

19 Sterrenkunde

vwo

19.1 Het zonnestelsel

- 1***
- a** Welk jaargetijde begint er op het noordelijk halfrond als de zon boven de evenaar staat komen vanaf het zuidelijk halfrond.
- dan begint op het noordelijk halfrond de lente
- b** Welk jaargetijde begint er dan op het zuidelijk halfrond?
- dan begint op het zuidelijk halfrond de herfst
- 2***
- a** Leg uit waarom deze mensen geen gelijk hebben.
- een dag duurt altijd precies 24 uur (86400 seconde)
 - ze bedoelen dat het aantal uur daglicht in december korter is dan in de zomer
- 3****
- a** Leg uit waarom het in de zomer warmer is dan in de winter.
- het gaat om de hoek die de zon maakt met het oppervlak van de aarde
 - in de zomer valt het zonlicht met een grotere hoek ten opzichte van de horizontaal dan in de winter
 - vanwege de grotere invalshoek is de hoeveelheid licht per vierkante meter in de zomer groter
- b** Leg uit of dit temperatuurverschil te maken heeft met de afstand van de aarde tot de zon.
- op ongeveer 4 januari staat de zon het dichtst bij de aarde maar is het op het noordelijk halfrond winter
 - de afstand van de aarde tot de zon heeft geen grote invloed op de temperatuur
- c** Leg uit waarom dit het geval is.
- voor het zuidelijk halfrond is de afstand tussen de aarde en de zon in de zomer kleiner en in de winter groter
 - hierdoor is er op het zuidelijk halfrond een groter temperatuurverschil tussen zomer en winter

- 4***
- a** Hoe ziet de maan eruit bij nieuwe maan en hoe bij volle maan?
- bij nieuwe maan is de maan nauwelijks te zien omdat de zon de andere kant van de maan verlicht en je alleen de niet beschreven kant ziet
 - bij volle maan verlicht de zon de zichtbare kant van de maan, je ziet de maan volledig
- b** Wanneer is het springtij, bij nieuwe maan, bij volle maan of bij zowel nieuwe- als volle maan. Verklaar je antwoord.
- het is springtij bij zowel nieuwe maan als volle maan

- 5***
- a** Zoek op internet de datum van de eerste volle maan van de lente op en controleer op de zondag erop inderdaad Pasen is.
- 2017 eerste volle maan in de lente: 11 april → Pasen: 16 april
 - 2018 eerste volle maan in de lente: 31 maart → Pasen: 1 april
 - 2019 eerste volle maan in de lente: 19 april → Pasen: 21 april
 - 2020 eerste volle maan in de lente: 8 april → Pasen: 12 april
 - 2021 eerste volle maan in de lente: 28 maart → Pasen: 4 april
 - 2022 eerste volle maan in de lente: 16 april → Pasen: 17 april
 - 2023 eerste volle maan in de lente: 6 april → Pasen: 9 april

- 6****
- a** Leg uit waarom er niet iedere maand een maansverduistering en een zonsverduistering is.
- de maan en de aarde bewegen niet precies in hetzelfde vlak, de vlakken maken een hoek van 5,2 graden
 - hierdoor valt de schaduw van de aarde niet altijd op de maan (maansverduistering) en de schaduw van de maan niet altijd op aarde (zonsverduistering)
- b** Leg uit waarom een zonsverduistering zeldzamer is dan een maansverduistering. Maak bij je uitleg gebruik van een schets.
- omdat de maan kleiner is dan de aarde is de schaduw van de maan ook kleiner
 - de kans dat de aarde in de schaduw van de maan komt is hierdoor kleiner

- 7***
- a** Zoek op welke planeet het kortste jaar heeft en welke het langste jaar.
- kortste jaar: Mercurius (87,97 dagen)
 - langste jaar: Neptunus (164,8 jaar)
- b** Zoek op welke planeet de kortste dag heeft en welke de langste dag.
- kortste dag: Jupiter (0,413 dagen)
 - langste dag: Venus (243 dagen, met tegengestelde draairichting)

8*

- a** Zoek op welke planeet dit is.
- Venus: jaar duurt 224,7 dagen en dag duurt 243 dagen (met tegengestelde draairichting)
- b** Zoek op welke planeten dit zijn.
- Venus en Uranus
- c** Controleer of oom Henk gelijk heeft.
- Oom Henk heeft gelijk
- d** Controleer of tante Truus gelijk heeft.
- Tante Truus heeft geen gelijk

9***

- a** Stel dat de aarde zou veranderen in een gasplaneet. Hoeveel keer groter zou het volume (de inhoud) van de aarde dan zijn?

- $\rho = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{m}{\rho}$
- de dichtheid ρ wordt 5 keer kleiner en de massa m blijft gelijk
- volume V wordt 5 keer zo groot

- b** Hoe groot zou de straal van de aarde dan zijn?

- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow V_{\text{aarde}} = \frac{4}{3}\pi \cdot (6,371 \cdot 10^6)^3 = 1,083207 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$
- $5 \cdot V_{\text{aarde}} = 5,416035 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$
- $5,416035 \cdot 10^{21} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow r = 1,089426 \cdot 10^7 = 1,089 \cdot 10^7 \text{ m}$

OOK GOED

- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- V wordt 5 keer zo groot $\rightarrow r^3$ wordt 5 keer zo groot
- r wordt $\sqrt[3]{5} = 1,71$ keer zo groot
- $1,71 \cdot 6,371 \cdot 10^6 = 1,089 \cdot 10^7 \text{ m}$

10***

- a** Leg met behulp van figuur 2 uit hoe het komt dat gezien vanaf de aarde de bewegingsrichting van Mars lijkt om te keren.
- Aarde heeft een jaar van 365 dagen, Mars heeft een jaar van 687 dagen
 - tijdens de beweging om de zon haalt de aarde Mars in
 - vóór het inhalen zie je Mars links aan de hemel en na het inhalen rechts aan de hemel
 - het lijkt alsof Mars van links naar rechts is bewogen
- b** Geef hiervoor een verklaring.
- het vlak waarin Mars om de zon beweegt heeft een hoek van 1,8 graden ten opzichte van het vlak waarin de aarde om de zon beweegt
 - terwijl de aarde Mars inhaalt verschuift de plaats van Mars een beetje

- 11***
- a** Bij welke van de planeten is de helling ten opzichte van de ecliptica het grootst en hoe groot is deze grootste hellingshoek?
- grootste helling ten opzichte van de ecliptica: Mercurius (7,0 graden)
 - kleinste helling ten opzichte van de ecliptica: Uranus (0,8 graden)
- b** Hebben de dwergplaneten Ceres en Pluto een grotere of een kleinere hellingshoek?
- Ceres: 10,6 graden
 - Pluto: 17,1 graden
 - dus een grotere hellingshoek

- 12*****
- a** Bereken de gemiddelde snelheid van New Horizons.
- tussen 19 januari 2006 en 14 juli 2015 zitten 9,5 jaar min 3 dagen
 - tussen 19 januari 2006 en 14 juli 2015 zitten in werkelijkheid 3463 dagen
 - 3463 dagen is $3463 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 2,992 \cdot 10^8$ s
 - de afstand tussen Aarde en Pluto is het verschil in de baanstraal
 - afstand tussen Aarde en Pluto: $5,91 \cdot 10^{12} - 0,1496 \cdot 10^{12} = 5,7604 \cdot 10^{12}$ m
 - $v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
 - $v_{\text{gem}} = \frac{5,7604 \cdot 10^{12}}{2,992 \cdot 10^8} = 1,9253 \cdot 10^4 \text{ m/s} = 19,3 \text{ km/s}$
- b** Is dit in overeenstemming met je antwoord op a? Zo niet, verklaar het verschil.
- antwoord op vraag a is 19,3 km/s en dat is meer dan de opgegeven maximale snelheid
 - reden: Pluto heeft geen cirkelvormige baan en staat soms dichterbij de aarde
 - de kleinste afstand tussen Aarde en Pluto is NIET het verschil in de baanstraal
 - in werkelijkheid is de kleinste afstand tussen Aarde en Pluto $4,28 \cdot 10^{12}$ m
 - $v_{\text{gem}} = \frac{4,28 \cdot 10^{12}}{2,992 \cdot 10^8} = 1,43 \cdot 10^4 \text{ m/s} = 14,3 \text{ km/s}$ dus minder dan 16,3 km/s

- 13****
- a** Hoeveel jaar zit er gemiddeld tussen twee inslagen van zo'n grote meteoriet in bewoond gebied?
- 2% bewoond gebied is 1/50 van het aardoppervlak
 - van de 50 inslagen komt er één in bewoond gebied
 - $50 \cdot 50 = 2500 \rightarrow$ er zit 2500 jaar tussen twee inslagen in bewoond gebied
- b** Maak een schatting hoeveel jaar er gemiddeld zit tussen twee inslagen van zo'n grote meteoriet in Nederland.
- Nederland heeft een oppervlakte van ongeveer 140 bij 300 km = 42.000 km² (in werkelijkheid 41.543 km²)
 - bolvormig oppervlak Aarde: $A = 4\pi \cdot r^2$

- $A = 4\pi \cdot 6371^2 = 5,10064 \cdot 10^8 \text{ km}^2$
- verhouding $\frac{A_{\text{Aarde}}}{A_{\text{Nederland}}} = \frac{5,10064 \cdot 10^8}{4,1543 \cdot 10^4} = 12278$
- van de 12278 inslagen komt er één in Nederland
- $12278 \cdot 50 = 6,139 \cdot 10^5 = 6,1 \cdot 10^5 \text{ jaar}$

14**

- a** Waar bevindt zich de Kuipergordel?
- de Kuipergordel bevindt zich op de afstand van Pluto van de zon
- b** Bereken de dichtheid van de komeet van Halley.
- $V = 15 \cdot 8 \cdot 8 = 960 \text{ km}^3 = 960 \cdot 10^9 \text{ m}^3$
 - $\rho = \frac{m}{V}$
 - $\rho = \frac{2,2 \cdot 10^{14}}{960 \cdot 10^9} = 229,167 = 2,3 \cdot 10^2 \text{ kg / m}^3$
- c** Kan de komeet van Halley volledig uit steen of uit ijzer bestaan?
- nee want daarvoor is de dichtheid veel te klein

15**

- a** Op hoeveel AE van de zon bevindt zich dwergplaneet Pluto zich gemiddeld?
- baanstraal Pluto = $5,91 \cdot 10^{12} \text{ m}$ | baanstraal Aarde = $0,1496 \cdot 10^{12} \text{ m}$
 - afstand Pluto in AE is $\frac{5,91 \cdot 10^{12}}{0,1496 \cdot 10^{12}} = 39,5 \text{ AE}$
- b** Op hoeveel AE van de zon bevindt zich de dichtstbijzijnde ster Proxima Centauri?
- Proxima Centauri staat op een afstand van $4,0 \cdot 10^{16} \text{ m}$
 - afstand Proxima Centauri in AE is $\frac{4,0 \cdot 10^{16}}{0,1496 \cdot 10^{12}} = 2,6738 \cdot 10^5 = 2,7 \cdot 10^5 \text{ AE}$
- c** Bevindt de Proxima Centauri zich in de Oortwolk?
- nee want de Oortwolk strekt zich uit tot maximaal 100.000 AE
 - Proxima Centauri bevindt zich op meer dan de dubbele afstand

19.2 Sterren en sterrenstelsels

1**

a Hoeveel seconden heeft licht nodig om van de maan naar de aarde te reizen?

- $s = 384,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ | $v = c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ | $t = \dots \text{ s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t$
- $384,4 \cdot 10^6 = 2,99792458 \cdot 10^8 \cdot t \rightarrow t = 1,28222 = 1,282 \text{ s}$

b Hoeveel uur heeft licht nodig om van de zon naar dwergplaneet Pluto te reizen?

- $s = 5,91 \cdot 10^{12} \text{ m}$ | $v = c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ | $t = \dots \text{ s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t$
- $5,91 \cdot 10^{12} = 2,99792458 \cdot 10^8 \cdot t \rightarrow t = 1,97136 \cdot 10^4 \text{ s}$
- $1,97136 \cdot 10^4 \text{ s} = 5,47601 = 5,48 \text{ uur}$

c Hoeveel jaar heeft licht nodig om naar het middelpunt van de Melkweg te reizen?

- $s = 2,5 \cdot 10^{20} \text{ m}$ | $v = c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ | $t = \dots \text{ s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t$
- $2,5 \cdot 10^{20} = 2,99792458 \cdot 10^8 \cdot t \rightarrow t = 8,3391 \cdot 10^{11} \text{ s}$
- $8,3391 \cdot 10^{11} \text{ s} = \frac{8,3391 \cdot 10^{11}}{365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 2,6425 \cdot 10^4 = 2,6 \cdot 10^4 \text{ jaar}$

2**

a Hoeveel kubieke meter zand bevat evenveel zandkorrels als dat er sterren in de Melkweg zijn?

- er zijn ongeveer 200 miljard sterren in de Melkweg
- $200 \cdot 10^9 \cdot 0,015 = 3,0 \cdot 10^9 \text{ mm}^3$
- $1 \text{ mm}^3 = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$
- $3,0 \cdot 10^9 \text{ mm}^3 = 3,0 \text{ m}^3$

b Hoeveel zandzakken kun je vullen met het zand van vraag a?

- $r = 0,15 \text{ m}$ | $h = 0,40 \text{ m}$ | $V = \dots \text{ m}^3$
- volume cilinder: $V = \pi r^2 \cdot h$
- $V = \pi \cdot 0,15^2 \cdot 0,4 = 2,8274 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$
- $\frac{3,0}{2,8274 \cdot 10^{-2}} = 106,1 = 1,1 \cdot 10^2 \text{ zandzakken}$

3**

a Hoeveel sterren zijn er in totaal?

- $100 \cdot 10^9 \cdot 100 \cdot 10^9 = 1,0 \cdot 10^{22} \text{ sterren}$

b Hoeveel waterstofatomen zijn er dan ongeveer in het heelal?

- massa waterstofatoom $1,007825 \text{ u}$
- $1,007825 \text{ u} = 1,007825 \cdot 1,660539 \cdot 10^{-27} = 1,673533 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- waterstofatomen in één ster: $\frac{1,9884 \cdot 10^{30}}{1,673533 \cdot 10^{-27}} = 1,1881 \cdot 10^{57}$
- waterstofatomen in het heelal: $1,1881 \cdot 10^{57} \cdot 1,0 \cdot 10^{22} = 1,1881 \cdot 10^{79} = 1,2 \cdot 10^{79}$

4**

a Over hoeveel jaar zien we de sterren die op dit moment in de Arendnevel worden geboren?

