

11 Kromlijnnige beweging

vwo

11.1 Projectielen afschieten

1** Een kogel wordt horizontaal weggeschoten vanaf een 100 m hoge toren. De horizontale beginsnelheid is 100 m/s. Luchtweerstand wordt verwaarloosd.

- a** Bereken het tijdstip waarop de kogel de grond raakt.
- b** Bereken de horizontale afstand die de kogel aflegt.
- c** Bereken de verticale snelheid v_y op het moment dat de kogel de grond raakt.
- d** Bereken de hoek waarmee de kogel de grond raakt.
- e** Leg uit hoe je de baan van de kogel kunt berekenen.
- f** Teken het (v_x, t) -diagram van de horizontale beweging.
- g** Bepaal de horizontale verplaatsing uit het (v_x, t) -diagram.
- h** Teken het (v_y, t) -diagram van de verticale beweging.

Stel dat de luchtweerstand niet verwaarloosbaar is.

- i** Schets in het (v_x, t) -diagram van vraag 2a hoe v_x in dit geval van de tijd afhangt. Gebruik een andere kleur.
- j** Schets in het (v_y, t) -diagram van vraag 2b hoe v_y in dit geval van de tijd afhangt. Gebruik een andere kleur.
- k** Iemand beweert dat de kogel met luchtweerstand verder weg komt dan zonder luchtweerstand omdat de valtijd langer is. Leg uit of je het hiermee eens bent.

2*** Jan en Jantje doen een wedstrijd wie een steen het verst van een toren kan gooien. Jan is sterker en gooit hij de steen met twee keer zo veel beginsnelheid als Jantje. Jantje is slimmer en gaat op een twee keer zo hoge toren staan. Beide kinderen gooien de steen horizontaal weg. Luchtweerstand wordt verwaarloosd. De steen van Jantje valt later op de grond dan de steen van Jan. Er geldt: $t_{\text{Jantje}} = \sqrt{2} \cdot t_{\text{Jan}}$

- a** Toon dit aan.

Omdat de beginsnelheid van Jan twee keer zo groot is gooit hij verder dan Jantje. Er geldt:

$$x_{\text{Jantje}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot x_{\text{Jan}} = 0,71 \cdot x_{\text{Jan}}$$

- b** Toon dit aan.

Jan en Jantje besluiten om vanaf dezelfde hoogte te gooien, maar omdat Jantje jonger is mag hij een lichtere steen gooien.

- c** Leg uit waarom Jantje een lichtere steen verder kan gooien dan een zwaardere steen.

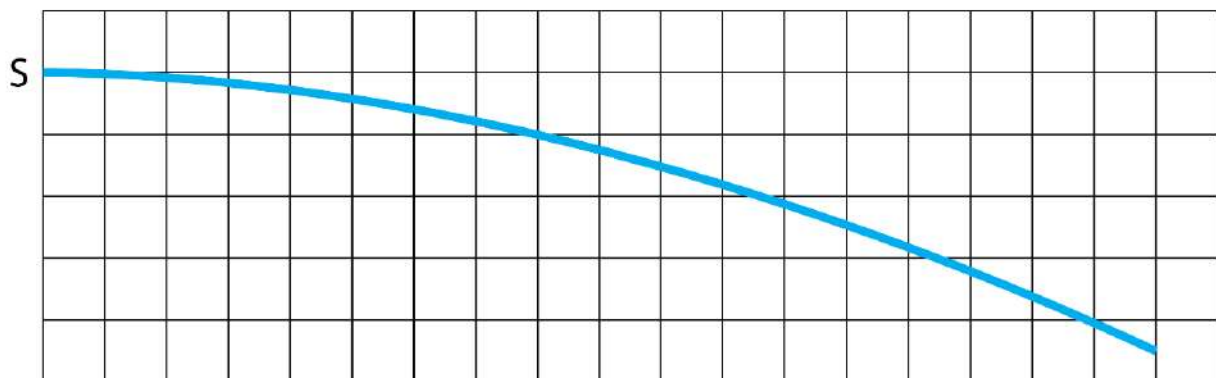
- 3***** Op 1,00 km hoogte vliegt een vliegtuig horizontaal met constante snelheid. Er is geen wind. Een parachutist laat zich op het tijdstip $t=0$ uit het vliegtuig vallen. De verticale snelheid v_y van de parachutist is op dit tijdstip nul. Zijn parachute blijft nog gesloten.



We houden eerst geen rekening met de luchtweerstand. In de figuur hieronder is de vorm getekend van de baan die de parachutist in dit geval zou doorlopen gedurende de eerste 3,0 seconden.

De figuur is een (y, x) -diagram en de grafiek geeft de baan van de parachutist.

- een hokje in de tekening komt overeen met 10 m in werkelijkheid
- S is het beginpunt van de baan



- Toon aan dat de verticale afstand overeenkomt met een vrije val van 3,0 s.
- Bepaal met behulp van bovenstaande figuur de grootte van de snelheid van het vliegtuig.
- Teken het (snelheid, tijd)-diagram van de verticale snelheid v_y als functie van de tijd, voor het tijdsinterval $0 \leq t \leq 3,0$ s.

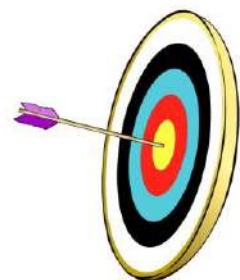
In werkelijkheid moet je wel rekening houden met de luchtweerstand.

- Schets met een andere kleur in het (v, t) -diagram van vraag b hoe de verticale snelheid v_y in dat geval verloopt als functie van de tijd gedurende het tijdsinterval $0 \leq t \leq 3,0$ s.

Op 100 m hoogte boven het aardoppervlak heeft de parachutist een constante verticale snelheid van 5,0 m/s. Door de wrijving is zijn horizontale snelheid op dat moment 0,0 m/s. De parachutist hangt dan precies boven zijn doel. Vanaf 100 m hoogte komt de parachutist plotseling terecht in een sterke horizontale luchtstroom. Deze geeft aan de parachutist een constante, horizontaal gerichte versnelling van $0,50 \text{ m/s}^2$ totdat hij op de grond komt.

- Bereken hoever de parachutist naast het doel landt.

- 4***** Bij het boogschieten wordt een pijl vanaf een hoogte van 1,65 m horizontaal weggeschoten. De schietschijf staat op een afstand van 15,0 m. De roos (het midden) van de schietschijf ligt op 1,00 m hoogte.



- a** Bereken de horizontale snelheid waarmee de pijl weggeschoten moet worden om in de roos te komen. Verwaarloos de luchtweerstand.

In werkelijkheid kan de luchtweerstand niet worden verwaarloosd. De pijl remt in horizontale richting eenparig af. De invloed van de luchtweerstand op de verticale snelheid kan wél worden verwaarloosd, omdat deze snelheid relatief klein is. Een pijl die met een snelheid van 50,0 m/s horizontaal in de richting van het middelpunt van de schietschijf wordt afgeschoten, komt 15 cm onder de roos.

- b** Bereken de horizontale component van de snelheid die de pijl heeft op het tijdstip waarop hij de schietschijf raakt.

5**** Je wil een bal zo hoog mogelijk tegen een muur gooien. Daarvoor moet je de bal zo gooien dat de verticale snelheid nul is op het moment dat hij de muur raakt. Je staat op een afstand van 10 m van de muur. Als de bal loskomt van je hand heeft hij een hoogte van 1,5 m. De bal komt 14 m hoog. Verwaarloos de luchtweerstand.

- a** Bereken de snelheid waarmee je de bal hebt weggegooid. **HINT** bereken v_x en v_y en gebruik Pythagoras
b Bereken de hoek waarmee je de bal hebt weggegooid.

6+ Bij het boogschieten wordt een pijl vanaf een hoogte van 1,65 m met een snelheid van 20 m/s schuin omhoog weggeschoten onder een hoek van 10° met de horizontaal. De schietschijf staat op een afstand van 15,0 m. De roos (het midden) van de schietschijf ligt op 1,00 m hoogte. Verwaarloos de luchtweerstand.

