

9 Trillingen en golven

havo

9.0 Inhoud

9.1	Wat is een trilling?	3
	– Een periodieke beweging	3
	– De evenwichtsstand	3
	– Het (uitwijking, tijd)-diagram	6
	– Harmonische rilling	6
	– Damping	8
	– Trillingen waarnemen	8
	– Oscilloscoop	8
	– Elektrocardiogram (ECG)	9
	– Seismograaf	10
9.2	Eigentrilling en resonantie	11
	– Massaveersysteem	11
	– Eigenfrequentie en aandrijffrequentie	12
	– Resonantie	12
9.3	Lopende golven	16
	– Lopende golf	16
	– Transversale golf	16
	– Longitudinale golf	17
	– Het (u, x)-diagram	18
	– Golflengte	19
	– Golfsnelheid	20
9.4	Interferentie	21
	– Buiken en knopen	22
9.5	Watergolven, geluid en licht	24
	– Oppervlaktegolven van water	24
	– Geluid	24
	– Voortplantingssnelheid van geluid	25
	– Geluidsintensiteit en afstand tot de geluidsbron	25
	– Antigeluid	26
	– Licht	27

9.6	Staande golven	28
–	Staande golven	28
–	Staande transversale golven bij vaste uiteinden	28
–	Boventonen	29
–	Spankracht en toonhoogte	30
–	Staande transversale golven bij losse uiteinden	30
–	Staande longitudinale golven (blaasinstrumenten)	31
–	Staande longitudinale golven bij losse uiteinden	31
–	Staande golven bij één vast en één los uiteinde	33
–	Blaasinstrumenten met één dicht en één open uiteinde	33
–	Het spelen van een toon	34
–	Muziekinstrumenten in de praktijk	35
–	De menselijke stem	35
9.7	Samenvatting	36
–	Grootheden en eenheden	36
–	Weten	36
–	Formules	37
–	Figuren trillingen	38
–	Figuren golven	39

9.1 Wat is een trilling?

Een periodieke beweging

Een voorwerp heeft een periodiek beweging als steeds na een vast tijdsinterval de **plaats**, de **snelheid** en de **versnelling** precies hetzelfde zijn.

Bij een periodieke beweging zijn na een vaste tijd T (de periode) de plaats, de snelheid en de versnelling hetzelfde.

VOORBEELD periodieke bewegingen

- De wijzers van een analoge klok:
 - secondewijzer: $T = 60$ seconden (1 minuut)
 - minutenwijzer: $T = 3600$ seconden (1 uur)
 - urenwijzer: $T = 43200$ seconden (12 uur)
- De maan die om de aarde draait: $T = 27,322$ dagen.
- De aarde die om de zon draait: $T = 365,256$ dagen.

De evenwichtsstand

Het bewegen van voorwerpen wordt vaak tegengewerkt door wrijvingskrachten. Om de beweging in stand te houden moet er dan een kracht worden uitgeoefend. Stopt deze kracht, dan zorgen de wrijvingskrachten ervoor dat het voorwerp snelheid verliest en tot stilstand komt. Bij een periodieke beweging onderscheiden we twee situaties:

- stilstaan gebeurt op een willekeurige plaats → er is GEEN evenwichtsstand
- stilstaan gebeurt altijd op dezelfde plaats → er is WEL een evenwichtsstand

Alleen in de tweede situatie is er een **evenwichtsstand**.

De evenwichtsstand is de plaats waar bij een periodieke beweging het voorwerp tot stilstand komt als het wordt afgeremd door een wrijvingskracht.

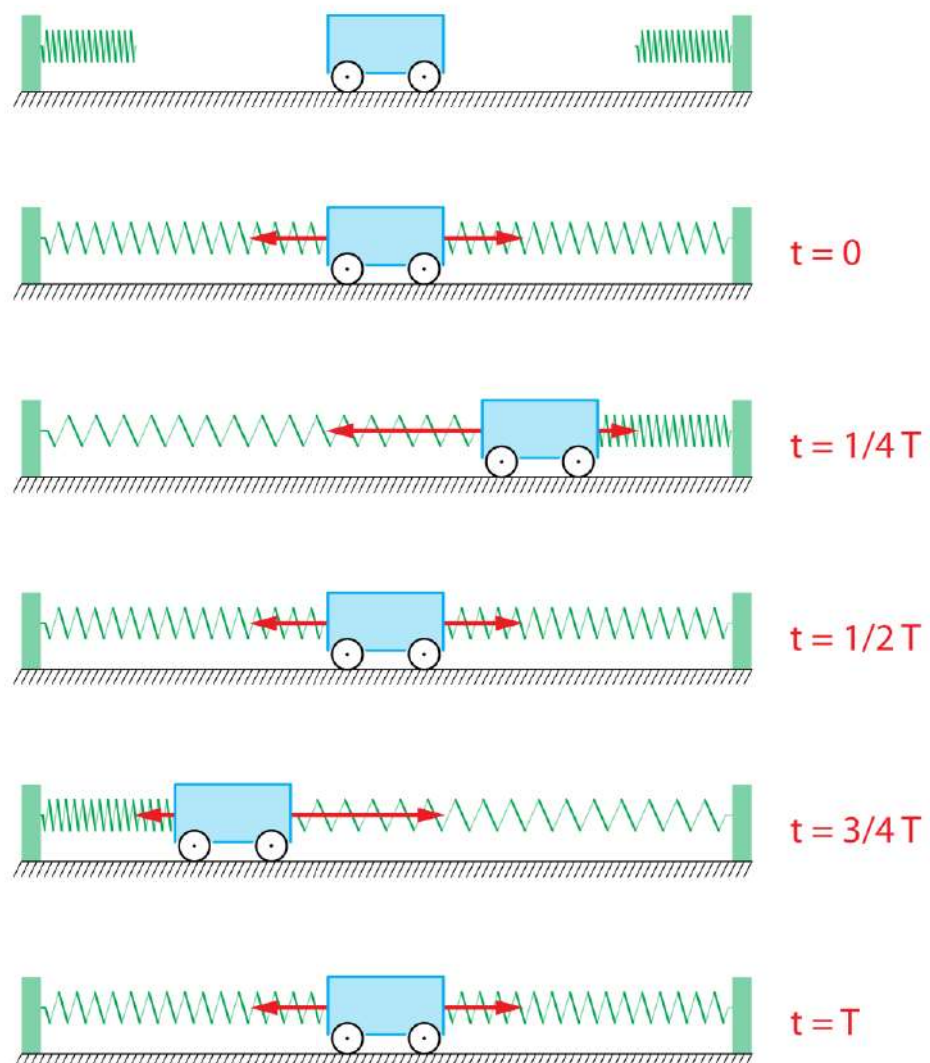
De evenwichtsstand is de plaats van het voorwerp als het met rust wordt gelaten. Deze situatie nemen we als uitgangspunt. Vervolgens brengen we het voorwerp uit de evenwichtsstand en laten het daarna los, waardoor het in beweging komt. Het voorwerp gaat een trilling uitvoeren als er een kracht werkt die gericht is naar de evenwichtsstand.

