

11 Kromlijnnige beweging vwo

11.1 Projectielen afschieten

1**

a Bereken het tijdstip waarop de kogel de grond raakt.

- $y = 100 \text{ m} \quad | \quad t = \dots \text{ s}$
- $y = \frac{1}{2}g \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{2y/g}$
- $t = \sqrt{200/9,81} = 4,51524 = 4,52 \text{ s}$

b Bereken de horizontale afstand die de kogel aflegt.

- $v_x = 100 \text{ m/s} \quad | \quad t = 4,51524 \text{ s} \quad | \quad \Delta x = \dots \text{ m}$
- $\Delta x = v_{\text{gem}} \cdot t \quad \text{met} \quad v_{\text{gem}} = v_{x0}$
- $\Delta x = 100 \cdot 4,51524 = 451,524 = 452 \text{ m}$

c Bereken de verticale snelheid v_y op het moment waarop de kogel de grond raakt.

- $v_y = a \cdot t \quad \text{met} \quad a = g = 9,81 \text{ m/s}^2$
- $v_y = 9,81 \cdot 4,51524 = 44,294 = 44,3 \text{ m/s}$

d Bereken de hoek waarmee de kogel de grond raakt.

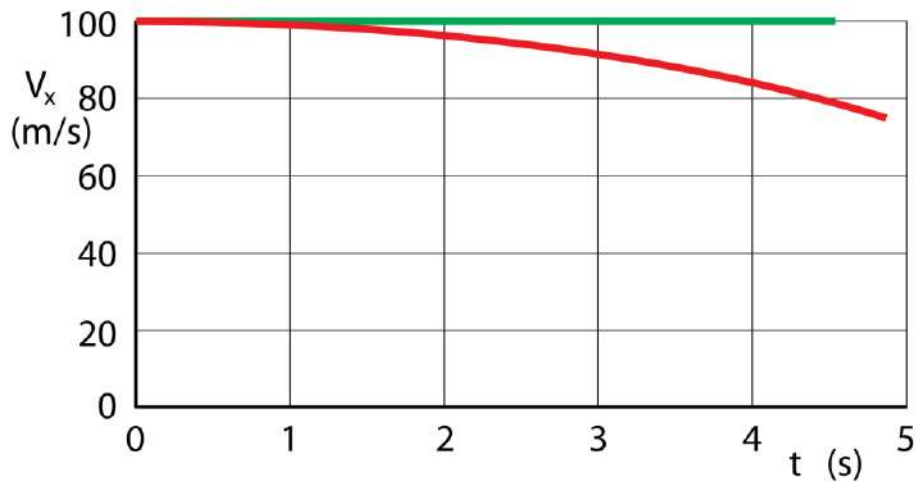
- $v_{x \text{ eind}} = 100 \text{ m/s} \quad | \quad v_{y \text{ eind}} = 44,294 \text{ m/s} \quad | \quad \alpha = \dots^\circ$
- $\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} \rightarrow \tan \alpha = \frac{44,294}{100} \rightarrow \alpha = 23,89 = 23,9^\circ$

e Leg uit hoe je de baan van de kogel kunt berekenen.

- bereken op een aantal verschillende tijdstippen de plaatsen x en y
- verbind de (y, x) punten met een vloeiende lijn

f Teken het (v_x, t) -diagram van de horizontale beweging.

- horizontale rechte lijn met $v_x = 100 \text{ m/s}$ [groene grafiek](#)
- lijn houdt op bij $t = 4,52 \text{ s}$

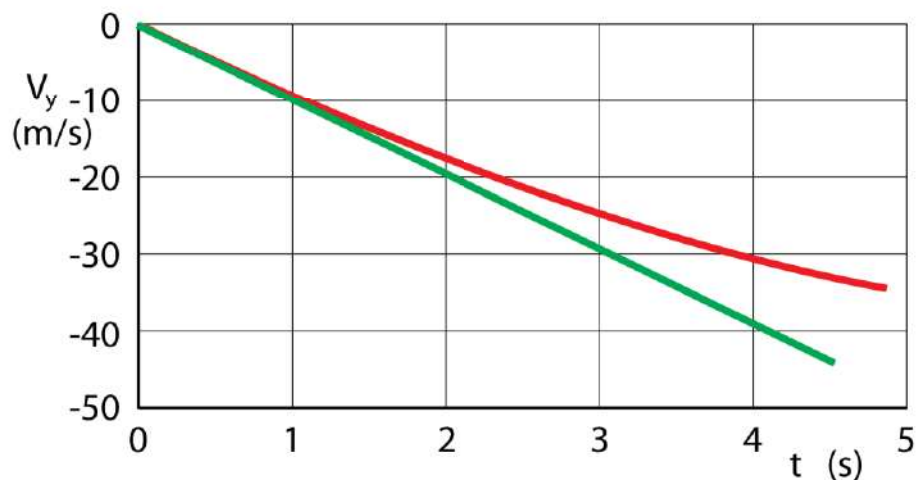


g Bepaal de horizontale verplaatsing uit het (v_x, t) -diagram.

- oppervlakte berekenen onder de (v_x, t) -grafiek tussen $t = 0$ en $t = 4,52$ s
- oppervlakte geeft 452 m

h Teken het (v_y, t) -diagram van de verticale beweging.

- schuine lijn naar beneden onder de tijd-as **groene grafiek**
- lijn begint op 0 en heeft een helling van $-9,81$
- lijn houdt op in punt $(v_y, t) = (44,3; 4,52)$



i Schets in het (v_x, t) -diagram van vraag 2a hoe v_x in dit geval van de tijd afhangt. Gebruik een andere kleur.

- gebogen lijn schuin naar beneden begint in $v_x = 100$ m/s **rode grafiek**
- lijn loopt een stukje door bij $t = 4,52$ s

j Schets in het (v_y, t) -diagram van vraag 2b hoe v_y in dit geval van de tijd afhangt. Gebruik een andere kleur.

- in het begin is de lijn recht en schuin omlaag, maar buigt later af naar de tijd-as **rode grafiek**
- lijn begint in $v_y = 0$ m/s
- lijn loopt een stukje door bij $t = 4,52$ s

- k** iemand beweert dat de kogel met luchtweerstand verder weg komt dan zonder luchtweerstand omdat de valtijd langer is. Leg uit of je het hiermee eens bent.
- dit is afhankelijk van de horizontale beginsnelheid.
 - bij lage v_x zal de horizontale afstand toenemen omdat de valtijd langer is en $v_{x, \text{gem}}$ niet veel afwijkt van $v_{x, \text{begin}}$
 - bij hoge v_x zal de horizontale afstand afnemen omdat ondanks de langere valtijd $v_{x, \text{gem}}$ kleiner is dan $v_{x, \text{begin}}$

2***

a Toon dit aan.

- $y = \frac{1}{2}g \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{2y/g}$
- $t_{\text{Jan}} = \sqrt{\frac{2y_{\text{Jan}}}{g}} \quad | \quad t_{\text{Jantje}} = \sqrt{\frac{2y_{\text{Jantje}}}{g}}$
- $y_{\text{Jantje}} = 2 \cdot y_{\text{Jan}} \rightarrow t_{\text{Jantje}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2y_{\text{Jan}}}{g}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{2y_{\text{Jan}}}{g}} = \sqrt{2} \cdot t_{\text{Jan}}$

b Toon dit aan.

- $x_{\text{Jantje}} = v_{\text{Jantje}} \cdot t_{\text{Jantje}} \quad | \quad x_{\text{Jan}} = v_{\text{Jan}} \cdot t_{\text{Jan}}$
- $v_{\text{Jantje}} = \frac{1}{2} \cdot v_{\text{Jan}}$
- $x_{\text{Jantje}} = \frac{1}{2} v_{\text{Jan}} \cdot \sqrt{2} \cdot t_{\text{Jan}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot v_{\text{Jan}} \cdot t_{\text{Jan}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot x_{\text{Jan}} = 0,71 \cdot x_{\text{Jan}}$

c Leg uit waarom Jantje een lichtere steen verder kan gooien dan een zwaardere steen.

- de spierkracht van Jantje blijft gelijk
- $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow \Sigma F$ blijft gelijk $|$ m neemt af $\rightarrow a$ neemt toe
- $v = a \cdot t \rightarrow a$ neemt toe en t blijft gelijk $\rightarrow v_x$ neemt toe
- $\Delta x = v_x \cdot t \rightarrow x$ wordt groter

3***

a Toon aan dat de verticale afstand overeenkomt met een vrije val van 3,0 s.

- $a = 9,81 \text{ m/s}^2 \quad | \quad t = 3,0 \text{ s} \quad | \quad v_{\text{gem}} = \dots \text{ m/s}$
- $\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow \Delta v = 9,81 \cdot 3 = 29,43 \text{ m/s} \rightarrow v_{\text{gem}} = 14,715 \text{ m/s}$
- $\Delta y = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 14,715 \cdot 3 = 44,145 = 44 \text{ m/s} \rightarrow$ komt overeen

OOK GOED

- $\Delta y = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad | \quad a = 9,81 \text{ m/s}^2 \quad | \quad t = 3,0 \text{ s}$
- $\Delta y = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot 3^2 = 44,145 = 44 \text{ m} \rightarrow$ komt overeen

b Bepaal met behulp van bovenstaande figuur de grootte van de snelheid van het vliegtuig.

- v_x van de parachutist is gelijk aan de snelheid van het vliegtuig
- aflezen: 18 hokjes $\rightarrow$ in 3 seconden wordt er $18 \cdot 10 = 180 \text{ m}$ afgelegd
- $\Delta x = v_x \cdot t \rightarrow 180 = v_x \cdot 3 \rightarrow v_x = 60 \text{ m/s}$

- c** Teken het (snelheid, tijd)-diagram van de verticale snelheid v_y als functie van de tijd, voor het tijdsinterval $0 \leq t \leq 3,0$ s.
- rechte lijn schuin omlaag
 - lijn begint bij 0 en eindigt na 3,0 s op $v_y = -9,81 \cdot 3 = -29,43 = -29 \text{ m/s}$
- d** Schets met een andere kleur in het (v, t) -diagram van vraag b hoe de verticale snelheid v_y in dat geval verloopt als functie van de tijd gedurende het tijdsinterval $0 \leq t \leq 3,0$ s.
- lijn begint net als bij vraag b maar buigt af naar de tijd-as
 - met wrijving is de snelheid kleiner dan zonder wrijving
 - op zeker moment is de snelheid constant, maar dit zal waarschijnlijk na 3,0 s nog niet het geval zijn
- e** Bereken hoever de parachutist naast het doel landt.
- $y = 100 \text{ m} \quad | \quad v_y = 5,0 \text{ m/s} \quad | \quad t = \dots \text{ s}$
 - $\Delta y = v_y \cdot t \rightarrow 100 = 5 \cdot t \rightarrow t = 20 \text{ s}$
 - $x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 20^2 = 100 \text{ m}$

4***

- a** Bereken de horizontale snelheid waarmee de pijl weggeschoten moet worden om in de roos te komen. Verwaarloos de luchtweerstand.
- de y-richting bepaalt het tijdstip waarop de beweging stopt
 - $\Delta y = 1,65 - 1,0 = 0,65 \text{ m} \quad | \quad t = \dots \text{ s}$
 - $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{2y/g} \rightarrow t = \sqrt{2 \cdot 0,65 / 9,81} = 0,36403 \text{ s}$
 - $\Delta x = 15,0 \text{ m} \quad | \quad t = 0,36403 \text{ s} \quad | \quad v_{x \text{ gem}} = \dots \text{ m/s}$
 - $\Delta x = v_{x \text{ gem}} \cdot t \rightarrow 15 = v_{x \text{ gem}} \cdot 0,36403 \rightarrow v_{x \text{ gem}} = 41,2054 = 41,2 \text{ m/s}$
- b** Bereken de horizontale component van de snelheid die de pijl heeft op het tijdstip waarop hij de schietschijf raakt.
- de y-richting bepaalt het tijdstip waarop de beweging stopt
 - $\Delta y = 1,65 - 0,85 = 0,80 \text{ m} \quad | \quad t = \dots \text{ s}$
 - $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{2 \cdot 0,80 / 9,81} \rightarrow t = 0,403855 \text{ s}$
 - $\Delta x = 15 \text{ m} \quad | \quad t = 0,403855 \text{ s} \quad | \quad v_{x \text{ gem}} = \dots \text{ m/s}$
 - $\Delta x = v_{x \text{ gem}} \cdot t \rightarrow 15 = v_{x \text{ gem}} \cdot 0,403855 \rightarrow v_{x \text{ gem}} = 37,142 \text{ m/s}$
 - $v_{x \text{ gem}} = \frac{v_{x \text{ begin}} + v_{x \text{ eind}}}{2}$
 - $37,142 = \frac{50 + v_{x \text{ eind}}}{2} \rightarrow v_{x \text{ eind}} = 24,284 = 24,3 \text{ m/s}$