- a** Bereken hoever de pijl boven of onder de roos in de schietschijf komt.
HINT $\Delta y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$ met $a = -9,81 \text{ m/s}^2$
b Bereken de hoek die de pijl met het horizontale vlak bij het raken van de schietschijf.
HINT $v_y = v_{y0} + a \cdot t$ met $a = -9,81 \text{ m/s}^2$

7+ Een golfbal wordt met een snelheid van 40,0 m/s schuin omhoog weggeslagen onder een hoek van $40,0^\circ$ met de horizontaal. De put ligt op 160 m afstand. Luchtweerstand wordt verwaarloosd.

- a** Bereken hoe ver de golfbal voor of achter de put komt. **HINT** gebruik $v_y = v_{y0} + a \cdot t$ met $a = -9,81 \text{ m/s}^2$
b Bereken de hoogte van de golfbal op het hoogste punt.

11.2 Eenparige cirkelbeweging

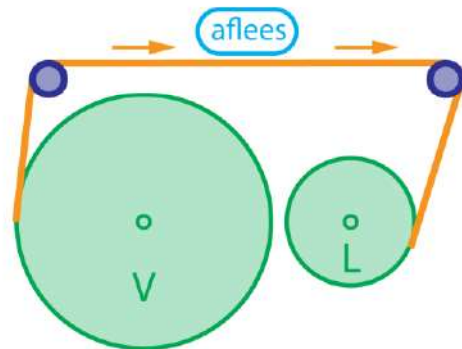
- 1***
- a** Wat is een eenparige cirkelbeweging?
 - b** Waarom is er voor een eenparige cirkelbeweging een kracht nodig?
 - c** Hoe heet deze kracht en wat weet je van deze kracht?
- 2****
- Waar komt de middelpuntzoekende kracht in onderstaande gevallen vandaan?
- a** Een steen aan een touw die horizontaal wordt rondgeslingerd.
 - b** Een steen aan een touw die verticaal wordt rondgeslingerd.
 - c** Een zitje van een draaiende zweefmolen.
 - d** De was in een horizontaal draaiende centrifuge.
 - e** De was in een verticaal draaiende centrifuge.
 - f** Een satelliet die om de aarde draait.
- 3****
- Je rijdt met je fiets 100 meter in 13 seconden. De omtrek van je fietswiel is 2,2 meter.
- a** Hoe groot is de baansnelheid van je fietsband?
 - b** Bereken de straal van je fietswiel.
 - c** Bereken de omlooptijd van je fietswiel.
 - d** Bereken de (draai) frequentie van het wiel.
- 4****
- Een tandartsboortje heeft een toerental van $2,5 \cdot 10^5$ toeren per minuut (RPM). De diameter van het boortje is 1,5 mm.
- a** Bereken de baansnelheid van de buitenkant van het boortje.
- 5*****
- Een wasmachine heeft tijdens het centrifugeren een toerental van 1200 rotaties per minuut.
- a** Bereken de (rotatie) frequentie van de trommel tijdens het centrifugeren.
- De trommel heeft een diameter van 45 cm. Een natte handdoek van 600 gram wordt tegen de trommelwand rondgeslingerd.
- b** Waarom "plakt" tijdens het centrifugeren de natte handdoek tegen de trommelwand?
 - c** Bereken de baansnelheid van de natte handdoek tijdens het centrifugeren.
 - d** Bereken de middelpuntzoekende kracht op de natte handdoek tijdens het centrifugeren.
 - e** Leg uit hoe de centrifuge er voor zorgt dat de handdoek droger wordt.
 - f** Leg uit of F_{mpz} tijdens het centrifugeren groter wordt, kleiner wordt of gelijk blijft.



6** De maan draait in 27,32 dagen om de aarde. De afstand van de maan tot de aarde is $384,4 \cdot 10^3$ km.

- Bereken de omlooptijd en de omloopfrequentie van de maan.
- Bereken de baansnelheid van de maan.

7*** Bij een cassetterecorder wordt muziek opgenomen op een dunne opgerolde magneetband. Tijdens het afspelen loopt de band met een snelheid van 5,00 cm/s van een volle spoel V naar een lege spoel L.



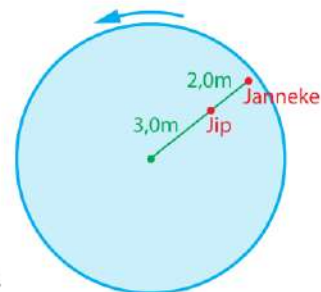
Aan de zijkanten zijn twee wieltjes om de band langs de afleeskop te geleiden. Deze wieltjes hebben een diameter van 8,0 mm. De speelduur van de cassette is 45,0 min.

- Bereken de lengte van de cassetteband.
- Bereken de omlooptijd van een geleidingswieltje.

De volle spoel heeft een diameter van 4,50 cm en de lege spoel heeft een diameter van 2,00 cm.

- Bereken de omlooptijd van de volle spoel.
- Hoeveel omlopen maakt de lege spoel in één omloop van de volle spoel?

8** Jip en Janneke zitten naast elkaar in een draaimolen die 10 rondjes per minuut maakt. Jip zit op 3,0 meter van de draaias en Janneke op 5,0 m.



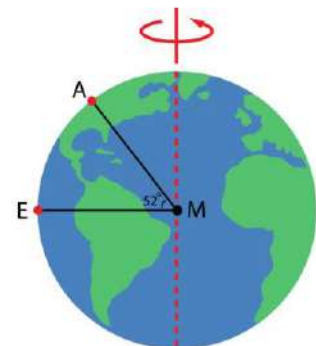
- Bereken de omlooptijd en de omloopfrequentie van de draaimolen.
- Bereken de baansnelheden van Jip en van Janneke.
- Bereken de afstanden die Jip en Janneke in 1,0 minuut afleggen.
- Bereken de middelpuntzoekende versnelling a_{mpz} van Jip en van Janneke.

Janneke beweert dat F_{mpz} op haar even groot is als op Jip.

- Leg uit of ze daarin gelijk kan hebben.

9*** De aarde draait in één dag om haar as. De straal van de aarde is $6,378 \cdot 10^6$ m.

- Hoe groot is de baansnelheid op de Noordpool?
- Hoe groot is de baansnelheid op de evenaar?
- Hoe groot is de middelpuntzoekende kracht op een persoon van 70 kg op de evenaar?
- Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?



Amsterdam ligt op 52 graden noorderbreedte, zie figuur.

e Is de baansnelheid in Amsterdam groter, kleiner of even groot als v_{baan} op de evenaar?

Voor de middelpuntzoekende kracht geldt: $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r} = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$

f Toon dit aan.

g Is de middelpuntzoekende kracht op een persoon van 70 kg in Amsterdam groter, kleiner of even groot als F_{mpz} op de evenaar?

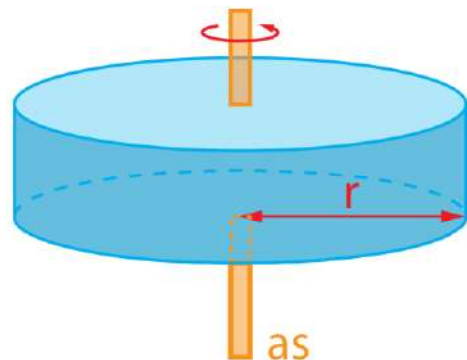
h Bereken F_{mpz} op een persoon van 70 kg in Amsterdam. **HINT** bereken eerst de straal van de cirkelbaan in Amsterdam

10*** Een vliegwiel kan worden gebruikt om de remenergie van een stadsbus terug te winnen. Als de bus afremt wordt zijn bewegingsenergie opgeslagen in een vliegwiel. Bij het optrekken wordt een deel van de opgeslagen energie weer gebruikt. Het maximale toerental van het vliegwiel is zeer hoog. Een vlieg, die op de rand ervan zou meedraaien, zou daarbij een snelheid krijgen van 2500 km/h. De straal van het vliegwiel is 40,0 cm.

a Bereken het maximale aantal omwentelingen per minuut van het vliegwiel.