Een trilling is een periodieke beweging om een evenwichtsstand.

Bij een trilling veranderen de uitwijking de snelheid en de versnelling voortdurend.

Als voorbeeld bekijken we een kar die aan twee kanten met spiraalveren is vastgemaakt. Zie figuur 1. In het bovenste plaatje is de kar nog niet aan de veren bevestigd zodat er geen horizontale krachten werken. We plaatsen de kar midden tussen de veren en maken de veren vast. De krachten waarmee de veren aan de kar trekken zijn even groot en tegengesteld gericht. Zie figuur 1, $t = 0$. De kar bevindt zich nu in de evenwichtsstand. Met een externe kracht verplaats je de kar naar rechts en laat je hem los. Je krijgt dan de situatie die is weergegeven in figuur 1, $t = \frac{1}{4} T$. De linkerveer is uitgerekt en oefent een grotere kracht op de kar uit dan de rechterveer, die minder ver is uitgerekt. De resulterende kracht is naar het midden gericht, waardoor de kar gaat versnellen naar de evenwichtsstand. Als dit gebeurt wordt de kracht naar links steeds kleiner en de kracht naar rechts steeds groter.

Op een bepaald moment bevindt de kar zich in de evenwichtsstand. Zie figuur 1, $t = \frac{1}{2} T$. Op dit tijdstip zijn beide krachten weer gelijk en is de versnelling dus nul. De kar heeft nu zijn hoogste snelheid bereikt. De kar rijdt verder naar links en dan gebeurt het omgekeerde, de kracht naar rechts wordt groter dan de kracht naar links en de resulterende kracht is weer gericht naar de evenwichtsstand. Deze resulterende kracht is tegengesteld aan de bewegingsrichting en zorgt voor een vertraging. Op $t = \frac{3}{4} T$ bevindt de kar zich in de uiterste stand links en op $t = T$ bevindt de kar zich opnieuw in de evenwichtsstand. Dit proces herhaalt zich, waardoor de kar heen en weer gaat bewegen om de evenwichtsstand. De kar voert een trilling uit.

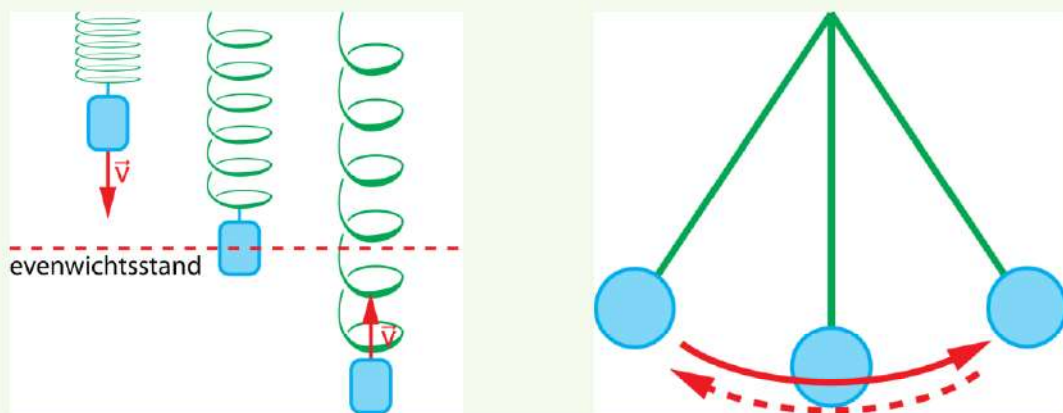


Figuur 1 Kar aan twee veren.

Bij een trillend voorwerp is de resulterende kracht steeds gericht naar de evenwichtsstand. In de evenwichtsstand geldt $F_{\text{res}} = 0$.

Trillingen zijn overal te vinden. Ieder atoom is voortdurend aan het trillen. De meeste trillingen houden na een tijdje op, doordat vanwege wrijving de beweging afremt. Hierdoor komt het voorwerp in de evenwichtsstand tot rust. Een externe kracht kan het voorwerp opnieuw uit de evenwichtsstand brengen, waarna het weer een tijdje trilt. Twee voorbeelden die je vaak tegenkomt zijn een massa aan een spiraalveer en een slinger. Zie figuur 2.

VOORBEELD massa aan een veer en een slinger



Figuur 2 Massa-veersysteem (links) en een slinger (rechts).

Om een trilling te kunnen beschrijven gaan we eerst een aantal grootheden en eenheden afspreken. Zie onderstaande tabel.

Grootheid	Eenheid	Definitie
uitwijking u	meter (m)	u is de plaats van het voorwerp ten opzichte van de evenwichtsstand.
amplitude A	meter (m)	A is de maximale uitwijking.
trillingstijd of periode T	seconde (s)	T is de tijd waarin één volledige trilling wordt uitgevoerd.
frequentie f	Hertz (Hz) $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$	f is het aantal trillingen dat per seconde wordt uitgevoerd.