- $s = 6,62 \cdot 10^{19} \text{ m}$ | $v = c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ | $t = \dots \text{ s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t$
- $6,62 \cdot 10^{19} = 2,99792458 \cdot 10^8 \cdot t \rightarrow t = 2,2082 \cdot 10^{11} \text{ s}$
- $2,2082 \cdot 10^{11} \text{ s} = \frac{2,2082 \cdot 10^{11}}{365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 6,9973 \cdot 10^3 = 7,00 \cdot 10^3 \text{ jaar}$

5**

a Stel dat we geen intelligent leven waarnemen, betekent dat dan dat er ook geen intelligent leven is?

- het licht van het Andromedastelsel is 2,54 miljoen jaar geleden vertrokken
- in deze 2,54 miljoen jaar kan intelligent leven zich hebben ontwikkeld
- we mogen niet concluderen dat er nu geen intelligent leven is

6**

a Stel dat je op dit moment op een planeet ergens in het Messier 87 stelsel met een supermicroscop naar de aarde zou kijken, zou je dan dinosaurussen zien rondlopen?

- het licht heeft 53,3 miljoen jaar nodig om van de zon naar Messier 87 te reizen
- je ziet de aarde 53,3 miljoen jaar in het verleden
- dinosaurussen zijn 66 miljoen jaar geleden uitgestorven
- je kunt geen dinosaurussen waarnemen

7**

a Bereken de gemiddelde snelheid van de Voyager 1 ruimtesonde.

- $s = 17,42 \cdot 9,460886 \cdot 10^{15} = 1,648086 \cdot 10^{17} \text{ m}$
- 40.000 jaar is $40.000 \cdot 365,256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 1,26232 \cdot 10^{12} \text{ s}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{s}{t} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{1,648086 \cdot 10^{17}}{1,26232 \cdot 10^{12}} = 1,3056 \cdot 10^5 = 1,306 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

OOK GOED

- 17,42 lichtjaar in 40.000 jaar

- $v_{\text{gem}} = \frac{17,42}{40.000} \cdot c$
- $v_{\text{gem}} = \frac{17,42}{40.000} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 = 1,305596 \cdot 10^5 = 1,306 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

8***

a Hoe groot is de gemiddelde afstand tussen twee sterren in de buurt van de zon?

- $\sqrt[3]{250} = 6,2996 = 6,3$
- 250 kubieke lichtjaar is een kubus met een ribbe van 6,3 lichtjaar
- de gemiddelde afstand tussen twee sterren is 6,3 lichtjaar

b Bereken de gemiddelde afstand in lichtjaar tussen de aarde en de meest nabije aardachtige planeet.

- 1 ster in 250 kubieke lichtjaar $\rightarrow$ 100 sterren in 25000 kubieke lichtjaar
- $\sqrt[3]{25000} = 29,24$
- in een kubus met ribbe van 29,24 lichtjaar bevindt zich 1 aardachtige planeet
- de gemiddelde afstand tot de meest nabije aardachtige planeet is 29,2 lichtjaar

c Bereken de gemiddelde afstand in lichtjaar tussen de aarde en de meest nabije planeet met buitenaards leven.

- 1 ster in 250 kubieke lichtjaar $\rightarrow$ 10^4 sterren in $250 \cdot 10^4$ kubieke lichtjaar
- $\sqrt[3]{250 \cdot 10^4} = 135,72$
- in een kubus met ribbe van 135,72 lichtjaar bevindt zich 1 planeet met buitenaards leven
- de gemiddelde afstand tot de meest nabije planeet met buitenaards leven is 136 lichtjaar

19.3 Cirkelbeweging

Cirkelbeweging op aarde

1*

- a Wat is een eenparige cirkelbeweging?
- een beweging met een cirkelbaan en een constante baansnelheid
(eenparig betekent dat iets niet verandert)
- b Waarom is er voor een eenparige cirkelbeweging een kracht nodig?
- als er geen resulterende kracht werkt blijft een voorwerp met een constante snelheid in een rechte lijn bewegen
 - bij een cirkelbeweging is er wel een constante snelheid maar geen rechte lijn
 - er is dus een resulterende kracht nodig
- c Hoe heet deze kracht?
- de middelpuntzoekende kracht F_{mpz}
 - bij een eenparige cirkelbeweging is F_{mpz} altijd gelijk aan ΣF

2**

- a Een steen aan een touw die horizontaal wordt rondgeslingerd.
- het touw oefent een constante kracht uit gericht naar het middelpunt
 - $F_{mpz} = F_{span}$ (F_{span} is de spankracht in het touw)
- b Een steen aan een touw die verticaal wordt rondgeslingerd.
- de som van de kracht in het touw én de zwaartekracht
 - $F_{mpz} = F_{span} + F_Z$ (krachtpijlen optellen, rekening houden met de richting)
- c Een zitje van een draaiende zweefmolen.
- de som van de kracht in het touw én de zwaartekracht
 - $F_{mpz} = F_{span} + F_Z$ (krachtpijlen optellen, rekening houden met de richting)
- d De was in een horizontaal draaiende centrifuge.
- de normaalkracht van de wand tegen de naar buiten geslingerde was
 - $F_{mpz} = F_n$ (F_n is de normaalkracht van de wand tegen de was)
- e De was in een verticaal draaiende centrifuge.
- de som van de normaalkracht van de wand tegen de was én de zwaartekracht
 - $F_{mpz} = F_n + F_Z$ (krachtpijlen optellen, rekening houden met de richting)
- f Een satelliet die om de aarde draait.
- de aantrekkingskracht (gravitatiekracht) die de aarde op de satelliet uitoefent
 - $F_{mpz} = F_{grav}$

3****a** Hoe groot is de baansnelheid van je fietsband?

- het wiel slipt niet
- de baansnelheid van je fietsband is gelijk aan de snelheid van de fiets
- $v_{\text{gem}} = \frac{s}{t} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{100}{13} = 7,6923 = 7,7 \text{ m/s}$
- $v_{\text{baan}} = v_{\text{gem}} = 7,7 \text{ m/s}$

b Bereken de straal van je fietswiel.

- omtrek $= 2\pi \cdot r$
- $2,2 = 2\pi \cdot r \rightarrow r = 0,35014 = 0,35 \text{ m}$

c Bereken de omlooptijd van je fietswiel.

- $v_{\text{baan}} = 7,6923 \text{ m/s} \mid r = 0,35014 \text{ m} \mid T = \dots \text{ s}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $7,6923 = \frac{2\pi \cdot 0,35014}{T} \rightarrow T = 0,286 = 0,29 \text{ s}$

d Bereken de (draai) frequentie van het wiel.

- $f = \frac{1}{T}$ (met T in seconde)
- $f = \frac{1}{0,286} = 3,4965 = 3,5 \text{ Hz}$

4****a** Bereken de middelpuntzoekende kracht op de vrachtauto.

- $v_{\text{baan}} = \frac{80}{3,6} = 22,222 \text{ m/s} \mid m = 10 \cdot 10^3 \text{ kg} \mid r = 300 \text{ m} \mid F_{\text{mpz}} = \dots \text{ N}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 22,222^2}{300} = 1,6461 \cdot 10^4 = 1,6 \cdot 10^4 \text{ N}$

b Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?

- de banden oefenen een zijwaartse kracht uit op het wegdek
- de terugduwende kracht (reactiekracht) van het wegdek veroorzaakt F_{mpz}

5*****a** Bereken de (omloop) frequentie van de trommel tijdens het centrifugeren.

- 1200 omlopen per minuut $= \frac{1200}{60} = 20$ omlopen per seconde
- de (omloop) frequentie is 20,00 Hz (4 sign. cijfers)

- b** Waarom "plakt" tijdens het centrifugeren de natte handdoek tegen de trommelwand?
- de handdoek zal zonder kracht in een rechte lijn bewegen
 - om de richting van de snelheid te veranderen is een kracht nodig
 - de kracht van de wand op de was is gelijk aan de kracht van de was op de wand (3^e wet Newton)
- c** Bereken de baansnelheid van de natte handdoek tijdens het centrifugeren in m/s en in km/h.
- $r = \frac{0,45}{2} = 0,225 \text{ m} \quad | \quad T = \frac{1}{f} = 0,05 \text{ s} \quad | \quad v_{\text{baan}} = \dots \text{ m/s}$
 - $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
 - $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 0,225}{0,05} = 28,27433 = 28 \text{ m/s}$
- d** Bereken de middelpuntzoekende kracht op de natte handdoek tijdens het centrifugeren.
- $m = 0,600 \text{ kg} \quad | \quad v_{\text{baan}} = 28,274 \text{ m/s} \quad | \quad r = 0,225 \text{ m} \quad | \quad F_{\text{mpz}} = \dots \text{ N}$
 - $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$
 - $F_{\text{mpz}} = \frac{0,6 \cdot 28,27433^2}{0,225} = 2,13183 \cdot 10^3 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ N}$
- e** Leg uit hoe de centrifuge er voor zorgt dat de handdoek droger wordt.
- het water wordt ook tegen de wand geslingerd maar gaat door de gaatjes uit de trommel
- f** Leg uit of F_{mpz} tijdens het centrifugeren groter wordt, kleiner wordt of gelijk blijft.
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$
 - tijdens het centrifugeren wordt water weggeslingerd waardoor de massa afneemt
 - v_{baan} en r blijven gelijk
 - F_{mpz} wordt kleiner

6***

- a** Voelt Sanne dat ze een bocht neemt?
- bij het nemen van een bocht wordt er een F_{mpz} op Sanne uitgeoefend
 - Sanne voelt deze kracht op haar lichaam
- b** Bereken F_{mpz} op Sanne.
- $m = 63 \text{ kg} \quad | \quad v_{\text{baan}} = \frac{45}{3,6} = 12,5 \text{ m/s} \quad | \quad r = 20 \text{ m} \quad | \quad F_{\text{mpz}} = \dots \text{ N}$

- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{63 \cdot 12,5^2}{20} = 4,921875 \cdot 10^2 = 4,9 \cdot 10^2 \text{ N}$

c Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?

- F_{mpz} is de zijwaartse kracht van de weg op de wielen van de scooter
- de scooter oefent vervolgens een kracht uit op Sanne

d Met welke snelheid moet Sanne de scherpe bocht nemen?

- $F_{\text{mpz}} = 4,921875 \cdot 10^2 \text{ N} \quad | \quad m = 63 \text{ kg} \quad | \quad r = 5,0 \text{ m} \quad | \quad v_{\text{baan}} = \dots \text{ m/s}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$
- $4,921875 \cdot 10^2 = \frac{63 \cdot v_{\text{baan}}^2}{5} \rightarrow v_{\text{baan}} = 6,25 = 6,3 \text{ m/s}$

e Bereken de maximale snelheid waarmee Sanne de bocht mag nemen.

- $a_{\text{mpz}} = 9,81 \text{ m/s}^2 \quad | \quad m = 63 \text{ kg} \quad | \quad r = 5,0 \text{ m} \quad | \quad v_{\text{baan}} = \dots \text{ m/s}$
- $a_{\text{mpz}} = \frac{F_{\text{mpz}}}{m} \rightarrow a_{\text{mpz}} = \frac{v_{\text{baan}}^2}{r}$
- $9,81 = \frac{v_{\text{baan}}^2}{5} \rightarrow v_{\text{baan}} = 7,00357 = 7,0 \text{ m/s}$

f Moet Sanne dan ook met de helft van de snelheid de bocht nemen?

- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$ m en r blijven gelijk
- als F_{mpz} de helft wordt en m en r blijven gelijk moet v_{baan}^2 de helft worden
- de helft van v_{baan}^2 is niet hetzelfde als de helft van v_{baan}
- $v_{\text{baan nieuw}}^2 = \frac{1}{2} v_{\text{baan oud}}^2 \rightarrow v_{\text{baan nieuw}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot v_{\text{baan oud}}$
- $v_{\text{baan nieuw}} = 0,7071 \cdot v_{\text{baan oud}}$
- $v_{\text{baan nieuw}} = 0,7071 \cdot 7,00357 = 4,97745 = 5,0 \text{ m/s}$
- Sanne kan met meer dan de helft van de normale snelheid de bocht nemen

7****

a Bereken de spankracht in één touw als Vera nog niet aan het schommelen is.

- $F_z = m \cdot g \rightarrow F_z = 47 \cdot 9,81 = 461,07 \text{ N}$
- twee touwen $\rightarrow F_{\text{span}} = \frac{1}{2} F_z \rightarrow F_{\text{span}} = 230,535 = 2,3 \cdot 10^2 \text{ N}$

b Is de spankracht in een touw groter, kleiner of gelijk aan de spankracht als Vera stil hangt.

- in het onderste punt geldt: $\Sigma F = F_{\text{span}} - F_z$
- eenparige cirkelbeweging: $\Sigma F = F_{\text{mpz}}$
(in de evenwichtsstand (onderste punt) verandert de baansnelheid niet)

- $\Sigma F = F_{\text{mpz}} = F_{\text{span}} - F_Z \rightarrow F_{\text{span}} = F_{\text{mpz}} + F_Z$

- door de cirkelbeweging wordt de spankracht groter

c Bereken de middelpuntzoekende kracht als Vera het onderste punt passeert.

- $m = 47 \text{ kg} \mid v_{\text{baan}} = 3,0 \text{ m/s} \mid r = 2,4 \text{ m} \mid F_{\text{mpz}} = \dots \text{ N}$

- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$

- $F_{\text{mpz}} = \frac{47 \cdot 3^2}{2,4} = 176,25 = 1,8 \cdot 10^2 \text{ N}$

d Bereken de spankracht in één touw als Vera het onderste punt passeert.

- $F_{\text{mpz}} = 176,25 \text{ N} \mid F_Z = 461,07 \text{ N} \mid F_{\text{span (2x)}} = \dots \text{ N}$

- $F_{\text{span}} = F_{\text{mpz}} + F_Z$

- $F_{\text{span (2x)}} = 176,25 + 461,07 = 637,32 \text{ N}$

- F_{span} in één touw: $F_{\text{span}} = 318,66 = 3,2 \cdot 10^3 \text{ N}$

8** a** Hoe groot is de baansnelheid op de Noordpool?

- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$

- op de Noordpool: $r = 0$

- $v_{\text{baan}} = 0 \text{ m/s}$

b Hoe groot is de baansnelheid op de evenaar?

