

15 Relativiteit

vwo

15.1 Relativiteit volgens Galileo Galilei

- 1*** Hieronder staan vier beweringen:
- Bea heeft een snelheid en Anna staat stil.
 - Bea heeft een snelheid ten opzichte van Anna.
 - Anna heeft een snelheid en Bea staat stil.
 - Anna heeft een snelheid ten opzichte van Bea.
- a** Leg uit of deze vier beweringen alle vier tegelijkertijd waar kunnen zijn.
- 2**** We rekenen vaak met een lichtsnelheid van $3,0 \cdot 10^8$ m/s.
- a** Bereken hoeveel procent deze afgeronde lichtsnelheid afwijkt van de werkelijke lichtsnelheid in vacuüm.
- 3**** Bea bevindt zich in een trein die met een constante snelheid naar voren rijdt. Ze laat een appel uit haar hand vallen.
- a** Leg uit waar de appel terecht komt:
- achter Bea's voeten, want Bea beweegt tijdens het vallen naar voren
 - vóór Bea's voeten, want de appel beweegt tijdens het vallen naar voren
 - op Bea's voeten
- b** Volgens Bea beweegt de appel:
- in een rechte lijn met een constante snelheid naar beneden
 - in een rechte lijn met een constante versnelling naar beneden
 - in een kromme baan met een constante snelheid
 - in een kromme baan met een constante versnelling
 - anders, namelijk
- Anna bevindt zich langs het spoor en ziet de appel vallen.
- c** Volgens Anna beweegt de appel:
- in een rechte lijn met een constante snelheid naar beneden
 - in een rechte lijn met een constante versnelling naar beneden
 - in een kromme baan met een constante snelheid
 - in een kromme baan met een constante versnelling
 - anders, namelijk
- d** Zijn Anna en Bea het eens over de aard van de beweging?

4** Bea bevindt zich in een trein die afremt. Ze laat een appel uit haar hand vallen.

a Leg uit waar de appel terecht komt:

- achter Bea's voeten, want Bea beweegt tijdens het vallen naar voren
- vóór Bea's voeten, want tijdens het vallen remt Bea af
- op Bea's voeten

b Volgens Bea beweegt de appel:

- in een rechte lijn met een constante snelheid naar beneden
- in een rechte lijn met een constante versnelling naar beneden
- in een kromme baan met een constante snelheid
- in een kromme baan met een constante versnelling
- anders, namelijk

Anna bevindt zich langs het spoor en ziet de appel vallen.

c Volgens Anna beweegt de appel:

- in een rechte lijn met een constante snelheid naar beneden
- in een rechte lijn met een constante versnelling naar beneden
- in een kromme baan met een constante snelheid
- in een kromme baan met een constante versnelling
- anders, namelijk

d Zijn Anna en Bea het eens over de aard van de beweging?

5*** Bea bevindt zich in een trein die afremt. Anna bevindt zich langs het spoor en laat een appel uit haar hand vallen.

a Leg uit waar de appel volgens Bea terecht komt:

- achter Anna's voeten
- vóór Anna's voeten
- op Anna's voeten

b Volgens Bea beweegt de appel:

- in een rechte lijn met een constante snelheid naar beneden
- in een rechte lijn met een constante versnelling naar beneden
- in een kromme baan met een constante snelheid
- in een kromme baan met een constante versnelling
- anders, namelijk

c Volgens Anna beweegt de appel:

- in een rechte lijn met een constante snelheid naar beneden
- in een rechte lijn met een constante versnelling naar beneden
- in een kromme baan met een constante snelheid
- in een kromme baan met een constante versnelling
- anders, namelijk

d Zijn Anna en Bea het eens over de aard van de beweging?

6* In de relativiteitstheorie wordt onderscheid gemaakt tussen inertiaal referentiestelsels en niet-inertiaal referentiestelsels.

a Leg uit wat het verschil is tussen deze twee soorten stelsels.

Einstein neemt twee postulaten als uitgangspunt in zijn speciale relativiteitstheorie.

b Beschrijf deze postulaten in je eigen woorden.

7** Volgens Galilei en Einstein kun je geen onderscheid maken tussen een inertiaalstelsel in rust en een inertiaalstelsel met een constante snelheid? De drie wetten van Newton zijn:

$$\Sigma F = 0 \leftrightarrow a = 0 \quad | \quad \Sigma F = m \cdot a \quad | \quad F_{A \rightarrow B} = -F_{B \rightarrow A}$$

a Zijn de drie wetten van Newton hiermee in overeenstemming?

Stel dat je wel onderscheid zou kunnen maken tussen een inertiaalstelsel in rust en een inertiaalstelsel met een constante snelheid.

b Bedenk een onrealistische gebeurtenis dat hiervan een consequentie zou zijn.

8** Twee schepen A en B varen naar het Noorden. Schip A heeft een snelheid van 3 m/s en schip B heeft een snelheid van 5 m/s.

a Hoe groot is de snelheid van schip A gezien vanuit schip B?

b Hoe groot is de snelheid van schip B gezien vanuit schip A?

c Hoe kan de stuurman van schip A weten dat hij met 3 m/s vaart?

Volgens de kapitein van schip A vaart het schip niet met 3 m/s maar met 5 m/s.

d Kan de kapitein hierin gelijk hebben?

Volgens een matroos van schip A vaart het schip niet met 3 m/s maar ligt het stil.

e Kan de matroos hierin gelijk hebben?

De bemanning van de schepen zien een albatros overvliegen naar het Zuiden. Volgens de bemanning van schip A heeft de albatros een snelheid van 12 m/s.

f Hoe groot is de snelheid van de albatros volgens de bemanning van schip B.



De albatros heeft een massa van 3,0 kg.

g Bereken de kinetische energie van de albatros volgens de bemanningen op de schepen A en B.

h Hoeveel kinetische energie heeft de albatros in het echt?

9** Een lamp zendt licht in alle richtingen uit. Beschouw de fotonen die naar links en naar rechts worden uitgezonden.

a Hoe snel gaan deze fotonen ten opzichte van elkaar volgens Newton.

b Hoe snel gaan deze fotonen ten opzichte van elkaar volgens Einstein.