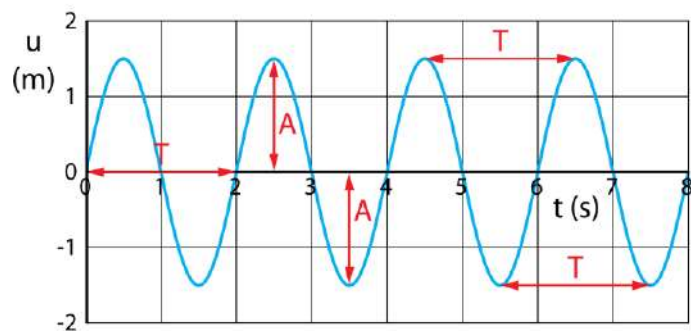
De **frequentie** is het omgekeerde van de trillingstijd (periode).

$$f = \frac{1}{T} \quad \Leftrightarrow \quad T = \frac{1}{f}$$

- T is de trillingstijd (periode) in seconde (s)
- f is de frequentie in Hertz (Hz)

Het (uitwijking, tijd)-diagram

Een (u, t)-diagram geeft op ieder tijdstip de uitwijking weer. Op de verticale as staat de uitwijking en op de horizontale as de tijd. Zie figuur 3. In een (u, t)-diagram kun je de amplitude en de trillingstijd aflezen.



Figuur 3 (u, t)-diagram. In de figuur zijn T en A aangegeven.

In de **uiterste stand** is de uitwijking maximaal, is de snelheid nul en is de versnelling maximaal. In de **evenwichtsstand** is de uitwijking nul, is de snelheid maximaal en is de versnelling nul. In tabel hier-naast zijn deze eigenschappen samengevat.

situatie	u (m)	v (m/s)	a (m/s ²)
uiterste stand plus	maximaal	0	maximaal
evenwichtsstand	0	maximaal	0
uiterste stand min	maximaal	0	maximaal

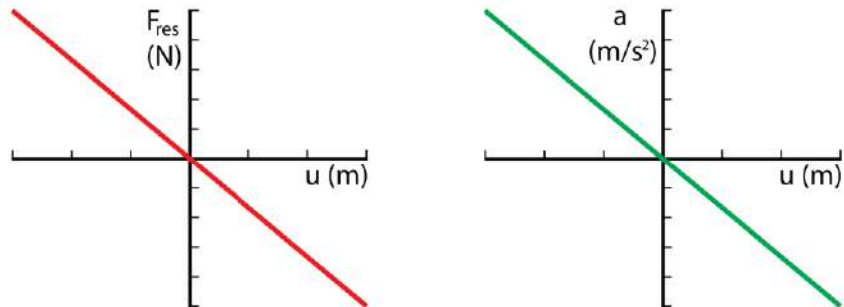
Harmonische trilling

Een speciaal soort trilling die vaak voorkomt is de **harmonische** trilling. Bij een harmonische trilling is de resulterende kracht **recht evenredig** met de uitwijking. Omdat de richting van resulterende kracht tegengesteld is aan de uitwijking is er een **negatieve richtingscoëfficiënt**.

$$F_{\text{res}} = -C \cdot u$$

- F_{res} is de resulterende kracht in newton (N)
- C is de veerconstante in newton per meter (N/m)
- u is uitwijking in meter (m)

Omdat $F_{\text{res}} = m \cdot a$ mogen we schrijven: $m \cdot a = -C \cdot u \rightarrow a = -(C/m) \cdot u$. Hieraan zie je dat bij een harmonische trilling er ook een recht evenredig verband is tussen de versnelling en de uitwijking. Zie figuur 4. Bij een (F, u) -diagram is de richtingscoëfficiënt gelijk aan $-C$. Bij een (a, u) -diagram is de richtingscoëfficiënt gelijk aan $-C/m$.



Figuur 4 (F, u) -diagram en (a, u) -diagram voor een harmonische trilling.

Bij een harmonische trilling beweegt het voorwerp in een vloeiende beweging om de evenwichtsstand. De afstand van het voorwerp tot de evenwichtsstand verandert met een **sinusfunctie**. In figuur 5 zie je het (u, t) -diagram van een harmonische trilling. Je ziet dat bij de (u, t) -grafiek de raaklijn het steilst is op de tijdstippen waarop het voorwerp door de evenwichtsstand gaat.

- evenwichtsstand:

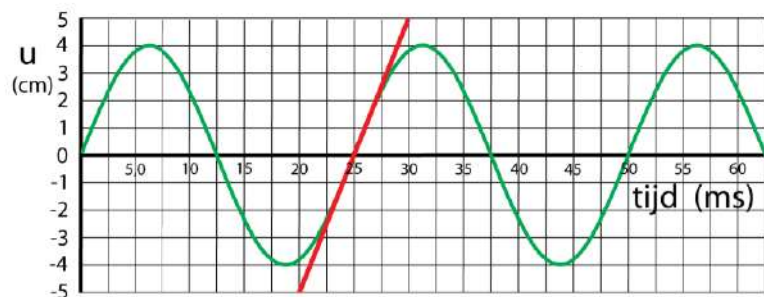
$$v = v_{\text{max}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$$

- uiterste stand:

$$v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} = 0 \text{ m/s}$$

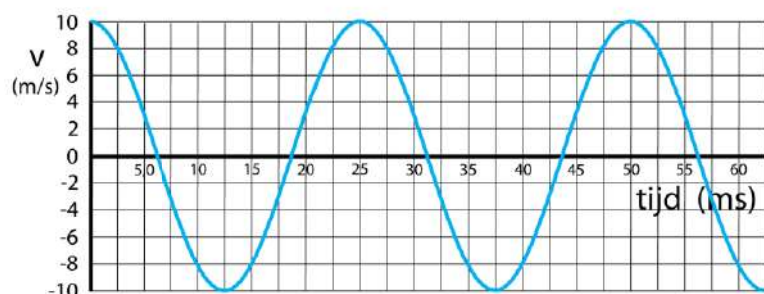
Uit figuur 5 volgt dat

$$v_{\text{max}} = \frac{0,1}{0,01} = 10 \text{ m/s}$$



Figuur 5 (u, t) -diagram van een harmonische trilling.