- opzoeken: $r_{\text{aarde}} = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$ (bij de evenaar, zie voetnoot 3 bij Binas tabel 31)

- $T = 24 \cdot 60 \cdot 60 = 86400 \text{ s}$

- $r = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m} \mid T = 86400 \text{ s} \mid v_{\text{baan}} = \dots \text{ m/s}$

- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$

- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 6,378 \cdot 10^6}{86400} = 4,63821 \cdot 10^2 = 4,638 \cdot 10^2 \text{ m/s}$ (4 sign. cijfers)

c Hoe groot is de middelpuntzoekende kracht op een persoon van 70 kg op de evenaar?

- $m = 70 \text{ kg} \mid v_{\text{baan}} = 4,63821 \cdot 10^2 \text{ m/s} \mid r = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} \mid F_{\text{mpz}} = \dots \text{ N}$

- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$

- $F_{\text{mpz}} = \frac{70 \cdot (4,63821 \cdot 10^2)^2}{6,378 \cdot 10^6} = 2,3611 = 2,4 \text{ N}$

d Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?

- van de zwaartekracht

e Is de baansnelheid in Amsterdam groter, kleiner of even groot als v_{baan} op de evenaar?

- de straal van de cirkelbeweging van Amsterdam is kleiner dan die van de cirkelbeweging op de evenaar
- de omlooptijd is in Amsterdam gelijk aan die op de evenaar

- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$

- r is kleiner en T is gelijk $\rightarrow v_{\text{baan}}$ is kleiner

f Toon dit aan.

- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v_{\text{baan}}^2 = \left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2}$

- $\frac{v_{\text{baan}}^2}{r} = \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2}$

- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r} = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$

g Is de middelpuntzoekende kracht op een persoon van 70 kg in Amsterdam groter, kleiner of even groot als F_{mpz} op de evenaar?

- de straal van de cirkelbeweging van Amsterdam is kleiner dan die van de cirkelbeweging op de evenaar
- de omlooptijd is in Amsterdam gelijk aan die op de evenaar

- $F_{\text{mpz}} = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$

- r is kleiner en T is gelijk $\rightarrow F_{\text{mpz}}$ is kleiner

h Bereken F_{mpz} op een persoon van 70 kg in Amsterdam.

- $r_{\text{baan Ams}} = r_{\text{aarde}} \cdot \cos 52 \rightarrow r_{\text{baan Ams}} = 6,371 \cdot 10^6 \cdot 0,61566 = 3,92238 \cdot 10^6 \text{ m}$

- $F_{\text{mpz}} = \frac{4\pi^2 \cdot 70 \cdot 3,92238 \cdot 10^6}{86400^2} = 1,452044 = 1,5 \text{ N}$

Cirkelbeweging in de ruimte

9**

a Bereken de baansnelheid van de aarde om de zon.

- opzoeken: $r_{\text{baan Aarde}} = 0,1496 \cdot 10^{12} \text{ m}$

- opzoeken: $T_{\text{Aarde}} = 365,256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 3,15581184 \cdot 10^7 \text{ s}$

- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$

- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 0,1496 \cdot 10^{12}}{3,15581184 \cdot 10^7} = 2,9785189 \cdot 10^4 = 2,979 \cdot 10^4 \text{ m/s} \quad (4 \text{ sign. cijfers})$

b Bereken de middelpuntzoekende kracht die de zon op de aarde uitoefent.

- $m_{\text{Aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad | \quad v_{\text{baan}} = 2,97852 \cdot 10^4 \text{ m/s} \quad | \quad r_{\text{baan}} = 0,1496 \cdot 10^{12} \text{ m}$

- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{5,972 \cdot 10^{24} \cdot (2,9785189 \cdot 10^4)^2}{0,1496 \cdot 10^{12}} = 3,5415137 \cdot 10^{22} = 3,542 \cdot 10^{22} \text{ N (4 sig. cijf.)}$

c Bereken de middelpuntzoekende kracht die de zon op Saturnus uitoefent.

- opzoeken: $m_{\text{Saturnus}} = 568 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- opzoeken: $r_{\text{baan Saturnus}} = 1,427 \cdot 10^{12} \text{ m}$
- opzoeken: $T_{\text{Saturnus}} = 29,45 \cdot 365,256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 9,29386587 \cdot 10^8 \text{ s}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{4\pi^2 \cdot 568 \cdot 10^{24} \cdot 1,427 \cdot 10^{12}}{(9,29386587 \cdot 10^8)^2} = 3,70458228 \cdot 10^{22} = 3,70 \cdot 10^{22} \text{ N (3 sign. cijfers)}$

d Is F_{mpz} die op Saturnus wordt uitgeoefend groter of kleiner dan F_{mpz} die op de aarde wordt uitgeoefend?

- vergelijk je antwoorden op b en c
- F_{mpz} op Saturnus is een klein beetje groter dan F_{mpz} op de aarde

e Is de baansnelheid van Saturnus groter of kleiner dan de baansnelheid van de aarde?

- opzoeken: $r_{\text{baan Saturnus}} = 1,427 \cdot 10^{12} \text{ m}$
- opzoeken: $T_{\text{Saturnus}} = 29,45 \cdot 365,256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 9,29386587 \cdot 10^8 \text{ s}$
- $r_{\text{baan Saturnus}} \approx 10 \cdot r_{\text{baan Aarde}}$
- $T_{\text{Saturnus}} = 29,45 \cdot T_{\text{Aarde}}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- Saturnus: r is 10 keer zo groot en T is 29 keer zo groot
- $v_{\text{baan Aarde}}$ is groter dan $v_{\text{baan Saturnus}}$

OOK GOED

- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 1,427 \cdot 10^{12}}{9,29386587 \cdot 10^8} = 9,647337 \cdot 10^3 = 9,647 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
- $v_{\text{baan Aarde}}$ is groter dan $v_{\text{baan Saturnus}}$

10* a** Bereken de baansnelheid van de zon.

- één lichtjaar is $9,460886 \cdot 10^{15} \text{ m}$
- $r_{\text{baan Zon}} = 26 \cdot 10^3 \cdot 9,460886 \cdot 10^{15} = 2,45983 \cdot 10^{20} \text{ m}$
- één jaar is $3,15581184 \cdot 10^7 \text{ s}$
- $T_{\text{Zon}} = 245 \cdot 10^6 \cdot 3,15581184 \cdot 10^7 = 7,731739 \cdot 10^{15} \text{ s}$

- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 2,45983 \cdot 10^{20}}{7,731739 \cdot 10^{15}} = 1,998977 \cdot 10^5 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

b Bereken F_{mpz} die op de zon wordt uitgeoefend.

- $m_{\text{Zon}} = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad | \quad v_{\text{baan}} = 1,998977 \cdot 10^5 \text{ m/s} \quad | \quad r_{\text{baan}} = 2,45983 \cdot 10^{20} \text{ m}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{1,9884 \cdot 10^{30} \cdot (1,998977 \cdot 10^5)^2}{2,45983 \cdot 10^{20}} = 3,230087 \cdot 10^{20} = 3,2 \cdot 10^{20} \text{ N}$

c Hoeveel galactische jaren heeft de zon ongeveer gehad?

- leeftijd zon is $4,5 \cdot 10^9$ jaar miljard jaar oud
- één omwenteling in $245 \cdot 10^6$ jaar
- aantal galactische jaren: $\frac{4,5 \cdot 10^9}{245 \cdot 10^6} = 18,367 = 18 \text{ galactische jaren}$

d Hoeveel galactische jaren wordt de zon oud?

- de zon wordt ongeveer $2 \cdot 18 = 36$ galactische jaren oud

19.4 Gravitatie

1** a Bereken de aantrekkende gravitatiekracht die deze stenen op elkaar uitoefenen.

- $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ met $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $F_G = 6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1 \cdot 1}{1^2} = 6,674 \cdot 10^{-11} = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N}$

b Bereken de afstand tussen twee puntmassa's van 1,0 kg die een gravitatiekracht van 1,0 N op elkaar uitoefenen.

- $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$
- $1 = 6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1 \cdot 1}{r^2} \rightarrow r^2 = 6,674 \cdot 10^{-11} \rightarrow r = 8,169 \cdot 10^{-6} = 8,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

2** a Leid de formule af voor g die volgt uit de gravitatiewet van Newton.

- vlak bij het oppervlak van de aarde geldt: $m_1 = M_{\text{aarde}}$ en $r = r_{\text{aarde}}$

- $F_G = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde}}^2} \cdot m \rightarrow F_G = \left(G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde}}^2} \right) \cdot m = g \cdot m$

- $g = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde}}^2}$

b Geef de eenheid af van de gravitatieconstante G in basiseenheden.

- $[G] = \text{N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ met $[\text{N}] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- $[G] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} = \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

c Leid de eenheid van g af uit de gravitatiewet van Newton.

- $g = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde}}^2} \rightarrow [g] = \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

3*** a Bereken de massa's van de twee loden bollen.

- grote bol: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3} \pi \cdot 0,15^3 = 1,4137 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$
- kleine bol: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3} \pi \cdot 0,0255^3 = 6,9456 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$
- $\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V$ met $\rho_{\text{lode}} = 11,3 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
- grote bol: $m_{\text{groot}} = 11,3 \cdot 10^3 \cdot 1,4137 \cdot 10^{-2} = 159,748 = 160 \text{ kg}$

- kleine bol: $m_{\text{klein}} = 11,3 \cdot 10^3 \cdot 6,9456 \cdot 10^{-5} = 0,78485 = 0,78 \text{ kg}$
- b** Bereken de gravitatiekracht tussen de twee bollen als de afstand tussen de bollen gemeten vanaf de buitenkant 1,0 cm is.
 - r is de afstand tussen de zwaartepunten van de bollen in meter
 - $r = 0,15 + 0,0255 + 0,010 = 0,1855 \text{ m}$
 - $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$
 - $F_G = 6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{159,75 \cdot 0,78485}{0,1855^2} = 2,431789 \cdot 10^{-7} = 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ N}$

4**

- a** Bereken de massa van de aarde.
- omtrek $= 2\pi \cdot r = 4,0030 \cdot 10^7 \rightarrow r = 6,37097 \cdot 10^6 \text{ m}$
 - $g = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde}}^2} \rightarrow 9,817 = 6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{(6,37097 \cdot 10^6)^2}$
 - $9,817 = 6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{(6,37097 \cdot 10^6)^2} \rightarrow M_{\text{aarde}} = 5,970404 \cdot 10^{24} = 5,970 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
 - $M_{\text{aarde}} = 5,970404 \cdot 10^{24} = 5,970 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ (4 sign. cijfers)
- b** Bereken het volume van de aarde.
- $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
 - $V = \frac{4}{3} \pi \cdot (6,371 \cdot 10^6)^3 \rightarrow V = 1,083 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$ (4 sign. cijfers)
- c** Bereken de gemiddelde dichtheid van de aarde.
- $\rho = \frac{m}{V}$
 - $\rho = \frac{5,970 \cdot 10^{24}}{1,0832 \cdot 10^{21}} \rightarrow \rho = 5,512 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$ (4 sign. cijfers)
- d** Welke conclusie kun je trekken uit bovenstaande gegevens in combinatie met het antwoord op vraag c?
- de dichtheid van steen is een stuk kleiner dan de gemiddelde dichtheid van de aarde
 - de dichtheid van metalen is een groter dan de gemiddelde dichtheid van de aarde
 - de aarde kan niet voornamelijk uit steen bestaan maar moet ook veel metaal bevatten

5***

- a** Welke kracht werkt in dit gedachtenexperiment als middelpuntzoekende kracht?
- zonder luchtweerstand werkt alleen de zwaartekracht op de kogel
 - $\Sigma F = F_Z = F_{\text{mpz}}$

b Toon dit aan.

- $\Sigma F = F_Z = F_{\text{mpz}}$
- $m \cdot \frac{v^2}{r_{\text{aarde}}} = m \cdot g$ (m wegstrepen)
- $v^2 = g \cdot r_{\text{aarde}} \rightarrow v = \sqrt{g \cdot r_{\text{aarde}}}$

c Bereken de beginsnelheid waarbij dit het geval is. Luchtwrijving wordt verwaarloosd.

- opzoeken: $r_{\text{aarde}} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $v = \sqrt{9,81 \cdot 6,371 \cdot 10^6} = 7,90566 \cdot 10^3 = 7,91 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

d Bereken de omlooptijd van de kogel.

- $v_{\text{baan}} = 7,90566 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
- omtrek aarde: $\text{omtrek} = 2\pi \cdot r_{\text{aarde}} = 2\pi \cdot 6,371 \cdot 10^6 = 4,003017 \cdot 10^7 \text{ m}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 4,003017 \cdot 10^7 = 7,90566 \cdot 10^3 \cdot t \rightarrow t = 5,06348 \cdot 10^3 \text{ s}$
- $t = \frac{5,06348 \cdot 10^3}{60 \cdot 60} = 1,40652 = 1,41 \text{ uur}$

6**

a Bereken de gravitatiekracht die de Aarde op de Maan uitoefent.

- $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ met $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $m_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \mid m_{\text{maan}} = 0,0735 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- $F_G = 6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,972 \cdot 10^{24} \cdot 0,0735 \cdot 10^{24}}{(384,4 \cdot 10^6)^2} = 1,98256 \cdot 10^{20} = 1,983 \cdot 10^{20} \text{ N}$

b Bereken de gravitatiekracht die de Maan op de Aarde uitoefent.

- gebruik dezelfde formule met dezelfde getallen
- zelfde antwoord: $F_G = 1,983 \cdot 10^{20} \text{ N}$

c Bereken de baansnelheid van de maan.

- $F_{\text{mpz}} = 1,98256 \cdot 10^{20} \text{ N} \mid m_{\text{maan}} = 0,0735 \cdot 10^{24} \text{ kg} \mid r = 384,4 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$
- $1,98256 \cdot 10^{20} = \frac{0,0735 \cdot 10^{24} \cdot v^2}{384,4 \cdot 10^6} \rightarrow v = 1,01827 \cdot 10^3 = 1,02 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

7***

a Toon dit aan.

- $F_G = F_{\text{mpz}} \rightarrow G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = \frac{m_1 \cdot v_{\text{baan}}^2}{r} \rightarrow G \cdot \frac{m_2}{r} = v_{\text{baan}}^2$

- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v_{\text{baan}}^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2}$
- $G \cdot \frac{m_2}{r} = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2} \rightarrow \frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot m_2}{4\pi^2}$

b Toon dit aan.