15.2 Gelijktijdigheid, tijdrek en lengtekrimp

1** Anna ziet dat in het bewegend referentiestelsel van Bea de tijd twee keer langzamer is dan in haar eigen referentiestelsel.

- a** Hoe groot is de snelheid van het stelsel van Bea volgens Anna?
- b** Ziet Bea dat de tijd in het stelsel van Anna twee keer sneller gaat dan in haar eigen stelsel?

Van een ander bewegend stelsel is de γ -factor 10.

- c** Hoe groot is de snelheid van dit stelsel?

2*** Bea wil graag de ster Proxima Centauri bezoeken. De afstand van de aarde tot deze ster is $4,00 \cdot 10^{16}$ m. Bea reist in een raket met een snelheid van $0,50 \cdot c$. Anna blijft op aarde. Voordat Bea vertrekt zet ze haar klok gelijk met die van Anna.



- a** Hoeveel jaar duurt de reis volgens Anna?
HINT een jaar heeft gemiddeld 365,25 dagen

Als Bea is aangekomen stuurt ze een bericht aan Anna met de duur van de reis volgens haar klok. Anna merkt dat de duur van de reis die Bea waarneemt niet hetzelfde is als de tijd die zij heeft uitgerekend (vraag a).

- b** Hoeveel jaar verschil is er tussen de tijd volgens Anna en de tijd volgens Bea?

Anna en Bea verschillen niet van mening over de snelheid van de raket.

- c** Leg uit waarom niet.

Volgens Bea duurt de reis dus korter dan volgens Anna.

- d** Welke conclusie trekt Bea?
- e** Hoe groot is de afstand tot de Proxima Centauri volgens Bea?

3*** Nadat Bea de ster Proxima Centauri heeft bezocht heeft ze een nog ambitieuzer reisplan. Ze wil het zwarte gat "Sagittarius A" in het centrum van de Melkweg bezoeken. Dit zwarte gat heeft een massa van 3,7 miljoen keer die van de zon, dus ze moet wel goed opletten dat ze er niet in verdwijnt. De afstand tussen de aarde en Sagittarius A is $25,9 \cdot 10^3$ lichtjaar. Anna vindt het niet zo'n goed plan, want zelfs als je met de lichtsnelheid reist duurt het 25,9 duizend jaar om er te komen. Bea leeft dus niet lang genoeg om Sagittarius A te bezoeken.

- a** Ben je het met Anna eens?

Bea is eigenwijs en zegt dat het best mogelijk is. Ze maakt een berekening waarin ze 25,9 jaar nodig heeft om er te komen.

b Welke snelheid heeft Bea gebruikt in haar berekening?

Bea stelt Anna gerust en zegt dat het gaat lukken. Ze belooft een bericht aan Anna te sturen als ze is aangekomen.

c Is Anna gerustgesteld met de belofte dat ze een bericht ontvangt van Bea?

4**** Op een diepte van 50 tot 175 m onder de grond ligt de buurt van Genève de Large Hadron Collider (LHC). In een ringvormige tunnel met een diameter van 8,48574 km worden protonen versneld tot bijna de lichtsnelheid. De LHC is het grootste door mensen gemaakte apparaat en is de krachtigste deeltjesversneller ter wereld.



a Bereken de omtrek van de ringvormige tunnel.

Als de protonen hun maximale snelheid hebben doorlopen ze 11245 keer per seconde de ring.

b Bereken de maximale snelheid van de protonen.

c Bereken hoeveel procent deze snelheid verschilt van de lichtsnelheid.

d Bereken de omtrek van de ring gezien vanuit het referentiestelsel van de protonen.

e Bereken het aantal doorlopen per seconde gezien vanuit het referentiestelsel van de protonen.

f Bereken de snelheid van grond gezien vanuit de protonen.

5** Voor het optellen van snelheden geldt:

Volgens Galilei: $v_A = v_B + v_{BA}$

Volgens Einstein: $v_A = \frac{v_B + v_{BA}}{1 + \frac{v_B \cdot v_{BA}}{c^2}}$

- v_A is de snelheid van het voorwerp volgens een waarnemer in stelsel A
- v_B is de snelheid van het voorwerp volgens een waarnemer in stelsel B
- v_{BA} is de snelheid van stelsel B volgens een waarnemer in stelsel A

a Leg uit dat als v_{BA} veel kleiner is dan de lichtsnelheid de formule van Einstein hetzelfde resultaat geeft als de formule van Galileo.

6** Bea bevindt zich in een raket die met een snelheid van $0,5c$ langs de aarde vliegt. In de raket verricht Bea een experiment waarin ze een bundel protonen eerst met een snelheid van $0,5c$ naar voren schiet en later met een snelheid van $0,5c$ naar achteren (gemeten in haar eigen referentiestelsel).

- a** Bereken de snelheid van de naar voren geschoten protonen zoals waargenomen door Anna.
- b** Bereken de snelheid van de naar achteren geschoten protonen zoals waargenomen door Anna.

Daarna schiet Bea de protonen met een snelheid van $0,8c$ naar achteren.

- c** Bereken opnieuw de snelheid van de naar achteren geschoten protonen zoals waargenomen door Anna.

7*** De snelheid van het referentiestelsels van Bea volgens Anna is $0,5c$. Bea ziet een voorwerp met een snelheid van $0,8c$.

- a** Bereken de snelheid van het voorwerp volgens Anna.

Anna ziet een voorwerp met een snelheid van $0,8c$ in dezelfde richting als het referentiestelsel van Bea.

- b** Bereken de snelheid die Bea waarneemt.

Anna ziet een voorwerp met een snelheid van $0,8c$ in tegengestelde richting als het referentiestelsel van Bea.

- c** Bereken de snelheid die Bea waarneemt.

8** Voor het optellen van snelheden geldt:

Volgens Galilei: $v_A = v_B + v_{BA}$

Volgens Einstein: $v_A = \frac{v_B + v_{BA}}{1 + \frac{v_B \cdot v_{BA}}{c^2}}$

- v_A is de snelheid van het voorwerp volgens een waarnemer in stelsel A
- v_B is de snelheid van het voorwerp volgens een waarnemer in stelsel B
- v_{BA} is de snelheid van stelsel B volgens een waarnemer in stelsel A

- a** In welke gevallen komen de uitkomsten van de twee formules overeen?

