveel gram weegt de dobber?

- $C = 1,4 \text{ N/m} \mid T = 1,2 \text{ s} \mid m = \dots \text{ kg}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$
- $1,2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{1,4}} \rightarrow \frac{1,2}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{1,4}} \rightarrow 0,190986^2 = \frac{m}{1,4}$
- $m = 0,190986^2 \cdot 1,4 = 0,051 \text{ kg} = 51 \text{ gram}$

12*** a Bereken de "veerconstante" van een H-Cl binding.

- massa van H^+ ion is de massa van een proton
- opzoeken rustmassa proton: $1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- $T = \frac{1}{f} \rightarrow T = \frac{1}{8,970 \cdot 10^{13}} = 1,1148272 \cdot 10^{-14} \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{C} \rightarrow C = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{T^2}$
- $C = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{T^2} \rightarrow C = 4\pi^2 \cdot \frac{1,67262 \cdot 10^{-27}}{(1,1148272 \cdot 10^{-14})^2} = 531,3 \text{ N} \cdot \text{m}$

13**** a Toon aan dat dit in overeenstemming is met de formule voor de trillingstijd van een massaveersysteem.

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{C}$
- $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{C}\right) \cdot m$
- m is het aantal gewichtjes N keer de massa van één gewichtje $m_{\text{gewichtje}}$ plus de massa m_{steen} van de steen $\rightarrow m = N \cdot m_{\text{gewichtje}} + m_{\text{steen}}$
- $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{C}\right) \cdot (N \cdot m_{\text{gewichtje}} + m_{\text{steen}}) = \left(m_{\text{gewichtje}} \cdot \frac{4\pi^2}{C}\right) \cdot N + \left(m_{\text{steen}} \cdot \frac{4\pi^2}{C}\right)$
- $y = ax + b$ met $y = T^2$ | $x = N$ | $a = m_{\text{gewichtje}} \cdot \frac{4\pi^2}{C}$ | $b = m_{\text{steen}} \cdot \frac{4\pi^2}{C}$

b Bepaal de veerconstante.

- 1 gewichtje is 0,10 kg $\rightarrow$ op de horizontale as loopt de massa van 0 tot 0,90 kg
- teken een rechte lijn door de punten en bepaal de richtingscoëfficiënt
- richtingscoëfficiënt is $\frac{5,7 - 1,7}{0,90} = 4,44444$
- richtingscoëfficiënt is $\frac{4\pi^2}{C} = 4,44444$
- $C = \frac{4\pi^2}{4,44444} = 8,88264 = 8,88 \text{ Nm}$

c Bepaal de massa van de steen.

- aflezen bij 0 gewichtjes: $T^2 = 1,7 \text{ s}^2$ $T^2 = 1,7 \text{ s}^2$
- $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{C}\right) \cdot m$
- $1,7 = 4,44444 \cdot m \rightarrow m = 0,3825 = 0,383 \text{ kg}$

Slinger

14**

a Bereken de trillingstijd als $\ell = 2,0 \text{ m}$.

- $\ell = 2,0 \text{ m}$ | $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ | $T = \dots \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2,0}{9,81}} = 2,837 = 2,8 \text{ s}$

b Bereken de frequentie als $\ell = 4,0 \text{ cm}$.

- $\ell = 4,0 \text{ cm} = 0,040 \text{ m}$ | $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ | $T = \dots \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0,040}{9,81}} = 0,4012 \text{ s}$
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{0,4012} = 2,4924 = 2,5 \text{ Hz}$

15**

Voor een slinger geldt: $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$

a Bereken de lengte als $T = 4,0$ s.

- $T = 4,0$ s | $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ | $\ell = \dots \text{ m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow 4 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9,81}} \rightarrow \frac{4}{2\pi} = \sqrt{\frac{\ell}{9,81}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{4}{2\pi}\right)^2 = \frac{\ell}{9,81} \rightarrow 0,40528 = \frac{\ell}{9,81}$
- $\ell = 0,40528 \cdot 9,81 = 3,9758 = 4,0 \text{ m}$

b Bereken de lengte als $T = 1,6$ minuten.

- $T = 1,6 \text{ minuten} = 96 \text{ s}$ | $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ | $\ell = \dots \text{ m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow 96 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9,81}} \rightarrow \frac{96}{2\pi} = \sqrt{\frac{\ell}{9,81}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{96}{2\pi}\right)^2 = \frac{\ell}{9,81} \rightarrow 233,444 = \frac{\ell}{9,81}$
- $\ell = 233,444 \cdot 9,81 = 2290 = 2,3 \cdot 10^3 \text{ m}$ (2,3 km)

c Bereken de lengte als $T = 25$ ms (milliseconden).

- $T = 25 \text{ ms} = 0,025 \text{ s}$ | $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ | $\ell = \dots \text{ m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow 0,025 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9,81}} \rightarrow \frac{0,025}{2\pi} = \sqrt{\frac{\ell}{9,81}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{0,025}{2\pi}\right)^2 = \frac{\ell}{9,81} \rightarrow 1,58314 \cdot 10^{-5} = \frac{\ell}{9,81}$
- $\ell = 1,58314 \cdot 10^{-5} \cdot 9,81 = 1,55306 \cdot 10^{-4} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ (0,16 mm)

16**

a Wie heeft er gelijk, Ella, Sofie of geen van beiden?

- de amplitude is de maximale uitwijking en is 1 meter
- Ella en Sofie hebben beiden geen gelijk

b Wanneer is tijdens het schommelen de snelheid nul?

- in de uiterste stand is de snelheid nul

c Wanneer is tijdens het schommelen de snelheid maximaal?

- in de evenwichtsstand is de snelheid maximaal

d Wie heeft de grootste trillingstijd, Ella, Sofie of is de trillingstijd gelijk?

- voor de trillingstijd van een slinger geldt: $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$
- in de formule komt de massa niet voor
- de trillingstijd is voor beiden gelijk

17****

a Bereken de trillingstijd van deze slinger.

- $\ell = 67 \text{ m} \quad | \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2 \quad | \quad T = \dots \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{67}{9,81}} = 16,42036 = 16 \text{ s}$

b Bereken de frequentie van deze slinger.

- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{16,42} = 0,0609 = 0,061 \text{ Hz}$

c Bereken hoeveel graden het slingervlak na 100 slingerbewegingen is gedraaid.

- 100 slingerbewegingen in $100 \cdot 16,42 = 1642 \text{ s}$
- $1642 \text{ s} = \frac{1642}{60 \cdot 60} = 0,45611 \text{ uur}$
- 360 graden in $\frac{24}{\sin \alpha}$ uur $\rightarrow$ 360 graden in $\frac{24}{\sin 49} = 31,8 \text{ uur}$
- maak verhoudingstabel

uur	31,8	0,45611
graden	360	x
- $31,8 \cdot x = 360 \cdot 0,45611 \rightarrow x = 5,1635$
- na 100 slingerbewegingen is het slingervlak 5,2 graden gedraaid

18***

a Bereken voor iedere slinger de trillingstijd.

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ met $\ell = 1,0 \text{ m} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{g}} = 2,0 \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ met $\ell = 4,0 \text{ m} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{4}{g}} = 4,0 \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ met $\ell = 9,0 \text{ m} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{9}{g}} = 6,0 \text{ s}$

b Bereken de verhouding van de trillingstijden.

- verhouding lentes $1 : 4 : 9$
- verhouding trillingstijden $1 : \sqrt{4} : \sqrt{9} = 1 : 2 : 3$

c Op welk moment zijn de slingers voor de eerste keer opnieuw in fase?

- de langste slinger voert 2 trilling uit in 12 s
- de middelste slinger voert 3 trillingen uit in 12 s en de kortste slinger 6 trillingen
- na 12 s zijn de slingers weer in fase

d Bereken de fase en de gereduceerde fase van de langste slinger op $t = 100 \text{ s}$.

$$T = 6,0 \text{ s} \quad | \quad t = 100 \text{ s} \quad | \quad \varphi = \dots$$

- $\varphi = \frac{100}{6} = 16,66667 = 16,7$
- $\varphi_r = 16,7 - 16 = 0,7$

19******a** Bereken de lengte van de kabel.

- tussen het loslaten en het botsen tegen de muur voert de kogel voert $\frac{1}{4}$ trilling uit
- $\frac{1}{4}T = 2,6 \text{ s} \rightarrow T = 10,4 \text{ s}$
- $T = 10,4 \text{ s} \mid g = 9,81 \text{ m/s}^2 \mid \ell = \dots \text{ m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow 10,4 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9,81}} \rightarrow \frac{10,4}{2\pi} = \sqrt{\frac{\ell}{9,81}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{10,4}{2\pi}\right)^2 = \frac{\ell}{9,81} \rightarrow 2,73972 = \frac{\ell}{9,81}$
- $\ell = 2,73972 \cdot 9,81 = 26,8767 = 27 \text{ m}$

20*****a** Toon dit aan.

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{\ell}$
- $T = \frac{2\pi}{\sqrt{9,81}} \cdot \sqrt{\ell} = 2,00607 \cdot \sqrt{\ell}$
- $T = 2,0 \cdot \sqrt{\ell}$

b Bereken de echte trillingstijd van een slinger van 1,00 m lengte.

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \mid \ell = 1,0 \text{ m} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1,0}{9,81}} = 2,00607 = 2,01 \text{ s}$

c Bereken de procentuele afwijking tussen deze twee trillingstijden.

- $\frac{2,00607 - 2}{2} \cdot 100\% = 0,30\%$

d Bereken de waarde van k op de maan.

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{\ell}$
- opzoeken: op de maan $g = 1,62$ (Binas tabel 31)
- $T = \frac{2\pi}{\sqrt{1,62}} \cdot \sqrt{\ell} = 4,93654 \cdot \sqrt{\ell}$
- op de maan: $k = 4,94$

e Wat zal de conclusie van de astronaut zijn?

- bij een toestand van gewichtsloosheid gaat een slinger niet slingeren

21******a** Bereken de trillingstijd van deze gebroken trilling.

- de trilling bestaat uit twee helften met verschillende lengtes van de slinger
- $\ell_1 = 2,0 \text{ m} \mid \ell_2 = 2,0 - 1,2 = 0,80 \text{ m}$

- $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}}$ en $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}}$
- $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{2,0}{9,81}} = 2,83700 \text{ s}$ | $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{0,80}{9,81}} = 1,79428 \text{ s}$
- de gebroken slinger heeft een halve periode lengte 1 en een halve periode lengte 2
- $T = \frac{1}{2} \cdot T_1 + \frac{1}{2} \cdot T_2 \rightarrow T = 0,5 \cdot 2,83700 + 0,5 \cdot 1,79428 = 2,31565 = 2,32 \text{ s}$

b Bereken d bij deze slingertijd.

- de slinger heeft een halve periode een lengte van 2,00 m
- $T_1 = 2,83700 \text{ s} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot T_1 = 1,41850 \text{ s}$
- de halve periode onder de tafel duurt $2,0 - 1,4185 = 0,5815 \text{ s}$
- $T_2 = 2 \cdot 0,5815 = 1,1623 \text{ s}$
- $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \rightarrow 1,1623 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \rightarrow \ell_2 = 0,3361 \text{ m}$
- $d = 2,0 - 0,3361 = 1,6639 = 1,66 \text{ m}$

22** a** Bereken de tijd T (de periode) onder in de pijp.

- de straal van de halfpip is 2,5 m $\ell = 2,5 - 0,8 = 1,7 \text{ m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1,7}{9,81}} = 2,61559 = 2,6 \text{ s}$

b Hoeveel keer passeert de skater het onderste punt in 20 s?

- in 20 s voert de scater $\frac{20}{2,61559} = 7,64646$ trillingen uit
- bij iedere trilling passeer de scater twee keer het onderste punt
- in 20 s passeert de scater $2 \cdot 7,64646 = 15,29292 = 15$ keer het onderste punt

9.5 De energie van een trillend voorwerp

1**

a Leg uit wie van de kinderen op de schommel met de langste koorden zit.

- de trillingstijd van A is groter dan van B

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

- A heeft de langste koorden

b Leg uit voor wie de maximale snelheid het grootste is.