Als er werkelijk een vlieg op het vliegwiel zou meedraaien dan zou er op de vlieg, in vergelijking met de zwaartekracht, een zeer grote kracht werken.

b Bereken hoeveel maal deze kracht groter is dan de zwaartekracht op de vlieg.



11.3 Horizontale cirkelbeweging

- 1**** Een vrachtauto met een massa van 10 ton rijdt met 80 km/h door een bocht. De bocht heeft een straal van 300 m.
- a** Bereken de middelpuntzoekende kracht op de vrachtauto.
 - b** Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?

- 2***** Sanne ($m = 63$ kg) rijdt op haar scooter met een snelheid van 45 km/h door een bocht met een straal van 20 meter.
- a** Voelt Sanne dat ze een bocht neemt?
 - b** Bereken F_{mpz} op Sanne.
 - c** Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?



Daarna komt er een scherpe bocht met een straal van 5,0 m. Sanne wil de bocht nemen met dezelfde middelpuntzoekende kracht.

- d** Met welke snelheid moet Sanne de scherpe bocht nemen?

Om niet uit de bocht te vliegen mag de middelpuntzoekende versnelling niet groter zijn dan de valversnelling $9,81 \text{ m/s}^2$.

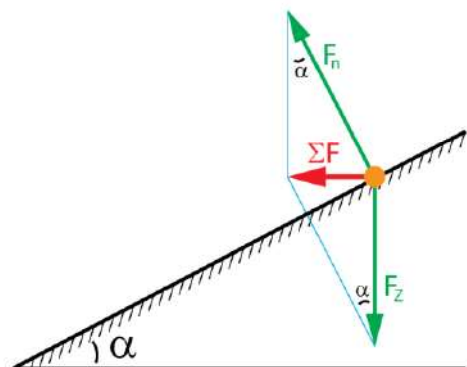
- e** Bereken de maximale snelheid waarmee Sanne de bocht mag nemen.

Als de weg na een regenbui glad is mag F_{mpz} maximaal de helft zijn als op een droge weg.

- f** Moet Sanne dan ook met de helft van de snelheid de bocht nemen? Zo nee, met welke snelheid dan wel?

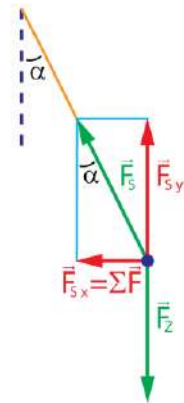
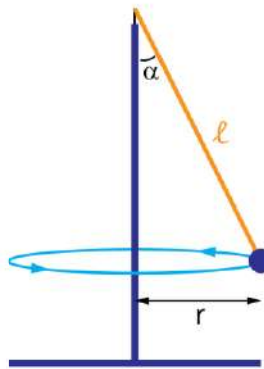
- 3***** Om de bocht sneller te kunnen nemen wordt bij een racecircuit het wegdek in de bocht schuin gemaakt. In de figuur zijn de krachten getekend die hierbij belangrijk zijn.

- a** Bereken hoek α die het wegdek moet hebben, zodat een raceauto met een massa van 800 kg met 252 km/h een bocht kan nemen met een straal van 200 m, zonder zijwaartse wrijvingskracht op de wielen.
- b** Bereken de normaalkracht op de raceauto tijdens het nemen van de bocht.
- c** Leg uit waarom de raceauto bij droog weer de bocht met een hogere snelheid kan nemen dan tijdens een regenbui.



- 4***** Een bal met een massa van 2,00 kg hangt aan een touw. De afstand tussen het ophangpunt en het zwaartepunt van de bal is 1,50 m. De bal draait in een cirkel om het statief, waarbij de hoek tussen het touw en het statief $30,0^\circ$ is.

- Bereken de spankracht in het touw.
- Bereken de horizontale component van de spankracht.
- Stel de horizontale component gelijk aan F_{mpz} en bereken de omlooptijd in seconden.



Als de baansnelheid v toeneemt wordt hoek α tussen het touw en het statief steeds groter. De relatie tussen de baansnelheid v en hoek α is: $v = \sqrt{\ell \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \tan \alpha}$

- Toon dit aan. Stel hiertoe de horizontale component van de spankracht in het touw gelijk aan de middelpuntzoekende kracht.

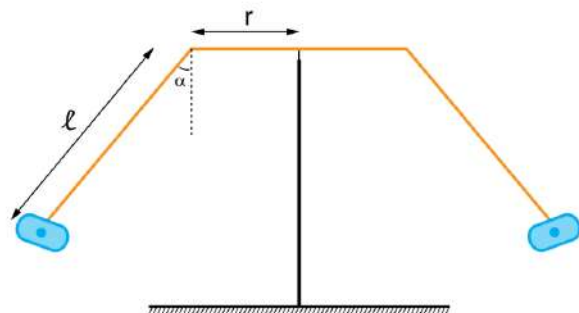
- 5****** Voor een cirkelslinger geldt: $T_{\text{cirkelslinger}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell \cdot \cos \alpha}{g}}$.

- Bewijs deze formule. Gebruik $v = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan \alpha}$ | $r = \ell \cdot \sin \alpha$ | $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

Voor een slinger geldt $T_{\text{slinger}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$. Voor kleine waarde van α geldt $T_{\text{slinger}} = T_{\text{cirkelslinger}}$.

- Toon dit aan.

- 6***** Op de kermis is een super-zweefmolen waarin je met grote snelheid wordt rondgeslingerd. Samen met je vriendin neem je plaats in de gondel. De massa van de gondel met jullie erin is 140 kg. De afstand ℓ tussen het ophangpunt en het zwaartepunt van de gondel plus passagiers is 7,50 m. De straal van het dak van de zweefmolen is $r = 3,00$ m. Zie figuur.



In het begin is de hoek α tussen de ketting en de verticaal $40,0^\circ$ (zie figuur).

- Bereken de spankracht in de ketting.
- Bereken de horizontale component van de spankracht.
- Bereken de baansnelheid.
- Bereken de omlooptijd in seconden.

Als de zweefmolen op topsnelheid draait is hoek α $80,0^\circ$.

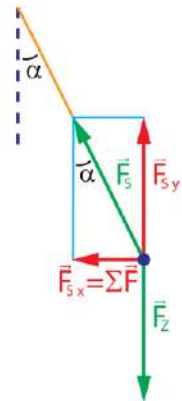
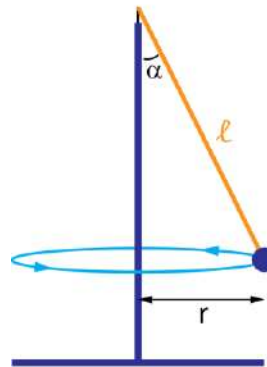
e Bereken de baansnelheid in km/h.

Met G-kracht wordt bedoeld hoeveel keer de middelpuntzoekende kracht groter is dan de zwaartekracht. G-kracht is een verhouding tussen twee krachten en heeft dus geen eenheid.

f Bereken de G kracht als de zweefmolen op topsnelheid draait.

7***

Bij het kogelslingeren wordt een zware kogel zover mogelijk weggeslingerd. De kogel wordt hierbij eerst aan een staalkabel in een horizontale cirkelbaan rondgeslingerd. Op een bepaald moment laat de atleet los en vliegt de kogel weg. Vlak voordat de atleet de kogel loslaat heeft de kogel een constante draaisnelheid van 104 km/h en heeft de horizontale cirkelbaan een straal van 1,80 m. De massa van de kogel is 7,26 kg. De massa van de staalkabel is verwaarloosbaar.



a Bereken de kracht die de arm van de atleet op de staalkabel uitoefent.

b Bereken de hoek α tussen de kabel en de verticaal.

Het vlak van de cirkelbaan bevindt zich 1,50 m boven de grond.

c Bereken de afstand waarover de kogel wordt gegooid. Verwaarloos hierbij de luchtweerstand.