- b** Stel $v_{BA} = c$, welke relatie geldt er dan tussen v_A en v_B ?

9*** Een sterrenstelsel beweegt met een snelheid van $2/3c$ van de aarde vandaan in noordelijke richting. Het sterrenstelsel zendt licht uit in de richting van de aarde.

- a** Hoe groot is de snelheid van het licht van dit sterrenstelsel zoals waargenomen op aarde?

Een ander sterrenstelsel beweegt met een snelheid van $2/3c$ van de aarde vandaan in zuidelijke richting.

- b** Kan het licht van het ene stelsel het andere stelsel ooit bereiken?



c Bereken de onderlinge snelheid van de stelsels.

10*** Twee bankrovers zijn met hun buit op de vlucht voor de politie. Hun vluchtauto gaat met een snelheid van $\frac{3}{4}c$. De politieauto gaat met een snelheid van $\frac{1}{2}c$. Deze snelheden zijn gemeten ten opzichte van de grond. Een agent vuurt een kogel af met een snelheid van $\frac{1}{3}c$. Deze snelheid is gemeten ten opzichte van de politieauto.

a Bereikt de kogel de boeven volgens Galilei?

b Bereikt de kogel de boeven volgens Einstein?

Vraag b heb je waarschijnlijk beantwoord vanuit een waarnemer op de grond. Je kunt vraag b ook beantwoorden vanuit het referentiestelsel van de politie, het referentie-stelsel van de boeven en het referentiestelsel van de kogel. In onderstaande tabel zijn de gegevens ingevuld.

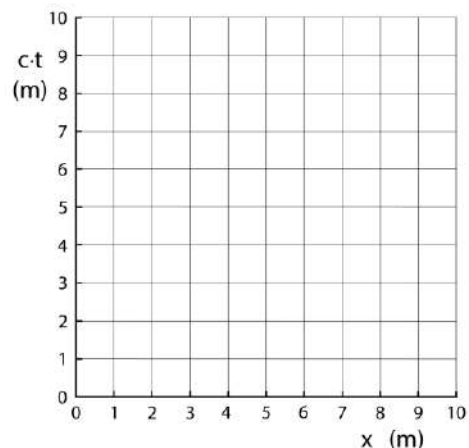
c Vul de lege cellen van onderstaande tabel. [werkboek](#)

snelheid van → t.o.v. ↓	grond	politie	boeven	kogel
grond	0	$\frac{1}{2}c$	$\frac{3}{4}c$	$\frac{5}{7}c$
politie				$\frac{1}{3}c$
boeven				
kogel				

15.3 Ruimtetijd diagram

- 1*** Hieronder lees je vier beweringen over ruimtetijddiagrammen:
- 1 op de horizontale as staat de tijd en op de verticale as staat de plaats
 - 2 op de horizontale as staat de plaats en op de verticale as staat de tijd
 - 3 op de horizontale as staat de plaats en op de verticale as staat ook de plaats
 - 4 op de horizontale as staat de tijd en op de verticale as staat ook de tijd
- a** Leg voor iedere bewering uit of het waar is.
- 2***
- a** Wat is de betekenis van het snijpunt van twee wereldlijnen.
 - b** Kunnen twee wereldlijnen elkaar twee keer snijden?
 - c** Teken in een ruimtetijddiagram twee gelijktijdige gebeurtenissen op $t = 3/c$ s. [werkboek](#)
 - d** Teken in hetzelfde ruimtetijddiagram twee gebeurtenissen op $x = 8$ m. [werkboek](#)

- 3**** Op $t = 0$ vertrekt uit $x = 0$ een lichtpuls in vacuüm in positieve richting.
- a** Teken de wereldlijn van deze lichtpuls. [werkboek](#)
- Op $c \cdot t = 2$ vertrekt uit $x = 1$ een lichtpuls in vacuüm in positieve richting.
- b** Teken de wereldlijn van deze lichtpuls. [werkboek](#)
- Op $c \cdot t = 1$ vertrekt uit $x = 8$ een lichtpuls in vacuüm in negatieve richting.
- c** Teken de wereldlijn van deze lichtpuls. [werkboek](#)



De brekingsindex van een stof is de factor waarmee de lichtsnelheid wordt verkleind. Voor geel licht met $\lambda = 589$ nm heeft water een brekingsindex van 1,333.

- d** Bereken de snelheid van geel licht in water.

Op $t = 0$ vertrekt uit $x = 0$ een lichtpuls met $\lambda = 589$ nm in water in positieve richting.

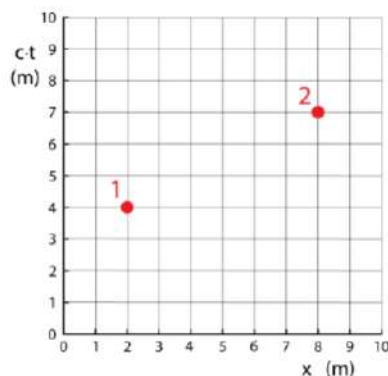
- e** Teken de wereldlijn deze lichtpuls. [werkboek](#)

- 4**** Johan bevindt zich op 5 meter van de oorsprong. Op $t = 0$ s schijnt hij met een laserpen gedurende 15 ns in de richting van de oorsprong.
- a** Bereken de lengte van de uitgezonden lichtstraal.
 - b** Teken de wereldlijn van de voorkant van de uitgezonden lichtstraal. [werkboek](#)

Op $t = 20$ ns schijnt hij met een laserpen gedurende 10 ns in de tegengestelde richting.

- c** Teken de wereldlijn van de voorkant van de uitgezonden lichtstraal. [werkboek](#)

- 5*** In het ruimtetijd diagram zie je twee gebeurtenissen 1 en 2.
- Bepaal de afstand in plaats tussen gebeurtenissen 1 en 2.
 - Bepaal de afstand in tijd tussen gebeurtenissen 1 en 2.