- $v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$

- de amplitude is voor A en B hetzelfde

- B heeft de kleinste T

- $v_{\max}$ is voor Bas het grootst

OOK GOED

- $v_{\max}$ is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn bij een nuldoorgang

- bij een nuldoorgang is de grafiek van Bas stijler dan de grafiek van Andrea

- $v_{\max}$ is voor Bas het grootst

c Leg uit wie de grootste trillingsenergie bezit.

- $v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$

- $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2}m \cdot v_{\max}^2$

- de amplitude is gelijk

- Bas heeft de kleinste T en dus de grootste maximale snelheid

- B heeft ook de grootste massa

- B heeft de meeste trillingsenergie

2***

a Bereken de maximale snelheid van het trillende proton.

- opzoeken: de massa van een proton is $1,67262 \cdot 10^{-27}$ kg

- $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2}m \cdot v_{\max}^2$

- $5,95 \cdot 10^{-20} = \frac{1}{2} \cdot 1,67262 \cdot 10^{-27} \cdot v_{\max}^2$

- $v_{\max} = 8,4348 \cdot 10^3 = 8,43 \cdot 10^3$ m/s

b Bereken de amplitude van het trillende proton.

- $v_{\max} = 8,4348 \cdot 10^3$ m/s | $f = 8,97 \cdot 10^{13}$ Hz | $A = \dots$ m

- $v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T} = 2\pi \cdot A \cdot f$

- $8,4348 \cdot 10^3 = 2\pi \cdot A \cdot 8,97 \cdot 10^{13}$

- $A = 1,49659 \cdot 10^{-11} = 1,50 \cdot 10^{-11}$ m

c Bereken hoeveel procent de afstand tussen het H^+ -ion en het Cl^- -ion bij een trilling maximaal verandert.

- $A = 1,49659 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
- bindingslengte is $127 \cdot 10^{-12} \text{ m}$
- verandering $= \frac{14,9659 \cdot 10^{-12}}{127 \cdot 10^{-12}} \cdot 100\% = 11,78 = 12\%$

3**

a Bereken de maximale snelheid van het koolstofatoom.

- $v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T} = 2\pi \cdot A \cdot f$
- $v_{\max} = 2\pi \cdot 1,2 \cdot 10^{-12} \cdot 1,5 \cdot 10^{13} = 113,097 = 113 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

b Bereken de trillings-energie van het koolstofatoom.

- $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2$
- $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \cdot 113,097^2 = 1,2744 \cdot 10^{-22} = 1,3 \cdot 10^{-22} \text{ J}$

4***

a Bereken de energie van het trillende blokje.

- $v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T} = 2\pi \cdot A \cdot f$
- $v_{\max} = 2\pi \cdot 0,12 \cdot 1,5 = 1,13097 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2$
- $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 1,13097^2 = 6,3955 \cdot 10^{-2} = 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

b Bereken de veerconstante C

- $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$
- $6,3955 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2} C \cdot 0,12^2 \rightarrow C = 8,88264 = 8,9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

c Hoe groot de trillings-energie op dit tijdstip?

- er is geen demping $\rightarrow$ de trillings-energie verandert niet
- $E_{\text{tril}} = 6,3955 \cdot 10^{-2} = 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

d Hoe groot de kinetische energie op dit tijdstip?

- $E_{\text{veer}} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$
- $E_{\text{veer}} = \frac{1}{2} \cdot 8,88264 \cdot 0,05^2 = 1,11033 \cdot 10^{-2} \text{ J}$
- $E_K = E_{\text{tril}} - E_{\text{veer}}$
- $E_K = 6,3955 \cdot 10^{-2} - 1,11033 \cdot 10^{-2} = 5,28517 \cdot 10^{-2} = 5,3 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

e Hoe groot is de snelheid op dit tijdstip?

- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $5,28517 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot v^2 \rightarrow v = 1,02812 = 1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

5***

a Met welke factor is $v_{\max}$ afgenomen?

- $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2$
- E_{tril} wordt gehalveerd | de massa blijft gelijk
- $v_{\max}^2$ wordt gehalveerd $\rightarrow v_{\text{nieuw}}^2 = \frac{1}{2} \cdot v_{\text{oud}}^2$
- $v_{\text{nieuw}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot v_{\text{oud}} \rightarrow v_{\text{nieuw}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot v_{\text{oud}}$

b Hoe groot de amplitude op dat moment?

- $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$
- E_{tril} wordt gehalveerd | C blijft gelijk
- A^2 wordt gehalveerd $\rightarrow A_{\text{nieuw}}^2 = \frac{1}{2} \cdot A_{\text{oud}}^2$
- $A_{\text{nieuw}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot A_{\text{oud}} \rightarrow A_{\text{nieuw}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot A_{\text{oud}}$
- $A_{\text{nieuw}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot 5 = 3,535534 = 3,5 \text{ cm}$

6***

a Toon dit aan.

- $E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} C \cdot u^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- uiterste stand $u = A$ en $v = 0 \rightarrow E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$
- gelijkstellen $\frac{1}{2} C \cdot u^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} C \cdot A^2$ (factor $\frac{1}{2}$ wegstrepen)
- $m \cdot v^2 = C \cdot A^2 - C \cdot u^2 = C \cdot (A^2 - u^2)$
- $v^2 = \frac{C}{m} \cdot (A^2 - u^2) \rightarrow v = \sqrt{\frac{C}{m} \cdot (A^2 - u^2)}$

b Leg dit uit.

- bij $u = 0$ krijgt $(A^2 - u^2)$ zijn maximale waarde
- $v^2 = \frac{C}{m} \cdot (A^2 - u^2) \rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{C}{m} \cdot (A^2 - 0)}$

c Toon dit aan.

- $v = \sqrt{\frac{C}{m} \cdot (A^2 - u^2)}$
- $v_{\max} = \sqrt{\frac{C}{m} \cdot A^2} \rightarrow v_{\max} = A \cdot \sqrt{\frac{C}{m}}$

d Toon aan dat de twee formules voor $v_{\max}$ in elkaar kunnen worden omgezet.