Als je uit het (u, t) -diagram het (v, t) -diagram afleid vind je figuur 6. Zoals je ziet is dit ook een sinusvormige grafiek. Op de tijdstippen waarop $u = 0$ is de snelheid maximaal. Op de tijdstippen waarop $u = \text{maximaal}$ is de snelheid nul.

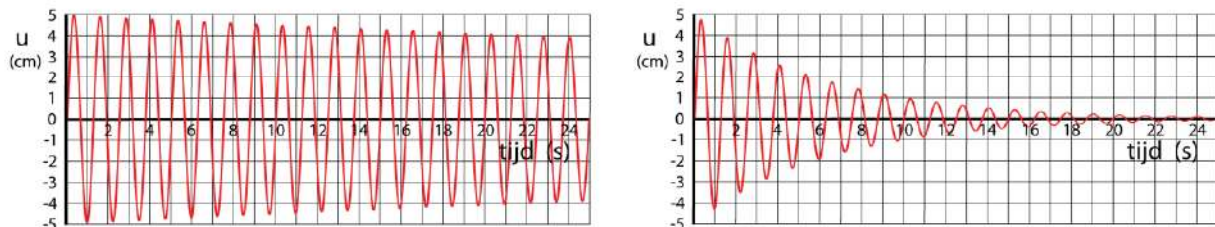


Figuur 6 (v, t) -diagram van een harmonische trilling.

Een harmonische trilling heeft sinusvormige (u, t) en (v, t) grafieken.

Damping

In de praktijk zijn de meeste trillingen **gedempt**. Bij een gedempte trilling wordt trillings-energie door wrijving omgezet in warmte. De amplitude neemt af en wordt uiteindelijk nul. Hoe groter de wrijving is hoe sneller de amplitude afneemt. Als de damping klein is merk je in één periode vrijwel niet dat de amplitude afneemt. Het is opvallend dat bij een gedempte trilling de frequentie niet verandert, zie figuur 7.



Figuur 7 (u, t)-diagram van een gedempte trilling. Links weinig damping en rechts veel damping.

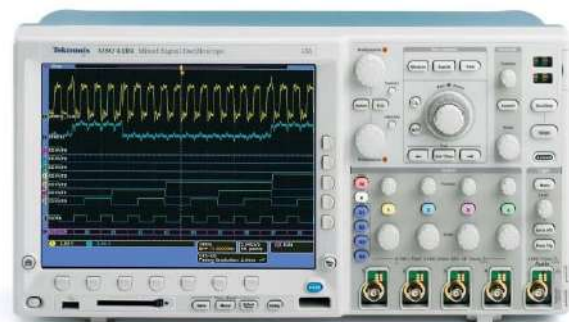
Trillingen waarnemen

Om van een trilling het (u, t)-diagram te krijgen moet je snel achter elkaar de plaats meten. Hoe hoger de frequentie van het signaal is, hoe sneller je moet meten. In iedere periode moet je minimaal twee meting uitvoeren, omdat in één periode de trilling twee keer door de evenwichtsstand gaat.

Oscilloscoop

Met een oscilloscoop kan je snel achter elkaar een elektrische spanning meten. Om een oscilloscoop te gebruiken moet je dus eerst de beweging omzetten in een spanning. Hoe dat gaat is voor dit hoofdstuk niet belangrijk. Het resultaat wordt op een beeldscherm weergegeven. Horizontaal staat de tijd en verticaal de spanning. De tijd waarin het scherm van links naar rechts wordt doorlopen kan worden aangepast. Is deze tijd gelijk aan de trillingstijd, dan zie je één trilling op het scherm. Met instelling van de verticale schaal kun je ervoor zorgen dat de trilling goed op het scherm past. Zie figuur 8.

De **tijdbasis** geeft aan hoeveel seconden één hokje horizontaal is en wordt uitgedrukt in seconden per schaaldeel (hokje): **time / div**. Hierin is **div.** de afkorting van division (Engels: verdeling). Door het aantal hokjes horizontaal te tellen en dit te vermenigvuldigen met de tijdbasis kun je de tijd tussen twee gebeurtenissen bepalen.

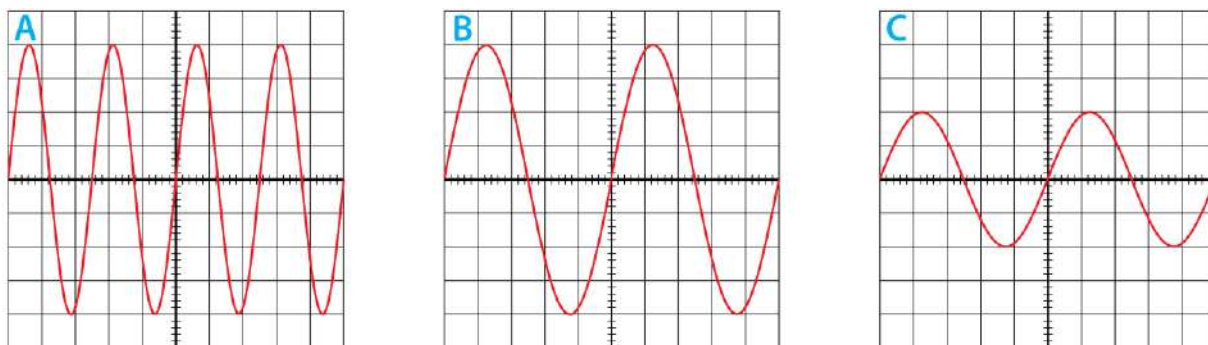


Figuur 8 Digitale oscilloscoop.

De **gevoeligheid** geeft aan hoeveel volt één hokje verticaal is en wordt uitgedrukt in volt per schaaldeel (hokje): **volt / div**. Door het aantal hokjes verticaal te tellen en dit te vermenigvuldigen met de gevoeligheid kun je de spanning van een gebeurtenis bepalen.

Tijdbasis (time / div)	→	de tijdsduur van één hokje	(horizontaal)
Gevoeligheid (volt / div)	→	de spanning van één hokje	(verticaal)

In figuur 9 zie je drie oscilloscoopbeelden van dezelfde trilling. Uitgaande van de instelling bij A is de tijdbasis bij B gehalveerd. De meting is twee keer zo snel en daarom zie je in plaats van 4 trillingen nog maar 2 trillingen op het scherm. Bij instelling C is de gevoeligheid verdubbeld, zodat de amplitude van 4 naar 2 hokjes is gegaan.