5****

- a** Bereken de snelheid waarmee je de bal hebt weggegooid.
- $\Delta y = 14 - 1,5 = 12,5 \text{ m}$
 - $\Delta y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

- $12,5 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2$
- $t = \sqrt{\frac{2 \cdot 12,5}{9,81}} = 1,59638 \text{ s}$
- in deze tijd is de verticale snelheid afgenomen van v_y tot nul
- $v_y = g \cdot t = 9,81 \cdot 1,59638 = 15,66046 \text{ m/s}$
- $\Delta x = v_{x \text{ gem}} \cdot t$ met $\Delta x = 10 \text{ m}$
- $v_{x \text{ gem}} = \frac{\Delta x}{t} \rightarrow v_{x \text{ gem}} = \frac{10}{1,59638} = 6,26417 \text{ m/s}$
- geen luchtweerstand $\rightarrow v_{x \text{ gem}} = v_{x0}$
- $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
- $v = \sqrt{6,26417^2 + 15,66046^2} = 16,8668 = 17 \text{ m/s}$

b Bereken de hoek waarmee je de bal hebt weggegooid.

- $v_y = 15,66046 \text{ m/s} \quad | \quad v_x = 6,26417 \text{ m/s}$
- $\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{15,66046}{6,26417} = 2,5$
- $\alpha = 68,199 = 68^\circ$

6+ **a** Bereken hoever de pijl boven of onder de roos in de schietschijf komt.

- $v_0 = 20 \text{ m/s} \quad | \quad \alpha = 10^\circ \quad | \quad v_{0x} = \dots \text{ m/s} \quad | \quad v_{0y} = \dots \text{ m/s}$
- $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \quad | \quad v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$
- $v_{0x} = 20 \cdot \cos 10^\circ = 19,69616 \text{ m/s}$
- $v_{0y} = 20 \cdot \sin 10^\circ = 3,47296 \text{ m/s}$
- de x-richting bepaalt het tijdstip waarop de beweging stopt
- $\Delta x = v_{0x} \cdot t \rightarrow t = \frac{\Delta x}{v_{0x}}$
- $t = \frac{15}{19,69616} = 0,7615698 \text{ s}$
- $v_{0y} = 3,47296 \text{ m/s} \quad | \quad a = -9,81 \text{ m/s}^2 \quad | \quad t = 0,7615698 \text{ s} \quad | \quad \Delta y = \dots \text{ m}$
- $\Delta y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$
- $y = 3,47296 \cdot 0,7615698 - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot (0,7615698)^2 = -0,1999425 = -0,200 \text{ m}$
- pijl komt op $1,65 - 0,20 = 1,45 \text{ m}$ hoogte op de schietschijf
- dit is 45 cm boven de roos

b Bereken de hoek die de pijl met het horizontale vlak zou maken bij het raken van de schietschijf als er geen luchtweerstand zou zijn.

- $v_x = 19,69616 \text{ m/s}$
- $v_y = v_{y0} + a \cdot t$
- $v_y = 3,47296 - 9,81 \cdot 0,7615698 = -3,99804 \text{ m/s}$

- minteken geeft aan dat v_y naar beneden is gericht
- $\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} \rightarrow \tan \alpha = \frac{3,99804}{19,69616} \rightarrow \alpha = 11,47 = 11^\circ$

7+

a Bereken hoe ver de golfbal voor of achter de put komt.

- $v_0 = 40 \text{ m/s} \mid \alpha = 40^\circ \mid v_{0x} = \dots \text{ m/s} \mid v_{0y} = \dots \text{ m/s}$
- $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \mid v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$
- $v_{0x} = 40 \cdot \cos 40^\circ = 30,64178 \text{ m/s}$
- $v_{0y} = 40 \cdot \sin 40^\circ = 25,7155 \text{ m/s}$
- bereken de tijd van begin tot hoogste punt: $\Delta v_y = g \cdot t$
- $\Delta v_y = g \cdot t \rightarrow 25,7155 = 9,81 \cdot t \rightarrow t = 2,62095 \text{ s}$
- de hele beweging duurt twee keer zo lang (omhoog en omlaag)
- $t = 2 \cdot 2,62095 = 5,2419 \text{ s}$
- $v_{x \text{ gem}} = 30,64178 \text{ m/s} \mid t = 5,2419 \text{ s} \mid \Delta x = \dots \text{ m}$
- $\Delta x = v_{x \text{ gem}} \cdot t$
- $\Delta x = 30,64178 \cdot 5,2419 = 160,621 \text{ m}$
- de bal komt $0,621 = 0,62 \text{ m}$ achter de put

b Bereken de hoogte van de golfbal op het hoogste punt.

- $v_{0y} = 25,7155 \text{ m/s} \mid t = 2,62095 \text{ s} \mid \Delta y = \dots \text{ m}$
- $\Delta y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$
- $y = 25,7115 \cdot 2,62095 - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot (2,62095)^2 = 33,6943 = 33,7 \text{ m}$

11.2 Eenparige cirkelbeweging

1*

- a Wat is een eenparige cirkelbeweging?
- een beweging met een cirkelbaan en een constante baansnelheid
eenparig betekent dat iets niet verandert
- b Waarom is er voor een eenparige cirkelbeweging een kracht nodig?
- als er geen resulterende kracht werkt blijft een voorwerp met een constante snelheid in een rechte lijn bewegen
 - bij een cirkelbeweging is er wel een constante snelheid maar geen rechte lijn
 - er is dus een resulterende kracht nodig
- c Hoe heet deze kracht?
- de middelpuntzoekende kracht F_{mpz}
 - bij een eenparige cirkelbeweging is F_{mpz} altijd gelijk aan ΣF

2**

- a Een steen aan een touw die horizontaal wordt rondgeslingerd.
- het touw oefent een constante kracht uit gericht naar het middelpunt
 - $F_{mpz} = F_{span}$ F_{span} is de spankracht in het touw
- b Een steen aan een touw die verticaal wordt rondgeslingerd.
- de som van de kracht in het touw én de zwaartekracht
 - $F_{mpz} = F_{span} + F_Z$ krachtpijlen optellen, rekening houden met de richting
- c Een zitje van een draaiende zweefmolen.
- de som van de kracht in het touw én de zwaartekracht
 - $F_{mpz} = F_{span} + F_Z$ krachtpijlen optellen, rekening houden met de richting
- d De was in een horizontaal draaiende centrifuge.
- de normaalkracht van de wand tegen de naar buiten geslingerde was
 - $F_{mpz} = F_n$ F_n is de normaalkracht van de wand tegen de was
- e De was in een verticaal draaiende centrifuge.
- de som van de normaalkracht van de wand tegen de was én de zwaartekracht
 - $F_{mpz} = F_n + F_Z$ (krachtpijlen optellen, rekening houden met de richting)
- f Een satelliet die om de aarde draait.
- de aantrekkingskracht (gravitatiekracht) die de aarde op de satelliet uitoefent
 - $F_{mpz} = F_{grav}$

3**

- a Hoe groot is de baansnelheid van je fietsband?
- het wiel slipt niet
 - de baansnelheid van je fietsband is gelijk aan de snelheid van de fiets

- $v_{\text{gem}} = \frac{s}{t} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{100}{13} = 7,6923 = 7,7 \text{ m/s}$
- $v_{\text{baan}} = v_{\text{gem}} = 7,7 \text{ m/s}$

b Bereken de straal van je fietswiel.

- $\text{omtrek} = 2\pi \cdot r$
- $2,2 = 2\pi \cdot r \rightarrow r = 0,35014 = 0,35 \text{ m}$

c Bereken de omlooptijd van je fietswiel.

- $v_{\text{baan}} = 7,6923 \text{ m/s} \mid r = 0,35014 \text{ m} \mid T = \dots \text{ s}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $7,6923 = \frac{2\pi \cdot 0,35014}{T} \rightarrow T = 0,286 = 0,29 \text{ s}$

d Bereken de (draai) frequentie van het wiel.

- $f = \frac{1}{T}$ T in seconde
- $f = \frac{1}{0,286} = 3,4965 = 3,5 \text{ Hz}$

4**

a Bereken de baansnelheid van de buitenkant van het boortje.

- $2,5 \cdot 10^5$ toeren per minuut is $\frac{2,5 \cdot 10^5}{60} = 4,16667 \cdot 10^3$ toeren per seconde
- $f = 4,16667 \cdot 10^3 \text{ Hz} \rightarrow T = \frac{1}{f} \rightarrow T = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ s}$
- $T = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ s} \mid r = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ m} \mid v_{\text{baan}} = \dots \text{ m/s}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 0,75 \cdot 10^{-3}}{2,4 \cdot 10^{-4}} = 19,635 = 20 \text{ m/s}$

5***

a Bereken de (rotatie) frequentie van de trommel tijdens het centrifugeren.

- 1200 rotaties per minuut $= \frac{1200}{60} = 20$ omlopen per seconde
- de (rotatie) frequentie is $20,00 \text{ Hz}$ 4 sign. cijfers

b Waarom "plakt" tijdens het centrifugeren de natte handdoek tegen de trommelwand?

- de handdoek zal zonder kracht in een rechte lijn bewegen
- om de richting van de snelheid te veranderen is een kracht nodig
- de kracht van de wand op de handdoek is gelijk aan de kracht van de handdoek op de wand (3^e wet Newton)

c Bereken de baansnelheid van de natte handdoek tijdens het centrifugeren in m/s en in km/h.

- $r = \frac{0,45}{2} = 0,225 \text{ m} \quad | \quad T = \frac{1}{f} = 0,05 \text{ s} \quad | \quad v_{\text{baan}} = \dots \text{ m/s}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 0,225}{0,05} = 28,27433 = 28 \text{ m/s}$

d Bereken de middelpuntzoekende kracht op de natte handdoek tijdens het centrifugeren.

- $m = 0,600 \text{ kg} \quad | \quad v_{\text{baan}} = 28,274 \text{ m/s} \quad | \quad r = 0,225 \text{ m} \quad | \quad F_{\text{mpz}} = \dots \text{ N}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{0,6 \cdot 28,27433^2}{0,225} = 2,13183 \cdot 10^3 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ N}$

e Leg uit hoe de centrifuge er voor zorgt dat de handdoek droger wordt.

- het water wordt tegen de wand geslingerd maar gaat door de gaatjes uit de trommel

f Leg uit of F_{mpz} tijdens het centrifugeren groter wordt, kleiner wordt of gelijk blijft.

- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$
- tijdens het centrifugeren wordt water weggeslingerd waardoor de massa afneemt
- v_{baan} en r blijven gelijk $\rightarrow F_{\text{mpz}}$ wordt kleiner

6**

a Bereken de omlooptijd en de omloofrequentie van de maan.

- $T = 27,32 \text{ dagen} = 27,32 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 2,360448 \cdot 10^6 \text{ s}$
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{2,360448 \cdot 10^6} = 4,23648392 \cdot 10^{-7} = 4,236 \cdot 10^{-7} \text{ Hz}$ 4 sign. cijfers

b Bereken de baansnelheid van de maan.