- $v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$ en $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$
- omkeren $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C}{m}}$
- $v_{\max} = 2\pi \cdot A \cdot \frac{1}{T} \rightarrow v_{\max} = 2\pi \cdot A \cdot \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C}{m}} \rightarrow v_{\max} = A \cdot \sqrt{\frac{C}{m}}$ 2π wegstrepen

7***

a Toon dit aan.

- $E_{\text{tot}} = \frac{1}{2}C \cdot u^2 + \frac{1}{2}m \cdot v^2$
- evenwichtsstand $u=0$ en $v=v_{\text{max}} \rightarrow E_{\text{tot}} = \frac{1}{2}m \cdot v_{\text{max}}^2$
- $v_{\text{max}} = \frac{2\pi \cdot A}{T} = 2\pi \cdot A \cdot f \rightarrow v_{\text{max}}^2 = 4\pi^2 \cdot A^2 \cdot f^2$
- $E_{\text{tot}} = \frac{1}{2}m \cdot 4\pi^2 \cdot A^2 \cdot f^2 \rightarrow E_{\text{tot}} = 2\pi^2 \cdot m \cdot A^2 \cdot f^2$

b Leg uit waarom dit het geval is.

- als de frequentie 2x zo groot is en de amplitude gelijk blijft moet de snelheid 2x zo groot worden
- v_{max} wordt 2x zo groot
- de totale energie is kwadratisch afhankelijk van v_{max} en wordt dus 4x zo groot

8****

a Toon dit aan.

- Pythagoras toepassen

b Leg dit uit.

- $(\ell - h)^2 = \ell^2 - 2 \cdot h \cdot \ell + h^2 \rightarrow (\ell - h)^2 \approx \ell^2 - 2 \cdot h \cdot \ell$
- $h \ll \ell \rightarrow h^2 \ll \ell^2 \rightarrow h^2$ is verwaarloosbaar klein ten opzichte van ℓ^2

c Toon dit aan.

- $(\ell - h)^2 + u^2 = \ell^2$ benadering toepassen
- $\ell^2 - 2h\ell + u^2 = \ell^2$ ℓ^2 wegstrepen
- $-2h\ell + u^2 = 0 \rightarrow 2h\ell = u^2$
- $h = \frac{u^2}{2\ell}$

d Toon dit aan.

- in de uiterste stand geldt: $u = A$
- $\frac{1}{2}C \cdot A^2 = m \cdot g \cdot \frac{A^2}{2\ell}$ A^2 wegstrepen
- $\frac{1}{2}C = \frac{m \cdot g}{2\ell} \rightarrow C = \frac{m \cdot g}{\ell}$

e Toon dit aan.

- $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$
- $C = \frac{m \cdot g}{\ell} \rightarrow C \cdot \ell = m \cdot g \rightarrow \frac{m}{C} = \frac{\ell}{g}$
- $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$

9****

a Bereken de trillings-energie van de slinger van Foucault met deze benadering.

- $m = 28 \text{ kg} \quad | \quad \ell = 67 \text{ m} \quad | \quad A = 3,0 \text{ m} \quad | \quad E_{\text{tril}} = \dots \text{ J}$

- $E_{\text{tril}} = E_z = m \cdot g \cdot \frac{A^2}{2\ell}$

- $E_{\text{tril}} = 28 \cdot 9,81 \cdot \frac{3^2}{2 \cdot 67} = 18,44866 = 18 \text{ J}$

b Bereken opnieuw de trillings-energie van de slinger van Foucault.

- $\sin \alpha = \frac{3}{67} = 4,4776 \cdot 10^{-2} \rightarrow \alpha = 2,56634^\circ$

- $E_{\text{tril}} = m \cdot g \cdot (\ell - \ell \cdot \cos \alpha)$

- $E_{\text{tril}} = 28 \cdot 9,81 \cdot (67 - 67 \cdot \cos 2,56634) = 18,45790 = 18 \text{ J}$

c Bereken de procentuele afwijking tussen de benaderde en exacte waarde voor E_z .

- $\text{afwijking} = \frac{18,45790 - 18,44866}{18,45790} \cdot 100\% = 0,05\%$

9.6 Resonantie

1**

- a Leg uit waardoor er versterking optreedt.
- de trillende stemvork is de aandrijvende kracht voor het raam
 - resonantie → het raam gaat met dezelfde frequentie meetrillen
 - de amplitude van het trillende raam wordt groot
 - grote amplitude → hard geluid
- b Leg uit waarom het geluid sneller uitdooft als je de stemvork tegen de klankkast houdt.
- trillingsenergie wordt van de stemvork naar het raam overgedragen
 - de stemvork verliest snel zijn trillingsenergie
 - het raam draagt trillingsenergie over op de lucht
 - het raam verliest snel zijn trillingsenergie

2**

- a Leg uit wat met resonantie wordt bedoeld.
- door een uitwendige kracht gaat een voorwerp trillen
 - als de aandrijffrequentie gelijk is aan de eigenfrequentie treedt er resonantie op
 - bij resonantie wordt de amplitude van het trillende voorwerp heel groot
- b Bereken de lengte van slinger 2.
- het bewegen van slinger 1 is de aandrijvende kracht voor slinger 2
 - resonantie: $f_{\text{eigen 1}} = f_{\text{eigen 2}}$
 - slingers hebben dezelfde trillingstijd → $T_1 = T_2$
 - $2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}}$ merk op dat de massa er niet toe doet
 - resonantie als $\ell_1 = \ell_2 \rightarrow \ell_2 = 1,5 \text{ m}$

3***

- a Bereken de massa van de auto met chauffeur.
- $s = 10 \text{ m} \quad | \quad v_{\text{gem}} = 12 \text{ m/s} \quad | \quad t = \dots \text{ s}$
 - $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 10 = 12 \cdot t \rightarrow t = 0,83333 \text{ s}$
 - $T_{\text{aandrijf}} = T_{\text{eigen}} = 0,83333 \text{ s}$
 - $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 0,83333 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{5,0 \cdot 10^4}} \rightarrow \frac{0,83333}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{5,0 \cdot 10^4}}$
 - kwadrateren: $\left(\frac{0,83333}{2\pi}\right)^2 = \frac{m}{6,0 \cdot 10^4} \rightarrow 0,01759 = \frac{m}{5,0 \cdot 10^4}$
 - $m = 0,01759 \cdot 5,0 \cdot 10^4 = 879,524 = 8,8 \cdot 10^2 \text{ kg}$
- b Bereken bij welke snelheid er nu resonantie optreedt.
- $m_{\text{nieuw}} = 880 + 150 = 1030 \text{ kg}$

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{1030}{5,0 \cdot 10^4}} = 0,9018 \text{ s}$
- $s = 10 \text{ m} \quad | \quad t = 0,9018 \text{ s} \quad | \quad v_{\text{gem}} = \dots \text{ m/s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t$
- $10 = v_{\text{gem}} \cdot 0,9018 \rightarrow v_{\text{gem}} = 11 \text{ m/s}$

4***

a Bereken de veerconstante.