- $F_G = F_{\text{mpz}} \rightarrow G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = \frac{m_1 \cdot v_{\text{baan}}^2}{r} \rightarrow G \cdot \frac{m_2}{r} = v_{\text{baan}}^2$
- $v_{\text{baan}} = v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$

8**

a Bereken de afstand tussen de aarde en de maan.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $T = 27,321 \text{ dagen} = 2,36053 \cdot 10^6 \text{ s}$
- $\frac{r^3}{(2,36053 \cdot 10^6)^2} = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 5,62555 \cdot 10^{25} \rightarrow r = 3,83167 \cdot 10^8 = 3,832 \cdot 10^8 \text{ m}$

OPMERKING: de werkelijke afstand is $r = 3,844 \cdot 10^8 \text{ m}$. Het verschil wordt veroorzaakt doordat de massa van de maan niet verwaarloosbaar is ten opzichte van de massa van de aarde.

9**

a Bereken de afstand tussen Mars en de zon.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $T = 687,0 \text{ dagen} = 5,93568 \cdot 10^7 \text{ s}$ | massa Zon is $1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- $\frac{r^3}{(5,93568 \cdot 10^7)^2} = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 1,9884 \cdot 10^{30}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 1,18433 \cdot 10^{34} \rightarrow r = 2,27941 \cdot 10^{11} = 2,279 \cdot 10^{11} \text{ m}$

b Bereken de kortste afstand tussen Aarde en Mars.

- opzoeken baanstralen $r_{\text{baan Aarde}} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$ | $r_{\text{baan Mars}} = 2,28 \cdot 10^{11} \text{ m}$
- kleinste afstand: $r_{\text{min}} = 2,28 \cdot 10^{11} - 1,496 \cdot 10^{11} = 7,84 \cdot 10^{10} \text{ m}$

c Bereken de gemiddelde snelheid van de raket.

- $T = 245 \text{ dagen} = 2,1168 \cdot 10^7 \text{ s}$ | $s = 7,84 \cdot 10^{10} \text{ m}$ (kortste afstand)
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 7,84 \cdot 10^{10} = v_{\text{gem}} \cdot 2,1168 \cdot 10^7$
- $v_{\text{gem}} = 3,7037 \cdot 10^3 = 3,70 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ ($13,3 \cdot 10^3 \text{ km/h}$)

10**

a Bereken de massa van het centrum van de Melkweg uitgedrukt in aantal keer de zonmassa.

- $T = 2,45 \cdot 10^8 \text{ jaar} = 7,731612 \cdot 10^{15} \text{ s}$ (een jaar heeft 365,25 dagen)
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 2,5 \cdot 10^{20}}{7,731612 \cdot 10^{15}} = 2,03165 \cdot 10^5 \text{ m/s}$
- $F_{\text{grav}} = F_{\text{mpz}} \rightarrow G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow G \cdot \frac{M}{r} = v^2$
- $6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{M}{2,5 \cdot 10^{20}} = (2,03165 \cdot 10^5)^2 \rightarrow M = 1,54615 \cdot 10^{41} \text{ kg}$
- $M_{\text{melkweg}} = 1,54648 \cdot 10^{41} \text{ kg} \quad | \quad m_{\text{zon}} = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- $\frac{M_{\text{melkweg}}}{m_{\text{zon}}} = \frac{1,54648 \cdot 10^{41}}{1,9884 \cdot 10^{30}} = 7,7775 \cdot 10^{10} = 7,8 \cdot 10^{10}$ (78 miljard keer de zonmassa)

b Verwacht je dat de werkelijke massa groter of kleiner is dan de berekende massa? Leg je antwoord uit.

- de werkelijke massa is groter want alle sterren op grotere afstand van het centrum dan de zon worden niet meegeteld

11***

a Bereken de (baan) snelheid van de ruimtecapsule.

- $r = 1,738 \cdot 10^6 + 112 \cdot 10^3 = 1,85 \cdot 10^6 \text{ m} \quad | \quad T = 119 \text{ minuten} = 7140 \text{ s}$
- $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v = \frac{2\pi \cdot 1,85 \cdot 10^6}{7140} = 1,627996 \cdot 10^3 = 1,63 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

b Bereken de massa van de maan.

- $F_G = F_{\text{mpz}} \rightarrow G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = \frac{m_1 \cdot v^2}{r} \rightarrow G \cdot \frac{m_2}{r} = v^2$
- $m = \frac{r \cdot v^2}{G} \rightarrow m = \frac{1,85 \cdot 10^6 \cdot (1,628 \cdot 10^3)^2}{6,674 \cdot 10^{-11}} = 7,34673 \cdot 10^{22} = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$

OOK GOED

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $r = 1,738 \cdot 10^6 + 112 \cdot 10^3 = 1,85 \cdot 10^6 \text{ m} \quad | \quad T = 119 \text{ minuten} = 7140 \text{ s}$
- $\frac{(1,85 \cdot 10^6)^3}{(7140)^2} = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot M_{\text{maan}}}{4\pi^2} \rightarrow M_{\text{maan}} = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$

12***

a Leg uit wat met een polaire baan wordt bedoeld.

- een polaire baan is een baan om de Noordpool en de Zuidpool

b Bereken de afstand van de MetOP satelliet tot het middelpunt van de aarde.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $T = 101 \text{ minuten} = 6060 \text{ s} \quad | \quad m_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad | \quad r = \dots \text{ m}$
- $\frac{r^3}{(6060)^2} = \frac{6,6726 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 3,70681 \cdot 10^{20} \rightarrow r = 7,18345 \cdot 10^6 = 7,18 \cdot 10^6 \text{ m}$

c Hoeveel kilometer staat de MetOp satelliet boven het aardoppervlak?

- $\text{hoogte} = r - r_{\text{aarde}}$
- $\text{hoogte} = 7,18345 \cdot 10^6 - 6,371 \cdot 10^6 = 8,12 \cdot 10^5 \text{ m} = 812 \text{ km}$

13 ***

a Bereken de omtrek van de baan van de ISS.

- $r = 6,371 \cdot 10^6 + 370 \cdot 10^3 = 6,741 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $\text{omtrek} = 2\pi \cdot r \rightarrow \text{omtrek} = 2\pi \cdot 6,741 \cdot 10^6 = 4,2355 \cdot 10^7 = 4,24 \cdot 10^7 \text{ m}$

b Bereken de omlooptijd van de ISS in zijn baan om de aarde.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $r = 6,741 \cdot 10^6 \text{ m} \quad | \quad m = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad | \quad T = \dots \text{ s}$
- $\frac{(6,741 \cdot 10^6)^3}{T^2} = \frac{6,67384 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- kruislings vermenigvuldigen:
$$T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot (6,741 \cdot 10^6)^3}{6,67384 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}} \rightarrow T = 5,50831 \cdot 10^3 = 5,51 \cdot 10^3 \text{ s}$$

c Bereken de snelheid van de ISS in zijn baan om de aarde.

- $s = 4,2355 \cdot 10^7 \text{ m} \quad | \quad t = 5508,3 \text{ s} \quad | \quad v_{\text{gem}} = \dots \text{ m/s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 4,2355 \cdot 10^7 = v_{\text{gem}} \cdot 5508,3$
- $v_{\text{gem}} = 7,6886 \cdot 10^3 = 7,69 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

14 ***

a Bereken de omlooptijd van de GPS-satelliet.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $r = 2,66 \cdot 10^7 \text{ m}$
- $\frac{(2,66 \cdot 10^7)^3}{T^2} = \frac{6,6726 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$

- kruislings vermenigvuldigen: $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot (2,66 \cdot 10^7)^3}{6,6726 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}$
- $T^2 = 1,86462 \cdot 10^9 \rightarrow T = 4,31812 \cdot 10^4 = 4,32 \cdot 10^4 \text{ s}$

b Bereken hoeveel graden de aarde om haar as is gedraaid in de omlooptijd van een GPS satelliet.

- $24 \text{ h} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ s}$
- de aarde draait 360 graden in $8,64 \cdot 10^4 \text{ s}$
- in $4,31812 \cdot 10^4 \text{ s}$ draait de aarde $\frac{4,31812 \cdot 10^4}{8,64 \cdot 10^4} \cdot 360 = 179,92 = 180 \text{ graden}$

c Hoeveel omlopen maakt een GPS satelliet per dag om de aarde?

- in 1 omloop draait de aarde 180 graden
- in 2 omloop draait de aarde 360 graden
- een GPS satelliet heeft precies 2 omlopen per dag

15***

a Leg uit wat met een geostationaire baan wordt bedoeld.

- een satelliet met een geostationaire baan staat stil boven een vast punt op het aardoppervlak
- een geostationaire baan heeft een omwentelingstijd van exact 24 uur
- een satelliet met een geostationaire baan bevindt zich op een boven de evenaar van de aarde

b Leg uit waarom dit noodzakelijk is.

- als de baan van de satelliet een helling maakt ten opzichte van het vlak van de evenaar staat de satelliet niet meer stil boven een vast punt op het aardoppervlak

c Bereken de afstand van een geostationaire satelliet tot het middelpunt van de aarde.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $T = 24 \text{ h} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ s} \mid m_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- $\frac{r^3}{86400^2} = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 7,53657 \cdot 10^{22} \rightarrow r = 4,224 \cdot 10^7 \text{ m}$

d Bereken hoe hoog een geostationaire satelliet zich boven het aardoppervlak bevindt.

- $h_{\text{geostationair}} = 4,224 \cdot 10^7 - 6,378 \cdot 10^6 = 3,58621 \cdot 10^7 = 3,586 \cdot 10^7 \text{ m}$

e Bereken de baansnelheid van een geostationaire satelliet.

- $r = 4,22397 \cdot 10^7 \text{ m} \mid T = 86400 \text{ s} \mid v_{\text{baan}} = \dots \text{ m/s}$

- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 4,22397 \cdot 10^7}{86400} = 3,071758 \cdot 10^3 = 3,072 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

16***

a Denk je dat de ster die de supernova heeft veroorzaakt daadwerkelijk is ontploft op 4 juli 1054? Zo nee, wanneer dan wel?

- het licht heeft 6500 jaar nodig om van de plaats van de supernova naar de aarde te bewegen
- in werkelijkheid vond de supernova 6500 eerder plaats
- dus $1054 - 6500 = 5446$ jaar voor christus

b Hoe vaak past het zonnestelsel tot aan Pluto in de Krabnevel?

Hint: gebruik de formule voor het volume van een bol.

- 5,5 lichtjaar is $5,5 \cdot 9,460886 \cdot 10^{15} = 5,2034873 \cdot 10^{16} \text{ m}$
- $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
- krabnevel: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot (5,2034873 \cdot 10^{16})^3 \rightarrow V = 5,9016317 \cdot 10^{50} \text{ m}^3$
- afstand Zon – Pluto is $5,91 \cdot 10^{12} \text{ m}$
- zonnestelsel: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot (5,91 \cdot 10^{12})^3 \rightarrow V = 8,6467 \cdot 10^{38} \text{ m}^3$
- $\frac{V_{\text{krabnevel}}}{V_{\text{zonnestelsel}}} = \frac{5,9016317 \cdot 10^{50}}{8,6467 \cdot 10^{38}} = 6,8357 \cdot 10^{11} = 6,8 \cdot 10^{11}$
- het zonnestelsel past $6,8 \cdot 10^{11}$ keer in de krabnevel

c Bereken de omloofrequentie van de Krab-pulsar.

- $T = 33,4 \cdot 10^{-3} \text{ s} \mid f = \dots \text{ Hz}$
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{33,4 \cdot 10^{-3}} = 29,94 = 29,9 \text{ Hz}$

d Hoe groot is dan de gravitatiekracht op deze persoon?

- $m_{\text{pulsar}} = 1,4 \cdot 1,9884 \cdot 10^{30} = 2,78376 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- $r_{\text{pulsar}} = 1,4378 \cdot 10^{-5} \cdot 6,963 \cdot 10^8 = 1,00114 \cdot 10^4 \text{ m}$
- $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ met $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $F_G = 6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2,78376 \cdot 10^{30} \cdot 60}{(1,00114 \cdot 10^4)^2} = 1,11219 \cdot 10^{14} = 1,1 \cdot 10^{14} \text{ N}$

e Bereken deze middelpuntzoekende kracht.

- $r_{\text{pulsar}} = 1,00114 \cdot 10^4 \text{ m} \mid T_{\text{pulsar}} = 33,4 \cdot 10^{-3} \text{ s} \mid v_{\text{baan}} = \dots \text{ m/s}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 1,00114 \cdot 10^4}{33,4 \cdot 10^{-3}} = 1,85010 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{60 \cdot (1,85010 \cdot 10^7)^2}{1,00114 \cdot 10^4} = 2,05139 \cdot 10^{12} = 2,1 \cdot 10^{12} \text{ N}$

f Wordt vanwege de snelle rotatie de persoon van de Krabpulsar afgeslingerd?

- de gravitatiekracht is $F_G = 1,1 \cdot 10^{14} \text{ N}$
- de middelpuntzoekende kracht is $F_{\text{mpz}} = 2,1 \cdot 10^{12} \text{ N}$
- F_{grav} is groter dan $F_{\text{mpz}} \rightarrow$ de persoon wordt er niet afgeslingerd

17**

a Bereken de kracht die de zon op Pioneer-10 uitoefent op een afstand van $6,2 \cdot 10^{12} \text{ m}$.

- $m_{\text{zon}} = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad | \quad m_{\text{pioneer}} = 240 \text{ kg} \quad | \quad r = 6,2 \cdot 10^{12} \text{ m}$
- $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ met $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $F_G = 6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1,9884 \cdot 10^{30} \cdot 240}{(6,2 \cdot 10^{12})^2} = 8,28548 \cdot 10^{-4} = 8,3 \cdot 10^{-4} \text{ N}$

b Op welke afstand van de aarde is de Pioneer-10 nu ongeveer? Ga er van uit dat de Pioneer-10 vanaf de lancering in 1971 een constante snelheid heeft?

- $s = 6,2 \cdot 10^{12} \text{ m} \quad | \quad t = 11 \text{ jaar} = 3,47 \cdot 10^8 \text{ s} \quad | \quad v_{\text{gem}} = \dots \text{ m/s}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{s}{t} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{6,2 \cdot 10^{12}}{3,47 \cdot 10^8} = 1,787 \cdot 10^4 \text{ m/s}$
- $2017 - 1972 = 45 \text{ jaar} = 1,419 \cdot 10^9 \text{ s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 1,787 \cdot 10^4 \cdot 1,419 \cdot 10^9 = 2,536 \cdot 10^{13} = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ m}$

OOK GOED

- verhoudingstabel

jaar	11	45
meter	$6,2 \cdot 10^{12}$	s

- kruislings vermenigvuldigen: $s = \frac{45 \cdot 6,2 \cdot 10^{12}}{11} = 2,536 \cdot 10^{13} \rightarrow s = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ m}$

c Hoeveel jaar doet de Pioneer-10 om bij Aldebaran aan te komen?