In 1986 vestigde Joeri Sedych het wereldrecord kogelslingeren op 86,74 m. Dit record is tot op heden niet gebroken.

d Verklaar het grote verschil tussen de wereldrecordafstand en de berekende afstand bij vraag c.

11.4 Verticale cirkelbeweging

1** Een spectaculaire attractie op de kermis is de Booster XXX, waarbij aan een rechtopstaande mast een grote arm is bevestigd. Aan beide uiteinden van de arm bevindt zich een gondel, waarin acht personen kunnen plaatsnemen. Op het uithangbord bij de Booster staan de volgende gegevens.

- snelheid 125 km/h
- hoogte 60 m
- versnelling $4,3\text{ g}$ ($4,3 \cdot 9,81$)

Met de hoogte wordt de diameter van de arm bedoeld.

- Bereken de omlooptijd.
- Leg uit of de gegevens op het uithangbord met elkaar in overeenstemming zijn.



2*** Vera ($m = 47\text{ kg}$) zit op een schommel met touwen van 2,4 meter lang. De massa van de touwen en van de zitplank wordt verwaarloosd.

- Bereken de spankracht in één touw als Vera nog niet aan het schommelen is.

Vera gaat schommelen waarbij ze met een snelheid van $3,0\text{ m/s}$ de evenwichtsstand (het onderste punt) passeert.

- Is de spankracht in een touw groter, kleiner of gelijk aan de spankracht als Vera stil hangt.
- Bereken de middelpuntzoekende kracht als Vera het onderste punt passeert.
- Bereken de spankracht in één touw als Vera het onderste punt passeert.



3*** Een emmer water wordt verticaal rondgeslingerd aan een touw. De afstand van het draaipunt tot het zwaartepunt van het water is $1,0\text{ m}$.

- Bereken hoe vaak de emmer per minuut moet rondgaan om ervoor te zorgen dat het water in de emmer blijft.

Er zit $3,0\text{ kg}$ water in de emmer. De emmer maakt $1,0$ rondje per seconde.

- Bereken de spankracht in het touw op het hoogste en op het laagste punt.

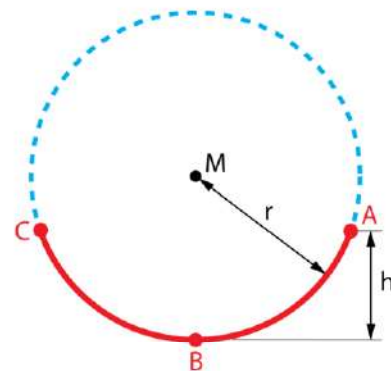
Op het hoogste punt breekt het touw.

- Leg uit of de emmer horizontaal of verticaal wegvliegt.
- Leg uit of het water nadat het touw is gebroken totdat het de grond raakt in de emmer blijft.

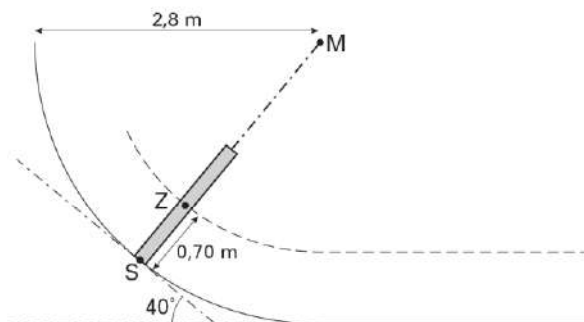


4*** Bij het ringzwaaien beschrijft je zwaartepunt een deel van een cirkelbaan. Zie figuur. De straal r van de cirkel is 4,5 m. Op het moment dat je het hoogste punt van je baan (punt A) bereikt bevindt je zwaartepunt zich 3,0 m boven het laagste punt (punt B). Je massa is 70 kg.

- Bereken je snelheid bij het passeren van punt B.
HINT gebruik de wet van behoud van energie
- Bereken de middelpuntzoekende versnelling bij het passeren van punt B.
- Bereken de kracht die je beide handen in het laagste punt moeten uitoefenen (de normaalkracht).



5**** Een skater valt in een halfpipe omlaag en beschrijft daarbij een cirkelvormige baan. In de figuur wordt de skater voorgesteld als een rechthoek met zwaartepunt Z. De massa van de skater is 65 kg. In de situatie van figuur 1 heeft de skater een snelheid van 7,5 m/s.



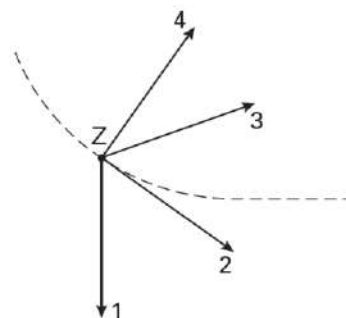
- Bereken de middelpuntzoekende kracht F_{mpz} op de skater.
- Bereken de component $F_{z,x}$ van de zwaartekracht evenwijdig aan de helling bij $\alpha = 40^\circ$. Zie figuur.

HINT voor een beweging langs een helling geldt: $F_{zx} = F_z \cdot \sin \alpha$ en $F_{zy} = F_z \cdot \cos \alpha$. De x-richting is langs de helling naar beneden en de y-richting staat loodrecht op de helling omhoog.

- Bereken de component a_x van de versnelling evenwijdig aan de helling op het moment dat $\alpha = 40^\circ$ (zie figuur).
- Bereken de component van de zwaartekracht die loodrecht op de helling staat $F_{z,y}$.
- Bereken de normaalkracht die de helling op de skater uitoefent.

In de figuur rechts zijn met genummerde pijlen vier richtingen aangegeven. Eén van deze richtingen is bij benadering de richting van de resulterende kracht op de skater

- Leg uit welke pijl deze richting het beste benadert.



6**** David staat op het dak van een huis met een slinger van 1,00 m lengte. Hij laat hiermee een steen van 300 g in het verticale vlak een cirkelbeweging uitvoeren met een frequentie van 4,00 Hz. Het dak is 5,00 m hoog.

- a** Bereken de minimale en maximale waarde van de spankracht in het touw van de slinger tijdens de cirkelbeweging.

Als de hoek van de slinger met de horizontaal 45° is laat David de slinger los, zodat de steen wegschiet. Op dat moment bevindt de slinger zich 0,80 m boven het dak. Verwaarloos de luchtweerstand.

- b** Bereken de snelheid waarmee de steen wordt weggeslingerd.
c Bereken de maximale hoogte die de steen bereikt gemeten vanaf de grond.
d Bereken de horizontale afstand die de steen heeft afgelegd op het moment dat hij op de grond komt.
e Bereken de snelheid waarmee de steen op de grond komt.
f Bereken de hoek waarmee de steen op de grond komt.



11.5 Gravitatie

- 1**** Twee stenen hebben beide een massa van 1,0 kg. De zwaartepunten van de stenen bevinden zich op 1,0 m afstand van elkaar.

a Bereken de aantrekkende gravitatiekracht die deze stenen op elkaar uitoefenen.

In gedachten laten we de stenen krimpen tot een punt. Je spreekt dan van een puntmassa.

- b** Bereken de afstand tussen twee puntmassa's van 1,0 kg die een gravitatiekracht van 1,0 N op elkaar uitoefenen.

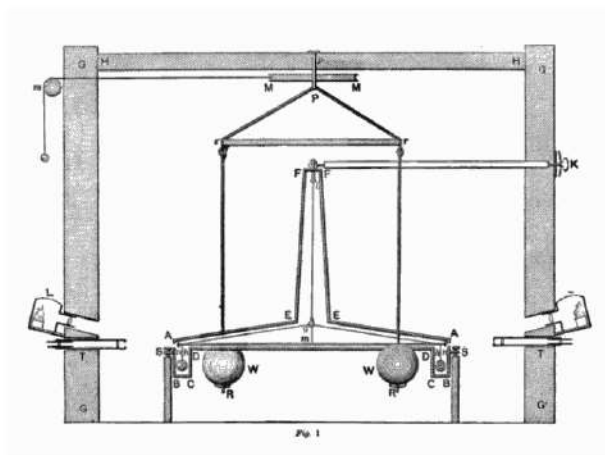
- 2**** De valversnelling heeft als symbool g en de gravitatieconstante G .

a Leid de formule af voor g die volgt uit de gravitatiewet van Newton.