Figuur 9 Oscilloscoopbeeld met verschillende instellingen. Bij instelling B is de tijdbasis de helft van die van A. Bij instelling C is de gevoeligheid het dubbele van die van A en B.

VOORBEELD oscilloscoop

In figuur 10 is het (u, t)-diagram van een trilling weergegeven op een oscilloscoop.

De tijdbasis is 0,50 s / div.

De gevoeligheid is 2,0 V / div.

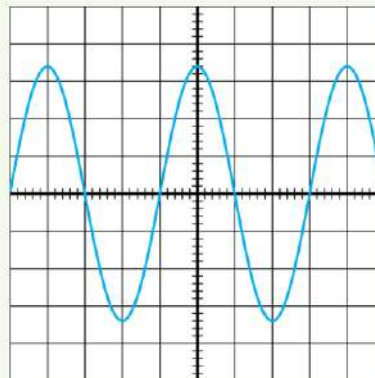
Bepaal de amplitude.

- amplitude = 3,4 hokjes
- $A = 3,4 \cdot 2 = 6,8 \text{ V}$

Bepaal de frequentie.

- trillingstijd is 4 hokjes → $T = 4 \cdot 0,5 = 2,0 \text{ s}$

- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{2,0} = 0,5 \text{ Hz}$



Figuur 10

Elektrocardiogram (ECG)

Een elektrocardiogram is een registratie van de spanningen die de hardspier laat samentrekken en ontspannen. Deze spanningen hebben een grootte van enkele millivolt. Zie figuur 11. De ECG is in 1903 door Willen Einthoven (1860–1927) uitgevonden, waarvoor hij in 1924 de Nobelprijs voor geneeskunde krijgt.



Figuur 11 ECG-meting.

VOORBEELD elektrocardiogram (ECG)

Een kloppend hart kun je zien als een trillend voorwerp. Bij een mens varieert de hartslag tussen 40 en 180 slagen per minuut. Om de hartspier te laten samentrekken worden elektrische spanningen in het hart opgewekt. Deze spanningen kun je meten en geven een elektrocardiogram (ECG). Zie figuur 12.

Tijdbasis is 0,05 s / div.

Gevoeligheid is 100 μV / div.

Bepaal de frequentie van het hart.

- tussen de maxima R zitten 25 hokjes en 1 hokje is 0,05 s
- $T = 25 \cdot 0,05 = 1,25 \text{ s}$
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{1,25} = 0,80 \text{ Hz}$

Bepaal het aantal hartslagen per minuut.

- $f = 0,80 \text{ Hz} \rightarrow 0,80 \text{ slagen per seconde}$
- per minuut: $0,80 \cdot 60 = 48 \text{ slagen per minuut}$



Figuur 12 ECG

Seismograaf

Trillingen van de aardkorst worden geregistreerd door een seismograaf. Zie figuur 13.

Figuur 13 Een seismograaf waarmee trillingen van de aardkorst worden geregistreerd.

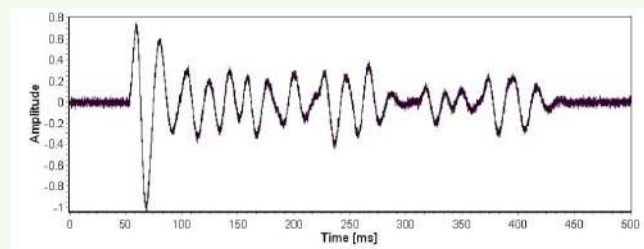


VOORBEELD seismogram

Met een seismograaf worden trillingen in de aardkorst gemeten. Zie figuur 14.

Bepaal de frequentie.

- 1^e minimum is op $t = 70 \text{ ms}$
- 11^e minimum is op $t = 280 \text{ ms}$
- tussen 1^e en 11^e minimum zitten 10 periodes
- trillingstijd is $\frac{280 - 70}{10} = 21 \text{ ms}$
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{21 \cdot 10^{-3}} = 47,6 \text{ Hz}$



Figuur 14

9.2 Eigentrilling en resonantie

Massaveersysteem

Hang je een voorwerp aan een spiraalveer dan rekt de veer uit tot de evenwichtsstand. Geef je het voorwerp daarna een uitwijking A dan gaat het voorwerp trillen met amplitude A . Er geldt $F_{\text{res}} = -C \cdot u$ en het voorwerp gaat dus een harmonische trilling uitvoeren. Voor de trillingstijd geldt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

- T is de trillingstijd in seconde (s)
- m is de massa van het voorwerp in kilogram (kg) *verwaarloos de massa van de veer*
- C is de veerconstante in newton per meter (N/m)

MERK OP dat de trillingstijd niet afhankelijk is van de amplitude.

De trillingstijd en de frequentie worden bepaald door de massa en de veerconstante. Dit zijn eigenschappen van het systeem en vandaar dat je spreekt van de **eigentrillingstijd** en de **eigenfrequentie**. Het maakt niet uit hoe de trilling wordt veroorzaakt, eenmaal aan zichzelf overgelaten gaat het massaveersysteem steeds met dezelfde frequentie trillen. Aan de formule zie je ook dat de amplitude geen invloed heeft op de trillingstijd. Maak je de amplitude groter dan krijgt het voorwerp een grotere snelheid zodat een trilling in dezelfde tijd wordt uitgevoerd.

De eigentrillingstijd en eigenfrequentie zijn de trillingstijd en frequentie als het massaveersysteem niet van buiten wordt beïnvloed.

VOORBEELD *dobber*

Een dobber drijft in het water. De kracht die nodig is om een dobber dieper in het water te duwen of een stukje uit het water omhoog te trekken is recht evenredig met de uitwijking. Er geldt $F_{\text{res}} = -C \cdot u$. De dobber gedraagt zich daarom als massaveersysteem. Je hebt 0,20 N nodig om de dobber 5,0 cm dieper in het water te drukken. De dobber heeft een massa van 80 gram.