- afstand Aldebaran is $63,1 \cdot 10^{16} \text{ m}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t$
- $63,1 \cdot 10^{16} = 1,787 \cdot 10^4 \cdot t \rightarrow t = 3,531 \cdot 10^{13} \text{ s}$
- $t = \frac{3,531 \cdot 10^{13}}{365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 1,1189 \cdot 10^6 = 1,1 \cdot 10^6 \text{ jaar}$

OOK GOED

- verhoudingstabel

$$\begin{array}{c|c|c} \text{jaar} & 11 & x \\ \hline \text{meter} & 6,2 \cdot 10^{12} & 63,1 \cdot 10^{16} \end{array}$$

$$\bullet \text{ kruislings vermenigvuldigen: } x = \frac{11 \cdot 63,1 \cdot 10^{16}}{6,2 \cdot 10^{12}} = 1,1195 \cdot 10^6 \rightarrow t = 1,1 \cdot 10^6 \text{ jaar}$$

c Hoe kun je aan de afbeelding zien hoe groot mensen zijn?

- op de achtergrond staat een afbeelding van de Pioneer-10 sonde
- daarmee kan de afmeting van een mens worden vergeleken

18* a** Bereken de massa van de ster Gliese.

$$\bullet r = 0,21 \text{ AE} = 0,21 \cdot 1,49598 \cdot 10^{11} = 3,141558 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

$$\bullet T = 61,0 \text{ d} = 61,0 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 5,2704 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$\bullet v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 3,141558 \cdot 10^{10}}{5,2704 \cdot 10^6} = 3,74525 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$\bullet F_{\text{grav}} = F_{\text{mpz}} \rightarrow G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow G \cdot \frac{M}{r} = v^2$$

$$\bullet 6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{M}{3,141558 \cdot 10^{10}} = (3,74525 \cdot 10^4)^2 \rightarrow M = 6,6027 \cdot 10^{29} = 6,6 \cdot 10^{29} \text{ kg}$$

b Bereken de straal van Giese b.

$$\bullet \rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \mid m = 600 \cdot 5,972 \cdot 10^{24} = 3,5832 \cdot 10^{27} \text{ kg} \mid V = \dots \text{m}^3$$

$$\bullet \rho = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

$$\bullet V = \frac{3,5832 \cdot 10^{27}}{1,0 \cdot 10^3} = 3,5832 \cdot 10^{24} \text{ m}^3$$

$$\bullet \text{ volume bol: } V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

$$\bullet 3,5832 \cdot 10^{24} = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \rightarrow r = 9,4928 \cdot 10^7 = 9,5 \cdot 10^7 \text{ m}$$

c Is Giese b groter of kleiner dan Jupiter?

- de straal van Jupiter is $69,91 \cdot 10^6 \text{ m}$
- Giese b is dus groter dan Jupiter

d Stel dat de New Horizon doorvliegt naar de planeet Giese b. In welk jaar zou hij dan aankomen?

$$\bullet s = 15,2 \text{ lichtjaar} = 15,2 \cdot 9,46089 \cdot 10^{15} = 1,43806 \cdot 10^{15} \text{ m} \mid v_{\text{gem}} = 16,3 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$\bullet s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 1,43806 \cdot 10^{15} = 16,3 \cdot 10^3 \cdot t \rightarrow t = 8,82242 \cdot 10^{12} \text{ s}$$

$$\bullet t = \frac{8,82242 \cdot 10^{12}}{365,256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 2,79561 \cdot 10^5 = 2,80 \cdot 10^5 \text{ jaar}$$

Gravitatie-energie

19***

a Hoeveel energie is er nodig om 8000 kg vanaf het aardoppervlak naar het ISS te brengen? **HINT gebruik de gravitatie-energie**

- BEGIN lading op het oppervlakte van de aarde
- $r = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $m_1 = 8000 \text{ kg} \quad | \quad m_2 = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad | \quad r = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} \quad | \quad E_G = \dots \text{ J}$
- $E_G = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$
- $E_G = -6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{8000 \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6} = -5,0047 \cdot 10^{11} \text{ J}$
- EIND satelliet op 370 km hoogte
- $r = 370 \cdot 10^3 + 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} = 6,741 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $E_G = -6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{8000 \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,741 \cdot 10^6} = -4,73 \cdot 10^{11} \text{ J}$
- VERSCHIL
- $E_{G \text{ eind}} - E_{G \text{ begin}} = -4,73 \cdot 10^{11} - (-5,0047 \cdot 10^{11}) = 2,746988 \cdot 10^{10} = 2,747 \cdot 10^{10} \text{ J}$

b Leg uit of je dan een te grote of een te kleiner waarde vindt.

- de gravitatiekracht neemt af als de hoogte toeneemt
- een berekening met zwaarte-energie geeft een te grote waarde

c Bereken hoeveel procent de berekening met de zwaarte-energie afwijkt van de werkelijke waarde.

- $m = 8000 \text{ kg} \quad | \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2 \quad | \quad h = 370 \cdot 10^3 \text{ m} \quad | \quad E_Z = \dots \text{ J}$
- $E_Z = m \cdot g \cdot h$
- $E_Z = 8000 \cdot 9,81 \cdot 370 \cdot 10^3 = 2,90376 \cdot 10^{10} \text{ J}$
- procentueel verschil $\frac{2,90376 \cdot 10^{10} - 2,746988 \cdot 10^{10}}{2,746988 \cdot 10^{10}} \cdot 100\% = 5,7\%$

20***

a Bereken het aantal omlopen van het ruimtevaartuig gedurende het verblijf van Armstrong en Aldrin op de maan.

- $r = h + r_{\text{maan}} \rightarrow r = 1,12 \cdot 10^5 + 1,738 \cdot 10^6 = 1,85 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4 \pi^2}$
- $\frac{(1,85 \cdot 10^6)^3}{T^2} = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 0,0735 \cdot 10^{24}}{4 \pi^2}$
- $T^2 = 5,09567 \cdot 10^7 \rightarrow T = 7138,397 \text{ s} \rightarrow T = 1,982888 \text{ h}$
- aantal omlopen in 21,5 uur $\rightarrow \frac{21,5}{1,982888} = 10,84277 = 11$

b Bereken hoeveel energie hiervoor nodig is.

- BEGIN maanlander op het oppervlakte van de maan

- $r = 1,738 \cdot 10^6 \text{ m}$

- $m_1 = 16000 \text{ kg} \quad | \quad m_2 = 0,0735 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad | \quad r = 1,738 \cdot 10^6 \text{ m} \quad | \quad E_G = \dots \text{ J}$

- $E_G = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$

- $E_G = -6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{16000 \cdot 0,0735 \cdot 10^{24}}{1,738 \cdot 10^6} = -4,51589 \cdot 10^{10} \text{ J}$

- EIND satelliet op 112 km hoogte

- $r = 112 \cdot 10^3 + 1,738 \cdot 10^6 \text{ m} = 1,85 \cdot 10^6 \text{ m}$

- $E_G = -6,674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{16000 \cdot 0,0735 \cdot 10^{24}}{1,85 \cdot 10^6} = -4,24250 \cdot 10^{10} \text{ J}$

- VERSCHIL

- $E_{G\text{eind}} - E_{G\text{begin}} = -4,24250 \cdot 10^{10} - (-4,51589 \cdot 10^{10}) = 2,7339 \cdot 10^9 = 2,7 \cdot 10^9 \text{ J}$

19.5 Informatie uit de ruimte

1**

a Hoeveel meer licht kan de spiegel van één VLT-telescoop per seconde opvangen vergeleken met onze twee ogen?

- oppervlakte cirkel: $A = \pi \cdot r^2$
- één oog: $A_{\text{oog}} = \pi \cdot (9,0 \cdot 10^{-3})^2 = 2,54469 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
- twee ogen: $A_{\text{oog } 2x} = 5,08938 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
- $A_{\text{VLT}} = \pi \cdot (8,2)^2 = 211,24 \text{ m}^2$
- verhouding: $\frac{211,24}{5,08938 \cdot 10^{-4}} = 4,1506 \cdot 10^5 = 4,2 \cdot 10^5$ keer meer

b Hoeveel meer licht kan de spiegel van de ELT telescope per seconde opvangen vergeleken met de spiegel van één VLT telescoop?

- $A_{\text{VLT}} = \pi \cdot (8,2)^2 = 211,24 \text{ m}^2$
- $A_{\text{ELT}} = \pi \cdot (39,3)^2 = 4852,16 \text{ m}^2$
- verhouding: $\frac{4852,16}{211,24} = 22,97 = 23$ keer meer

2**

a Bereken de maximale en minimale golflengte die de WSRT-telescoop kan waarnemen.

- $f = 350 \cdot 10^6 - 8,30 \cdot 10^9 \text{ Hz} \quad | \quad \lambda = \dots \text{ m}$
- $c = f \cdot \lambda$ met $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- $2,99792458 \cdot 10^8 = 350 \cdot 10^6 \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 8,5655 \cdot 10^{-1} \text{ m} = 85,7 \text{ cm}$
- $2,99792458 \cdot 10^8 = 8,30 \cdot 10^9 \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 3,61196 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3,61 \text{ cm}$

b Kan deze EM-straling door de WSRT telescoop worden waargenomen?

- 21,106114 cm ligt tussen 3,61 en 85,7 cm
- deze straling kan dus worden waargenomen

c Breken de frequentie van deze straling. Let op het aantal significante cijfers!

- $\lambda = 21,106114 \text{ cm} = 0,21106114 \text{ m}$
- $c = f \cdot \lambda$ met $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- $2,99792458 \cdot 10^8 = f \cdot 0,21106114$
- $f = 1,42040576 \cdot 10^9 = 1,4204058 \cdot 10^9 \text{ Hz}$ (8 sign. cijfers)

3*****a** Wat is het voordeel van de LOFAR radiotelescoop ten opzichte van een radiotelescoop met één grote schotel?

- voor de resolutie geldt: $\alpha = 70 \cdot \frac{\lambda}{D}$
- omdat D heel groot is wordt de resolutie ook heel groot

b Noem twee nadelen van de LOFAR radiotelescoop ten opzichte van een radiotelescoop met één grote schotel.

- omdat de telescoop is samengesteld is uit losse radioantennes is de sterkte van het signaal kleiner dan bij één grote schotel
- de signalen uit de losse radioantennes moeten met elkaar worden gecombineerd wat veel rekenwerk kost

c Bereken de maximale theoretische resolutie van het centrale deel van de LOFAR radiotelescoop.

- voor de resolutie geldt: $\alpha = 70 \cdot \frac{\lambda}{D}$
- de maximale resolutie wordt bereikt bij de grootste golflengte en dus de kleinste frequentie: 10 MHz
- $f = 10 \cdot 10^6 \text{ Hz}$ | $\lambda = \dots \text{ m}$
- $c = f \cdot \lambda$ met $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- $2,99792458 \cdot 10^8 = 10 \cdot 10^6 \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 29,9792458 \text{ m}$
- $\alpha = 70 \cdot \frac{\lambda}{D}$ met $D = 2,0 \cdot 10^3 \text{ m}$
- $\alpha = 70 \cdot \frac{29,9792458}{2,0 \cdot 10^3} = 1,04927 = 1,0 \text{ graad}$

4****a** Hoeveel astronomische eenheden (AE) is dit?

- één AE is gelijk aan de afstand tussen de aarde en de zon: $1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$
- afstand aarde – maan is $\frac{384,4 \cdot 10^6}{1,496 \cdot 10^{11}} = 2,569519 \cdot 10^{-3} = 2,570 \cdot 10^{-3} \text{ AE}$

b Hoeveel parsec is dit?

- één parsec is $3,085678 \cdot 10^{16} \text{ m}$
- afstand Zon – Poolster is $\frac{410 \cdot 10^{16}}{3,085678 \cdot 10^{16}} = 132,872 = 133 \text{ par sec}$

c Hoeveel astronomische eenheden (AE) is dit?

- één lichtjaar is $9,460886 \cdot 10^{15} \text{ m}$
- één AE is $1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$
- 4,22 lichtjaar is $\frac{4,22 \cdot 9,460886 \cdot 10^{15}}{1,496 \cdot 10^{11}} = 2,668779 \cdot 10^5 = 2,67 \cdot 10^5 \text{ AE}$

d Hoeveel parsec is dit?

- één lichtjaar is $9,460886 \cdot 10^{15}$ m
- één parsec is $3,085678 \cdot 10^{16}$ m
- 4,22 lichtjaar is $\frac{4,22 \cdot 9,460886 \cdot 10^{15}}{3,085678 \cdot 10^{16}} = 1,293879 = 1,29$ par sec

De wet van Wien

5**

a Bereken de temperatuur van het oppervlak van de zon.

- $\lambda_{\max} = 501 \text{ nm} = 501 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ | $T = \dots \text{ K}$
- $\lambda_{\max} = \frac{k_W}{T}$ met $k_W = 2,897756 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}$
- $501 \cdot 10^{-9} = \frac{2,897756 \cdot 10^{-3}}{T} \rightarrow T = 5783,94 = 5,78 \cdot 10^3 \text{ K}$

b Bereken welke golflengte door Proxima Centauri het meeste wordt uitgestraald.

- $T = 2,6 \cdot 10^3 \text{ K}$ | $\lambda_{\max} = \dots \text{ m}$
- $\lambda_{\max} = \frac{k_W}{T}$ met $k_W = 2,897756 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}$
- $\lambda_{\max} = \frac{2,897756 \cdot 10^{-3}}{2,6 \cdot 10^3} = 1,11452 \cdot 10^{-6} = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

c Leg uit of je het meest uitgestraalde licht van Proxima Centauri met het blote oog kunt zien.

- blote ook ziet licht tussen 350 en 700 nm
- $1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 1,1 \cdot 10^3 \text{ nm}$ en is dus niet met het blote oog te zien

6**

a Bereken hoe vaak de zon in Betelgeuze past.

- $V_{\text{bol}} = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
- $r_{\text{bertel}} = 700 \cdot r_{\text{zon}}$
- de zon past $700^3 = 3,43 \cdot 10^8$ keer in Betelgeuze

b Hoe kun je aan de figuur zien dat Bertelgeuze een lage temperatuur heeft?

- Betelgeuze straalt rood licht uit $\rightarrow \lambda_{\max}$ is groot
- $\lambda_{\max} = \frac{k_W}{T}$
- $\lambda_{\max}$ is groot, k_W is constant $\rightarrow T$ is klein

c Bereken de golflengte $\lambda_{\max}$ van het licht dat Betelgeuze uitzendt.