- $T = \frac{1}{f} \rightarrow T = \frac{1}{1,2} = 0,83333 \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$
- $0,83333 = 2\pi\sqrt{\frac{0,25}{C}} \rightarrow C = 14,21223 = 14 \text{ N/m}$

b Bereken de lengte van de veer als de massa stil hangt.

- $F_{\text{veer}} = F_Z = m \cdot g \rightarrow F_{\text{veer}} = 0,25 \cdot 9,81 = 2,4525 \text{ N}$
- $F_{\text{veer}} = C \cdot u \rightarrow 2,4525 = 14,21223 \cdot u \rightarrow u = 0,17256 \text{ m}$
- $\ell = \ell_0 + u \rightarrow \ell = 0,15 + 0,17256 = 0,32256 = 0,32 \text{ m}$

c Bereken de lengte L van de slinger.

- $T = 2 \cdot 0,83333 = 1,66667 \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$
- $1,66667 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9,81}} \rightarrow \ell = 0,69025 = 0,69 \text{ m}$

d Bereken de lengte ℓ van de draad.

- lengte van uitgerekte veer is 0,32256 m
- $\ell = \text{lengte slinger} - \text{lengte veer} \rightarrow \ell = 0,69025 - 0,32256 = 0,36769 = 0,37 \text{ m}$

9.7 Wiskundige beschrijving

1**

a Hoe groot is de amplitude?

- $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
- $A = 0,10 \text{ m}$

b Hoe groot de trillingstijd?

- $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
- $\frac{2\pi}{T} = 2,0 \rightarrow T = \pi = 3,1416 = 3,1 \text{ s}$

c Hoe groot is de fase en de gereduceerde fase op $t = 10 \text{ s}$?

- $\varphi = \frac{t}{T}$
- $\varphi = \frac{10}{3,14159} = 3,1831 = 3,2$
- $\varphi_r = 3,1831 - 3 = 0,1831 = 0,18$

2**

a Geef de formule voor de uitwijking als functie van de tijd.

- $A = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad | \quad 2\pi f = 2\pi \cdot 10 = 62,832 = 63 \text{ Hz}$
- $u = 3,0 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(63 \cdot t)$

+ b Geef de formule voor de snelheid als functie van de tijd

- $v = \frac{du}{dt}$ snelheid in m/s
- $v = 2\pi f \cdot A \cdot \cos(2\pi f \cdot t)$
- $v = 62,832 \cdot 3,0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(62,832 \cdot t) \rightarrow v = 1,885 \cdot \cos(62,832 \cdot t)$

+ c Geef de formule voor de versnelling als functie van de tijd.

- $a = \frac{dv}{dt}$ versnelling in m/s²
- $a = -(2\pi f)^2 \cdot A \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$
- $a = -(62,832)^2 \cdot 3,0 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(62,832 \cdot t) \rightarrow a = -118,44 \cdot \sin(62,832 \cdot t)$
- $a = -1,2 \cdot 10^2 \cdot \sin(63 \cdot t)$

3***

a Geef de formule voor de uitwijking als functie van de tijd.

- $A = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad | \quad 2\pi f = 2\pi \cdot 10 = 62,832 \text{ Hz}$
- $u = A \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_0)$

- $u = 3,0 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(62,832 \cdot t + 0,25 \cdot 2\pi) \rightarrow u = 3,0 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(63 \cdot t + \frac{1}{2}\pi)$

4***

a Geef het functievoorschrift voor de uitwijking.

- aflezen $A = 4,5 \text{ m}$ en $5 \cdot T = 25 \text{ s} \rightarrow T = 5,0 \text{ s}$

- $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$

- op $t = 0$ is de fase 0

- $u = 4,5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{5} \cdot t\right)$

b Bereken de snelheid op $t = 10$ en $t = 12 \text{ s}$.

- $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$

- $v = \frac{du}{dt} \rightarrow v = A \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$

- voor $t = 10 \text{ s} \rightarrow v = 4,5 \cdot \frac{2\pi}{5} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{5} \cdot 10\right) \rightarrow v = 5,65487 = 5,7 \text{ m/s}$

- voor $t = 12 \text{ s} \rightarrow v = 4,5 \cdot \frac{2\pi}{5} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{5} \cdot 12\right) \rightarrow v = -4,57488 = -4,6 \text{ m/s}$

c Bereken de versnelling op $t = 10$ en $t = 12 \text{ s}$.

- $a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = -A \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$

- voor $t=10 \text{ s} \rightarrow a = -4,5 \cdot \left(\frac{2\pi}{5}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{5} \cdot 10\right) \rightarrow a = 0,0 \text{ m/s}^2$

- voor $t=12 \text{ s} \rightarrow a = -4,5 \cdot \left(\frac{2\pi}{5}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{5} \cdot 12\right) \rightarrow a = -4,17687 = -4,2 \text{ m/s}^2$

5***

a Leg dit uit.

- de sinusfunctie varieert tussen -1 en $+1$

- $\sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) = -1 \rightarrow a_{\max} = A \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$

b Met welke frequentie moet je schudden?

- $a_{\max} = 40 \text{ m/s}^2 \mid A = 0,10 \text{ m} \mid T = \dots \text{ s}$

- $a_{\max} = A \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$

- $40 = 0,1 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \rightarrow \frac{2\pi}{T} = 20 \rightarrow T = 0,314159 \text{ s}$

- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = 3,1831 = 3,2 \text{ Hz}$

c Hoe groot is de maximale kracht die je moet uitoefenen bij het schudden?