Bereken de trillingstijd van de dobber.

- $F = C \cdot u \rightarrow C = \frac{F}{u} \rightarrow C = \frac{0,20}{5,0 \cdot 10^{-2}} = 4,0 \text{ N/m}$
- $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{80 \cdot 10^{-3}}{4}} = 0,8886 = 0,89 \text{ s}$



Eigenfrequentie en aandrijffrequentie

De **eigenfrequentie** van een massaveersysteem is een eigenschap van het systeem en wordt niet bepaald door externe invloeden. Het maakt niet uit hoe je de trilling op gang brengt, steeds zal het voorwerp met dezelfde frequentie gaan trillen. Een voorwerp kan je ook laten trillen door voortdurend met een bepaalde frequentie een kracht uit te oefenen. In dat geval spreekt je van een **aangedreven trilling**. De frequentie waarmee je het voorwerp aandrijft heet de **aandrijffrequentie**.

stelsel trilt uit zichzelf	→	eigenfrequentie	→	f_{eigen}
stelsel wordt aangedreven	→	aandrijffrequentie	→	f_{aandrijf}

Resonantie

Bij een aangedreven trilling is de amplitude afhankelijk van het verschil tussen de aandrijffrequentie en de eigenfrequentie. Is het verschil tussen f_{aandrijf} en f_{eigen} groot, dan is de amplitude klein. Als f_{aandrijf} vrijwel gelijk is aan f_{eigen} wordt de amplitude groot. De oorzaak van deze grote amplitude is de voortdurende toevoeging van energie. Bij iedere trilling wordt een beetje energie toegevoegd door de arbeid die de externe kracht levert. De totale energie wordt hierdoor steeds groter, waardoor de amplitude ook steeds groter wordt. In het theoretische geval dat er geen wrijving is wordt de amplitude oneindig groot.

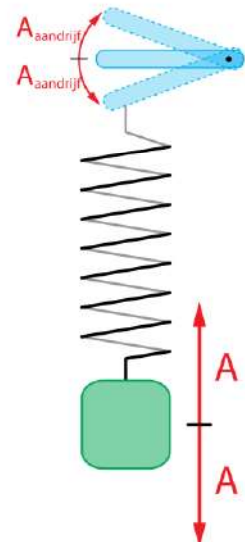
$f_{\text{aandrijf}} \neq f_{\text{eigen}}$	→	geen energie toegevoegd	→	A blijft klein
$f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$	→	wél energie toegevoegd	→	A wordt groot

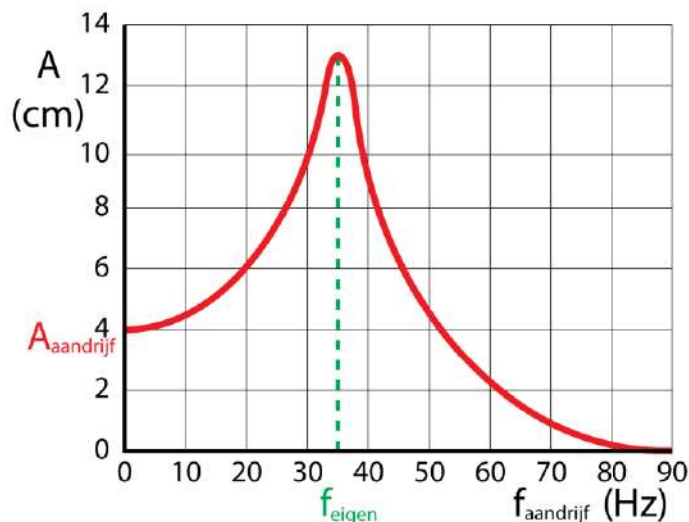
Er treedt **resonantie** op als de aandrijffrequentie gelijk is aan de eigenfrequentie. Bij resonantie heeft het systeem veel energie en is de amplitude heel groot.

resonantie → $f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$

In figuur 15 zie je een massaveersysteem dat wordt aangedreven door een externe kracht met amplitude A_{aandrijf} . Resonantie treedt op als de frequentie van deze aandrijvende kracht gelijk is aan de eigenfrequentie van de massaveer. In figuur 16 zie je een (A, f) -diagram met op de horizontale as de aandrijffrequentie en op de verticale as de amplitude van het blokje. Bij een kleine f_{aandrijf} is de amplitude gelijk aan de amplitude van de aandrijfkraft. Bij een grote f_{aandrijf} is de amplitude vrijwel nul, omdat het systeem te traag is. Als f_{aandrijf} gelijk is aan f_{eigen} treedt er resonantie op en is de amplitude maximaal. De tabel naast figuur 16 is een overzicht van deze drie situaties.

Figuur 15 Een massaveer wordt aangedreven door een externe kracht.





aandrijf	amplitude
$f_{\text{aandrijf}} \ll f_{\text{eigen}}$	$A = A_{\text{aandrijf}}$
$f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$	$A \rightarrow \infty$
$f_{\text{aandrijf}} \gg f_{\text{eigen}}$	$A \rightarrow 0$

Figuur 16 (A, f)-diagram. Resonantie treedt op als de aandrijffrequentie gelijk is aan de eigenfrequentie van de massaveer.

Door gebruik te maken van resonantie kun je met een kleine kracht een zwaar voorwerp in beweging krijgen. Steeds op het juiste moment geef je een zetje waardoor de trillings-energie toeneemt. Hieronder zie je een aantal voorbeelden waaruit blijkt dat resonantie op veel verschillende manieren voorkomt.

VOORBEELD een wijnglas laten springen met geluid

Geluid bestaat uit trillende lucht. Een zuivere muzieknoot bevat maar één frequentie. Zo heeft de noot c3 (hoge c) een frequentie van 1046,5 Hz. Dit is de aandrijffrequentie. Neem je een wijnglas waarvan de eigenfrequentie rond 1000 Hz ligt dan kan zo'n glas kapot worden gezongen bij resonantie. Is de frequentie waarmee je zingt te hoog of te laag dan is er geen resonantie en breekt het wijnglas niet.