In de relativiteitstheorie wordt het **ruimtetijdinterval** $(\Delta s)^2$ gedefinieerd als: $(\Delta s)^2 = (\Delta ct)^2 - (\Delta x)^2$

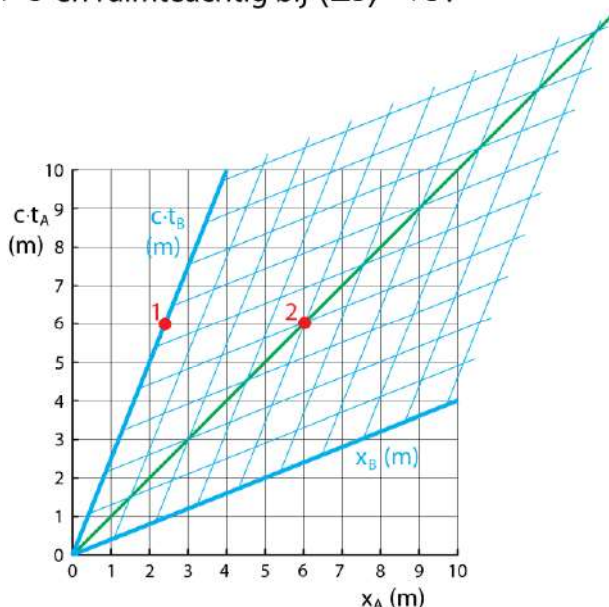
- Wat is de eenheid van s^2 ?
- Bereken het ruimtetijdinterval tussen $c \cdot t = 0$ en $x = 0$ en de gebeurtenissen 1 en 2.

Een gebeurtenis met een positief ruimtetijdinterval noemen we **tijdachtig** en met een negatief ruimtetijdinterval **ruimteachtig**.

- Verklaar de begrippen tijdachtig bij $(\Delta s)^2 > 0$ en ruimteachtig bij $(\Delta s)^2 < 0$.

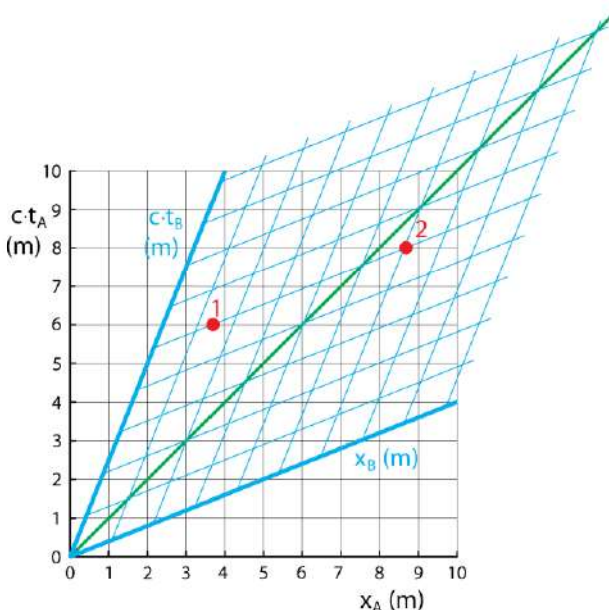
- 6*** Hiernaast zie je de ruimtetijd diagrammen van Anna (zwart) en Bea (blauw) door elkaar getekend. De gebeurtenissen 1 en 2 zijn gelijktijdig voor Anna maar niet voor Bea.

- Leg uit welke gebeurtenis volgens Bea als eerste plaatsvindt: 1 of 2.
- Bepaal het tijdverschil tussen 1 en 2 volgens Bea.
- Bepaal het plaatsverschil tussen 1 en 2 volgens Anna.
- Bepaal het plaatsverschil tussen 1 en 2 volgens Bea.

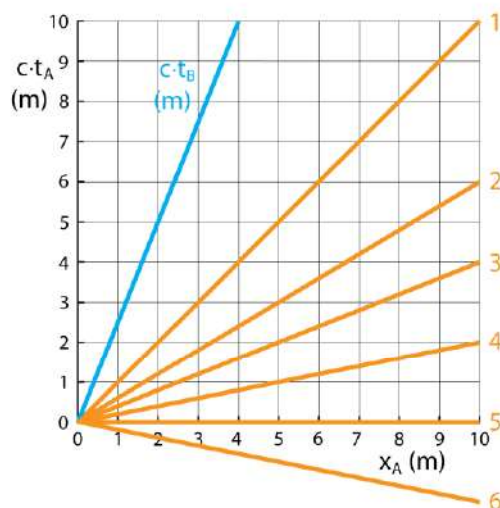


- 7*** Hiernaast staan de ruimtetijd diagrammen van Anna (zwart) en Bea (blauw) door elkaar getekend. De gebeurtenissen 1 en 2 zijn gelijktijdig voor Bea maar niet voor Anna.

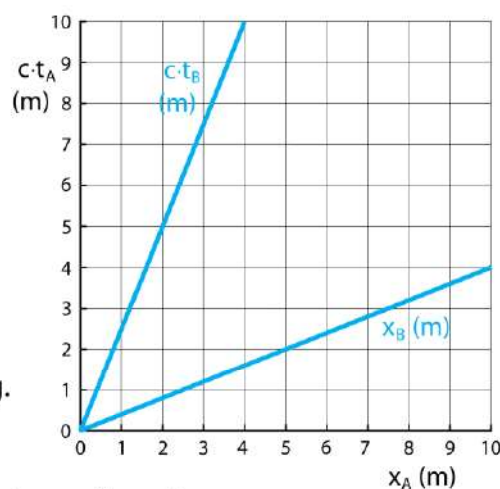
- Leg uit welke gebeurtenis volgens Anna als eerste plaatsvindt: 1 of 2.
- Bepaal het tijdverschil tussen 1 en 2 volgens Anna.
- Bepaal het plaatsverschil tussen 1 en 2 volgens Bea.
- Bepaal het plaatsverschil tussen 1 en 2 volgens Anna.