- $T = 3,6 \cdot 10^3 \text{ K}$ | $\lambda_{\max} = \dots \text{ m}$

- $\lambda_{\max} = \frac{k_W}{T}$
- $\lambda_{\max} = \frac{2,89777 \cdot 10^{-3}}{3,6 \cdot 10^3} = 8,04936 \cdot 10^{-7} = 8,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

d Is de temperatuur bij deze vlekken hoger of lager buiten deze vlekken?

- de kleur van de vlekken is geel dan erbuiten
- de vlekken hebben een hogere temperatuur

e Toon dit aan.

- $A = 4\pi \cdot r^2$
- $r_{\text{betel}} = 700 \cdot r_{\text{zon}} \rightarrow A_{\text{betel}} = 700^2 \cdot A_{\text{zon}} = 4,9 \cdot 10^5 \cdot A_{\text{zon}}$

De wet van Stefan-Boltzmann

7***

a Toon aan dat de grafiek in overeenstemming is met de wet van Wien.

- $T = 5000 \text{ K} \mid \lambda_{\max} = \dots \text{ m}$
- $\lambda_{\max} = \frac{k_W}{T}$ met $k_W = 2,897756 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}$
- $\lambda_{\max} = \frac{2,897756 \cdot 10^{-3}}{5000} = 5,7955 \cdot 10^{-7} = 580 \text{ nm}$
- dit komt overeen met het maximum van de grafiek

b Wat is de natuurkundige betekenis van het oppervlakte onder de grafiek?

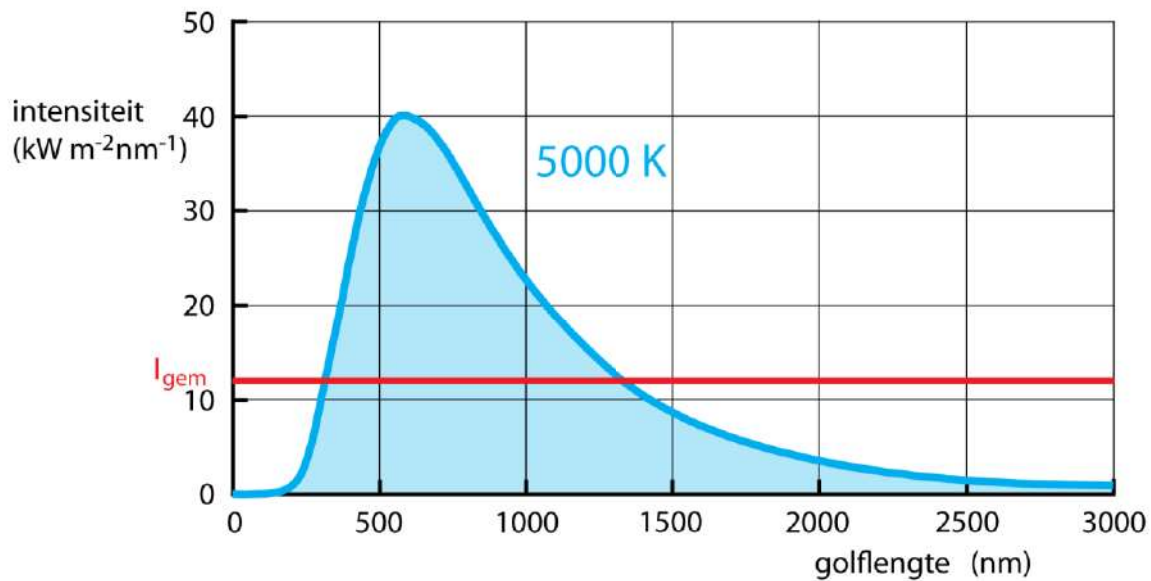
- bepaal de eenheid van de oppervlakte onder de grafiek
- $\text{kW} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{nm}^{-1} \cdot \text{nm} = \text{kW} \cdot \text{m}^{-2}$
- het oppervlakte onder de grafiek is vermogen per vierkante meter

c Toon aan dat de grafiek in overeenstemming is met de wet van Stefan-Boltzmann.

- $A = 1 \text{ m}^2 \mid T = 5000 \text{ K} \mid P = \dots \text{ W}$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ met $\sigma = 5,67056 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
- $P = 5,67056 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \cdot 5000^4 = 3,5441 \cdot 10^7 \text{ W}$ (per vierkante meter)
- tel het aantal hokjes onder de grafiek $\rightarrow 7,1$ hokjes
- één hokje is 5000 kW m^{-2}
- oppervlak is $7,1 \cdot 5000 = 3,55 \cdot 10^4 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2} = 3,55 \cdot 10^7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \rightarrow$ klopt

OOK GOED

- schat de gemiddelde waarde van de grafiek door een horizontale lijn te tekenen met evenveel oppervlak onder als boven de grafiek
- $I_{\text{gem}} = 12 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{nm}^{-1}$
- grafiek tussen 0 en 3000 nm
- $I_{\text{gem}} = 3000 \cdot 12 \cdot 10^3 = 3,6 \cdot 10^7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$
- $P = 3,6 \cdot 10^7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \rightarrow$ er is overeenstemming



d Hoeveel keer groter is het oppervlak onder de grafiek bij een temperatuur van 10000 K?

- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \rightarrow \frac{P}{A} = \sigma \cdot T^4$ (vermogen per vierkante meter)
- T wordt 2 keer zo groot
- $\frac{P}{A}$ wordt $2^4 = 16$ keer zo groot
- het oppervlak onder de grafiek wordt 16 keer zo groot

e Hoeveel keer kleiner is de oppervlakte onder de grafiek bij een temperatuur van 300 K?

- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \rightarrow \frac{P}{A} = \sigma \cdot T^4$ (vermogen per vierkante meter)
- T wordt $\frac{300}{5000} = 0,06$ keer zo groot
- $\frac{P}{A}$ wordt $0,06^4 = 1,296 \cdot 10^{-5}$ keer zo groot
- het oppervlak onder de grafiek wordt $1,3 \cdot 10^{-5}$ keer zo groot

8**

a Hoeveel zonne-energie valt er per seconde op het paneel?

- opzoeken: de zonneconstante op aarde is 1368 W/m^2
- $0,73 \cdot 1368 = 998,64 \text{ W/m}^2$
- $A = 1,65 \cdot 1,0 = 1,65 \text{ m}^2$
- $P = 1,65 \cdot 998,64 = 1647,756 = 1,6 \cdot 10^3 \text{ W}$

b Bereken het rendement van het zonnepaneel?

- $P_{\text{in}} = 1647,756 \text{ W} \mid P_{\text{nut}} = 260 \text{ W} \mid \eta = \dots$

- $\eta = \frac{P_{\text{nut}}}{P_{\text{in}}} \cdot 100\%$
- $\eta = \frac{260}{1647,756} \cdot 100\% = 15,779 = 16\%$

c Hoeveel energie levert een zonnepaneel per jaar uitgedrukt in kWh?

- $880 \text{ uur} = 880 \cdot 60 \cdot 60 = 3,168 \cdot 10^6 \text{ s}$
- $P = 260 \text{ W} \quad | \quad t = 3,168 \cdot 10^6 \text{ s} \quad | \quad E = \dots \text{ J}$
- $E = P \cdot t$
- $E = 260 \cdot 3,168 \cdot 10^6 = 8,2368 \cdot 10^8 \text{ J}$
- $E(\text{kWh}) = \frac{E(\text{J})}{3,6 \cdot 10^6}$
- $E(\text{kWh}) = \frac{8,2368 \cdot 10^8}{3,6 \cdot 10^6} = 228,8 = 229 = \text{kWh}$

d Hoeveel zonnepanelen heeft een gezin met 4 personen nodig om alle elektriciteit op te wekken?

- aantal panelen: $\frac{4600}{228,8} = 20,105 = 20 \text{ panelen}$

9**

a Hoeveel vierkante meter zonnepanelen zijn er in Australië nodig om de energie van de hele mensheid op te wekken?

- opzoeken: de zonneconstante op aarde is 1368 W/m^2
- $0,73 \cdot 1368 = 998,64 \text{ W / m}^2$
- $\eta = \frac{P_{\text{nut}}}{P_{\text{in}}} \cdot 100\%$
- $\frac{P_{\text{nut}}}{998,64} = 0,15 \rightarrow P_{\text{nut}} = 149,796 \text{ W}$
- opbrengst per jaar: $E = P \cdot t \rightarrow E = 149,796 \cdot 2900 \cdot 60 \cdot 60 = 1,56387 \cdot 10^9 \text{ J}$
- aantal meters nodig: $\frac{4,0 \cdot 10^{20}}{1,56387 \cdot 10^9} = 2,557757 \cdot 10^{11} = 2,6 \cdot 10^{11} \text{ m}^2$

b Hoe verhoudt zich het met zonnecellen bedekte gebied in Australië met de oppervlakte Nederland?

- $2,557757 \cdot 10^{11} \text{ m}^2 = 2,557757 \cdot 10^5 \text{ km}^2$
- $\frac{2,557757 \cdot 10^5}{4,1543 \cdot 10^4} = 6,15689 = 6,2 \text{ keer de oppervlakte van Nederland}$

10***

a Bereken de zonneconstante van de planeet Mars.

- vermogen van de zon $P_{\text{zon}} = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$
- afstand tussen zon en mars is $2,28 \cdot 10^{11} \text{ m}$
- $A = 4\pi \cdot r^2$ (oppervlakte van bol om de zon met als straal de afstand tot mars)
- $A = 4\pi \cdot (2,28 \cdot 10^{11})^2 = 6,5325 \cdot 10^{23} \text{ m}^2$
- ontvangen vermogen per vierkante meter op mars (= de zonneconstante)
- $I = \frac{3,85 \cdot 10^{26}}{6,5325 \cdot 10^{23}} = 589,36 = 589 \text{ W / m}^2$

b Bereken hoeveel procent van het ontvangen zonlicht door Mars wordt geabsorbeerd.

- straal van mars $r = 3,390 \cdot 10^6 \text{ m}$
- frontaal oppervlakte van mars $A = \pi \cdot r^2$
- $A = \pi \cdot (3,39 \cdot 10^6)^2 = 3,61035 \cdot 10^{13} \text{ m}^2$
- ontvangen vermogen $P_{\text{ontvangen}} = 589,36 \cdot 3,61035 \cdot 10^{13} = 2,1277957 \cdot 10^{16} \text{ W}$
- $T = 273,15 - 63 = 210,15 \text{ K}$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ met $\sigma = 5,67056 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
- uitgestraald $P = 5,67056 \cdot 10^{-8} \cdot 1,44414 \cdot 10^{14} \cdot (210,15)^4 = 1,597176 \cdot 10^{16} \text{ W}$
- verhouding $\frac{1,597176 \cdot 10^{16}}{2,1277957 \cdot 10^{16}} = 0,75062 = 0,75$
- $0,75 \cdot 100 = 75\%$ wordt opgenomen

11***

a Bereken de temperatuur van het oppervlak van de zon.

- $A = 4\pi \cdot r^2$
- $A = 4\pi \cdot (6,963 \cdot 10^8)^2 = 6,0926 \cdot 10^{18} \text{ m}^2$
- $P = 3,84 \cdot 10^{26} \text{ W} \quad | \quad A = 6,0926 \cdot 10^{18} \text{ m}^2 \quad | \quad T = \dots \text{K}$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ met $\sigma = 5,67056 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
- $3,85 \cdot 10^{26} = 5,67056 \cdot 10^{-8} \cdot 6,0926 \cdot 10^{18} \cdot T^4 \rightarrow T^4 = 1,114377 \cdot 10^{15}$
- $T = 5777,74 = 5,78 \cdot 10^3 \text{ K}$

b Hoe groot is de straal van Regulus ten opzichte van de straal van de zon?

- $\frac{P_{\text{reg}}}{P_{\text{zon}}} = \frac{\sigma \cdot A_{\text{reg}} \cdot T_{\text{reg}}^4}{\sigma \cdot A_{\text{zon}} \cdot T_{\text{zon}}^4} = \frac{A_{\text{reg}} \cdot T_{\text{reg}}^4}{A_{\text{zon}} \cdot T_{\text{zon}}^4} = 250$
- $250 = \frac{A_{\text{reg}} \cdot (12,0 \cdot 10^3)^4}{A_{\text{zon}} \cdot 5778^4} \rightarrow \frac{A_{\text{reg}}}{A_{\text{zon}}} = 250 \cdot \frac{5778^4}{(12,0 \cdot 10^3)^4} = 13,4377$
- $A_{\text{reg}} = 13,4377 \cdot A_{\text{zon}}$
- $A = 4\pi \cdot r^2$
- $4\pi \cdot r_{\text{reg}}^2 = 13,4377 \cdot 4\pi \cdot r_{\text{zon}}^2$ (4π wegstrepen)
- $r_{\text{reg}}^2 = 13,4377 \cdot r_{\text{zon}}^2 \rightarrow r_{\text{reg}} = \sqrt{13,4377} \cdot r_{\text{zon}} \rightarrow r_{\text{reg}} = 3,6657 = 3,67 \cdot r_{\text{zon}}$

12***

a Geef twee redenen waarom Proxima Centauri per seconde minder licht uitzendt dan de zon.

- Proxima Centauri heeft een kleiner oppervlak dan de zon
- Proxima Centauri heeft een lagere oppervlaktetemperatuur dan de zon

b Bereken hoeveel keer minder licht Proxima Centauri uitstraalt dan de zon.

- $A_{\text{prox}} = 0,21^2 \cdot A_{\text{zon}} = 0,0441 \cdot A_{\text{zon}}$
- $T_{\text{prox}} = \frac{2600}{5784} \cdot T_{\text{zon}} = 0,449516 \cdot T_{\text{zon}}$
- $T_{\text{prox}}^4 = 0,449516^4 \cdot T_{\text{zon}}^4 = 0,0408301 \cdot T_{\text{zon}}^4$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$
- $\frac{P_{\text{prox}}}{P_{\text{zon}}} = \frac{\sigma \cdot A_{\text{prox}} \cdot T_{\text{prox}}^4}{\sigma \cdot A_{\text{zon}} \cdot T_{\text{zon}}^4} = \frac{A_{\text{prox}} \cdot T_{\text{prox}}^4}{A_{\text{zon}} \cdot T_{\text{zon}}^4}$
- $\frac{P_{\text{prox}}}{P_{\text{zon}}} = \frac{0,0441 \cdot A_{\text{zon}} \cdot 0,0408301 \cdot T_{\text{zon}}^4}{A_{\text{zon}} \cdot T_{\text{zon}}^4}$
- wegstrepen: A_{zon} en T_{zon}^4
- $\frac{P_{\text{prox}}}{P_{\text{zon}}} = 0,0441 \cdot 0,0408301 = 1,80061 \cdot 10^{-3} = 1,8 \cdot 10^{-3}$
- Proxima Centauri straalt $1,8 \cdot 10^{-3}$ keer minder licht uit dan de zon

c Bereken de lichtsterkte (het vermogen) van Canopus ten opzichte van de lichtsterkte van de zon.