- $T = 2,360448 \cdot 10^6 \text{ s} \quad | \quad r = 384,4 \cdot 10^6 \text{ m} \quad | \quad v_{\text{baan}} = \dots \text{ m/s}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 384,4 \cdot 10^6}{2,360448 \cdot 10^6} = 1,0232195 \cdot 10^3 = 1,023 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ 4 sign. cijfers

7***

a Bereken de lengte van de cassetteband.

- $v_{\text{gem}} = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m/s} \quad | \quad t = 45 \cdot 60 = 2700 \text{ s} \quad | \quad s = \dots \text{ m}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 5,0 \cdot 10^{-2} \cdot 2700 = 135 \text{ m}$

b Bereken de omlooptijd van een geleidingswieltje.

- $r = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2} \cdot 8,0 \cdot 10^{-3} = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad | \quad v = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m/s} \quad | \quad T = \dots \text{ s}$
- $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow 5,0 \cdot 10^{-2} = \frac{2\pi \cdot 4,0 \cdot 10^{-3}}{T} \rightarrow T = 0,5026548 = 0,50 \text{ s}$

c Bereken de omlooptijd van de volle spoel.

- $r = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2} \cdot 4,5 \cdot 10^{-2} = 2,25 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad | \quad v = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m/s} \quad | \quad T = \dots \text{ s}$
- $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow 5,0 \cdot 10^{-2} = \frac{2\pi \cdot 2,25 \cdot 10^{-2}}{T} \rightarrow T = 2,82743 = 2,83 \text{ s}$

d Hoeveel omlopen maakt de lege spoel in één omloop van de volle spoel?

- de diameter van de lege spoel is $4,5/2 = 2,25$ keer kleiner dan die van de volle spoel
- de lege spoel maakt 2,25 omlopen in één omloop van de volle spoel

8**

a Bereken de omlooptijd en de omloofrequentie van de draaimolen.

- 10 rondjes per minuut is 1 rondje in $\frac{60}{10} = 6,0 \text{ s}$
- de omlooptijd is 6,0 s
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{6} = 0,16667 = 0,17 \text{ Hz}$

b Bereken de snelheden van Jip en van Janneke.

- $T = 6,0 \text{ s} \quad | \quad r_{\text{Jip}} = 3,0 \text{ m} \quad | \quad r_{\text{Janneke}} = 5,0 \text{ m} \quad | \quad v = \dots \text{ m/s}$
- $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{\text{Jip}} = \frac{2\pi \cdot 3}{6} = 3,14159 = 3,1 \text{ m/s}$
- $v_{\text{Janneke}} = \frac{2\pi \cdot 5}{6} = 5,23599 = 5,2 \text{ m/s}$

c Bereken de afstanden die Jip en Janneke in 1,0 minuut afleggen.

- $s = v_{\text{gem}} \cdot t$
- $s_{\text{Jip}} = 3,1416 \cdot 60 = 188,5 = 1,9 \cdot 10^2 \text{ m}$
- $s_{\text{Janneke}} = 5,23599 \cdot 60 = 314,159 = 3,1 \cdot 10^2 \text{ m}$

d Bereken de middelpuntzoekende versnelling a_{mpz} van Jip en van Janneke.

- $a_{\text{mpz}} = \frac{v^2}{r_{\text{Jip}}} \rightarrow a_{\text{mpz}} = \frac{3,1416^2}{3} = 3,28988 = 3,3 \text{ m/s}^2$
- $a_{\text{mpz}} = \frac{v^2}{r_{\text{Janneke}}} \rightarrow a_{\text{mpz}} = \frac{5,23599^2}{5} = 5,48312 = 5,5 \text{ m/s}^2$

e Leg uit of ze daarin gelijk kan hebben.

- $F_{\text{mpz}} = \Sigma F \rightarrow F_{\text{mpz}} = m \cdot a_{\text{mpz}}$
- ze heeft gelijk als $m \cdot a_{\text{mpz}}$ voor Jip en Janneke toevallig gelijk aan elkaar zijn

9***

a Hoe groot is de baansnelheid op de Noordpool?

- $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- op de Noordpool: $r = 0 \rightarrow v = 0,0 \text{ m/s}$

b Hoe groot is de baansnelheid op de evenaar?

- $r = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m} \mid T = 86400 \text{ s} \mid v = \dots \text{ m/s}$
- $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v = \frac{2\pi \cdot 6,378 \cdot 10^6}{86400} = 4,63821 \cdot 10^2 = 4,638 \cdot 10^2 \text{ m/s} \quad (4 \text{ sign. cijfers})$

c Hoe groot is de middelpuntzoekende kracht op een persoon van 70 kg op de evenaar?

- $m = 70 \text{ kg} \mid v_{\text{baan}} = 4,63821 \cdot 10^2 \text{ m/s} \mid r = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{70 \cdot (4,63821 \cdot 10^2)^2}{6,378 \cdot 10^6} = 2,3611 = 2,4 \text{ N}$

d Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?

- van de zwaartekracht

e Is de baansnelheid in Amsterdam groter, kleiner of even groot als v_{baan} op de evenaar?

- de straal van de cirkelbeweging van Amsterdam is kleiner dan die van de cirkelbeweging op de evenaar
- de omlooptijd is in Amsterdam gelijk aan die op de evenaar
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- r is kleiner en T is gelijk $\rightarrow v_{\text{baan}}$ is kleiner

f Toon dit aan.

- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v_{\text{baan}}^2 = \left(\frac{2\pi \cdot r}{T} \right)^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2}$
- $\frac{v_{\text{baan}}^2}{r} = \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r} = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$

g Is de middelpuntzoekende kracht op een persoon van 70 kg in Amsterdam groter, kleiner of even groot als F_{mpz} op de evenaar?

- de straal van de cirkelbeweging van Amsterdam is kleiner dan die van de cirkelbeweging op de evenaar
- de omlooptijd is in Amsterdam gelijk aan die op de evenaar

$$F_{\text{mpz}} = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$$

- r is kleiner en T is gelijk $\rightarrow F_{\text{mpz}}$ is kleiner

h Bereken F_{mpz} op een persoon van 70 kg in Amsterdam.

$$r_{\text{baan Ams}} = r_{\text{aarde}} \cdot \cos 52 \rightarrow r_{\text{baan Ams}} = 6,378 \cdot 10^6 \cdot \cos 52 = 3,92669 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$F_{\text{mpz}} = \frac{4\pi^2 \cdot 70 \cdot 3,92669 \cdot 10^6}{86400^2} = 1,45364 = 1,5 \text{ N}$$

10***

a Bereken het maximale aantal omwentelingen per minuut van het vliegwiel.

$$v = 2500 / 3,6 = 694,444 \text{ m/s} \quad | \quad r = 0,40 \text{ m} \quad | \quad T = \dots \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

$$694,444 = \frac{2\pi \cdot 0,4}{T} \rightarrow T = 3,61911 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\text{omwentelingen per minuut: } \frac{60}{3,61911 \cdot 10^{-3}} = 1,65786 \cdot 10^4 = 1,66 \cdot 10^4 \text{ RPM}$$

(RPM is rotaties per minuut)

b Bereken hoeveel maal deze kracht groter is dan de zwaartekracht op de vlieg.

$$a_{\text{mpz}} = \frac{v^2}{r} \rightarrow a_{\text{mpz}} = \frac{694,44^2}{0,40} = 1,20562 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2$$

$$\frac{F_{\text{mpz}}}{F_z} = \frac{m \cdot a_{\text{mpz}}}{m \cdot g} = \frac{a_{\text{mpz}}}{g}$$

$$\frac{F_{\text{mpz}}}{F_z} = \frac{a_{\text{mpz}}}{g} = \frac{1,2056 \cdot 10^6}{9,81} = 1,22897 \cdot 10^5 = 1,23 \cdot 10^5$$

11.3 Horizontale cirkelbeweging

1**

a Bereken de middelpuntzoekende kracht op de vrachtauto.

- $v_{\text{baan}} = \frac{80}{3,6} = 22,222 \text{ m/s}$ | $m = 10 \cdot 10^3 \text{ kg}$ | $r = 300 \text{ m}$ | $F_{\text{mpz}} = \dots \text{ N}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 22,222^2}{300} = 1,6461 \cdot 10^4 = 1,6 \cdot 10^4 \text{ N}$

b Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?

- de banden oefenen een zijwaartse kracht uit op het wegdek
- de terugduwende kracht (reactiekracht) van het wegdek veroorzaakt F_{mpz}

2***

a Voelt Sanne dat ze een bocht neemt?

- bij het nemen van een bocht wordt er een F_{mpz} op Sanne uitgeoefend
- Sanne voelt deze kracht op haar lichaam

b Bereken F_{mpz} op Sanne.

- $m = 63 \text{ kg}$ | $v_{\text{baan}} = \frac{45}{3,6} = 12,5 \text{ m/s}$ | $r = 20 \text{ m}$ | $F_{\text{mpz}} = \dots \text{ N}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{63 \cdot 12,5^2}{20} = 4,921875 \cdot 10^2 = 4,9 \cdot 10^2 \text{ N}$

c Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?

- F_{mpz} is de zijwaartse kracht van de weg op de wielen van de scooter
- de scooter oefent vervolgens een kracht uit op Sanne

d Met welke snelheid moet Sanne de scherpe bocht nemen?

- $F_{\text{mpz}} = 4,921875 \cdot 10^2 \text{ N}$ | $m = 63 \text{ kg}$ | $r = 5,0 \text{ m}$ | $v_{\text{baan}} = \dots \text{ m/s}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r} \rightarrow 4,921875 \cdot 10^2 = \frac{63 \cdot v_{\text{baan}}^2}{5} \rightarrow v_{\text{baan}} = 6,25 = 6,3 \text{ m/s}$

e Bereken de maximale snelheid waarmee Sanne de bocht mag nemen.

- $a_{\text{mpz}} = 9,81 \text{ m/s}^2$ | $m = 63 \text{ kg}$ | $r = 5,0 \text{ m}$ | $v_{\text{baan}} = \dots \text{ m/s}$
- $a_{\text{mpz}} = \frac{F_{\text{mpz}}}{m} \rightarrow a_{\text{mpz}} = \frac{v_{\text{baan}}^2}{r}$
- $9,81 = \frac{v_{\text{baan}}^2}{5} \rightarrow v_{\text{baan}} = 7,00357 = 7,0 \text{ m/s}$

f Moet Sanne dan ook met de helft van de snelheid de bocht nemen?

- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$ m en r blijven gelijk
- als F_{mpz} de helft wordt en m en r blijven gelijk moet v_{baan}^2 de helft worden
- $v_{baan\text{ nieuw}}^2 = \frac{1}{2} v_{baan\text{ oud}}^2 \rightarrow v_{baan\text{ nieuw}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot v_{baan\text{ oud}} = 0,7071 \cdot v_{baan\text{ oud}}$
- Sanne kan met meer dan de helft van de normale snelheid de bocht nemen

3***

a Bereken hoek α die het wegdek moet hebben, zodat een raceauto met een massa van 800 kg met 252 km/h een bocht kan nemen met een straal van 200 m, zonder zijwaartse wrijvingskracht op de wielen.

- $\Sigma F = F_z \cdot \tan \alpha = m \cdot g \cdot \tan \alpha$
- $\Sigma F = F_{mpz} \rightarrow m \cdot g \cdot \tan \alpha = m \cdot \frac{v_{baan}^2}{r} \rightarrow g \cdot \tan \alpha = \frac{v_{baan}^2}{r}$ m wegstrepen
- $9,81 \cdot \tan \alpha = \frac{70^2}{200} \rightarrow \tan \alpha = 2,49745 \rightarrow \alpha = 68,1784 = 68,2^\circ$

b Bereken de normaalkracht op de raceauto tijdens het nemen van de bocht.