VOORBEELD hangbrug

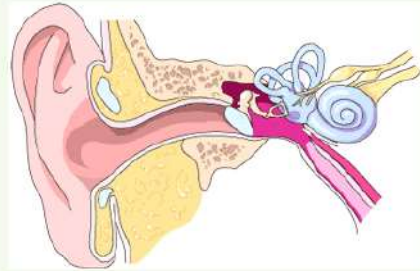
Bij een hangbrug, zoals de Tacoma bridge in de Verenigde Staten, hangt het wegdek aan staalkabels. Een gevaarlijke situatie ontstaat als de frequentie van een externe kracht gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug. De brug komt dan in resonantie, waarbij $f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$. De amplitude wordt steeds groter en de kans bestaat dat de brug instort, zoals in 1940 is gebeurd.

Om resonantie te voorkomen lopen marcherende soldaten op een brug uit de pas.



VOORBEELD het gehoororgaan

Het gehoororgaan bestaat uit een buitenoor, een middenoor en een binnenoor. Het buitenoor vangt luchttrillingen op, het middenoor bevat gehoorbeentjes die het geluid versterken en doorgeven aan het binnenoor. In het binnenoor bevindt zich het slakkenhuis, waarin trilhaartjes geluidstrillingen omzetten naar zenuwimpulsen. Hierbij wordt gebruik gemaakt van resonantie.



De trilhaartjes verschillen in lengte en dikte. Hierdoor hebben ze verschillende eigenfrequenties. Geluid bestaat uit luchttrillingen met verschillende frequenties. Dit zijn de aandrijffrequenties. Alleen de trilhaartjes waarvan $f_{\text{eigen}} = f_{\text{aandrijf}}$ gaan meetrillen met het geluid. Hoe harder het geluid is hoe groter de amplitude. Trilhaartjes waarbij geen resonantie optreedt blijven stilstaan. Vanuit ieder trilhaartje gaat een zenuw naar de hersenen, zodat de hersenen weten uit welke frequenties het geluid bestaat en wat de amplitude van iedere frequentie is.

VOORBEELD fietsen over een hobbelige weg

Je rijdt met je fiets over een fietspad gemaakt van stoeptegels. De tegels zijn 30 cm groot. Als je met 4,5 m/s fietst gaat je spatbord trillen. Bij een lagere en bij een hogere snelheid trilt je spatbord niet.



Waarom trilt je spatbord alleen bij 4,5 m/s?

- de naden tussen de stenen oefenen een regelmatige kracht uit op je fiets
- alleen als $f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$ treedt er resonantie op

Bereken de eigenfrequentie van je spatbord.

- per seconde rijd je over $4,5 / 0,30 = 15$ stenen $\rightarrow f_{\text{aandrijf}} = 15 \text{ Hz}$
- resonantie $\rightarrow f_{\text{eigen}} = f_{\text{aandrijf}} = 15 \text{ Hz}$

VOORBEELD autorijden over een hobbelige weg

Een auto rijdt over een weg waarop om de 10 meter een hobbel is aangebracht. De auto heeft een massa van 600 kg en is geveerd met $C = 4,0 \cdot 10^4 \text{ N/m}$. Bij een bepaalde snelheid trilt de auto hevig op en neer vanwege resonantie.



Bij welke snelheid gebeurt dit?

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{600}{4,0 \cdot 10^4}} \rightarrow T = 0,76953 \text{ s}$ tijd tussen twee hobbels
- resonantie $\rightarrow f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 10 = v_{\text{gem}} \cdot 0,76953 \rightarrow v_{\text{gem}} = 12,9949 = 13 \text{ m/s}$

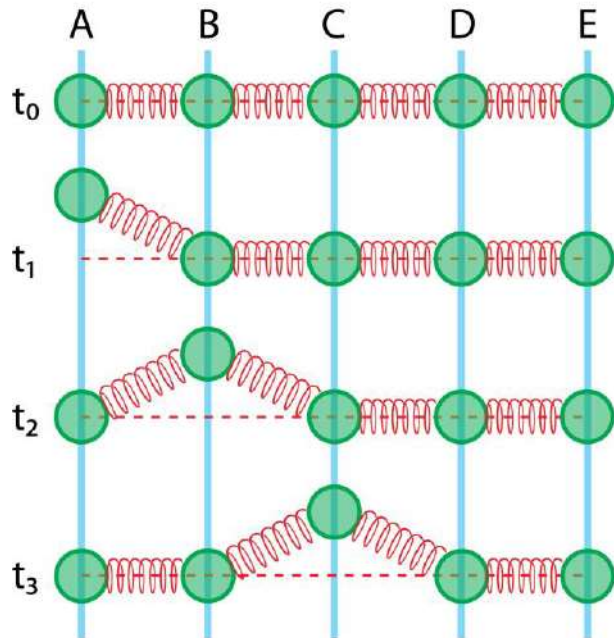
Leg uit hoe de snelheid waarbij resonantie optreedt verandert als er een passagier instapt.

- bij een grotere massa wordt de trillingstijd groter en neemt de eigenfrequentie af
- resonantie vindt plaats bij een lagere aandrijffrequentie
- de snelheid van de auto moet afnemen

9.3 Lopende golven

Lopende golf

Als het voorste punt van een gespannen koord beweegt zie je even later dat een punt verderop precies dezelfde beweging uitvoert. De beweging van het voorste punt wordt doorgegeven in het koord. In figuur 17 zie je hoe dit in zijn werk gaat. De ballen A t/m E zijn met veren verbonden en kunnen alleen verticaal bewegen. Op t_1 wordt A omhooggetrokken en omdat B elastisch met A is verbonden zal B een tijdje later ook omhooggaan. Op t_2 is A weer terug en nu heeft B zijn maximale hoogte bereikt. Bal B trekt vervolgens bal C omhoog en deze bal bereikt zijn maximale hoogte op t_3 etc. De verticale beweging van bal A wordt horizontaal doorgegeven aan de andere ballen. Dit doorgeven kost tijd.



Figuur 17 Bij een golf wordt beweging doorgegeven aan de omgeving.