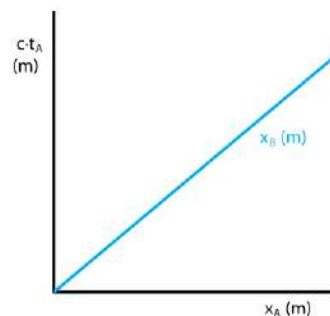
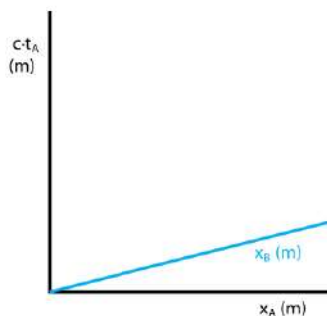
- 8***** Hiernaast zie je ruimtetijd-diagrammen van twee stelsels A (zwart) en B (blauw).
- Bepaal de snelheid van stelsel B ten opzichte van stelsel A.
 - Welke van de lijnen 1 t/m 6 is de plaats-as van het blauwe stelsel?
 - Welke van de lijnen 1 t/m 6 is de plaats-as van het blauwe stelsel volgens Galilei?



- 9***** In de figuur zie je het stelsel van Anna (zwart) en het stelsel van Bea (blauw). Bea beweegt met een snelheid van $0,4c$.
- Leg dit uit.
- In het stelsel van Bea bevindt zich een spiegel. Op $t = 0$ vertrekt van plaats $x = 0$ een lichtpuls die op de spiegel wordt teruggekaatst. Op $t = 10/c$ seconde ziet Anna de teruggekaatste lichtpuls.
- Teken de wereldlijn van de lichtpuls heen en terug. [werkboek](#)
 - Teken de wereldlijn van de spiegel. [werkboek](#)
 - Hoe groot is de afstand tussen Bea en de spiegel volgens Anna?
 - Hoe groot is de afstand tussen Bea en de spiegel volgens Bea?



- 10***** In de figuur zie je de x-as van het ruimtetijddiagram van stelsels B (blauw) en de assen van het ruimtetijddiagram van stelsel A (zwart).



- In welk diagram is de snelheid tussen de stelsels A en B het grootst?
- Bepaal voor beide gevallen de snelheid tussen de stelsels A en B. [werkboek](#)
- Teken de tijd-as van de stelsels B. [werkboek](#)
- Teken de wereldlijn van een lichtpuls die op $t=0$ door $x=0$ gaat.
- Is het mogelijk om een ruimtetijddiagram van stelsel B te tekenen als de snelheid tussen A en B groter is dan de lichtsnelheid?

11 **** In de figuur zie je het ruimtetijd diagram van Anna (zwart) en van Bea (blauw).

- a** Hoe groot is de snelheid tussen de stelsels A en B?

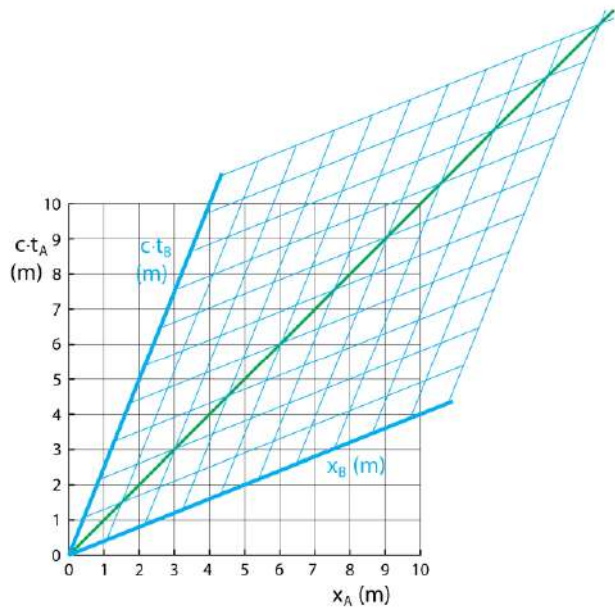
Als Bea in de oorsprong is schiet ze een kogel af met een snelheid van $0,2c$.

- b** Teken de wereldlijn van de kogel.

[werkboek](#)

- c** Bepaal uit het RT-diagram de snelheid van de kogel volgens Anna. [werkboek](#)

- d** Controleer met $v_A = \frac{v_B + v_{BA}}{1 + \frac{v_B \cdot v_{BA}}{c^2}}$ of je bepaling klopt.



In een andere situatie staat Bea op $x = 5,0$ m (in haar stelsel) en schiet ze op $t=0$ een kogel af met een snelheid van $0,2c$.

- e** Teken de wereldlijn van de kogel. [werkboek](#)

- f** Bereken, zonder het RT-diagram te gebruiken, de plaats en de tijd waarop volgens Bea de kogel wordt ingehaald door een lichtstraal die op $t=0$ in de oorsprong vertrekt.

- g** Klopt je berekening met je antwoord op vraag e? [werkboek](#)

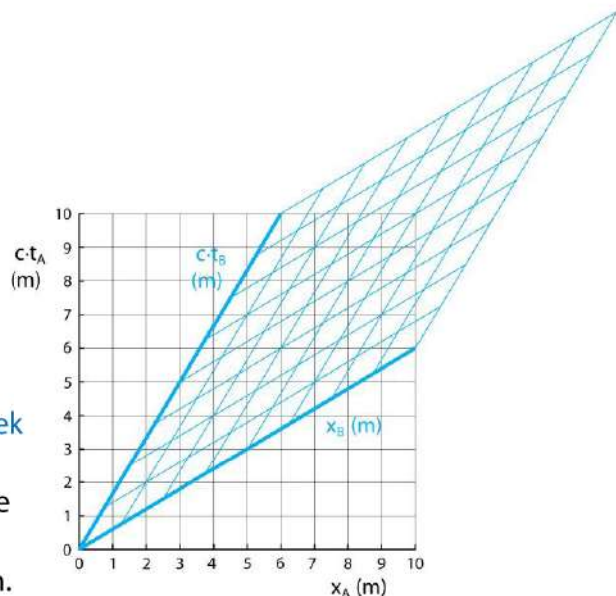
- h** Bepaal uit het RT-diagram de plaats en de tijd waarop volgens Anna de kogel wordt ingehaald door een lichtstraal die op $t=0$ in de oorsprong vertrekt. [werkboek](#)

12 *** In de figuur zie je het ruimtetijd diagram van Anna (zwart) en Bea (blauw). Op $t = 0$ bevinden Anna en Bea zich $x = 0$.