- $\cos \alpha = \frac{F_z}{F_n} \rightarrow F_n = \frac{F_z}{\cos \alpha}$
- $F_n = \frac{800 \cdot 9,81}{\cos 68,1788} = 2,11131 \cdot 10^4 = 2,11 \cdot 10^4 \text{ N}$

OOK GOED

- $\sin \alpha = \frac{\Sigma F}{F_n} \rightarrow F_n = \frac{\Sigma F}{\sin \alpha}$
- $F_n = \frac{800 \cdot 9,81 \cdot \tan 68,1788}{\sin 68,1788} = 2,11131 \cdot 10^4 = 2,11 \cdot 10^4 \text{ N}$

c Leg uit waarom de raceauto bij droog weer de bocht met een hogere snelheid kan nemen dan tijdens een regenbui.

- als er behalve F_z en F_n ook nog een zijwaartse wrijvingskracht is kan ΣF en dus ook F_{mpz} groter worden
- als F_{mpz} groter kan worden kan v_{baan} groter worden

4***

a Bereken de spankracht in het touw.

- de verticale component van de spankracht is gelijk aan de zwaartekracht
- $F_{sy} = F_z = m \cdot g \rightarrow F_{sy} = 2 \cdot 9,81 = 19,62 \text{ N}$
- $F_{sy} = F_s \cdot \cos \alpha \rightarrow 19,62 = F_s \cdot \cos 30 \rightarrow F_s = 22,65522 = 22,7 \text{ N}$

b Bereken de horizontale component van de spankracht.

- $\frac{F_{sx}}{F_{sy}} = \tan \alpha \rightarrow F_{sx} = F_{sy} \cdot \tan \alpha$

- $F_{sx} = 19,62 \cdot \tan 30 = 11,3276 = 11,3 \text{ N}$

c Stel de horizontale component gelijk aan F_{mpz} en bereken de omlooptijd in seconden.

- $\Sigma F = F_{mpz} = F_{sx} \rightarrow m \cdot g \cdot \tan \alpha = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow v^2 = r \cdot g \cdot \tan \alpha$ m wegstrepen
- $r = \ell \cdot \sin \alpha \rightarrow r = 1,5 \cdot \sin 30 = 0,75 \text{ m}$
- $v = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan \alpha} \rightarrow v = \sqrt{0,75 \cdot 9,81 \cdot \tan 30} = 2,06103 \text{ m/s}$
- $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow 2,06103 = \frac{2\pi \cdot 0,75}{T} \rightarrow T = 2,28642 = 2,29 \text{ s}$

d Toon dit aan. Stel hiertoe de horizontale component van de spankracht in het touw gelijk aan de middelpuntzoekende kracht.

- $m \cdot g \cdot \tan \alpha = \frac{m \cdot v^2}{r}$ m wegstrepen
- $v^2 = r \cdot g \cdot \tan \alpha \rightarrow v = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan \alpha}$
- invullen $r = \ell \cdot \sin \alpha$
- $v = \sqrt{\ell \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \tan \alpha}$

5**** **a** Bewijs de formule voor $T_{\text{cirkelslinger}}$.

- $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow \sqrt{r \cdot g \cdot \tan \alpha} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{\sqrt{r \cdot g \cdot \tan \alpha}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r}{g \cdot \tan \alpha}}$
- invullen $r = \ell \cdot \sin \alpha \rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell \cdot \sin \alpha}{g \cdot \tan \alpha}}$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell \cdot \cos \alpha}{g}}$

b Toon dit aan.

- $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell \cdot \cos \alpha}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \cdot \sqrt{\cos \alpha}$
- $\sqrt{\cos \alpha}$ gaat naar 1 als α klein is

6*** **a** Bereken de spankracht in de ketting.

- de verticale component van de spankracht is gelijk aan de zwaartekracht
- $F_{sy} = F_z = m \cdot g \rightarrow F_{sy} = 140 \cdot 9,81 = 1373,4 \text{ N}$
- $F_{sy} = F_s \cdot \cos \alpha$
- $F_{sy} = F_s \cdot \cos \alpha \rightarrow 1373,4 = F_s \cdot \cos 40 \rightarrow F_s = 1792,846 = 1,79 \cdot 10^3 \text{ N}$

b Bereken de horizontale component van de spankracht.

- $\tan \alpha = \frac{F_{sx}}{F_{sy}} \rightarrow F_{sx} = F_{sy} \cdot \tan \alpha$
- $F_{sx} = 1374,40 \cdot \tan 40 = 1152,42 = 1,15 \cdot 10^3 \text{ N}$

c Bereken de baansnelheid.

- $\Sigma F = F_z \cdot \tan \alpha = m \cdot g \cdot \tan \alpha$
- $\Sigma F = F_{mpz} \rightarrow m \cdot g \cdot \tan \alpha = m \cdot \frac{v_{\text{baan}}^2}{r} \rightarrow g \cdot \tan \alpha = \frac{v_{\text{baan}}^2}{r}$ m wegstrepen
- $g \cdot \tan \alpha = \frac{v^2}{r} \rightarrow v^2 = r \cdot g \cdot \tan \alpha \rightarrow v = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan \alpha}$
- $\ell = 7,5 \text{ m} \mid \alpha = 40^\circ \mid r = \dots \text{ m}$
- $r = \ell \cdot \sin \alpha + 3,00$
- $r = 7,50 \cdot \sin 40 + 3,00 = 7,820907 \text{ m}$
- $v = \sqrt{7,820907 \cdot 9,81 \cdot \tan 40} = 8,02361 = 8,02 \text{ m/s}$

d Bereken de omlooptijd in seconden.

- $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v}$
- $T = \frac{2\pi \cdot 7,820907}{8,02361} = 6,12445 = 6,12 \text{ s}$

e Bereken de baansnelheid in km/h.

- $\ell = 3,5 \text{ m} \mid \alpha = 80^\circ \mid r = \dots \text{ m}$
- $r = \ell \cdot \sin \alpha + 3,00$
- $r = 7,50 \cdot \sin 80 + 3,00 = 10,386 \text{ m}$
- $v = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan \alpha} \rightarrow v = \sqrt{10,386 \cdot 9,81 \cdot \tan 80} = 24,0381 \text{ m/s}$
- $v = 24,0381 \cdot 3,6 = 86,537 = 86,5 \text{ km/h}$

f Bereken de G kracht als de zweefmolen op topsnelheid draait.

- $G = \frac{F_{mpz}}{F_z} \rightarrow G = \frac{m \cdot a_{mpz}}{m \cdot g} = \frac{a_{mpz}}{g}$
- $a_{mpz} = \frac{v^2}{r} \rightarrow a_{mpz} = \frac{(24,0381)^2}{10,386} = 55,635 \text{ m/s}^2$
- $G = \frac{55,635}{9,81} = 5,67 \text{ (geen eenheid)}$

7***

a Bereken de kracht die de arm van de atleet op de staalkabel uitoefent.

- $\Sigma F = F_{mpz} = m \cdot \frac{v^2}{r}$

- $F_{\text{mpz}} = 7,26 \cdot \frac{28,8889^2}{1,80} = 3,36609 \cdot 10^3 \text{ N}$
- F_{mpz} is horizontaal en F_Z is verticaal
- armkracht = spankracht
- $F_Z = m \cdot g \rightarrow F_Z = 7,26 \cdot 9,81 = 71,2206 \text{ N}$
- Pythagoras: $F_S = \sqrt{F_{\text{mpz}}^2 + F_Z^2}$
- $F_S = \sqrt{(3,36609 \cdot 10^3)^2 + 71,2206^2} = 3,36684 \cdot 10^3 \text{ N}$
- $F_S = 3,37 \cdot 10^3 \text{ N}$

b Bereken de hoek α tussen de kabel en de verticaal.

- $\tan \alpha = \frac{\Sigma F}{F_Z} \rightarrow \tan \alpha = \frac{3,36608 \cdot 10^3}{71,2206} = 47,26273$
- $\alpha = 88,788 = 88,8^\circ$

c Bereken de afstand waarover de kogel wordt gegooid. Verwaarloos hierbij de luchtweerstand.

- baansnelheid is $104 \text{ km/h} = 28,8889 \text{ m/s}$
- $\Delta y = 1,50 \text{ m}$
- $\Delta y = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow 1,5 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 \rightarrow t = 0,55300 \text{ s}$
- $\Delta x = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow \Delta x = 28,8889 \cdot 0,55300 = 15,9756 = 16,0 \text{ m}$

d Verklaar het grote verschil tussen de wereldrecordafstand en de berekende afstand bij vraag c.

- hij werpt de kogel niet horizontaal maar schuin omhoog weg
- vanwege de verticale beginsnelheid is de vliegtijd veel langer
- hierdoor komt de kogel veel verder weg

11.4 Verticale cirkelbeweging

1**

a Bereken de omlooptijd.

- $v_{\text{baan}} = 125/3,6 = 34,7222 \text{ m/s} \quad | \quad r = 30 \text{ m}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v_{\text{baan}}}$
- $T = \frac{2\pi \cdot 30}{34,7222} = 5,42867 = 5,4 \text{ s}$

b Leg uit of de gegevens op het uithangbord met elkaar in overeenstemming zijn.

- $a_{\text{mpz}} = \frac{v_{\text{baan}}^2}{r} \rightarrow a_{\text{mpz}} = \frac{34,7222^2}{30} = 40,18776 \text{ m s}^{-2}$
- $\frac{a_{\text{mpz}}}{g} = \frac{40,18776}{9,81} = 4,0966 = 4,1$
- een versnelling van 4,3 g wordt dus niet gehaald

2***

a Bereken de spankracht in één touw als Vera nog niet aan het schommelen is.

- $F_Z = m \cdot g \rightarrow F_Z = 47 \cdot 9,81 = 461,07 \text{ N}$
- twee touwen $\rightarrow F_{\text{span}} = \frac{1}{2} F_Z \rightarrow F_{\text{span}} = 230,535 = 2,3 \cdot 10^2 \text{ N}$

b Is de spankracht in een touw groter, kleiner of gelijk aan de spankracht als Vera stil hangt.

- onderste punt: $\Sigma F = F_{\text{span}} - F_Z$
- $\Sigma F = F_{\text{mpz}} = F_{\text{span}} - F_Z \rightarrow F_{\text{span}} = F_{\text{mpz}} + F_Z$
- door de cirkelbeweging wordt de spankracht groter

c Bereken de middelpuntzoekende kracht als Vera het onderste punt passeert.

- $m = 47 \text{ kg} \quad | \quad v_{\text{baan}} = 3,0 \text{ m/s} \quad | \quad r = 2,4 \text{ m} \quad | \quad F_{\text{mpz}} = \dots \text{ N}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r} \rightarrow F_{\text{mpz}} = \frac{47 \cdot 3^2}{2,4} = 176,25 = 1,8 \cdot 10^2 \text{ N}$

d Bereken de spankracht in één touw als Vera het onderste punt passeert.

- $F_{\text{mpz}} = 176,25 \text{ N} \quad | \quad F_Z = 461,07 \text{ N} \quad | \quad F_{\text{span}(2x)} = \dots \text{ N}$
- $F_{\text{span}} = F_{\text{mpz}} + F_Z$
- $F_{\text{span}(2x)} = 176,25 + 461,07 = 637,32 \text{ N}$
- F_{span} in één touw: $F_{\text{span}} = 637,32/2 = 318,66 = 3,2 \cdot 10^3 \text{ N}$

3***

a Bereken hoe vaak de emmer per minuut moet rondgaan om ervoor te zorgen dat het water in de emmer blijft.

- $m \cdot \frac{v_{\text{baan}}^2}{r} = m \cdot g$ **m wegstrepen**
- $v_{\text{baan}}^2 = g \cdot r \rightarrow v_{\text{baan}} = \sqrt{g \cdot r} \rightarrow v_{\text{baan}} = \sqrt{9,81 \cdot 1,0} = 3,13209 \text{ m/s}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow 3,13209 = \frac{2\pi \cdot 1}{T} \rightarrow T = 2,00607 \text{ s}$
- per minuut zijn er $\frac{60}{2,00607} = 29,9093 = 30$ omwentelingen nodig

b Bereken de spankracht in het touw op het hoogste en op het laagste punt.

- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 1}{1} \rightarrow v_{\text{baan}} = 6,283185 \text{ m/s}$
- $F_{\text{mpz}} = m \cdot \frac{v_{\text{baan}}^2}{r} \rightarrow F_{\text{mpz}} = 3,0 \cdot \frac{6,283185^2}{1,0} = 118,435 \text{ N}$
- $F_z = m \cdot g \rightarrow F_z = 3 \cdot 9,81 = 29,43 \text{ N}$
- BOVEN: $\Sigma F = F_{\text{mpz}} = F_s + F_z \rightarrow 118,435 = F_s + 29,43 \rightarrow F_s = 89,0053 = 89 \text{ N}$
- ONDER: $\Sigma F = F_{\text{mpz}} = F_s - F_z \rightarrow 118,435 = F_s - 29,43 \rightarrow F_s = 147,865 = 1,5 \cdot 10^2 \text{ N}$

c Leg uit of de emmer horizontaal of verticaal wegvliegt.

- de richting van de snelheid is de raaklijn aan de baan
- op het hoogste punt vliegt de emmer horizontaal weg

d Leg uit of het water nadat het touw is gebroken totdat het de grond raakt in de emmer blijft.

- de emmer en het water hebben beide dezelfde beginsnelheid
- de emmer en het water ondervinden dezelfde verticale versnelling
- het water blijft in de emmer

4***

a Bereken je snelheid bij het passeren van punt B.

- $E_{\text{begin}} = E_z = m \cdot g \cdot h \mid E_{\text{eind}} = E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $E_{\text{in}} = 0$ en $E_{\text{uit}} = 0$ **geen wrijving $\rightarrow E_{\text{uit}} = 0$**
- $E_{\text{begin}} = E_{\text{eind}} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ **m wegstrepen**
- $g \cdot h = \frac{1}{2} v^2 \rightarrow 9,81 \cdot 3 = \frac{1}{2} v^2 \rightarrow v = 7,672027 = 7,7 \text{ m/s}$

b Bereken de middelpuntzoekende versnelling bij het passeren van punt B.

- $a_{\text{mpz}} = \frac{v^2}{r} \rightarrow a_{\text{mpz}} = \frac{7,67203^2}{4,5} = 13,08 = 13 \text{ m/s}^2$

c Bereken de kracht die je beide handen in het laagste punt moeten uitoefenen.

- $\Sigma F = F_{\text{mpz}} = m \cdot a_{\text{mpz}} \rightarrow \Sigma F = 70 \cdot 13,08 = 915,6 \text{ N}$

- $F_Z = m \cdot g \rightarrow F_Z = 70 \cdot 9,81 = 686,7 \text{ N}$
- $\Sigma F = F_n - F_Z \rightarrow 915,6 = F_n - 686,7 \rightarrow F_n = 1602,3 = 1,6 \cdot 10^3 \text{ N}$

5****

a Bereken de middelpuntzoekende kracht F_{mpz} op de skater.

- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$
- $r = 2,8 - 0,7 = 2,1 \text{ m}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{65 \cdot 7,5^2}{2,1} = 1741,071 = 1,7 \cdot 10^3 \text{ N}$

b Bereken de component F_{Zx} van de zwaartekracht evenwijdig aan de helling bij

- $\alpha = 40^\circ$ (zie figuur)
- $F_{Zx} = F_Z \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha$
- $F_{Zx} = 65 \cdot 9,81 \cdot \sin 40 = 409,8735 = 4,1 \cdot 10^2 \text{ N}$

c Bereken de component a_x van de versnelling evenwijdig aan de helling op het moment dat $\alpha = 40^\circ$ (zie figuur)

- $\Sigma F_x = F_{Zx} = 409,8735 \text{ N}$
- $\Sigma F_x = m \cdot a_x \rightarrow 409,8735 = 65 \cdot a_x \rightarrow a_x = 6,305746 = 6,3 \text{ m/s}^2$

d Bereken de component van de zwaartekracht die loodrecht op de helling staat F_{Zy}

- $F_{Zy} = F_Z \cdot \cos \alpha$
- $F_{Zy} = 65 \cdot 9,81 \cdot \cos 40 = 488,46824 = 4,9 \cdot 10^2 \text{ N}$

e Bereken de normaalkracht die de helling op de skater uitoefent.

- $F_{\text{mpz}} = F_n - F_{Zy}$ F_{Zy} staat schuin naar beneden
- $1741,071 = F_n - 488,46824 \rightarrow F_n = 2,22954 \cdot 10^3 = 2,2 \cdot 10^3 \text{ N}$

f Leg uit welke pijl deze richting het beste benadert.

- op de skater werkt F_{mpz} gericht naar het middelpunt
- op de skater werkt ook een kracht F_{Zx} langs de helling naar beneden
- de richting van resulterende kracht zit tussen pijl 4 en pijl 2 in $\rightarrow$ pijl 3

6****

a Bereken de minimale en maximale waarde van de spankracht in het touw van de slinger tijdens de cirkelbeweging.

- $f = 4,00 \text{ Hz} \rightarrow T = \frac{1}{4} = 0,250 \text{ s}$
- $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v = \frac{2\pi \cdot 1}{0,25} = 25,13274 \text{ m/s}$
- $F_{\text{mpz}} = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow F_{\text{mpz}} = 0,3 \cdot \frac{25,13274^2}{1} = 189,4964 \text{ N}$

- $F_z = m \cdot g \rightarrow F_z = 0,3 \cdot 9,81 = 2,943 \text{ N}$
- BOVEN: $\Sigma F = F_{\text{mpz}} = F_s + F_z \rightarrow 189,4964 = F_s + 2,943 \rightarrow F_s = 186,5534 = 187 \text{ N}$
- ONDER: $\Sigma F = F_{\text{mpz}} = F_s - F_z \rightarrow 189,4964 = F_s - 2,943 \rightarrow F_s = 192,4394 = 192 \text{ N}$

b Bereken de snelheid waarmee de steen wordt weggeslingerd.

- de steen wordt weggeslingerd met de baansnelheid

- $v = \frac{2\pi \cdot 1}{0,25} = 25,13274 = 25,1 \text{ m/s}$

c Bereken de maximale hoogte die de steen bereikt gemeten vanaf de grond.

- verticaal: $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha \rightarrow v_{0y} = 25,13274 \cdot \sin 45 = 17,77153 \text{ m/s}$
- $\Delta v = g \cdot t_{\text{omhoog}} \rightarrow 17,77153 = 9,81 \cdot t_{\text{omhoog}} \rightarrow t_{\text{omhoog}} = 1,811573 \text{ s}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{17,77153}{2} = 8,885765 \text{ m/s}$
- $\Delta y = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow \Delta y = 8,885765 \cdot 1,811573 = 16,097212 \text{ m}$
- het dak is 5,00 m hoog en de slinger bevindt zich op 0,80 m boven het dak
- hoogte is $h = 5,00 + 0,80 + 16,097212 = 21,8972 = 21,90 \text{ m}$

d Bereken de horizontale afstand die de steen heeft afgelegd op het moment dat hij op de grond komt.

- $h = 21,89721 \text{ m} \mid t_{\text{omlaag}} = \dots \text{ s}$
- $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow 21,89721 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t_{\text{omlaag}}^2 \rightarrow t_{\text{omlaag}} = 2,112880 \text{ s}$
- totale tijd: $t_{\text{tot}} = t_{\text{omhoog}} + t_{\text{omlaag}} = 1,811573 + 2,112880 = 3,924453 \text{ s}$
- horizontaal: $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \rightarrow v_{0x} = 25,13274 \cdot \cos 45 = 17,77153 \text{ m/s}$
- $\Delta x = v_{0x} \cdot t \rightarrow \Delta y = 17,77153 \cdot 3,924453 = 69,743538 = 69,7 \text{ m}$

e Bereken de snelheid waarmee de steen op de grond komt.

- $v_x = v_{0x} = 17,77153 \text{ m/s}$
- $v_y = g \cdot t_{\text{omlaag}} \rightarrow v_y = 9,81 \cdot 2,112880 = 20,727353 \text{ m/s}$
- Pythagoras: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 27,302938 = 27,3 \text{ m/s}$

f Bereken de hoek waarmee de steen op de grond komt.

- $\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} \rightarrow \tan \alpha = \frac{20,727353}{17,77153} = 1,1663235 \rightarrow \alpha = 49,39038 = 49,4^\circ$

11.5 Gravitatie

1** a Bereken de aantrekkende gravitatiekracht die deze stenen op elkaar uitoefenen.

- $F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ met $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

- $F_G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1 \cdot 1}{1^2} = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ N}$

b Bereken de afstand tussen twee puntmassa's van 1,0 kg die een gravitatiekracht van 1,0 N op elkaar uitoefenen.

- $F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$

- $1 = 6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1 \cdot 1}{r^2} \rightarrow r^2 = 6,6743 \cdot 10^{-11} \rightarrow r = 8,16964 \cdot 10^{-6} = 8,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

2** a Leid de formule af voor g die volgt uit de gravitatiewet van Newton.

- vlak bij het oppervlak van de aarde geldt: $m_1 = M_{\text{aarde}}$ en $r = r_{\text{aarde}}$

- $F_G = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde}}^2} \cdot m \rightarrow F_G = \left(G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde}}^2} \right) \cdot m = g \cdot m$

- $g = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde}}^2}$

b Geef de eenheid af van de gravitatieconstante G in basiseenheden.

- $F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \rightarrow \text{N} = [G] \cdot \frac{\text{kg}^2}{\text{m}^2} \rightarrow [G] = \text{N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}$

- $[\text{N}] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

- $[G] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} = \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} = \text{m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

c Leid de eenheid van g af uit de gravitatiewet van Newton.

- $g = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde}}^2} \rightarrow [g] = \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

3*** a Bereken de massa's van de twee loden bollen.

- grote bol: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3} \pi \cdot 0,15^3 = 1,4137 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$

- kleine bol: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3} \pi \cdot 0,0255^3 = 6,9456 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$

- $\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V$ met $\rho_{\text{lod}} = 11,3 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

- grote bol: $m_{\text{groot}} = 11,3 \cdot 10^3 \cdot 1,4137 \cdot 10^{-2} = 159,748 = 160 \text{ kg}$
- kleine bol: $m_{\text{klein}} = 11,3 \cdot 10^3 \cdot 6,9456 \cdot 10^{-5} = 0,78485 = 0,78 \text{ kg}$

b Bereken de gravitatiekracht tussen de twee bollen als de afstand tussen de bollen gemeten vanaf de buitenkant 1,0 cm is.

- r is de afstand tussen de zwaartepunten van de bollen in meter
- $r = 0,15 + 0,0255 + 0,010 = 0,1855 \text{ m}$
- $F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$
- $F_G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{0,78485 \cdot 159,75}{0,1855^2} = 2,431898 \cdot 10^{-7} = 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ N}$

4**

a Bereken de massa van de aarde.

- omtrek $= 2\pi \cdot r = 4,00302 \cdot 10^7 \rightarrow r = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $g = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde}}^2} \rightarrow 9,82 = 6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{(6,371 \cdot 10^6)^2}$
- $M_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

b Bereken het volume van de aarde.

- $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
- $V = \frac{4}{3} \pi \cdot (6,371 \cdot 10^6)^3 \rightarrow V = 1,0832 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$

c Bereken de gemiddelde dichtheid van de aarde.

- $\rho = \frac{m}{V}$
- $\rho = \frac{5,972 \cdot 10^{24}}{1,0832 \cdot 10^{21}} \rightarrow \rho = 5,513 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$

d Welke conclusie kun je trekken uit bovenstaande gegevens in combinatie met het antwoord op vraag c?

- de dichtheid van steen is een stuk kleiner dan de gemiddelde dichtheid van de aarde
- de dichtheid van metalen is een groter dan de gemiddelde dichtheid van de aarde
- de aarde kan niet voornamelijk uit steen bestaan maar moet ook veel metaal bevatten

5***

a Welke kracht werkt in dit gedachtenexperiment als middelpuntzoekende kracht?

- zonder luchtweerstand werkt alleen de zwaartekracht op de kogel
- $\Sigma F = F_Z = F_{\text{mpz}}$

b Toon dit aan.