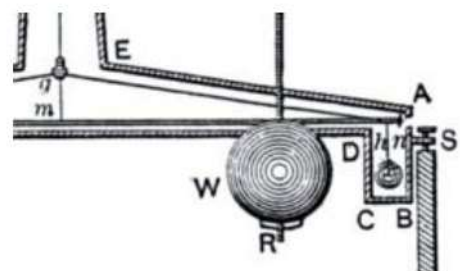
b Geef de eenheid af van de gravitatieconstante G in basiseenheden.

c Leid de eenheid van g af uit de gravitatiewet van Newton.

- 3***** Omdat de gravitatiekracht tussen twee massa's erg zwak is kost het bepalen G veel moeite. In 1798 lukte het Henry Cavendish om met een ingenieus meetinstrument voor G een waarde van $6,754 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ te bepalen. In zijn meetinstrument bevinden zich twee loden bollen, zie figuur 1.



Figuur 1



detail met de loden bollen

De grote bol heeft een diameter van 300 mm en de kleine bol een diameter van 51 mm.

Voor het volume van een bol geldt $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$.

- a** Bereken de massa's van de twee loden bollen.
- b** Bereken de gravitatiekracht tussen de twee bollen als de afstand tussen de bollen gemeten vanaf de buitenkant 1,0 cm is.

- 4**** Met behulp van de waarde van G en de valversnelling g kan de dichtheid van de aarde worden berekend. Voor het volume van een bol geldt $V = \frac{4}{3} \pi r^3$. De omtrek van de aarde is 40.030 km. Gemiddeld is de valversnelling op aarde: $g = 9,82 \text{ m/s}^2$.

Voor de valversnelling op aarde geldt $g = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde}}^2}$.

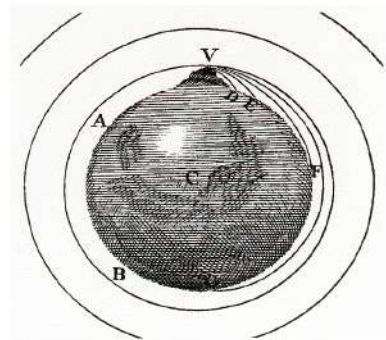
- a** Bereken de massa van de aarde.
- b** Bereken het volume van de aarde.
- c** Bereken de gemiddelde dichtheid van de aarde.

De dichtheid van natuurstenen zoals graniet en marmer zit tussen $1,8$ en $3,0 \text{ g/cm}^3$. De dichtheid van veel voorkomende metalen zoals ijzer, tin en zink zit tussen $7,0$ en $9,0 \text{ g/cm}^3$. **HINT** $1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$

- d** Welke conclusie kun je trekken uit bovenstaande gegevens in combinatie met het antwoord op vraag c?

- 5***** Isaak Newton legt voor het eerst het verband tussen het vallen van een voorwerp (een appel) en de cirkelbaan van de maan om de aarde. Hij verduidelijkt dit met het volgende gedachtenexperiment.

Met een kanon wordt een kogel horizontaal weggeschoten. Het kanon bevindt zich vlak boven zeeniveau. Naarmate de beginsnelheid van de kogel toeneemt wordt de kogel steeds verder weggeschoten. Als de luchtweerstand mag worden verwaarloosd maakt de kogel bij een bepaalde beginsnelheid een rondje om de aarde.



In de figuur zie je de illustratie van dit gedachtenexperiment in Newton's boek "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" Deel 3 "Het systeem van de wereld".

- a** Welke kracht werkt in dit gedachtenexperiment als middelpuntzoekende kracht?

Voor de beginsnelheid waarbij de kogel een rondje om de aarde maakt geldt $v = \sqrt{g \cdot r_{\text{aarde}}}$.

- b** Toon dit aan.
- c** Bereken de beginsnelheid waarbij dit het geval is. Verwaarloos de luchtweerstand.
- d** Bereken de omlooptijd van de kogel in uur.

- 6**** De massa van de aarde is $5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ en de massa van de maan is $0,0735 \cdot 10^{24} \text{ kg}$. De afstand van de maan tot de aarde is $384,4 \cdot 10^6 \text{ m}$.

- a** Bereken de gravitatiekracht die de Aarde op de Maan uitoefent.
- b** Bereken de gravitatiekracht die de Maan op de Aarde uitoefent.
- c** Bereken de baansnelheid van de maan.

7** De omlooptijd van de maan om de aarde (de siderische maand) duurt 27,321 dagen. De massa van de aarde is $5,972 \cdot 10^{24}$ kg.

- a** Gebruik de derde wet van Kepler om de afstand tussen de aarde en de maan te berekenen.

8** Planeet Mars heeft een omlooptijd om de zon van 687,0 dagen.

- a** Gebruik de derde wet van Kepler om de afstand tussen Mars en de zon te berekenen.

Omdat de planeten Aarde en Mars beide om de zon draaien verandert de afstand tussen Aarde en Mars voortdurend. Wil je een bemande ruimtevlucht naar Mars maken dan moet je een gunstig moment van vertrek kiezen, zodat de afstand niet al te groot is.

- b** Bereken de kortste afstand tussen Aarde en Mars.

Stel dat in een ruimtevlucht naar Mars de kortste afstand tussen Aarde en Mars wordt afgelegd en dat de reis 245 dagen duurt (8 maanden).

- c** Bereken de gemiddelde snelheid van de raket.

9** De afstand van de zon tot het centrum van de Melkweg is $2,5 \cdot 10^{20}$ meter. De omlooptijd van de zon is $2,45 \cdot 10^8$ jaar.

- a** Bereken de massa van het centrum van de Melkweg uitgedrukt in aantal keer de zonmassa.

De massa die je hebt berekend is niet helemaal goed.

- b** Verwacht je dat de werkelijke massa groter of kleiner is dan de berekende massa? Leg je antwoord uit.

10*** Een ruimtecapsule draait in een cirkelvormige baan 112 km boven het maanoppervlak. De omlooptijd is 119 minuten. De straal van de maan is $1,738 \cdot 10^6$ meter.

- a** Bereken de massa van de maan.

11*** De Europese weersatelliet MetOP heeft een polaire baan om de aarde.

- a** Leg uit wat met een polaire baan wordt bedoeld.

De MetOP satelliet heeft een omlooptijd van 101 minuten en brengt de aarde ongeveer twee keer per dag vrijwel volledig in kaart.

- b** Gebruik de derde wet van Kepler om de afstand van de MetOP satelliet tot het middelpunt van de aarde te berekenen.
c Hoeveel kilometer staat de MetOp satelliet boven het aardoppervlak?



- 12***** Het internationale ruimtestation ISS bevindt zich op een hoogte van 370 km.
- a** Bereken de omtrek van de baan van de ISS.
 - b** Gebruik de derde wet van Kepler om de omlooptijd van de ISS in zijn baan om de aarde te berekenen.
 - c** Bereken de snelheid van de ISS in zijn baan om de aarde.



- 13***** Om de positie op aarde te bepalen is sinds de jaren '80 van de vorige eeuw het GPS (Global Positioning System) in gebruik. Momenteel bestaat het GPS systeem uit 32 satellieten. Op ieder moment zijn er vanaf iedere plaats op aarde 9 GPS satellieten zichtbaar. Omdat een minimum van 4 zichtbare GPS satellieten vereist is om een positie vast te leggen is het systeem betrouwbaar. Ook als er een paar satellieten uitvallen blijft het GPS systeem werken.



Een GPS satelliet staat op een hoogte van 26.600 km gerekend vanaf het middelpunt van de aarde.

- a** Bereken de omlooptijd van de GPS satelliet.
- b** Bereken hoeveel graden de aarde om haar as is gedraaid in de omwentelingstijd van een GPS satelliet.
- c** Bereken hoeveel omwentelingen een GPS satelliet per dag om de aarde maakt.