- $m = 1,0 \cdot \text{kg} \quad | \quad a = 40 \text{ m/s}^2 \quad | \quad \Sigma F = \dots \text{N}$
- $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow \Sigma F = 1 \cdot 40 = 40 \text{ N}$

6***

a Toon dit aan.

- $v = A \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
- de cosinusfunctie varieert tussen -1 en $+1$

- $v_{\max} = A \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \cdot A}{T} = 2\pi \cdot A \cdot f$

b Toon dit aan.

- de cosinusfunctie varieert tussen -1 en $+1$
- de cosinusfunctie is $+1$ bij $t = 0$ en -1 bij $t = \frac{1}{2}T$
- $t = 0 \rightarrow \varphi = \frac{0}{T} = 0$
- $t = \frac{T}{2} \rightarrow \varphi = \frac{\frac{1}{2}T}{T} = \frac{1}{2}$

c Toon dit aan.

- $a = -A \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
- de sinusfunctie varieert tussen -1 en $+1$

- $a_{\max} = A \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = A \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot A}{T^2}$

d Toon dit aan.

- de sinusfunctie is $+1$ bij $t = \frac{1}{4}T$ en -1 bij $t = \frac{3}{4}T$
- $t = 0 \rightarrow \varphi = \frac{\frac{1}{4}T}{T} = \frac{1}{4}$
- $t = \frac{3}{4}T \rightarrow \varphi = \frac{\frac{3}{4}T}{T} = \frac{3}{4}$

7***

a Leg uit waaraan je kunt zien dat de trilling harmonisch is.

- het (u,t) -diagram is sinusvormig

b Bepaal de krachtconstante C .

- aflezen: uitwijking op uiterste stand is $0,45 \text{ cm} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- aflezen: $u = 0,45 \text{ cm} \rightarrow F = -9,0 \text{ N}$
- $\Sigma F = -C \cdot u \rightarrow -9 = -C \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} \rightarrow C = 2,0 \cdot 10^3 \text{ N/m}$

c Bepaal de massa van het trillende voorwerp.

- 4 trillingen duren 21 ms $\rightarrow T = \frac{21 \cdot 10^{-3}}{4} = 5,25 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

- $C = 2,0 \cdot 10^3 \text{ N/m}$ | $T = 5,25 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ | $m = \dots \text{ kg}$

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$

- $5,25 \cdot 10^{-3} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2,0 \cdot 10^3}} \rightarrow m = 1,3963 \cdot 10^{-3} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \quad (1,4 \text{ gram})$

Examenvragen havo

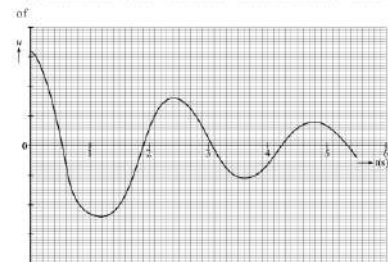
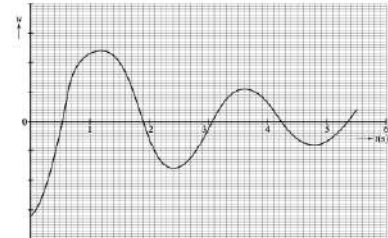
Rugzakgenerator

- 3p **1** Bepaal met behulp van figuur 1 het verschil tussen de maximale en minimale zwaarte-energie van de rugzak.
- aflezen: $\Delta h = 1,167 - 1,113 = 0,054 \text{ m}$ 1
 - $\Delta E_z = m \cdot g \cdot \Delta h$ 1
 - $\Delta E_z = 29 \cdot 9,81 \cdot 0,054 = 15,36 = 15 \text{ J}$ 1
- 3p **2** Bepaal met behulp van figuur 1 de horizontale snelheid van de wandelaar in km/h.
- aflezen: één stap duurt 0,52 s 1
 - $v_{\text{gem}} = \frac{s}{t}$ 1
 - $v_{\text{gem}} = \frac{0,7}{0,52} = 1,346 \text{ m/s} = 1,346 \cdot 3,6 = 4,846 = 4,8 \text{ km/h}$ 1
- 2p **3** Bepaal met behulp van figuur 3 de grootte van de amplitude A. Licht toe hoe je de grootte van A hebt bepaald.
- de amplitude is gelijk aan de maximale afstand tussen de grafieken van de rugzak en het frame
 - aflezen: $A = 2,4 \text{ cm}$ (marge 0,2 cm)
- 3p **4** Bereken de hoeveelheid energie die is opgewekt na 3,5 uur lopen.
- $t = 3,5 \cdot 3600 = 12600 \text{ s}$ 1
 - $E = P \cdot t$ 1
 - $E = 3,7 \cdot 12600 = 46620 = 4,7 \cdot 10^4 \text{ J}$ 1
- 3p **5** Bereken de eigenfrequentie van de rugzak.
- $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$ 1
 - $T = 2\pi \sqrt{\frac{29}{4,1 \cdot 10^3}} = 0,52843 \text{ s}$ 1
 - $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{0,52843} = 1,8924 = 1,9 \text{ Hz}$ 1
- 2p **6** Moet hij daarvoor de massa groter of kleiner maken? Licht je antwoord toe.
- stapfrequentie wordt groter $\rightarrow T_{\text{eigen}}$ moet kleiner worden 1
 - $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow m$ moet kleiner worden 1

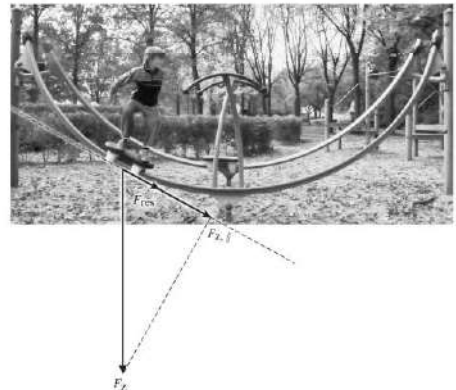
Railbaan

- 2p **1** Leg uit welk tijdsinterval overeenkomt met de trillingstijd van deze beweging.
- na 1,2 s in het hoogste punt rechts en na 2,4 s weer in hoogste punt links 1
 - D komt overeen met de trillingstijd 1