In Bea's stelsel zijn twee schemerlampen. Eén schemerlamp staat op $4,0$ m afstand van de oorsprong en gaat op $t = 0$ aan.

- a** Waar en wanneer gaat deze schemerlamp aan volgens Anna? [werkboek](#)
b Op welk tijdstip ziet Anna voor het eerst het licht van deze schemerlamp? [werkboek](#)

Op $t = 0$ gaat er in Bea's raket ook een andere schemerlamp aan. Anna ziet op $c \cdot t = 10$ het licht van deze andere schemerlamp aangaan.



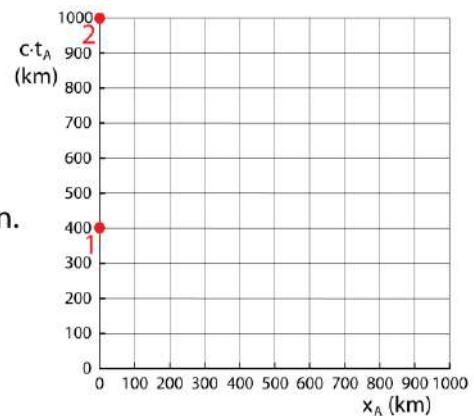
- c** Hoe groot is volgens Bea de afstand tussen de twee schemerlampen? [werkboek](#)
d Hoe groot is volgens Anna de afstand tussen de twee schemerlampen? [werkboek](#)
e Zijn je antwoorden op c en d in overeenstemming met de lengtekrimp?

13 **** Anna bevindt zich in Lille (Rijsel) op 200 km ten noorden van Parijs. Lyon ligt 400 km van Parijs in het zuiden. In deze opgave gaan we er van uit dat de drie steden precies op een lijn liggen. In Parijs wordt op een bepaald tijdstip de verlichting van de Eiffeltoren aangezet. Op een ander tijdstip wordt de verlichting van de basiliek Notre-Dame de Fourvière in Lyon aangezet. Gebeurtenis 1 in het ruimtetijd diagram is het tijdstip waarop Anna de verlichting van de Eiffeltoren ziet aangaan. Gebeurtenis 2 is het tijdstip waarop Anna de verlichting van de Notre-Dame de Fourvière ziet aangaan. Figuur 1 is het RT-diagram van Anna met daarin de gebeurtenissen 1 en 2.

- a** Teken de wereldlijnen van de Eiffeltoren en van de basiliek Notre-Dame de Fourvière.
[werkboek](#)

Anna ziet de verlichting $t = \frac{600 \cdot 10^3}{c}$ s na elkaar aangaan.

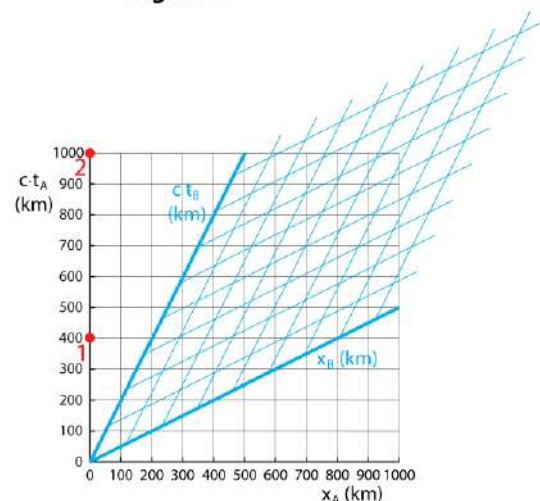
- b** Is het werkelijke tijdverschil van aanzetten volgens Anna groter, kleiner of gelijk aan deze waarneming?
c Bepaal de tijdstippen waarop de verlichting van de Eiffeltoren en van de Notre-Dame de Fourvière volgens Anna worden aangezet.



Figuur 1

Bea reist met een supersnelle TGV van Lille naar Lyon. Op $t=0$ vertrekt Bea uit Lille. In figuur 2 zijn het RT-diagrammen van Anna (zwart) en van Bea (blauw) door elkaar getekend.

- d** Bepaal de snelheid van de TGV. [werkboek](#)
e Bepaal het tijdstip waarop Bea de verlichting van de Eiffeltoren ziet aangaan. [werkboek](#)
f Bepaal het tijdstip waarop Bea de verlichting van de Notre-Dame de Fourvière ziet aangaan. [werkboek](#)
g Bepaal de tijdstippen waarop de verlichting van de Eiffeltoren en van de Notre-Dame de Fourvière volgens Bea worden aangezet. [werkboek](#)



Figuur 2

14 *** Anna en Bea zijn een tweeling. Bea maakt een ruimtereis, Anna blijft thuis.

- a** Is het mogelijk dat Bea terugkeert voordat Anna wordt geboren?

De ouders van Anna en Bea maken een ruimtereis terwijl hun kinderen thuis blijven.

- b** Is het mogelijk dat de ouders jonger zijn dan Anna en Bea als ze weer thuis komen?

15**** Anna en Bea zijn een tweeling. Charlotte is even oud als Anna en Bea en woont op een andere planeet op 4,0 lichtjaar afstand van de aarde. De snelheid waarmee de planeet beweegt ten opzichte van de aarde is verwaarloosbaar.



Op haar 16^e verjaardag besluit Bea om Charlotte te gaan bezoeken. Reizend met een snelheid van $0,8c$ overbrugt ze de afstand van 4 lichtjaar in relatief korte tijd.

a Hoe oud is Charlotte als Bea arriveert?

Na een jaar bij Charlotte te hebben gewoond gaat Bea terug naar Anna.

b Hoe oud is Anna als Bea arriveert?

c Hoe oud Bea als ze thuiskomt?

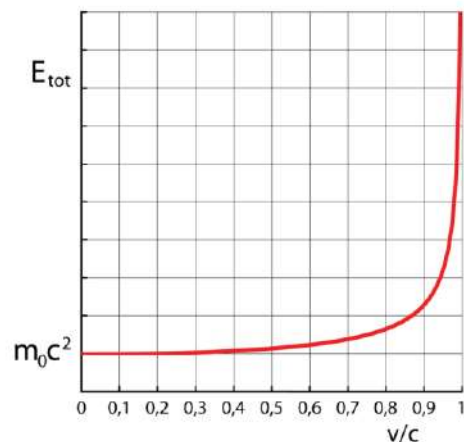
Een afstand van 4 lichtjaar afleggen met een snelheid van $0,8c$ kost volgens de wetten van Newton 5 jaar. Het licht doet over deze afstand 4 jaar. Bea is 3 jaar ouder geworden tijdens de reis.

d Is het niet in tegenspraak met het feit dat niets sneller beweegt dan licht terwijl 4 lichtjaar door Bea in 3 jaar kan worden afgelegd?