- 14***** De Europese weersatellieten Meteosat, hebben een geostationaire baan om de aarde.
- a** Leg uit wat met een geostationaire baan wordt bedoeld.



Een geostationaire satelliet bevindt zich altijd boven de evenaar.

- b** Leg uit waarom dit noodzakelijk is.
- c** Bereken de afstand van een geostationaire satelliet tot het middelpunt van de aarde.
- d** Bereken hoe hoog een geostationaire satelliet zich boven het aardoppervlak bevindt.
- e** Bereken de baansnelheid van een geostationaire satelliet.

- 15***** Op 4 juli 1054 verscheen er in het sterrenbeeld Stier een nieuwe ster aan de hemel. In werkelijkheid was het geen nieuwe ster, maar een ster die aan het einde van zijn leven ontploft en als supernova zichtbaar wordt. In oude Chinese kronieken is deze gebeurtenis nauwkeurig opgeschreven, zodat de plaats van deze supernova goed bekend is. Kijken we nu naar deze plaats dan vinden we daar de Krabnevel. Met zekerheid kan gesteld worden dat de Krabnevel het restant is van de supernova uit 1054. De Krabnevel staat op een afstand van 6500 lichtjaar van de zon.



- a** Denk je dat de ster die de supernova heeft veroorzaakt daadwerkelijk is ontploft op 4 juli 1054? Zo nee, wanneer dan wel?

De Krabnevel is bolvormig en heeft een straal van 5,5 lichtjaar.

- b** Hoe vaak past het zonnestelsel tot aan Pluto in de Krabnevel?

HINT gebruik de formule voor het volume van een bol

In het centrum van de Krabnevel bevindt zich de Krabpulsar, een neutronenster die bijzonder snel roteert en veel elektromagnetische straling uitzendt. De omlooptijd van de Krabpulsar is 33,4 ms.

- c** Bereken de omloopfrequentie van de Krabpulsar.

De massa van de Krabpulsar is 1,4 keer de massa van de zon. De straal van de Krabpulsar is $1,4378 \cdot 10^{-5}$ keer de straal van de zon. Stel je voor dat iemand met een massa van 60 kg op het oppervlak van de Krabpulsar zou staan.

- d** Hoe groot is dan de gravitatiekracht op deze persoon?

Als deze persoon op de evenaar van de Krabpulsar gaat staan werkt er een middelpuntzoekende kracht.

- e** Bereken deze middelpuntzoekende kracht.

- f** Wordt vanwege de snelle rotatie de persoon van de Krabpulsar afgeslingerd?

- 16**** De ruimtesonde Pioneer-10 is op 3 maart 1972 gelanceerd om de Planeten Jupiter en Saturnus te onderzoeken. Daarbij is hij door de planetoïdegordel gevlogen. Op 3 december 1973 passeert Pioneer-10 de planeet Jupiter. Daarna is hij verdergegaan en is in 1983 voorbij Pluto gekomen. In 2002 is het laatste signaal van de Pioneer-10 opgevangen.



In 1983 is de Pioneer-10 zich op een afstand van $6,2 \cdot 10^{12}$ m van de zon. Zelfs op deze afstand ondervindt de ruimtesonde nog een aantrekkende kracht van de zon. De Pioneer-10 heeft een massa van 240 kg.

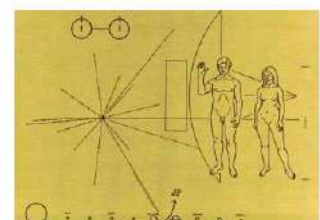
- a** Bereken de kracht die de zon op Pioneer-10 uitoefent op een afstand van $6,2 \cdot 10^{12}$ m.
b Op welke afstand van de aarde is de Pioneer-10 nu ongeveer? Ga er van uit dat de Pioneer-10 vanaf de lancering in 1972 een constante snelheid heeft?

De Pioneer-10 beweegt in de richting van de ster Aldebaran.

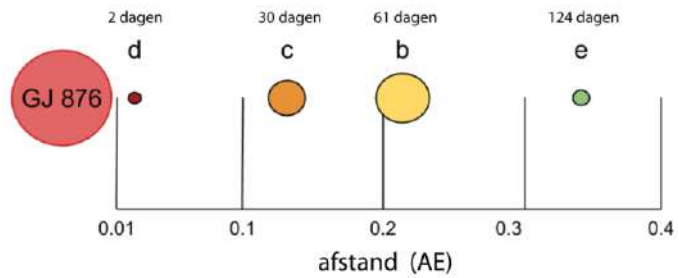
- c** Hoeveel jaar doet de Pioneer-10 om bij Aldebaran aan te komen?

Aan boord van de Pioneer-10 bevindt zich een gouden plakkaat, zie figuur. Mocht de sonde ooit aankomen bij intelligent buitenaards leven dan worden ze geïnformeerd over hoe mensen eruitzien en hoe groot ze zijn.

- c** Hoe kun je aan de afbeelding zien hoe groot mensen zijn?



- 17***** De Gliese 876 is een ster die dicht bij de zon staat en een planetair systeem heeft. De afstand tussen de zon en Gliese 876 is 15,2 lichtjaar. Gliese heeft vier planeten genaamd Gliese b, c, d, en e.



De planeet Gliese b is in 1998 als eerste ontdekt en heeft een omlooptijd van 61,0 dagen. De afstand tussen de ster Gliese en de planeet Gliese b is 0,21 AE.

- a** Bereken de massa van de ster Gliese.

De planeet Gliese b is een gasplaneet met een dichtheid van ongeveer $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. De massa van Gliese b is 600 keer zo groot als de massa van de aarde.

- b** Bereken de straal van Gliese b.
c Is Gliese b groter of kleiner dan Jupiter?

De ruimtesonde New Horizons is in 2006 gelanceerd met als doel dwergplaneet Pluto en de Kuipergordel te onderzoeken. In 2015 kwam de sonde aan bij Pluto en is daarna verdergegaan in de Kuipergordel. De snelheid van New Horizons is 16,3 km/s.

- d** Stel dat de New Horizon doorvliegt naar de planeet Gliese b. In welk jaar zou hij dan aankomen?

Gravitatie-energie

- 18***** Het internationale ruimtestation ISS bevindt zich op een hoogte van 370 km. Om de voorraden aan te vullen wordt een onbemande raket met een lading van 8000 kg naar het ISS gebracht.

- a** Hoeveel energie is er nodig om 8000 kg vanaf het aardoppervlak naar het ISS te brengen?

HINT gebruik de gravitatie-energie.



Als je de berekening uitvoert met de zwaarte-energie vind je een andere waarde.

- b** Leg uit of je dan een te grote of een te kleiner waarde vindt.
c Bereken hoeveel procent de berekening met de zwaarte-energie afwijkt van de werkelijke waarde.

- 19***** Het Apolloprogramma is uitgevoerd tussen 1961 en 1972 met als doel mensen naar de maan te brengen. In totaal zijn er zes maanlandingen uitgevoerd, waarbij steeds twee astronauten op de maan zijn gezet en er één achterbleef in het ruimtevaartuig.

Om de astronauten van het vaartuig naar de maan te brengen en terug is een maanlander gebruikt. Bij de Apollo 11 missie in 1969



worden Neil Armstrong en Buzz Aldrin op de maan gezet waar ze 21,5 uur verblijven. De derde astronaut, Michael Collins blijft in het ruimtevaartuig op een gemiddelde hoogte van 112 km.

Ga ervan uit dat het ruimtevaartuig een cirkelbaan op gemiddelde hoogte uitvoert.

- a** Bereken het aantal omwentelingen van het ruimtevaartuig gedurende het verblijf van Armstrong en Aldrin op de maan.

Aan het einde van de missie vliegt de maanlander terug naar het ruimtevaartuig. De maanlander weegt 16 ton.

- b** Bereken hoeveel energie nodig is om de maanlander terug naar het ruimtevaartuig te brengen.