- 4p **2** Schets in figuur 3 het (u,t)-diagram van deze beweging tussen $t = 0$ s en $t = 5,5$ s. De schaalverdeling op de verticale as is niet van belang.
- de amplitude neemt af 1
 - de trillingstijd verandert niet gedurende 5,5 s 1
 - de uitwijking is maximaal (of minimaal) als de hoogte boven de rail maximaal is 1
 - juiste nulpunten 1



- 5p **3** Voer de volgende opdrachten uit:
- Construeer in figuur 4 de component van de zwaartekracht langs de railbaan.
 - Bepaal met behulp van figuur 4 de grootte van de wrijvingskracht (in Newton) langs de railbaan op het moment van de foto.
 - $F_Z = 5,4 \text{ cm} \leftrightarrow 31 \cdot 9,81 = 304,11 \text{ N}$
 $1 \text{ cm} = 56,32 \text{ N}$ 1
 - teken vanuit F_Z de lijn loodrecht op de raaklijn om $F_{Z, \parallel}$ te bepalen 1
 - $F_W = F_{Z, \parallel} - F_{\text{res}}$ 1
 - lengte $F_W = 1,4 \text{ cm}$ (marge 0,2 cm) 1
 - komt overeen met $1,4 \cdot 56,32 = 78,8 = 79 \text{ N}$ 1



- 3p **4** Bepaal met behulp van figuur 5 de afstand die hij dan langs de baan heeft afgelegd.
- afgelegde afstand is de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek 1
 - oppervlakte bepalen tussen $t = 0$ en $t = 1,2$ s 1
 - afstand is 2,5 m (marge 0,4 m) 1

Slinger van Wilberforce

- 3p **1** Bereken de kracht van de veer die dan op het blok werkt.
- zwaartekracht: $F_Z = m \cdot g \rightarrow F_Z = 2,8 \cdot 9,81 = 27,468 \text{ N}$ 1
 - 9,0 cm omlaag trekken: $F_{\text{veer}} = C \cdot u \rightarrow F_{\text{veer}} = 49 \cdot 0,09 = 4,41 \text{ N}$ 1
 - $F = F_Z + F_{\text{veer}} \rightarrow F = 27,468 + 4,41 = 31,878 = 32 \text{ N}$ 1

3p **2** Toon dit aan met behulp van een berekening.

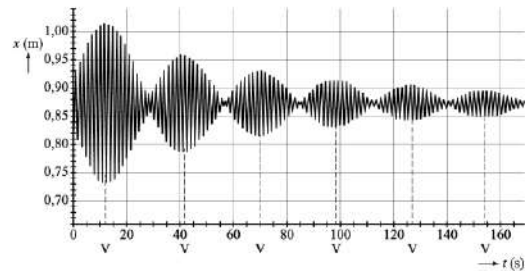
- gebruik: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$ 1
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{2,8}{49}} \rightarrow T = 1,50197 \text{ s}$ 1
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{1,50197} = 0,6658 = 0,67 \text{ Hz}$ 1

1p **3** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de afstand van de onderkant van het blok tot de sensor, als het blok tot stilstand is gekomen.

- aflezen: 0,87 m (marge 0,5 cm) 1

2p **4** Geef in figuur 3 met de letter V alle tijdstippen aan waarop het blok alléén verticaal op en neer beweegt en niet draait.

- het gewicht beweegt alleen verticaal als de uitwijking maximaal is 1
- alle 6 tijdstippen juist aangegeven 1



4p **5** Beantwoord nu de volgende vragen:

- Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de draaifrequentie van de slinger van Wilberforce. Licht je antwoord toe.
- Leg uit of er bij de slinger van Wilberforce sprake is van resonantie.
- aflezen: het gewicht draait 20 keer in 30 seconden $\rightarrow T = 1,5 \text{ s}$ 1
(minstens 5 trillingen aflezen)
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{1,5} = 0,6667 = 0,67 \text{ Hz}$ 1
- de draaifrequentie is gelijk aan de frequentie waarmee de veer op en neer gaat 1
- er is dus sprake van resonantie 1

Examenvragen vwo

Schommelbeest (aangepast)

- 4p 1 Geef een kenmerk van een harmonische trilling en leg met behulp van dat kenmerk uit waarom ieder van de grafieken B, C en D niet bij een harmonische trilling horen.
B niet omdat, C niet omdat, D niet omdat
- harmonische trilling als $F = -C \cdot u$ 1
 - B niet want verkeerd teken 1
 - C niet want niet door de oorsprong 1
 - D niet want niet recht evenredig 1
- 3p 2 Toon dit aan.
- $u = A \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$ 1
 - $v = \frac{du}{dt} \rightarrow v = 2\pi f \cdot A \cdot \cos(2\pi f \cdot t)$ 1
 - $a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = -(2\pi f)^2 \cdot A \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \rightarrow a = -4\pi^2 f^2 \cdot u$ 1
- 2p 3 Bepaal de schommelfrequentie met behulp van de figuur 4 in twee significante cijfers.
- aflezen $a = 2,0 \text{ m/s}^2$ bij $u = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ 1
 - $a = -4\pi^2 f^2 \cdot u \rightarrow 2 = -4\pi^2 f^2 \cdot 0,05 \rightarrow f = 1,0132 = 1,0 \text{ Hz}$ 1

Sloopkogel (aangepast)

- 3p 1 Bereken de lengte van de kabel. Neem hierbij aan dat de sloopinstallatie is op te vatten als een gewone slinger.
- inzicht $T = 4 \cdot 2,3 = 9,2 \text{ s}$ 1
 - gebruik $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ 1
 - $9,2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{9,81}} \rightarrow \ell = 21,0322 = 21 \text{ m}$ 1
- 4p 2 Beschrijf hoe Cindy en Dirk met behulp van deze instrumenten de hypothese van Cindy kunnen toetsen.
- inzicht dat de uitwijkingshoek constant gehouden moet worden 1
 - inzicht dat de laserstraal onderbroken moet worden op het laagste punt 1
 - inzicht $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ met Δx de breedte van het blokje en Δt de tijdsduur 1
 - inzicht dat de meting moet worden herhaald bij verschillende lengtes 1
- 3p 3 Toon dit aan.
- inzicht $v_{\max} = 2\pi A/T$ 1