15.4 Massa en energie

1** In de figuur hiernaast zie je hoe de totale energie van een voorwerp afhangt van zijn snelheid.

- Schets in de figuur hoe de kinetische energie afhangt van de snelheid. [werkboek](#)
- Bereken de snelheid waarbij de kinetische energie gelijk is aan de rustenergie.



2** Als kinetische energie aan een voorwerp wordt toegevoegd neemt de massa van het voorwerp toe. De formule die die relatie legt tussen de snelheid van het voorwerp en de massa is:

$$m_b = \gamma \cdot m_0 \quad \text{met} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- m_b is de massa in het bewegend referentiestelsel (kg)
- m_e is de massa in het eigen (stilstaand) referentiestelsel (kg)
- v is de snelheid tussen de referentiestelsels A en B (m/s)
- c is de lichtsnelheid (m/s)

a Leg uit dat bij deze formule de massa toeneemt als de snelheid groter wordt.

Anna en Bea wegen allebei 50 kg. Bea gaat op reis in een raket die een snelheid krijgt van met 0,90c.

- Bereken de massa van Bea gezien vanuit het referentiestelsel van Anna.
- Bereken de massa van Anna gezien vanuit het referentiestelsel van Bea.
- Bereken bij welke snelheid Bea 500 kg weegt volgens Anna.

3*** In de klassieke mechanica geldt voor de kinetische energie: $E_K = \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2$. In de relativiteitstheorie geldt $E_K = E_{\text{tot}} - E_{\text{rust}}$ met $E_{\text{tot}} = \gamma \cdot E_{\text{rust}}$ en $E_{\text{rust}} = m_0 \cdot c^2$

- Bereken met de klassieke formule de kinetische energie van een voorwerp met een rustmassa van 20 kg en een snelheid van 0,7c.
- Bereken met de relativiteitstheorie de kinetische energie van een voorwerp met een rustmassa van 20 kg en een snelheid van 0,7c.
- Hoeveel procent verschil is er tussen de klassieke en de relativistische kinetische energie?

- 4***** Een heliumatoom bestaat uit twee protonen, twee neutronen en twee elektronen.
- a** Bereken de rustenergie van een heliumatoom.

Heliumatomen krijgen tijdens een supernova een totale energie van 3,50 nJ.

- b** Bereken de snelheid van de heliumatomen met $E_k = \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2$.
- c** Leg uit waarom je deze formule voor de kinetische energie niet mag gebruiken.
- d** Bereken de snelheid van de heliumatomen met $E_{\text{tot}} = m_b \cdot c^2$.

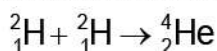
- 5***** Een ruimteschip versnelt vanuit stilstand tot 33% van de lichtsnelheid.

- a** Bereken met hoeveel procent de totale energie van het ruimteschip toeneemt.

Het ruimteschip versnelt verder totdat zijn totale energie drie keer zo groot is als de rustenergie.

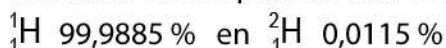
- b** Bereken de snelheid van het ruimteschip bij deze energie.

- 6***** In Nederland wordt jaarlijks 2600 PJ (petajoule) energie verbruikt. Mogelijk lukt het om in de toekomst energie te produceren door het laten fuseren (samensmelten) van deuterium-kernen. Deuterium is de naam van het isotoop van waterstof waarbij de kern één proton en één neutron bevat. De volgende kernreactie treedt hierbij op:



- a** Toon aan dat bij deze reactie 23,8 MeV energie vrijkomt.
HINT zoek de massa's op van de deeltjes voor en na de reactie en bereken het verschil in massa.
- b** Bereken hoeveel ${}^2_1\text{H}$ kernen er jaarlijks nodig zijn om Nederland van energie te voorzien.

Waterstof komt op aarde voor in twee isotopen:



- c** Bereken hoeveel ${}^2_1\text{H}$ kernen er in een kilogram water zitten.
- d** Bereken hoeveel kilogram water er jaarlijks nodig is om Nederland van energie te voorzien.

15.5 Algemene relativiteitstheorie

1** De algemene relativiteitstheorie is gefundeerd op het equivalentieprincipe.

a Beschrijf het equivalentieprincipe met eigen woorden.

Vincent beweert dat het equivalentieprincipe inhoudt dat zwaartekracht niet bestaat.

b Leg uit wat Vincent met deze stelling bedoelt.

c Ben je het met Vincent eens?

2** Zonder het te beseffen gebruikt Newton de grootheid massa op twee verschillende manieren.

a Welke twee manieren zijn dit?

b Leg uit hoe de grootheid massa in de theorie van Newton wordt gebruikt.

3*** Uit het equivalentieprincipe volgt dat licht afbuigt door de zwaartekracht.

a Leg uit waarom licht door de zwaartekracht afbuigt.

Ook zonder het equivalentieprincipe kun je concluderen dat licht afbuigt door de zwaartekracht. Er geldt immers: $E = mc^2$.

b Leg uit hoe je met $E = mc^2$ kunt concluderen dat licht afbuigt door de zwaartekracht.

c Bereken de massa van een foton met een golflengte van 500 nm.

d Bereken de zwaartekracht op dit foton bij de oppervlakte van de aarde.

Vallend foton

Lees het volgende artikel.

Lichtgewicht?