20**** Een capsule met terugkerende astronauten bevindt zich op 400 km hoogte met een baansnelheid van 7000 m/s. De capsule wordt door de atmosfeer afgeremd waarbij het hitteschild een hoge temperatuur krijgt en roodgloeiend wordt. Op 10,0 km hoogte heeft de capsule een snelheid van 500 m/s. De capsule heeft een massa van 6000 kg.

- a** Bereken hoeveel warmte er ontstaat bij de afdaling tot 10 km hoogte.

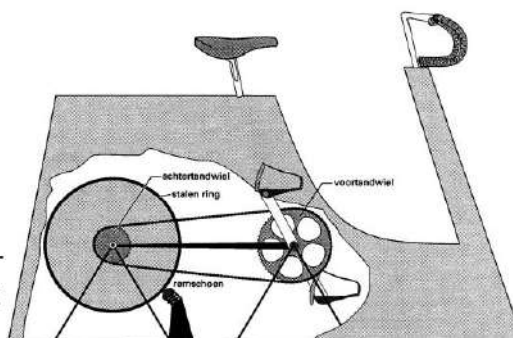


Examenvragen Kromlijnige beweging

Hometrainer

Een hometrainer is een soort fiets waarvan de assen op een onderstel zijn gemonteerd, zodat men er binnenshuis op kan trainen. Zie figuur 1.

De trappers vormen één draaiend geheel met het voortandwiel dat 52 tanden heeft. Via een ketting is het voortandwiel verbonden met het achtertandwiel dat 19 tanden heeft. Het achtertandwiel vormt weer één draaiend geheel met een stalen ring, die werkt als een vliegwiël.



Figuur 1

Deze ring heeft een massa van 39 kg en een buitenstraal van 26 cm. Vergeleken met de zware ring kan de massa van alle overige bewegende delen van de hometrainer worden verwaarloosd. Een sporter trapt met een zodanig toerental, dat het achtertandwiel een omlooptijd heeft van 0,23 s.

- 4p **1** Bereken de frequentie waarmee de trappers moeten worden rondgedraaid zodat het achtertandwiel deze omlooptijd heeft.

De sporter levert bij zijn training een constant vermogen van 120 W. Dit vermogen wordt in het begin geheel gebruikt om de ring kinetische energie te geven. Ga ervan uit dat alle massa van de ring zich op 25 cm van het draaipunt bevindt.

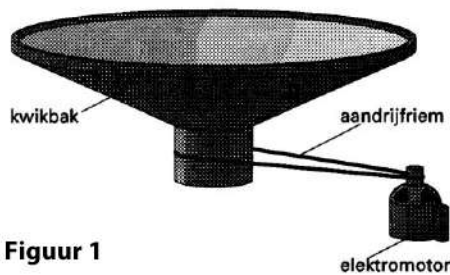
- 3p **2** Bereken hoe lang de sporter moet trappen om de ring vanuit stilstand een omlooptijd van 0,23 s te geven.

Is deze omlooptijd eenmaal bereikt, dan wordt door een veer een remschoen tegen de buitenkant van de stalen ring gedrukt. Vanaf dat moment wordt het geleverde vermogen van 120 W geheel gebruikt om de wrijving tussen ring en remschoen te overwinnen. Omlooptijd van de ring blijft nu 2,25 s.

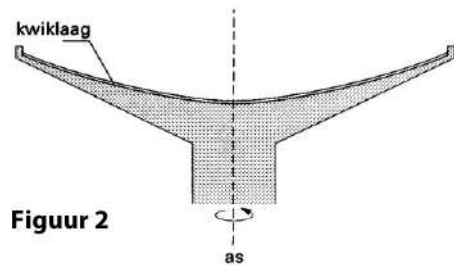
- 3p **3** Bereken de wrijvingskracht die tussen remschoen en ring optreedt.

Vloeibare spiegels

In de sterrenkunde zijn telescopen met grote parabolische spiegels nodig. Het maken van deze spiegels is duur en technisch moeilijk. Spiegels van vloeibaar kwik zijn goedkoper en gemakkelijker te maken. Het kwik zit in een ronde bak. Een elektromotor zorgt ervoor dat de bak ronddraait met een constante hoeksnelheid. Zie figuur 1. Bij het ronddraaien neemt het kwikkoppervlak de vorm aan van een (omwentelings)parabool. Figuur 2 is een doorsnede door het midden van de bak. Daarin is de kwiklaag in verhouding tot de kwikbak te dik weergegeven. De bodem van de bak is ook (ongeveer) parabolisch. De spiegel bevat 330 kg kwik met een temperatuur van 20 °C. De oppervlakte van de kwikspiegel is 4,8 m². Bij een bepaalde constante omlooptijd is de kwiklaag (bij benadering) overal even dik.



Figuur 1



Figuur 2

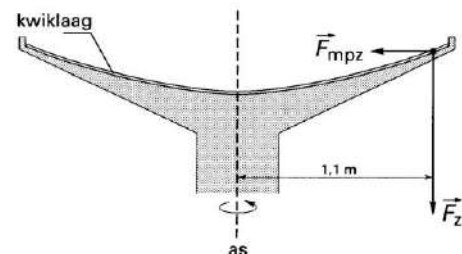
- 3p **1** Bereken de dikte van de kwiklaag bij deze omlooptijd.

In figuur 3 zijn op 1,1 m van de as de zwaartekracht $\vec{F}_z$ en de middelpuntzoekende kracht $\vec{F}_{mpz}$ op een bepaalde hoeveelheid kwik aangegeven. Er werkt nog een kracht $\vec{F}$ op deze hoeveelheid kwik.

- 1p **2** Hoe noem je deze derde kracht?

- 2p **3** Construeer in figuur 3 de vector $\vec{F}$. [werkboek](#)

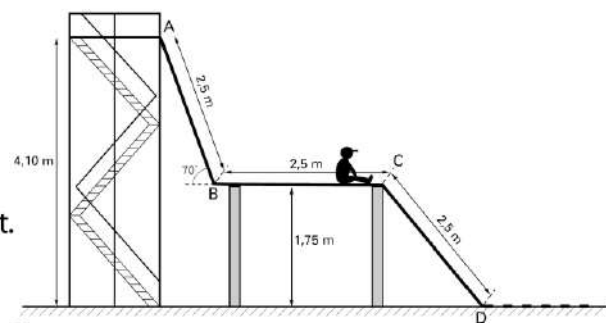
- 5p **4** Bepaal met behulp van figuur 3 de omloopfrequentie waarmee de spiegel draait. Geef het antwoord in twee significante cijfers.



Figuur 3

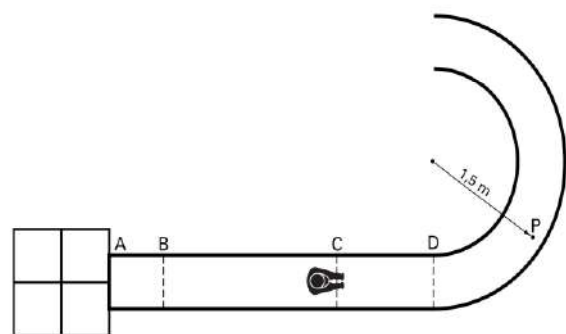
Glijbaan

In figuur 1 is een glijbaan schematisch weergegeven. In werkelijkheid verlopen de overgangen bij A, B, C en D vloeiender. Na punt D eindigt de glijbaan in een horizontale, halfcirkelvormige goot waardoor Keesje een cirkelbeweging uitvoert.



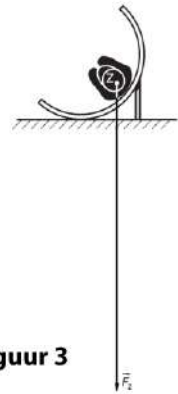
Figuur 1

Figuur 2 geeft een bovenaanzicht van de glijbaan met de goot. De goot heeft een opstaande rand om het uit de bocht vliegen te voorkomen. Op een bepaald punt P in de goot is Keesjes snelheid $2,5 \text{ m s}^{-1}$.