- inzicht $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ 1
- combineren $v_{\max} = \frac{2\pi A}{2\pi\sqrt{\ell/g}} \rightarrow v_{\max} = \frac{A}{\sqrt{\ell/g}} \rightarrow v_{\max} = A \cdot \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ 1

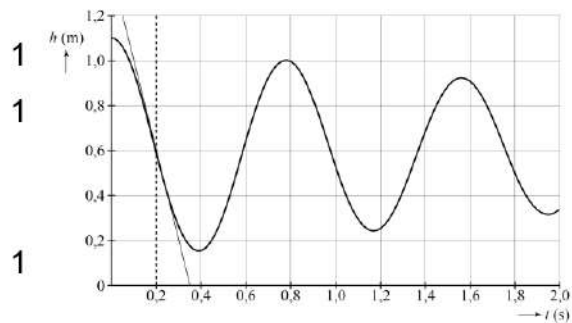
Wipwap met paarden (aangepast)

3p 1 Bepaal met behulp van de figuur de grootste snelheid van de kinderen in dit tijdsinterval.

- inzicht dat de snelheid op $t = 0,2$ s het grootst is
- teken raaklijn en gebruik $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
- $v = \frac{1,2}{0,37 - 0,05} = 3,75 = 3,8 \text{ m/s}$
(marge 0,5 m/s)

OOK GOED

- gebruik $v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$ 1
- aflezen $A = 0,475 \text{ m}$ en $T = 0,78 \text{ s}$ 1
- $v_{\max} = \frac{2\pi \cdot 0,475}{0,78} = 3,826 = 3,8 \text{ m/s}$ (marge 0,5 m/s) 1



3p 2 Bepaal de massa van dit massaveersysteem die uit dat model volgt.

- gebruik $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$ 1
- aflezen $T = 0,78 \text{ s}$ 1
- $0,78 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4,5 \cdot 10^3}} \rightarrow m = 69,35 = 69 \text{ kg}$ 1

4p 3 Bepaal met behulp van figuur 2 deze extra energie.

- gebruik $E_{\text{veer}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$ 1
- $t = 0 \rightarrow u = 0,50 \text{ m} \rightarrow E_{\text{veer}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2 \rightarrow E_{\text{veer}} = \frac{1}{2} \cdot 4,5 \cdot 10^3 \cdot 0,5^2 = 562,5 \text{ J}$ 1
- $t = 0,78 \rightarrow u = 0,40 \text{ m} \rightarrow E_{\text{veer}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2 \rightarrow E_{\text{veer}} = \frac{1}{2} \cdot 4,5 \cdot 10^3 \cdot 0,4^2 = 360,0 \text{ J}$ 1
- verschil $562,5 - 360 = 202,5 \text{ J} = 2,0 \cdot 10^2 \text{ J}$ 1

Spankracht in een slingerkoord (aangepast)

4p 1 Voer de volgende opdrachten uit:

- Laat dat zien, met onder andere een berekening.
- Geef de reden hiervoor.

- spankracht $3T = 1,92 \text{ s} \rightarrow T = 0,64 \text{ s} \rightarrow f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{0,64} = 1,56 \text{ Hz}$ 1

- gebruik $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ 1

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{0,40}{9,81}} \rightarrow T = 1,268 \text{ s} \rightarrow f = 0,788 \text{ Hz} \rightarrow \text{de helft van } 1,56 \text{ Hz}$ 1

- in één slingering is de spankracht 2 keer minimaal in de uiterste standen 1

4p

2 Voer de volgende opdrachten uit:

– teken de component van F_Z evenwijdig aan de spankracht

– toon aan dat $F_S = F_Z \cdot \cos \alpha$

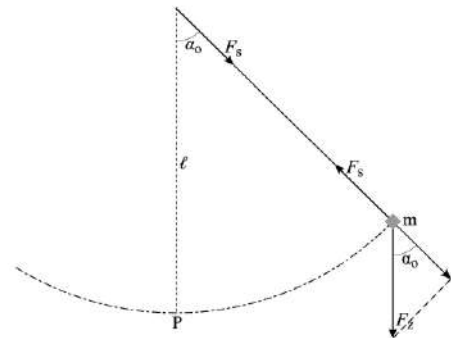
– bepaal de waarde van α_0

- juiste constructie 1

- inzicht $\frac{F_S}{F_Z} = \cos \alpha$ 1

- aflezen op $t=0 \rightarrow F_S = 0,40 \text{ N}$ 1

- $0,40 = 0,050 \cdot 9,81 \cdot \cos \alpha$
 $\alpha = 35,364 = 35 \text{ graden}$ 1



2p

3 Toon aan dat $\frac{m \cdot v_P^2}{\ell}$ dezelfde eenheid heeft als de eenheid van F_{SP} .

- eenheden invullen $\frac{\text{kg} \cdot (\text{m} / \text{s})^2}{\text{m}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ 1

- opzoeken eenheid kracht: $\text{N} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow \text{klopt}$ 1

2p

4 Bepaal met behulp van figuur 2 de grootte van v_P .

- aflezen $F_{SP} = 0,67 \text{ N}$ (marge 0,01 N) 1

- $F_{SP} = m \cdot g + \frac{m \cdot v_P^2}{\ell} \rightarrow 0,67 = 0,05 \cdot 9,81 + \frac{0,05 \cdot v_P^2}{0,4} \rightarrow v_P = 1,198 = 1,2 \text{ m/s}$ 1

2p

5 Hoe groot is dan de waarde van de spankracht? Licht je antwoord toe.

- inzicht dat in de evenwichtsstand $F_S = F_Z$ 1

- $F_S = F_Z = m \cdot g \rightarrow F_S = 0,05 \cdot 9,81 = 0,49 \text{ N}$ 1

OOK GOED

- extrapoleren van de grafieken 1

- $F_S = 0,49 \text{ N}$ (marge 0,02 N) 1

FOUT gemiddelde van de beginwaarden $\rightarrow$ geen punten