- $\Sigma F = F_Z = F_{\text{mpz}}$
- $m \cdot \frac{v^2}{r_{\text{aarde}}} = m \cdot g$ m wegstrepen
- $v^2 = g \cdot r_{\text{aarde}} \rightarrow v = \sqrt{g \cdot r_{\text{aarde}}}$

c Bereken de beginsnelheid waarbij dit het geval is. Luchtweerstand wordt verwaarloosd.

- opzoeken: $r_{\text{aarde}} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $v = \sqrt{9,81 \cdot 6,371 \cdot 10^6} = 7,90566 \cdot 10^3 = 7,91 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

d Bereken de omlooptijd van de kogel.

- $v_{\text{baan}} = 7,90566 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
- omtrek aarde: $\text{omtrek} = 2\pi \cdot r_{\text{aarde}} = 2\pi \cdot 6,371 \cdot 10^6 = 4,003017 \cdot 10^7 \text{ m}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 4,003017 \cdot 10^7 = 7,90566 \cdot 10^3 \cdot t \rightarrow t = 5,06348 \cdot 10^3 \text{ s}$
- $t = \frac{5,06348 \cdot 10^3}{60 \cdot 60} 1,40652 = 1,41 \text{ uur}$

6**

a Bereken de gravitatiekracht die de Aarde op de Maan uitoefent.

- $F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ met $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $m_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \mid m_{\text{maan}} = 0,0735 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- $F_G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,972 \cdot 10^{24} \cdot 0,0735 \cdot 10^{24}}{(384,4 \cdot 10^6)^2} = 1,98265 \cdot 10^{20} = 1,983 \cdot 10^{20} \text{ N}$

b Bereken de gravitatiekracht die de Maan op de Aarde uitoefent.

- gebruik dezelfde formule met dezelfde getallen
- zelfde antwoord: $F_G = 1,983 \cdot 10^{20} \text{ N}$

c Bereken de baansnelheid van de maan.

- $F_{\text{mpz}} = 1,98265 \cdot 10^{20} \text{ N} \mid m_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \mid r = 384,4 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$
- $1,98265 \cdot 10^{20} = \frac{5,972 \cdot 10^{24} \cdot v^2}{384,4 \cdot 10^6} \rightarrow v = 1,12968 = 113,0 \text{ m/s}$

7**

a Gebruik de derde wet van Kepler om de afstand tussen de aarde en de maan te berekenen.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

- $T = 27,321 \text{ dagen} = 2,36053 \cdot 10^6 \text{ s}$
- $\frac{r^3}{(2,36053 \cdot 10^6)^2} = \frac{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 5,62863 \cdot 10^{25} \rightarrow r = 3,83237 \cdot 10^8 = 3,832 \cdot 10^8 \text{ m}$

OPMERKING: de werkelijke afstand is $r = 3,844 \cdot 10^8 \text{ m}$. Het verschil wordt veroorzaakt doordat de massa van de maan niet verwaarloosbaar is ten opzichte van de massa van de aarde.

8**

a Gebruik de derde wet van Kepler om de afstand tussen Mars en de zon te berekenen.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $T = 687,0 \text{ dagen} = 5,93568 \cdot 10^7 \text{ s}$ | massa Zon is $1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- $\frac{r^3}{(5,93568 \cdot 10^7)^2} = \frac{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot 1,9884 \cdot 10^{30}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 1,18438 \cdot 10^{34} \rightarrow r = 2,27945 \cdot 10^{11} = 2,279 \cdot 10^{11} \text{ m}$

b Bereken de kortste afstand tussen Aarde en Mars.

- opzoeken baanstralen $r_{\text{baan Aarde}} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$ | $r_{\text{baan Mars}} = 2,28 \cdot 10^{11} \text{ m}$
- kleinste afstand: $r_{\text{min}} = 2,28 \cdot 10^{11} - 1,496 \cdot 10^{11} = 7,84 \cdot 10^{10} \text{ m}$

c Bereken de gemiddelde snelheid van de raket.

- $T = 245 \text{ dagen} = 2,1168 \cdot 10^7 \text{ s}$ | $s = 7,84 \cdot 10^{10} \text{ m}$ (kortste afstand)
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 7,84 \cdot 10^{10} = v_{\text{gem}} \cdot 2,1168 \cdot 10^7$
- $v_{\text{gem}} = 3,7037 \cdot 10^3 = 3,70 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ ($13,3 \cdot 10^3 \text{ km/h}$)

9**

a Bereken de massa van het centrum van de Melkweg uitgedrukt in aantal keer de zonmassa.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $T = 2,45 \cdot 10^8 \text{ jaar} = 7,731612 \cdot 10^{15} \text{ s}$ een jaar heeft 365,25 dagen
- $\frac{(2,5 \cdot 10^{20})^3}{(7,731612 \cdot 10^{15})^2} = \frac{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot M}{4\pi^2} \rightarrow M = 1,54609 \cdot 10^{41} \text{ kg}$
- $M_{\text{melkweg}} = 1,54609 \cdot 10^{41} \text{ kg}$ | $m_{\text{zon}} = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- $\frac{M_{\text{melkweg}}}{m_{\text{zon}}} = \frac{1,54609 \cdot 10^{41}}{1,9884 \cdot 10^{30}} = 7,77553 \cdot 10^{10} = 7,8 \cdot 10^{10}$ 78 miljard keer de zonmassa

b Verwacht je dat de werkelijke massa groter of kleiner is dan de berekende massa? Leg je antwoord uit.

- de werkelijke massa is groter want alle sterren op grotere afstand van het centrum dan de zon worden niet meegeteld

10*** a Bereken de massa van de maan.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $r = 1,738 \cdot 10^6 + 112 \cdot 10^3 = 1,85 \cdot 10^6 \text{ m}$ | $T = 119 \text{ minuten} = 7140 \text{ s}$
- $\frac{(1,85 \cdot 10^6)^3}{(7140)^2} = \frac{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot M_{\text{maan}}}{4\pi^2} \rightarrow M_{\text{maan}} = 7,34637 \cdot 10^{22} = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$

11*** a Leg uit wat met een polaire baan wordt bedoeld.

- een polaire baan is een baan om de Noordpool en de Zuidpool

b Gebruik de derde wet van Kepler om de afstand van de MetOP satelliet tot het middelpunt van de aarde te berekenen.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $T = 101 \text{ minuten} = 6060 \text{ s}$ | $m_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ | $r = \dots \text{ m}$
- $\frac{r^3}{(6060)^2} = \frac{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 3,70776 \cdot 10^{20} \rightarrow r = 7,18407 \cdot 10^6 = 7,18 \cdot 10^6 \text{ m}$

c Hoeveel kilometer staat de MetOp satelliet boven het aardoppervlak?

- hoogte = $r - r_{\text{aarde}}$
- hoogte = $7,18345 \cdot 10^6 - 6,371 \cdot 10^6 = 8,12 \cdot 10^5 \text{ m} = 812 \text{ km}$

12*** a Bereken de omtrek van de baan van de ISS.

- $r = 6,371 \cdot 10^6 + 370 \cdot 10^3 = 6,741 \cdot 10^6 \text{ m}$
- omtrek = $2\pi \cdot r \rightarrow \text{omtrek} = 2\pi \cdot 6,741 \cdot 10^6 = 4,2355 \cdot 10^7 = 4,24 \cdot 10^7 \text{ m}$

b Gebruik de derde wet van Kepler om de omlooptijd van de ISS in zijn baan om de aarde te berekenen.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $r = 6,741 \cdot 10^6 \text{ m}$ | $m = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ | $T = \dots \text{ s}$
- $\frac{(6,741 \cdot 10^6)^3}{T^2} = \frac{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- kruislings vermenigvuldigen:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot (6,741 \cdot 10^6)^3}{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}} \rightarrow T = 5,50812 \cdot 10^3 = 5,51 \cdot 10^3 \text{ s}$$

c Bereken de snelheid van de ISS in zijn baan om de aarde.

- $s = 4,2355 \cdot 10^7 \text{ m}$ | $t = 5,50812 \cdot 10^3 \text{ s}$ | $v_{\text{gem}} = \dots \text{ m/s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 4,2355 \cdot 10^7 = v_{\text{gem}} \cdot 5,50812 \cdot 10^3$
- $v_{\text{gem}} = 7,68955 \cdot 10^3 = 7,69 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

13***

a Bereken de omlooptijd van de GPS satelliet.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $r = 2,66 \cdot 10^7 \text{ m}$
- $\frac{(2,66 \cdot 10^7)^3}{T^2} = \frac{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- kruislings vermenigvuldigen: $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot (2,66 \cdot 10^7)^3}{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}$
- $T^2 = 1,86414 \cdot 10^9 \rightarrow T = 4,31757 \cdot 10^4 = 4,32 \cdot 10^4 \text{ s}$

b Bereken hoeveel graden de aarde om haar as is gedraaid in de omwentelingstijd van een GPS satelliet.

- $24 \text{ h} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ s}$
- de aarde draait 360 graden in $8,64 \cdot 10^4 \text{ s}$
- in $4,31757 \cdot 10^4 \text{ s}$ draait de aarde $\frac{4,31757 \cdot 10^4}{8,64 \cdot 10^4} \cdot 360 = 179,899 = 180 \text{ graden}$

c Bereken hoeveel omwentelingen een GPS satelliet per dag om de aarde maakt.

- in 1 omwenteling draait de aarde 180 graden
- in 2 omwenteling draait de aarde 360 graden
- een GPS satelliet heeft precies 2 omwentelingen per dag

14***

a Leg uit wat met een geostationaire baan wordt bedoeld.

- een satelliet met een geostationaire baan staat stil boven een vast punt op het aardoppervlak
- een geostationaire baan heeft een omwentelingstijd van exact 24 uur
- een satelliet met een geostationaire baan bevindt zich op een boven de evenaar van de aarde

b Leg uit waarom dit noodzakelijk is.

- als de baan van de satelliet een helling maakt ten opzichte van het vlak van de evenaar staat de satelliet niet meer stil boven een vast punt op het aardoppervlak

c Bereken de afstand van een geostationaire satelliet tot het middelpunt van de aarde.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

- $T = 24 \text{ h} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ s} \quad | \quad m_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
 - $\frac{r^3}{86400^2} = \frac{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{4 \pi^2}$
 - $r^3 = 7,53691 \cdot 10^{22} \rightarrow r = 4,22407 \cdot 10^7 = 4,224 \cdot 10^7 \text{ m}$
- d** Bereken hoe hoog een geostationaire satelliet zich boven het aardoppervlak bevindt.
- $h_{\text{geostationair}} = 4,224 \cdot 10^7 - 6,378 \cdot 10^6 = 3,58621 \cdot 10^7 = 3,586 \cdot 10^7 \text{ m}$
- e** Bereken de baansnelheid van een geostationaire satelliet.
- $r = 4,22407 \cdot 10^7 \text{ m} \quad | \quad T = 86400 \text{ s} \quad | \quad v_{\text{baan}} = \dots \text{ m/s}$
 - $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 4,22407 \cdot 10^7}{86400} = 3,07183 \cdot 10^3 = 3,072 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

15***

- a** Denk je dat de ster die de supernova heeft veroorzaakt daadwerkelijk is ontploft op 4 juli 1054? Zo nee, wanneer dan wel?
- het licht heeft 6500 jaar nodig om van de plaats van de supernova naar de aarde te bewegen
 - in werkelijkheid vond de supernova 6500 eerder plaats
 - dus $1054 - 6500 = 5446$ jaar voor het jaar nul
- b** Hoe vaak past het zonnestelsel tot aan Pluto in de Krabnevel?
- Hint: gebruik de formule voor het volume van een bol.
- 5,5 lichtjaar is $5,5 \cdot 9,460886 \cdot 10^{15} = 5,2034873 \cdot 10^{16} \text{ m}$
 - $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
 - krabnevel: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot (5,2034873 \cdot 10^{16})^3 \rightarrow V = 5,9016317 \cdot 10^{50} \text{ m}^3$
 - afstand Zon – Pluto is $5,91 \cdot 10^{12} \text{ m}$
 - zonnestelsel: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot (5,91 \cdot 10^{12})^3 \rightarrow V = 8,6467 \cdot 10^{38} \text{ m}^3$
 - $\frac{V_{\text{krabnevel}}}{V_{\text{zonnestelsel}}} = \frac{5,9016317 \cdot 10^{50}}{8,6467 \cdot 10^{38}} = 6,8357 \cdot 10^{11} = 6,8 \cdot 10^{11}$
 - het zonnestelsel past $6,8 \cdot 10^{11}$ keer in de Krabnevel
- c** Bereken de omloofrequentie van de Krab-pulsar.
- $T = 33,4 \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad | \quad f = \dots \text{ Hz}$
 - $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{33,4 \cdot 10^{-3}} = 29,94 = 29,9 \text{ Hz}$
- d** Hoe groot is dan de gravitatiekracht op deze persoon?
- $m_{\text{pulsar}} = 1,4 \cdot 1,9884 \cdot 10^{30} = 2,78376 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
 - $r_{\text{pulsar}} = 1,4378 \cdot 10^{-5} \cdot 6,963 \cdot 10^8 = 1,00114 \cdot 10^4 \text{ m}$

- $F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ met $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $F_G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2,78376 \cdot 10^{30} \cdot 60}{(1,00114 \cdot 10^4)^2} = 1,11224 \cdot 10^{14} = 1,1 \cdot 10^{14} \text{ N}$

e Bereken deze middelpuntzoekende kracht.