- $A_{\text{cano}} = 54^2 \cdot A_{\text{zon}} = 2916 \cdot A_{\text{zon}}$
- $T_{\text{cano}} = \frac{8400}{5784} \cdot T_{\text{zon}} = 1,452282 \cdot T_{\text{zon}}$
- $T_{\text{cano}}^4 = 1,452282^4 \cdot T_{\text{zon}}^4 = 4,4484018 \cdot T_{\text{zon}}^4$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$
- $\frac{P_{\text{cano}}}{P_{\text{zon}}} = \frac{\sigma \cdot A_{\text{cano}} \cdot T_{\text{cano}}^4}{\sigma \cdot A_{\text{zon}} \cdot T_{\text{zon}}^4} = \frac{A_{\text{cano}} \cdot T_{\text{cano}}^4}{A_{\text{zon}} \cdot T_{\text{zon}}^4}$
- $\frac{P_{\text{prox}}}{P_{\text{zon}}} = \frac{2916 \cdot A_{\text{zon}} \cdot 4,4484018 \cdot T_{\text{zon}}^4}{A_{\text{zon}} \cdot T_{\text{zon}}^4}$
- wegstrepen: A_{zon} en T_{zon}^4
- $\frac{P_{\text{prox}}}{P_{\text{zon}}} = 2916 \cdot 4,4484018 = 1,29715 \cdot 10^4 = 1,3 \cdot 10^4$
- Canopus straalt $1,3 \cdot 10^4$ keer meer licht uit dan de zon

13***

a Welke van deze sterren heeft het grootste stralingsvermogen?

- **Castor:** $r_{\text{cast}} = 2,7 \cdot r_{\text{zon}} \rightarrow r_{\text{cas}} = 2,7 \cdot 6,963 \cdot 10^8 = 1,88001 \cdot 10^9 \text{ m}$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \rightarrow P_{\text{cas}} = \sigma \cdot 4\pi \cdot r_{\text{cas}}^2 \cdot T_{\text{cas}}^4$
- $P_{\text{cas}} = 5,67056 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (1,88001 \cdot 10^9)^2 \cdot (9,5 \cdot 10^3)^4 = 2,051597 \cdot 10^{28} \text{ W}$
- **Polaris:** $r_{\text{pol}} = 47 \cdot r_{\text{zon}} \rightarrow r_{\text{cas}} = 47 \cdot 6,963 \cdot 10^8 = 3,27261 \cdot 10^{10} \text{ m}$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \rightarrow P_{\text{cas}} = \sigma \cdot 4\pi \cdot r_{\text{cas}}^2 \cdot T_{\text{cas}}^4$
- $P_{\text{pol}} = 5,67056 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (3,27261 \cdot 10^{10})^2 \cdot (5,9 \cdot 10^3)^4 = 9,247671 \cdot 10^{29} \text{ W}$
- Polaris heeft het grootste stralingsvermogen

b Bereken de verhouding tussen de op aarde waargenomen lichtintensiteit (W/m^2) van Castor en Polaris

- $P_{\text{cas}} = 5,67056 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (1,88001 \cdot 10^9)^2 \cdot (9,5 \cdot 10^3)^4 = 2,051597 \cdot 10^{28} \text{ W}$
- $A = 4\pi \cdot r^2$ (oppervlakte van bol om Castor met als straal de afstand tot de aarde)
- $A = 4\pi \cdot (48 \cdot 10^{16})^2 = 2,89529 \cdot 10^{36} \text{ m}^2$
- ontvangen vermogen per vierkante meter op aarde
- $I_{\text{cas}} = \frac{2,051597 \cdot 10^{28}}{2,89529 \cdot 10^{36}} = 7,085977 \cdot 10^{-9} \text{ W / m}^2$
- $P_{\text{pol}} = 5,67056 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (3,27261 \cdot 10^{10})^2 \cdot (5,9 \cdot 10^3)^4 = 9,247671 \cdot 10^{29} \text{ W}$
- $A = 4\pi \cdot r^2$ (oppervlakte van bol om Polaris met als straal de afstand tot de aarde)
- $A = 4\pi \cdot (410 \cdot 10^{16})^2 = 2,1124069 \cdot 10^{38} \text{ m}^2$
- ontvangen vermogen per vierkante meter op aarde
- $I_{\text{pol}} = \frac{9,247671 \cdot 10^{29}}{2,1124069 \cdot 10^{38}} = 4,377789 \cdot 10^{-9} \text{ W / m}^2$
- verhouding $\frac{I_{\text{cas}}}{I_{\text{pol}}} = \frac{7,085977 \cdot 10^{-9}}{4,377789 \cdot 10^{-9}} = 1,61862 = 1,62$

OOK GOED

- $\frac{P_{\text{cas}}}{P_{\text{pol}}} = \frac{\sigma \cdot A_{\text{cas}} \cdot T_{\text{cas}}^4}{\sigma \cdot A_{\text{pol}} \cdot T_{\text{pol}}^4} = \frac{\sigma \cdot 4\pi \cdot r_{\text{cas}}^2 \cdot T_{\text{cas}}^4}{\sigma \cdot 4\pi \cdot r_{\text{pol}}^2 \cdot T_{\text{pol}}^4} \rightarrow \frac{P_{\text{cas}}}{P_{\text{pol}}} = \frac{r_{\text{cas}}^2 \cdot T_{\text{cas}}^4}{r_{\text{pol}}^2 \cdot T_{\text{pol}}^4}$
- $\frac{P_{\text{cas}}}{P_{\text{pol}}} = \frac{(2,7 \cdot r_{\text{zon}})^2 \cdot (9,5 \cdot 10^3)^4}{(47 \cdot r_{\text{zon}})^2 \cdot (5,9 \cdot 10^3)^4} = \frac{2,7^2 \cdot r_{\text{zon}}^2 \cdot (9,5 \cdot 10^3)^4}{47^2 \cdot r_{\text{zon}}^2 \cdot (5,9 \cdot 10^3)^4}$ (wegstrepen r_{zon}^2)
- $\frac{P_{\text{cas}}}{P_{\text{pol}}} = \frac{2,7^2 \cdot (9,5 \cdot 10^3)^4}{47^2 \cdot (5,9 \cdot 10^3)^4} = \frac{5,93775 \cdot 10^{16}}{2,676725 \cdot 10^{18}} = 2,218289 \cdot 10^{-2}$
- Polaris staat 8,54 keer verder weg
- de intensiteit neemt af met $8,54^2 = 72,9316$
- $\frac{I_{\text{cas}}}{I_{\text{pol}}} = 2,218289 \cdot 10^{-2} \cdot 72,9316 = 1,61783 = 1,62$

14***

a Bereken het uitgestraalde vermogen per m² van Antares A.

- lichtsterkte is het stralingsvermogen
- $P_{\text{zon}} = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$
- $P_{\text{ant}} = 90000 \cdot 3,85 \cdot 10^{26} = 3,465 \cdot 10^{31} = 3,47 \cdot 10^{31} \text{ W}$ (3 sign cijfers)

b Bereken de oppervlaktetemperatuur van Antares A.

- $r_{\text{zon}} = 6,963 \cdot 10^8 \text{ m}$
- $r_{\text{ant}} = 1100 \cdot 6,963 \cdot 10^8 = 7,6593 \cdot 10^{11} \text{ m}$
- $A_{\text{ant}} = 4\pi \cdot r_{\text{ant}}^2$
- $A_{\text{ant}} = 4\pi \cdot (7,6593 \cdot 10^{11})^2 = 7,3720458 \cdot 10^{24} \text{ m}^2$
- $P = 3,465 \cdot 10^{31} \text{ W} \quad | \quad A = 7,3720458 \cdot 10^{24} \text{ m}^2 \quad | \quad T = \dots \text{K}$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ met $\sigma = 5,67056 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
- $3,465 \cdot 10^{31} = 5,67056 \cdot 10^{-8} \cdot 7,3720458 \cdot 10^{24} \cdot T^4 \rightarrow T^4 = 8,288754 \cdot 10^{13}$
- $T = 3,017327 \cdot 10^3 = 3,02 \cdot 10^3 \text{ K}$ (3 sign cijfers)

c Bereken de maximaal uitgezonden golflengte λ_{max} van Antares A.

- $T = 3,017 \cdot 10^3 \text{ K} \quad | \quad \lambda_{\text{max}} = \dots \text{m}$
- $\lambda_{\text{max}} = \frac{k_W}{T}$ met $k_W = 2,897756 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}$
- $\lambda_{\text{max}} = \frac{2,897756 \cdot 10^{-3}}{3,017327 \cdot 10^3} = 9,60372 \cdot 10^{-7} = 9,60 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad (960 \text{ nm})$

15***

a Welke ster straalt per seconde de meeste energie uit, Betelgeuze of de zon?

- $I = \sigma \cdot T^4$ en $P = I \cdot A$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$
- $\frac{P_{\text{betel}}}{P_{\text{zon}}} = \frac{\sigma \cdot A_{\text{betel}} \cdot T_{\text{betel}}^4}{\sigma \cdot A_{\text{zon}} \cdot T_{\text{zon}}^4} = \left(\frac{A_{\text{betel}}}{A_{\text{zon}}} \right) \cdot \frac{T_{\text{betel}}^4}{T_{\text{zon}}^4}$
- $\frac{A_{\text{betel}}}{A_{\text{zon}}} = 700^2 = 4,9 \cdot 10^5$
- $\frac{P_{\text{betel}}}{P_{\text{zon}}} = 4,9 \cdot 10^5 \cdot \frac{(3,6 \cdot 10^3)^4}{(5,78 \cdot 10^3)^4} = 7,37 \cdot 10^4$
- Betelgeuze straalt per seconde $7,37 \cdot 10^4$ keer meer energie uit dan de zon

Absorptie en emissiespectrum

GEEN OPGAVEN

Dopplerverschuiving

16***

- a** Is de golflengte van de waargenomen EM-straling van waterstofgas groter, kleiner of gelijk aan 21,106114 cm?
- het Andromedastelsel komt dichterbij → blauwverschuiving
 - de golflengte is kleiner dan 21,106114 cm
- b** Bereken de golflengte van de waargenomen EM-straling van waterstofgas in het Andromedastelsel.
- $\lambda_0 = 21,106114 \text{ cm} \quad | \quad v = 200 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad | \quad \Delta\lambda = \dots \text{ cm}$
 - $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$
 - $\frac{\Delta\lambda}{21,106114} = \frac{200 \cdot 10^3}{2,99792458 \cdot 10^8} \rightarrow \Delta\lambda = 1,40804836 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$
 - $\lambda = 21,106114 - 1,40804836 \cdot 10^{-2} = 21,0920335 = 21,0920 \text{ cm}$
(4 cijfers achter de komma)

17***

- a** Beweegt dit stelsel naar ons toe of van ons vandaan?
- de golflengte neemt toe → roodverschuiving
 - het stelsel beweegt van ons vandaan
- b** Bereken de snelheid van dit sterrenstelsel.
- $\Delta\lambda = 612,358 - 587,562 = 24,796 \text{ nm}$
 - $\lambda_0 = 587,562 \text{ nm} \quad | \quad \Delta\lambda = 24,796 \text{ nm} \quad | \quad v = \dots \text{ m/s}$
 - $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$
 - $\frac{24,796}{587,562} = \frac{v}{2,99792458 \cdot 10^8} \rightarrow v = 1,26516926 \cdot 10^7 = 1,2652 \cdot 10^7 \text{ m/s}$
(5 significante cijfers)
- c** Hoeveel procent van de lichtsnelheid is deze snelheid?
- $\frac{v}{c} \cdot 100\% = \frac{1,26516926 \cdot 10^7}{2,99792458 \cdot 10^8} = 4,22015 \cdot 10^{-2} \cdot 100\% = 4,22 \%$

18***

- a** Waaraan zie je dat dit een absorptiespectrum is en geen emissiespectrum?
- je ziet donkere lijnen waar het licht is geabsorbeerd
- b** Bij welke van deze drie spectra staat de stralingsbron stil ten opzichte van de waarnemer?
- opzoeken: waterstof heeft absorptielijnen bij 410, 434, 486, en 656 nm
 - dit is in overeenstemming met het bovenste spectrum

c Leg uit of de bron bij de twee andere spectra naar de waarnemer toe of van de waarnemer af bewegen.

- de golflengte neemt af → blauwverschuiving
- de bron beweegt naar de waarnemer toe

d Bereken voor de twee andere spectra de snelheid van de bron.

- bij het middelste spectrum is de lijn van 656 nm verschoven naar 649 nm

- $\Delta\lambda = 656 - 649 = 7,0 \text{ nm}$

- $\lambda_0 = 656 \text{ nm} \quad | \quad \Delta\lambda = 7,0 \text{ nm} \quad | \quad v = \dots \text{ m/s}$

- $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$

- $\frac{7}{656} = \frac{v}{2,99792458 \cdot 10^8} \rightarrow v = 3,199 \cdot 10^6 = 3,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

- bij het onderste spectrum is de lijn van 656 nm verschoven naar 624 nm

- $\Delta\lambda = 656 - 624 = 32 \text{ nm}$

- $\lambda_0 = 656 \text{ nm} \quad | \quad \Delta\lambda = 32 \text{ nm} \quad | \quad v = \dots \text{ m/s}$

- $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$

- $\frac{32}{656} = \frac{v}{2,99792458 \cdot 10^8} \rightarrow v = 1,4624 \cdot 10^7 = 1,5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

19.6 De levensloop van sterren

1***

a Hoeveel massa verdwijnt er in één reactie cyclus?

- $E = 3,954 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ | $\Delta m = \dots \text{ kg}$
- $E = m \cdot c^2$
- $3,954 \cdot 10^{-12} = \Delta m \cdot (2,99792458 \cdot 10^8)^2$
- $\Delta m = 4,399418 \cdot 10^{-29} = 4,399 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$

b Hoeveel netto reacties vinden er per seconde in de zon plaats?