Figuur 2

In figuur 3 is een verticale dwarsdoorsnede van de goot in dat punt getekend. Het zwaartepunt Z van Keesje is daarin met een witte stip aangegeven. Op Keesje werkt een aantal krachten. We beschouwen alleen de krachten die in het vlak van tekening liggen. In figuur 3 is de zwaartekracht $\vec{F}_Z$ al getekend.



Figuur 3

- 6p **1** Construeer in figuur 3 de kracht die de goot op Keesje uitoefent in de juiste verhouding tot $\vec{F}_Z$. Laat alle krachten aangrijpen in Z. Licht je antwoord toe met een berekening. [werkboek](#)

Ruimtewiel

Het internationale ruimtestation ISS dat rond de aarde cirkelt, is gedeeltelijk afgeleid van de ideeën van de Duits-Amerikaanse raketgeleerde Wernher von Braun. Deze ontwierp in de jaren 50 van de vorige eeuw een wielvormig ruimtestation. Dit ruimtestation draait om de aarde en draait ook om zijn as. Zie figuur 1.



Figuur 1

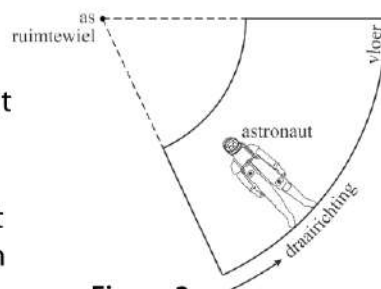
We gaan er in het vervolg van deze opgave vanuit dat dit ruimtewiel ook werkelijk gerealiseerd is en op 1730 km hoogte in een cirkelvormige baan rond de aarde draait.

Voor de baansnelheid v van een ruimteobject dat in een cirkelbaan met straal r om de aarde draait, geldt:

$$v = \sqrt{\frac{GM_{\text{aarde}}}{r}}$$

- 3p **1** Leid dit af.
- 3p **2** Bereken de omlooptijd van het ruimtewiel rond de aarde, in uur.

Doordat het ruimtewiel om zijn as draait, ondervindt een astronaut op de omtrek van het wiel een soort "kunstmatige zwaartekracht". In figuur 2 is een astronaut getekend die op de "vloer" van het ruimtewiel staat.



Figuur 2

- 3p **3** Leg uit hoe deze kunstmatige zwaartekracht ontstaat en teken in figuur 2 de kunstmatige zwaartekracht en de normaalkracht op de astronaut. [werkboek](#)

Het ruimtewiel draait in 22 s om zijn as. De grootte van de kunstmatige zwaartekracht aan de omtrek van het ruimtewiel is een derde van de zwaartekracht aan het aardoppervlak.

- 4p **4** Bereken de omtrek van het ruimtewiel.

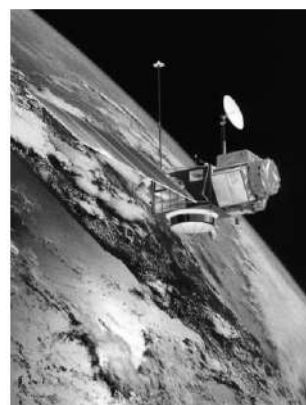
LEO-satelliet

Low Earth Orbit (LEO) satellieten worden gebruikt voor onderzoek aan het broeikaseffect. Deze satellieten draaien betrekkelijk laag boven het aardoppervlak. Zie figuur 1. De snelheid van een satelliet kan worden berekend met de formule:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (1)$$

Hierin is:

- v de snelheid in m s^{-1}
- G de gravitatieconstante in $\text{N m}^2 \text{kg}^{-2}$
- M de massa van de aarde in kg
- r de baanstraal van de satelliet in m



Figuur 1

De totale energie E_t van een satelliet is de som van de kinetische energie en de gravitatie-energie. De totale energie van een satelliet kan berekend worden met de formule:

$$E_t = -\frac{1}{2}G\frac{mM}{r} \quad (2)$$

Hierin is:

- E_t de totale energie van de satelliet in J
- G de gravitatieconstante in $\text{N m}^2 \text{kg}^{-2}$
- m de massa van de satelliet in kg
- M de massa van de aarde in kg
- r de baanstraal van de satelliet in m

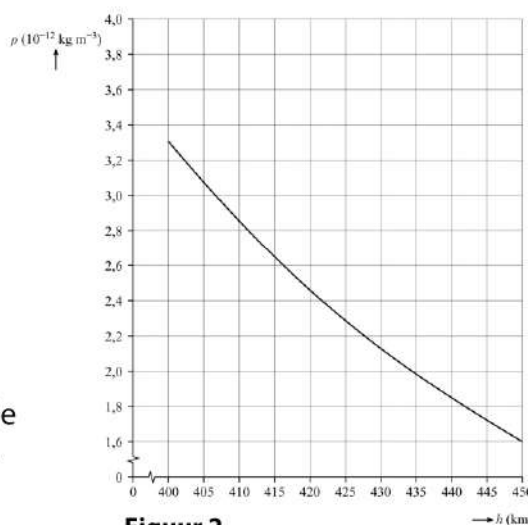
4p **1** Leid de formules (1) en (2) af met behulp van formules uit Binas.

Een bepaalde LEO-satelliet bevindt zich op een hoogte van 425 km.

3p **2** Toon aan dat deze satelliet een snelheid heeft van $7,658 \text{ km s}^{-1}$.

Op deze hoogte is de atmosferische wrijving niet helemaal verwaarloosbaar. De dichtheid van de atmosfeer hangt sterk af van de hoogte h boven het aardoppervlak. Het verloop van de dichtheid tussen $h = 400 \text{ km}$ en $h = 450 \text{ km}$ is weergegeven in figuur 2.

De satelliet heeft een c_w -waarde van 2,2 en een frontaal oppervlak van $0,385 \text{ m}^2$.



Figuur 2

4p **3** Bepaal de energie die deze satelliet elke seconde verliest ten gevolge van atmosferische wrijving.

De totale energie uit formule (2) is een functie van r en kun je dus ook noteren als

$$E_t = -\frac{1}{2}GmMr^{-1}$$

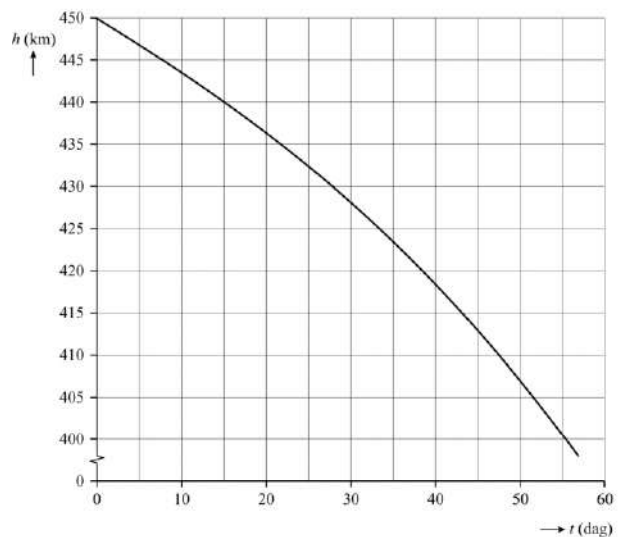
3p **4** Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef de afgeleide $\frac{dE_t}{dr}$ door $E_t(r)$ te differentiëren.
- Leg aan de hand van het teken van $\frac{dE_t}{dr}$ uit dat door de wrijving de hoogte van de LEO-satelliet steeds kleiner wordt.

Als er niet gecorrigeerd zou worden voor het hoogteverlies door de wrijving zou de hoogte van de LEO-satelliet afnemen volgens figuur 3.

Aan het eind van de levensduur van de satelliet wordt er niet meer gecorrigeerd voor het hoogteverlies.

4p **5** Bepaal met behulp van figuur 3 het hoogteverlies per omwenteling om de aarde van de satelliet die zich op een hoogte van 425 km bevindt. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.



Figuur 3

Aan het eind van de levensduur verandert de baansnelheid van de satelliet.

2p **6** Leg met behulp van formule (1) uit of deze baansnelheid steeds kleiner of steeds groter wordt.