- $r_{\text{pulsar}} = 1,00114 \cdot 10^4 \text{ m}$ | $T_{\text{pulsar}} = 33,4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ | $v_{\text{baan}} = \dots \text{ m/s}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 1,00114 \cdot 10^4}{33,4 \cdot 10^{-3}} = 1,85010 \cdot 10^7 \text{ m/s}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r}$
- $F_{\text{mpz}} = \frac{60 \cdot (1,85010 \cdot 10^7)^2}{1,00114 \cdot 10^4} = 2,05139 \cdot 10^{12} = 2,1 \cdot 10^{12} \text{ N}$

f Wordt vanwege de snelle rotatie de persoon van de Krabpulsar afgeslingerd?

- de gravitatiekracht is $F_G = 1,1 \cdot 10^{14} \text{ N}$
- de middelpuntzoekende kracht is $F_{\text{mpz}} = 2,1 \cdot 10^{12} \text{ N}$
- F_G is groter dan $F_{\text{mpz}} \rightarrow$ de persoon wordt er niet afgeslingerd

16**

a Bereken de kracht die de zon op Pioneer-10 uitoefent op een afstand van $6,2 \cdot 10^{12} \text{ m}$.

- $m_{\text{zon}} = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ | $m_{\text{pioneer}} = 240 \text{ kg}$ | $r = 6,2 \cdot 10^{12} \text{ m}$
- $F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ met $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $F_G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1,9884 \cdot 10^{30} \cdot 240}{(6,2 \cdot 10^{12})^2} = 8,28586 \cdot 10^{-4} = 8,29 \cdot 10^{-4} \text{ N}$

b Op welke afstand van de aarde is de Pioneer-10 nu ongeveer? Ga er van uit dat de Pioneer-10 vanaf de lancering in 1971 een constante snelheid heeft?

- $s = 6,2 \cdot 10^{12} \text{ m}$ | $t = 11 \text{ jaar} = 3,47 \cdot 10^8 \text{ s}$ | $v_{\text{gem}} = \dots \text{ m/s}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{s}{t} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{6,2 \cdot 10^{12}}{3,47 \cdot 10^8} = 1,787 \cdot 10^4 \text{ m/s}$
- $2024 - 1972 = 52 \text{ jaar} = 1,641 \cdot 10^9 \text{ s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 1,787 \cdot 10^4 \cdot 1,641 \cdot 10^9 = 2,93246 \cdot 10^{13} = 2,93 \cdot 10^{13} \text{ m}$

OOK GOED

- verhoudingstabel
- | | | |
|-------|---------------------|----|
| jaar | 11 | 52 |
| meter | $6,2 \cdot 10^{12}$ | s |

- kruislings vermenigvuldigen: $s = \frac{52 \cdot 6,2 \cdot 10^{12}}{11} = 2,931 \cdot 10^{13} \rightarrow s = 2,93 \cdot 10^{13} \text{ m}$

c Hoeveel jaar doet de Pioneer-10 om bij Aldebaran aan te komen?

- opzoeken afstand Aldebaran is $63,1 \cdot 10^{16} \text{ m}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t$
- $63,1 \cdot 10^{16} = 1,787 \cdot 10^4 \cdot t \rightarrow t = 3,531 \cdot 10^{13} \text{ s}$
- $t = \frac{3,531 \cdot 10^{13}}{365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 1,1189 \cdot 10^6 = 1,1 \cdot 10^6 \text{ jaar}$

OOK GOED

- verhoudingstabel
- | | | |
|-------|---------------------|----------------------|
| jaar | 11 | x |
| meter | $6,2 \cdot 10^{12}$ | $63,1 \cdot 10^{16}$ |
- kruislings vermenigvuldigen: $x = \frac{11 \cdot 63,1 \cdot 10^{16}}{6,2 \cdot 10^{12}} = 1,1195 \cdot 10^6 \rightarrow t = 1,1 \cdot 10^6 \text{ jaar}$

c Hoe kun je aan de afbeelding zien hoe groot mensen zijn?

- op de achtergrond staat een afbeelding van de Pioneer-10 sonde
- daarmee kan de afmeting van een mens worden vergeleken

17* a** Bereken de massa van de ster Gliese.

- $r = 0,21 \text{ AE} = 0,21 \cdot 0,1496 \cdot 10^{12} = 3,1416 \cdot 10^{10} \text{ m}$
- $T = 61,0 \text{ d} = 61,0 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 5,2704 \cdot 10^6 \text{ s}$
- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $\frac{(3,1416 \cdot 10^{10})^3}{(5,2704 \cdot 10^6)^2} = \frac{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot M}{4\pi^2}$
- $M = 6,60267 \cdot 10^{29} = 6,6 \cdot 10^{29} \text{ kg}$

b Bereken de straal van Giese b.

- $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \mid m = 600 \cdot 5,972 \cdot 10^{24} = 3,5832 \cdot 10^{27} \text{ kg} \mid V = \dots \text{m}^3$
- $\rho = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{m}{\rho}$
- $V = \frac{3,5832 \cdot 10^{27}}{1,0 \cdot 10^3} = 3,5832 \cdot 10^{24} \text{ m}^3$
- volume bol: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
- $3,5832 \cdot 10^{24} = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \rightarrow r = 9,4928 \cdot 10^7 = 9,5 \cdot 10^7 \text{ m}$

c Is Giese b groter of kleiner dan Jupiter?

- opzoeken: de straal van Jupiter is $69,91 \cdot 10^6 \text{ m}$
- Giese b is dus groter dan Jupiter

d Stel dat de New Horizon doorvliegt naar de planeet Giese b. In welk jaar zou hij dan aankomen?

- $s = 15,2 \text{ lichtjaar} = 15,2 \cdot 9,46089 \cdot 10^{15} = 1,43806 \cdot 10^{15} \text{ m}$ | $v_{\text{gem}} = 16,3 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 1,43806 \cdot 10^{15} = 16,3 \cdot 10^3 \cdot t \rightarrow t = 8,82242 \cdot 10^{12} \text{ s}$
- $t = \frac{8,82242 \cdot 10^{12}}{365,256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 2,79561 \cdot 10^5 = 2,80 \cdot 10^5 \text{ jaar}$

Gravitatie-energie

18***

a Hoeveel energie is er nodig om 8000 kg vanaf het aardoppervlak naar het ISS te brengen? **HINT gebruik de gravitatie-energie**

- BEGIN lading op het oppervlakte van de aarde
- $r = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $m_1 = 8000 \text{ kg}$ | $m_2 = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ | $r = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$ | $E_G = \dots \text{ J}$
- $E_G = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$
- $E_G = -6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{8000 \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6} = -5,00504 \cdot 10^{11} \text{ J}$
- EIND satelliet op 370 km hoogte
- $r = 370 \cdot 10^3 + 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} = 6,741 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $E_G = -6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{8000 \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,741 \cdot 10^6} = -4,73033 \cdot 10^{11} \text{ J}$
- VERSCHIL
- $E_{G \text{ eind}} - E_{G \text{ begin}} = -4,73033 \cdot 10^{11} - (-5,00504 \cdot 10^{11}) = 2,7471 \cdot 10^{10} = 2,747 \cdot 10^{10} \text{ J}$

b Leg uit of je dan een te grote of een te kleiner waarde vindt.

- de gravitatiekracht neemt af als de hoogte toeneemt
- een berekening met zwaarte-energie geeft een te grote waarde

c Bereken hoeveel procent de berekening met de zwaarte-energie afwijkt van de werkelijke waarde.

- $m = 8000 \text{ kg}$ | $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ | $h = 370 \cdot 10^3 \text{ m}$ | $E_Z = \dots \text{ J}$
- $E_Z = m \cdot g \cdot h$
- $E_Z = 8000 \cdot 9,81 \cdot 370 \cdot 10^3 = 2,90376 \cdot 10^{10} \text{ J}$
- procentueel verschil $\frac{2,90376 \cdot 10^{10} - 2,7471 \cdot 10^{10}}{2,746988 \cdot 10^{10}} \cdot 100\% = 5,7\%$

19***

a Bereken het aantal omlopen van het ruimtevaartuig gedurende het verblijf van Armstrong en Aldrin op de maan.

- $r = h + r_{\text{maan}} \rightarrow r = 1,12 \cdot 10^5 + 1,738 \cdot 10^6 = 1,85 \cdot 10^6 \text{ m}$

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$
- $\frac{(1,85 \cdot 10^6)^3}{T^2} = \frac{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot 0,0735 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $T^2 = 5,09544 \cdot 10^7 \rightarrow T = 7,13824 \text{ s} \rightarrow T = 7,13824/3600 = 1,98284 \text{ h}$
- aantal omlopen in 21,5 uur $\rightarrow \frac{21,5}{1,98284} = 10,843 = 11$ omlopen

b Bereken hoeveel energie hiervoor nodig is.

- BEGIN maanlander op het oppervlakte van de maan
- $r = 1,738 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $m_1 = 16000 \text{ kg} \mid m_2 = 0,0735 \cdot 10^{24} \text{ kg} \mid r = 1,738 \cdot 10^6 \text{ m} \mid E_G = \dots \text{ J}$
- $E_G = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$
- $E_G = -6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{16000 \cdot 0,0735 \cdot 10^{24}}{1,738 \cdot 10^6} = -4,5161 \cdot 10^{10} \text{ J}$
- EIND satelliet op 112 km hoogte
- $r = 112 \cdot 10^3 + 1,738 \cdot 10^6 = 1,85 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $E_G = -6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{16000 \cdot 0,0735 \cdot 10^{24}}{1,85 \cdot 10^6} = -4,24269 \cdot 10^{10} \text{ J}$
- VERSCHIL
- $E_{G \text{ eind}} - E_{G \text{ begin}} = -4,24269 \cdot 10^{10} - (-4,5161 \cdot 10^{10}) = 2,7341 \cdot 10^9 = 2,7 \cdot 10^9 \text{ J}$

20****

a Bereken hoeveel warmte er ontstaat bij de afdaling tot 10 km hoogte.