Een foton heeft geen rustmassa maar wel energie. Echter volgens de vergelijking van Einstein $E = mc^2$ zijn massa en energie equivalente begrippen. Maar iets dat massa heeft, hoe gering ook, moet gevoelig zijn voor de zwaartekracht! In 1960 slaagden de natuurkundigen Pound en Rebka erin dit idee van Einstein experimenteel te testen. Zij richtten γ -fotonen vanaf de top van de Harvard-toren naar de aarde. Tijdens deze val neemt de fotonenergie toe onder invloed van de zwaartekracht. Daarmee wordt ook de frequentie van de fotonen groter. Deze minieme toename in de frequentie konden Pound en Rebka meten. Voor dit experiment is de extreme nauwkeurigheid van $1:10^{15}$ vereist.



Figuur 1 De toren van Harvard

Voor de fotonen gebruikten Pound en Rebka γ -straling afkomstig van $^{57}_{26}\text{Fe}$.

Deze isotoop ontstaat bij een vervalreactie, waarbij $^{57}_{27}\text{Co}$ een deeltje invangt.

- 2p **a** Geef de reactievergelijking van het ontstaan van $^{57}_{26}\text{Fe}$.

De gevormde $^{57}_{26}\text{Fe}$ -kern bevindt zich in een soort aangeslagen toestand en valt terug naar de grondtoestand onder uitzenden van de γ -straling, met een halveringstijd $\tau = 9,8 \cdot 10^{-8} \text{ s}$.

Voor het experiment is een voortdurende stroom γ -fotonen nodig.

- 2p **b** Leg uit dat de korte halveringstijd geen probleem is voor deze voortdurende stroom γ -fotonen.

Voor de frequentie f_g van de fotonen op de grond geldt:

$$hf_g = hf_h + E_z \quad \text{waarin geldt} \quad E_z = \frac{hf_h}{c^2} gH$$

Hierin is:

- f_g de frequentie waarmee een foton de grond bereikt;
- f_h de frequentie waarmee een foton in de top van de toren wordt uitgezonden;
- E_z de zwaarte-energie van een foton;
- h de constante van Planck;
- H de hoogte van de toren: $H = 22,6 \text{ m}$;
- g de valversnelling;
- c de lichtsnelheid.

- 3p **c** Leid de uitdrukking voor E_z af.

De nauwkeurigheid van het experiment moet zo groot zijn, omdat de verandering in de fotonenergie tijdens de val erg klein is. De verhouding tussen E_z en de oorspronkelijke fotonenergie bepaalt namelijk hoe groot de nauwkeurigheid in dit experiment moet zijn.

- 3p **d** Bereken deze verhouding bij dit experiment.

15.6 Gekromde ruimte

1** De planeet Jupiter heeft vier manen. Europa is de kleinste van hen en heeft een straal van 1568 km en een massa van $4,8 \cdot 10^{22}$ kg.

- a Bereken de dichtheid van de maan Europa.
- b Breken de ontsnappingssnelheid van Europa.
- c Bereken de Schwarzschildstraal van Europa.

2** De zon heeft een Schwarzschildstraal van 2,95 km. Als het grootste deel van het waterstof is verbruikt zwelt de zon op en wordt ze een rode reus. Uiteindelijk krijgt de zon een straal die 250 keer groter is dan de huidige straal, ongeveer gelijk aan de afstand tussen de aarde en de zon. Gezien vanaf de aarde vult de zon dan het grootste deel van de hemel.

- a Verandert de Schwarzschildstraal van de zon als ze een rode reus is geworden?

3** Een ster die 1,5 tot 3 keer zo groot is dan de zon eindigt zijn leven als neutronenster. De interne druk is zo groot dat de elektronen in de atoomkernen worden geperst, waarbij protonen veranderen in neutronen. Een neutronenster is een bol met op elkaar gestapelde neutronen. Een neutronenster met de massa van de zon heeft een straal van 10 km.

- a Leg uit waarom neutronenster met een straal van 10 km geen zwart gat is.

Als een neutronenster materiaal uit de ruimte invangt, neemt zijn straal toe. De dichtheid verandert hierbij niet, omdat alle materie wordt omgezet in neutronen.

Voor de massa van een bol geldt: $m = \rho \cdot V$ met $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$.

- b Bereken de dichtheid van een neutronenster. Gebruik de massa van de zon.

Als een neutronenster voldoende materie heeft ingevangen wordt zijn straal gelijk aan zijn Schwarzschildstraal. De neutronenster is dan een zwart gat geworden.

De Schwarzschildstraal bereken je met: $R_s = \frac{2 \cdot G \cdot m}{c^2}$

Voor straal waarbij een neutronenster een zwart gat wordt geldt: $r = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi \cdot G \cdot \rho}}$

- c Leid deze formule af.
- d Bereken bij welke straal een neutronenster een zwart gat wordt.
- e Bereken de massa van deze neutronenster uitgedrukt in zonmassa's.

4⁺⁺ Is de straal van een bolvormig voorwerp gelijk is aan zijn Schwarzschildstraal, dan wordt dit voorwerp een zwart gat. Voor de dichtheid van zo'n zwart gat geldt:

$$\rho = \frac{3c^6}{32\pi \cdot G^3 \cdot m^2} \text{ . Dit is de minimale dichtheid van een zwart gat.}$$

- + **a** Leid deze formule af.
- b** Bereken de minimale dichtheid van een zwart gat met een Schwarzschildstraal van 1,0 mm.

5^{*}** Een GPS-satelliet draait rond de aarde met een snelheid van 4,0 km/s. De klok van een GPS-satelliet wijkt dagelijks 39 μ s af van een klok op aarde. Deze afwijking wordt veroorzaakt door de snelheid (speciale relativiteit) én door de gravitatie (algemene relativiteit).

- a** Beredeneer of de speciale relativiteit ervoor zorgt dat de GPS-klok voorloopt of achterloopt met een klok op aarde.
- b** Beredeneer of de algemene relativiteit ervoor zorgt dat de GPS-klok voorloopt of achterloopt met een klok op aarde.
- c** Vul de formule in waarmee je de dagelijkse afwijking van de GPS-klok vanwege zijn snelheid (speciale relativiteit) kunt uitrekenen.
- d** Leg uit waarom je rekenmachine dit niet kan uitrekenen.
- e** Vul de formule in waarmee je de dagelijkse afwijking van de GPS-klok vanwege zijn hoogte (algemene relativiteit) kunt uitrekenen.
- f** Leg uit waarom je rekenmachine dit niet kan uitrekenen.