- $P = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$ | $E = 3,954 \cdot 10^{-12} \text{ J}$
- $E = P \cdot t \rightarrow E = 3,85 \cdot 10^{26} \cdot 1 = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ J}$
- energie per reactie $E = 3,954 \cdot 10^{-12} \text{ J}$
- aantal reacties per seconde $\frac{3,85 \cdot 10^{26}}{3,954 \cdot 10^{-12}} = 9,736875 \cdot 10^{37} = 9,74 \cdot 10^{37}$

c Hoeveel massa verdwijnt er per seconde?

- in één reactie verdwijnt $\Delta m = 4,399418 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$
- in één seconde verdwijnt $\Delta m = 4,399418 \cdot 10^{-29} \cdot 9,736875 \cdot 10^{37} \text{ kg}$
- $\Delta m = 4,2837024 \cdot 10^9 = 4,28 \cdot 10^9 \text{ kg}$

2***

a Voer deze berekening uit.

- per seconde wordt $4,27 \cdot 10^9 \text{ kg}$ omgezet in energie
- $E = m \cdot c^2$ met $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- $E = 4,27 \cdot 10^9 \cdot (2,99792458 \cdot 10^8)^2 = 3,83768 \cdot 10^{26} = 3,84 \cdot 10^{26} \text{ J}$

b Bereken hoeveel jaar het duurt tot al het waterstof in het centrum van de zon is verbruikt.

- massa waterstof in de kern is $1,99 \cdot 10^{30} \cdot 0,14 \cdot 0,70 = 1,9502 \cdot 10^{29} \text{ kg}$
- per seconde wordt $6,0 \cdot 10^{11} \text{ kg}$ waterstof verbruikt
- na $\frac{1,9502 \cdot 10^{29}}{6,0 \cdot 10^{11}} = 3,25033 \cdot 10^{17}$ seconde is het waterstof in de kern verbruikt
- $3,25033 \cdot 10^{17} \text{ s} = \frac{3,25033 \cdot 10^{17}}{365,256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 1,02995 \cdot 10^{10} = 1,0 \cdot 10^{10} \text{ jaar}$

3***

a Leg dit uit.

- als er x keer zo veel massa is is er x keer zoveel brandstof
- de ster kan hiermee x keer zo lang energie produceren

- levensduur is recht evenredig met de massa
- lichtsterkte = stralingsvermogen = energieverbruik per seconde
- als de lichtsterkte x keer zo groot is wordt er per seconde x keer zoveel energie geproduceerd en is de ster x keer zo snel door zijn brandstof heen
- levensduur is omgekeerd evenredig met de lichtsterkte

b Bereken de levensduur van Algol.

- $V_{\text{bol}} = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
- $\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V$
- $\frac{M}{M_{\text{zon}}} = \frac{\rho \cdot V}{\rho \cdot V_{\text{zon}}} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3}{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r_{\text{zon}}^3} = \frac{r^3}{r_{\text{zon}}^3} = \left(\frac{r}{r_{\text{zon}}} \right)^3$
- $\frac{M}{M_{\text{zon}}} = 3,5^3 = 42,875$
- $\frac{M}{M_{\text{zon}}} = 42,875 \quad | \quad \frac{L}{L_{\text{zon}}} = 110 \quad | \quad t = \dots \text{jaar}$
- $t = t_{\text{zon}} \cdot \frac{\frac{M}{M_{\text{zon}}}}{\frac{L}{L_{\text{zon}}}}$
- $t = 1,0 \cdot 10^{10} \cdot \frac{42,875}{110} = 3,8977 \cdot 10^9 = 3,9 \cdot 10^9 \text{ jaar}$

c Bereken de levensduur van Wolf 359.

- $\frac{M}{M_{\text{zon}}} = \left(\frac{r}{r_{\text{zon}}} \right)^3$
- $\frac{M}{M_{\text{zon}}} = 0,20^3 = 8,0 \cdot 10^{-3}$
- $\frac{M}{M_{\text{zon}}} = 8,0 \cdot 10^{-3} \quad | \quad \frac{L}{L_{\text{zon}}} = 0,0013 \quad | \quad t = \dots \text{jaar}$
- $t = t_{\text{zon}} \cdot \frac{\frac{M}{M_{\text{zon}}}}{\frac{L}{L_{\text{zon}}}}$
- $t = 1,0 \cdot 10^{10} \cdot \frac{8,0 \cdot 10^{-3}}{0,0013} = 6,153846 \cdot 10^{10} = 6,2 \cdot 10^{10} \text{ jaar}$

4* a** Bereken de dichtheid van de zon zoals zij nu is.

- $m_{\text{zon}} = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad | \quad r_{\text{zon}} = 6,963 \cdot 10^8 \text{ m} \quad | \quad \rho_{\text{zon}} = \dots \text{kg/m}^3$
- volume bol: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
- $V_{\text{zon}} = \frac{4}{3} \pi \cdot (6,963 \cdot 10^8)^3 = 1,414092 \cdot 10^{27} \text{ m}^3$
- $\rho = \frac{m}{V}$
- $\rho = \frac{1,9884 \cdot 10^{30}}{1,414092 \cdot 10^{27}} = 1,4061316 \cdot 10^3 = 1,406 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

b Bereken de dichtheid van de witte dwerg die de zon gaat worden.

- $m_{\text{dwergezon}} = \frac{1}{2} \cdot 1,9884 \cdot 10^{30} = 9,942 \cdot 10^{29} \text{ kg}$
- $r_{\text{dwergezon}} = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 10^6 = 7,0 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $V_{\text{dwergezon}} = \frac{4}{3} \pi \cdot (7,0 \cdot 10^6)^3 = 1,436755 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$
- $\rho = \frac{m}{V}$
- $\rho = \frac{9,942 \cdot 10^{29}}{1,436755 \cdot 10^{21}} = 6,91976 \cdot 10^8 = 6,9 \cdot 10^8 \text{ kg/m}^3$

c Hoeveel massa bevat 1 cm^3 van deze witte dwerg?

- $1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$
- $6,9 \cdot 10^8 \text{ kg/m}^3 = 6,9 \cdot 10^2 \text{ kg/cm}^3$

5***

a Bereken de dichtheid van deze neutronenster.

- opzoeken: $m_{\text{zon}} = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- $m = 1,4 \cdot m_{\text{zon}} \rightarrow m = 1,4 \cdot 1,9884 \cdot 10^{30} = 2,78376 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- volume bol: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
- $V = \frac{4}{3} \pi \cdot (1,0 \cdot 10^4)^3 = 4,18879 \cdot 10^{12} \text{ m}^3$
- $\rho = \frac{m}{V}$
- $\rho = \frac{2,78376 \cdot 10^{30}}{4,18879 \cdot 10^{12}} = 6,645737 \cdot 10^{17} = 6,6 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$

b Bereken de ontsnappingssnelheid van deze neutronenster.

- $m = 2,78376 \cdot 10^{30} \text{ kg} \mid r = 1,0 \cdot 10^4 \text{ m} \mid v_{\text{ontsnap}} = \dots \text{ m/s}$
- $v_{\text{ontsnap}}^2 = \frac{2 \cdot G \cdot m}{r}$
- $v_{\text{ontsnap}}^2 = \frac{2 \cdot 6,67408 \cdot 10^{-11} \cdot 2,78376 \cdot 10^{30}}{1,0 \cdot 10^4} = 3,7158074 \cdot 10^{16}$
- $v_{\text{ontsnap}} = 1,927643 \cdot 10^8 = 1,9 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

6***

a Toon aan dat $2r \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \pi \cdot \rho \cdot G}$ de eenheid m/s heeft.

- $[2r \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \pi \cdot \rho \cdot G}] = m \cdot \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \right)^{1/2}$
- $m \cdot \left(\frac{\text{N}}{\text{kg} \cdot \text{m}} \right)^{1/2} = m \cdot \left(\frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{kg} \cdot \text{m}} \right)^{1/2} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b Toon aan dat $v_{\text{ontsnap}} = 2r \cdot \sqrt{\frac{2}{3}\pi \cdot \rho \cdot G}$.

- $v_{\text{ontsnap}}^2 = \frac{2 \cdot G \cdot m}{r}$
- $m = \rho \cdot V$ en $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow m = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- $v_{\text{ontsnap}}^2 = \frac{2 \cdot G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3}{r} = \frac{8}{3}\pi \cdot G \cdot \rho \cdot r^2$
- $v_{\text{ontsnap}} = \sqrt{\frac{8}{3}\pi \cdot G \cdot \rho \cdot r^2} = 2r \cdot \sqrt{\frac{2}{3}\pi \cdot G \cdot \rho}$

7***

a Bereken de schwarzschildstraal van dit zwarte gat.

- opzoeken: $m_{\text{zon}} = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- $m = 3,7 \cdot 10^6 \cdot m_{\text{zon}} \rightarrow m = 3,7 \cdot 10^6 \cdot 1,9884 \cdot 10^{30} = 7,35708 \cdot 10^{36} \text{ kg}$
- $r_s = \frac{2 \cdot G \cdot m}{c^2}$
- $r_s = \frac{2 \cdot 6,67408 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35708 \cdot 10^{36}}{(2,99792458 \cdot 10^8)^2} = 1,092661 \cdot 10^{10} = 1,1 \cdot 10^{10} \text{ m}$

19.7 Kosmologie

1***

a Bereken de golflengte van deze waterstoflijn uitgezonden door een sterrenstelsel dat met een snelheid van 18.000 km/s van ons vandaan beweegt.

- $18.000 \text{ km/s} = 1,8 \cdot 10^7 \text{ m/s}$
- $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$
- $\frac{\Delta\lambda}{656,3} = \frac{1,8 \cdot 10^7}{2,99792458 \cdot 10^8} \rightarrow \Delta\lambda = 39,40526 \text{ nm}$
- beweging van ons vandaan $\rightarrow$ golflengte wordt groter
- $656,3 + 39,40526 = 695,7053 = 695,7 \text{ nm}$

b Bereken de golflengte van de 656,3 nm waterstoflijn afkomstig van een sterrenstelsel op 1,8 miljard lichtjaar afstand.

- aflezen: 1,8 miljard lichtjaar: $v = 40.000 \text{ km/s} = 4,0 \cdot 10^7 \text{ m/s}$
- $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$
- $\frac{\Delta\lambda}{656,3} = \frac{4,0 \cdot 10^7}{2,99792458 \cdot 10^8} \rightarrow \Delta\lambda = 87,5672 \text{ nm}$
- beweging van ons vandaan $\rightarrow$ golflengte wordt groter
- $656,3 + 87,5672 = 743,867 = 7,4 \cdot 10^2 \text{ nm}$

c Is er een recht-evenredig verband tussen de verandering van de golflengte $\Delta\lambda$ en de afstand van een sterrenstelsel?

- het Hubble diagram geeft een recht-evenredig verband tussen de afstand van een sterrenstelsel en de snelheid
- $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \rightarrow \Delta\lambda = \frac{v}{\lambda_0 \cdot c}$ geeft een recht-evenredig verband tussen $\Delta\lambda$ en v
- er is een recht-evenredig verband tussen $\Delta\lambda$ en de afstand

d Bepaal de Hubble constante.

- aflezen: 40.000 km/s bij 1,8 miljard lichtjaar
- $\frac{40.000}{1800} = 22,2 \text{ km/s per miljoen lichtjaar}$

e Toon dit aan.

- $v_{\max} = c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 3,00 \cdot 10^5 \text{ km/s}$
- $v = H_0 \cdot r$
- $3,00 \cdot 10^5 = 22 \cdot r \rightarrow r = 1,36 \cdot 10^4 \text{ miljoen lichtjaar}$
- $r = 13,6 \text{ miljard lichtjaar}$

(de Hubble constante en de grootte van het heelal zijn niet precies bekend)

f Welke conclusie kun je hieraan verbinden?

- de maximaal meetbare afstand van de verste sterrenstelsel is 13,8 miljard lichtjaar
- het waarneembare heelal is 13,8 miljard lichtjaar groot

2***

a Beweegt dit stelsel naar ons toe of van ons vandaan?

- de golflengte neemt toe → roodverschuiving
- het stelsel beweegt van ons vandaan

b Bereken de snelheid van dit sterrenstelsel.

- $\Delta\lambda = 612,358 - 587,562 = 24,796 \text{ nm}$
- $\lambda_0 = 587,562 \text{ nm} \quad | \quad \Delta\lambda = 24,796 \text{ nm} \quad | \quad v = \dots \text{ m/s}$
- $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$
- $\frac{24,796}{587,562} = \frac{v}{2,99792458 \cdot 10^8} \rightarrow v = 1,26516926 \cdot 10^7 = 1,2652 \cdot 10^7 \text{ m/s}$
(5 significante cijfers)

c Hoeveel procent van de lichtsnelheid is deze snelheid?

- $\frac{v}{c} \cdot 100\% = \frac{1,26516926 \cdot 10^7}{2,99792458 \cdot 10^8} = 4,22015 \cdot 10^{-2} \cdot 100\% = 4,22 \%$

d Bereken met de Hubble-relatie de afstand van dit sterrenstelsel.

- $v = 1,26517 \cdot 10^7 \text{ m/s} = 1,26517 \cdot 10^4 \text{ km/s}$
- $v = H_0 \cdot r$ met $H_0 = 22 \text{ km/s per miljoen lichtjaar}$
- $1,26517 \cdot 10^4 = 22 \cdot r \rightarrow r = 575,077 = 5,8 \cdot 10^2 \text{ miljoen lichtjaar}$

3***

a Voldoet dit stelsel aan de Hubble-relatie?

- $v = H_0 \cdot r$ met $H_0 = 22 \text{ km/s per miljoen lichtjaar}$
- $r = 21 \text{ miljoen lichtjaar} \rightarrow v = 22 \cdot 21 = 462 \text{ km/s}$
- dit is niet gelijk aan 241 km/s → het stelsel voldoet niet aan de Hubble-relatie

b Bij welke golflengte verwacht je de waterstoflijn met $\lambda = 486,1 \text{ nm}$ als je een waarneming doet aan dit stelsel?

- $\lambda_0 = 486,1 \text{ nm} \quad | \quad v = 241 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad | \quad \Delta\lambda = \dots \text{ nm}$
- $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$
- $\frac{\Delta\lambda}{486,1} = \frac{241 \cdot 10^3}{2,99792458 \cdot 10^8} \rightarrow \Delta\lambda = 0,39077 \text{ nm}$
- het stelsel beweegt van ons vandaan → λ wordt groter
- $\lambda = 486,1 + 0,3907707 = 486,49077 = 486,5 \text{ nm}$ (4 significante cijfers)