- BEGIN capsule op 400 km hoogte met snelheid $7,0 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
- $r = 400 \cdot 10^3 + 6,371 \cdot 10^6 = 6,771 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $E_G = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r} \rightarrow E_G = -6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6000 \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,771 \cdot 10^6} = -3,53203 \cdot 10^{11} \text{ J}$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow E_K = \frac{1}{2} \cdot 6000 \cdot (7,0 \cdot 10^3)^2 = 1,47 \cdot 10^{11} \text{ J}$
- $E_{\text{tot}} = E_G + E_K \rightarrow E_{\text{tot}} = -3,53203 \cdot 10^{11} + 1,47 \cdot 10^{11} = -2,06203 \cdot 10^{11} \text{ J}$
- EIND capsule op 10 km hoogte met snelheid 500 m/s
- $r = 10 \cdot 10^3 + 6,371 \cdot 10^6 = 6,381 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $E_G = -6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6000 \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,381 \cdot 10^6} = -3,7479 \cdot 10^{11} \text{ J}$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow E_K = \frac{1}{2} \cdot 6000 \cdot (500)^2 = 7,5 \cdot 10^8 \text{ J}$
- $E_{\text{tot}} = E_G + E_K \rightarrow E_{\text{tot}} = -3,7479 \cdot 10^{11} + 7,5 \cdot 10^8 = -3,7404 \cdot 10^{11} \text{ J}$
- EIND - BEGIN
- $Q = E_{\text{tot begin}} - E_{\text{tot eind}}$ warmte Q is de energie die naar de omgeving gaat
- $Q = -2,06203 \cdot 10^{11} - (-3,7404 \cdot 10^{11}) = 1,67837 \cdot 10^{11} = 1,68 \cdot 10^{11} \text{ J}$

Examenvragen Kromlijnige beweging

Hometrainer (aangepast)

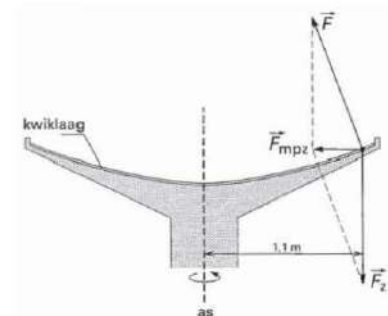
- 4p **1** Bereken de frequentie waarmee de trappers moeten worden rondgedraaid zodat het achtertandwiel deze omlooptijd heeft.
- inzicht dat de baansnelheid van een tand op het achtertandwiel gelijk is aan de baansnelheid van een tand op het voortandwiel 1
 - inzicht dat de omtrek van een tandwiel recht evenredig is met het aantal tanden 1
 - gebruik $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow \frac{19}{0,23} = \frac{52}{T_{\text{voor tandwiel}}} \rightarrow T_{\text{voor tandwiel}} = 0,62947 \text{ s}$ 1
 - completeren $f_{\text{trappers}} = \frac{1}{T_{\text{voortandwiel}}} \rightarrow f = 1,58863 = 1,6 \text{ Hz}$ 1
- 3p **2** Bereken hoe lang de sporter moet trappen om de ring vanuit stilstand een omlooptijd van 2,3 s te geven.
- gebruik $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 0,25}{0,23} = 6,82955 \text{ m/s}$ 1
 - gebruik $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow E_K = \frac{1}{2} \cdot 39 \cdot 6,82955^2 = 9,09533 \cdot 10^2 \text{ J}$ 1
 - completeren $E = P \cdot t \rightarrow 9,09533 \cdot 10^2 = 120 \cdot t \rightarrow t = 7,57945 = 7,6 \text{ s}$ 1
- 3p **3** Bereken de wrijvingskracht die tussen remschoen en ring optreedt.
- gebruik $v_{\text{baan}} = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \cdot 0,25}{0,23} = 6,82955 \text{ m/s}$ 1
 - gebruik $P = F \cdot v$
 - completeren $120 = F \cdot 6,82955 \rightarrow F = 17,5707 = 18 \text{ N}$

Vloeibare spiegels (aangepast)

- 3p **1** Bereken de dikte van de kwiklaag bij deze omlooptijd.
- gebruik $\rho = \frac{m}{V}$ met $\rho_{\text{kwik}} = 13,546 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ 1
 - inzicht $V = A \cdot d$ 1
 - completeren $13,546 \cdot 10^3 = \frac{330}{4,8 \cdot d} \rightarrow d = 5,0753 \cdot 10^{-3} = d = 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ 1

- 1p **2** Hoe noem je deze derde kracht?
- de normaalkracht

- 2p **3** Construeer in figuur 3 de vector $\vec{F}$.
- inzicht $\vec{F}_{\text{mpz}} = \vec{F}_z + \vec{F}_n$ 1
 - juiste constructie 1



- 5p **4** Bepaal met behulp van figuur 3 de omloofrequentie waarmee de spiegel draait. Geef het antwoord in twee significante cijfers.

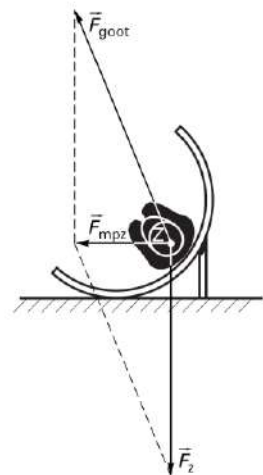
- opmeten lengte $\vec{F}_Z$ en lengte $\vec{F}_{mpz}$ geeft $F_{mpz} = 0,36 \cdot F_Z$ 2
- gebruik $F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ en $F_Z = m \cdot g$ 1
- gebruik $v_{baan} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot f$ 1
- completeren $\frac{v_{baan}^2}{r} = 0,36 \cdot g \rightarrow v_{baan} = 1,97098 \text{ m/s}$
- $v_{baan} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot f \rightarrow 1,97098 = 2\pi \cdot 1,1 \cdot f \rightarrow f = 0,285174 = 0,29 \text{ Hz}$ 1

Glijbaan

6p

- 1 Construeer in figuur 3 de kracht die de goot op Keesje uitoefent in de juiste verhouding tot $\vec{F}_Z$. Laat alle krachten aangrijpen in Z. Licht je antwoord toe met een berekening.

- bereken $F_Z = m \cdot g \rightarrow F_Z = 35 \cdot 9,81 = 343,35 \text{ N}$ 1
- meet de lengte van de F_Z krachtpijl en bepaal de krachtschaal 1
- bereken $F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow F_{mpz} = \frac{35 \cdot 2,5^2}{1,5} = 145,83 \text{ N}$ 1
- teken krachtpijl F_{mpz} horizontaal naar links 1
- inzicht $\vec{F}_{goot} + \vec{F}_Z = \vec{F}_{mpz}$ 1
- teken $\vec{F}_{goot}$ 1



Ruimtewiel

3p

- 1 Leid dit af.
- inzicht $F_{grav} = F_{mpz}$ 1
 - gebruik $F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ en $F_{grav} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ 1
 - completeren $\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{r} \rightarrow v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}$ 1

3p

- 2 Bereken de omlooptijd van het ruimtewiel rond de aarde, in uur.
- inzicht $r = r_{aarde} + h \rightarrow r = 6,371 \cdot 10^6 + 1730 \cdot 10^3 = 8,101 \cdot 10^6 \text{ m}$ 1
 - gebruik $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v}$ 1
 - $v = \sqrt{\frac{GM_{aarde}}{r}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{8,101 \cdot 10^6}} = 7,01445 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
 - $T = \frac{2\pi \cdot 8,101 \cdot 10^6}{7,01445 \cdot 10^3} = 7,26273 \cdot 10^3 \text{ s} \rightarrow T = 7,26273 \cdot 10^3 / 3600 = 2,01743 = 2,017 \text{ h}$ 1

- 3p **3** Leg uit hoe deze kunstmatige zwaartekracht ontstaat. Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de kunstmatige zwaartekracht en de normaalkracht op de astronaut.
- inzicht dat de vloer een kracht op de astronaut uitoefent $F_n = F_{\text{mpz}}$ 1
 - Newton 3 $\rightarrow$ de astronaut oefent een kracht op de vloer uit $\rightarrow$ kunstmatige F_z 1
 - tekening met F_{mpz} naar het middelpunt, F_z naar buiten, beide pijlen even lang 1

4p **4** Bereken de omtrek van het ruimtewiel.

- inzicht $F_{\text{mpz}} = \frac{1}{3}F_z \rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot g \rightarrow \frac{v^2}{r} = \frac{g}{3}$ 1
- gebruik $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ 1
- $\frac{4\pi^2 \cdot r}{22^2} = \frac{9,81}{3} \rightarrow r = 40,0898 \text{ m}$ 1
- omtrek $= 2\pi \cdot r \rightarrow \text{omtrek} = 2\pi \cdot 40,0898 = 2,5189 \cdot 10^2 = 2,5 \cdot 10^2 \text{ m}$ 1

LEO-satelliet

4p **1** Leid de formules (1) en (2) af met behulp van formules uit Binas.

- inzicht $F_{\text{mpz}} = F_G$ 1
- $\frac{m \cdot v^2}{r} = G \frac{m \cdot M}{r^2} \rightarrow v^2 = \frac{G \cdot M}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$ 1
- $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow E_k = \frac{1}{2} m \cdot \frac{G \cdot M}{r} \rightarrow E_k = \frac{1}{2} G \frac{m \cdot M}{r}$ 1
- $E_t = E_k + E_G \rightarrow E_t = \frac{1}{2} G \frac{m \cdot M}{r} - G \frac{m \cdot M}{r} \rightarrow E_t = -\frac{1}{2} G \frac{m \cdot M}{r}$ 1

3p **2** Toon aan dat deze satelliet een snelheid heeft van $7,658 \text{ km s}^{-1}$.

- gebruik $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$ met $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ en $M = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ 1
- inzicht $r = R_{\text{aarde}} + h$ met $R_{\text{aarde}} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$ 1
- $v = \sqrt{\frac{6,6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6 + 425 \cdot 10^3}} = 7,65837 \cdot 10^3 = 7,658 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 7,658 \text{ km/s}$ 1

4p **3** Bepaal de energie die deze satelliet elke seconde verliest ten gevolge van atmosferische wrijving.

- gebruik $P = F \cdot v$ **$P = \text{vermogen} = \text{energieverlies per seconde}$** 1
- gebruik $F_{\text{w lucht}} = \frac{1}{2} c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$ 1
- aflezen ρ_{lucht} tussen $2,26 \cdot 10^{-12}$ en $2,30 \cdot 10^{-12} \text{ kg/m}^3$ 1
- $P = \frac{1}{2} c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^3 \rightarrow P = \frac{1}{2} \cdot 2,2 \cdot 2,28 \cdot 10^{-12} \cdot 0,385 \cdot (7,658 \cdot 10^3)^3 = 0,43 \text{ J s}^{-1}$ 1

- 3p **4** Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef de afgeleide dE_t/dr door $E_t(r)$ te differentiëren.
 - Leg aan de hand van het teken van dE_t/dr uit dat door de wrijving de hoogte van de LEO-satelliet steeds kleiner wordt.
- $\frac{dE_t}{dr} = \frac{1}{2} G m M r^{-2}$ 1
 - door de wrijving neemt de totale energie af $\rightarrow dE_t$ is negatief 1
 - $\frac{dE_t}{dr}$ is altijd positief dus moet dr ook negatief zijn $\rightarrow$ de hoogte neemt af 1
- 4p **5** Bepaal met behulp van figuur 3 het hoogteverlies per omwenteling om de aarde van de satelliet die zich op een hoogte van 425 km bevindt. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.
- inzicht dat het hoogteverlies per dag gelijk is aan de richtingscoëfficiënt van de raaklijn $\left(\frac{\Delta h}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} = \frac{450,0 - 399,5}{60 - 7} = 0,953 \text{ km / dag}$ 1
 - $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow 7,658 \cdot 10^3 = \frac{2\pi \cdot (6,371 \cdot 10^6 + 425 \cdot 10^3)}{T} \rightarrow T = 5,576 \cdot 10^3 \text{ s}$ 1
 - er zijn $\frac{24 \cdot 60 \cdot 60}{5,576 \cdot 10^3} = 15,49498$ omwentelingen per dag 1
 - per omwenteling daalt de satelliet $\frac{953}{15,49498} = 61,5038 = 62 \text{ m}$ 1
- 2p **6** Leg met behulp van formule (1) uit of deze baansnelheid steeds kleiner of steeds groter wordt.
- $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$ G en M blijven gelijk en de straal r neemt af 1
 - hierdoor wordt de snelheid groter 1