Beweegt het voorste punt van een koord op en neer, dan voert het een trilling uit. Deze trilling wordt doorgegeven in het koord, waardoor een **lopende golf** in het koord ontstaat. Een golf ontstaat als een voorwerp een trilling uitvoert in een **elastisch medium**. Daarmee bedoel je een omgeving die flexibel is, zoals een koord, het oppervlak van water of de lucht. Het doorgeven van de trilling kost tijd. Het trillende voorwerp zelf beweegt niet langs het koord, maar veroorzaakt de beweging van andere punten op het koord.

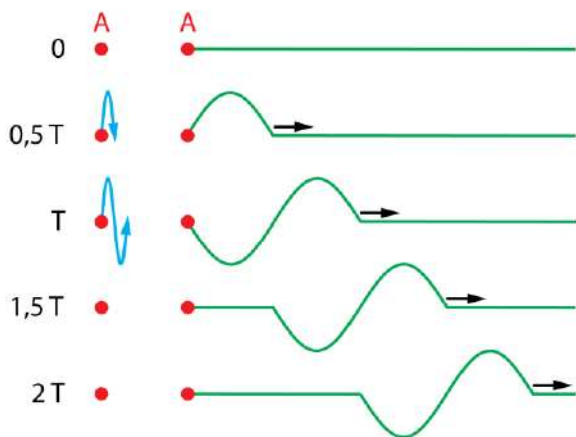
- 1) Een golf is het doorgeven van beweging in een elastisch medium.
- 2) Het doorgeven van beweging kost tijd.
- 3) Bij een golf wordt GEEN materie verplaatst.

Transversale golf

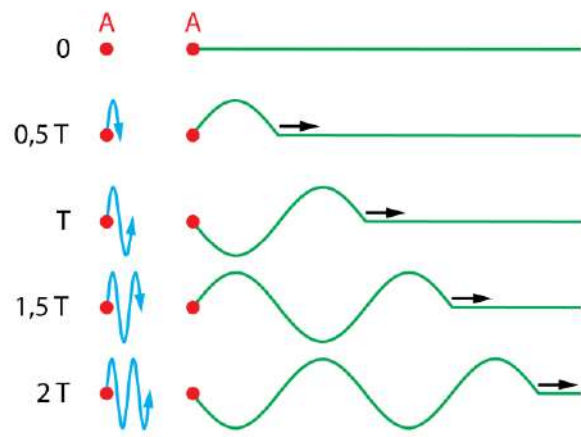
In de figuur 18 zie je een koord dat aan het linker uiteinde A in een **verticale** trilling wordt gebracht. Het buigzame koord zorgt ervoor dat de trilling in **horizontale** richting (naar rechts) wordt doorgegeven. De verticale beweging van het linker uiteinde veroorzaakt een **golfberg** en een **golfdal** die zich horizontaal verplaatsen.

In figuur 18 begint het linker uiteinde op $t=0$ aan een trilling die maar één periode duurt. De trilling wordt naar rechts doorgegeven en beweegt door het koord. Op $t = 0,5 T$ heeft het linker uiteinde een halve trilling uitgevoerd en op $t = T$ een hele trilling. Eén golfberg

en één golfdal verplaatsen zich naar rechts. Herhaal je de beweging van het linker uiteinde dan ontstaat er een lopende golf met meerdere golfbergen en golfdalen. Zie figuur 19.

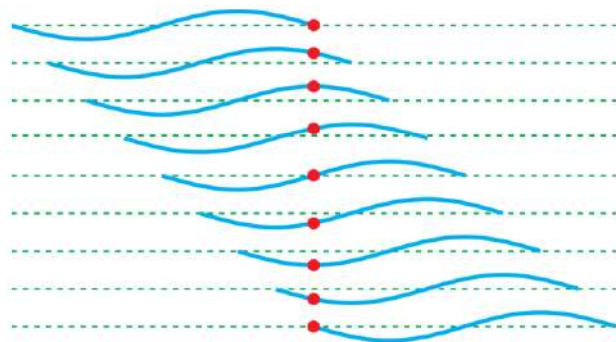


Figuur 18 Het uiteinde van een koord is één keer op en neer bewogen, zodat er een golfberg en een golfdal ontstaan die naar rechts bewegen.



Figuur 19 Het uiteinde van een koord wordt voortdurend op en neer bewogen. Hierdoor ontstaat een naar rechts bewegende golf.

Hoewel de kop van de golf naar rechts beweegt is er geen enkel stukje koord met een beweging naar rechts. De punten van het koord trillen verticaal maar de golf verplaatst zich horizontaal. Een golf waarbij de voortplantingsrichting loodrecht staat op de trillingsrichting heet een **transversale** golf. Zie figuur 20.



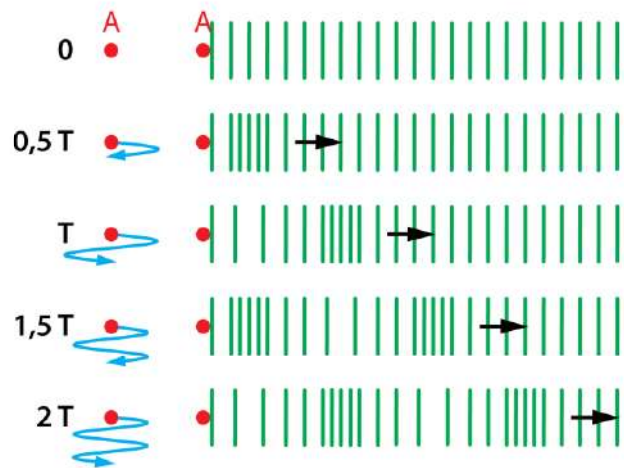
Figuur 20 Op het water drijft een bal. Als een golf voorbijkomt beweegt de bal omhoog en omlaag.

Een transversale golf verplaatst zich loodrecht op de richting van de trilling.

Longitudinale golf

In figuur 21 zie je een spiraalveer die aan het linker uiteinde A in een **horizontale** trilling is gebracht. De spiraal zorgt ervoor dat de trilling in **horizontale** richting (naar rechts) wordt doorgegeven. De horizontale beweging van het linker uiteinde veroorzaakt **verdichtingen** en **verdunningen** die zich naar rechts verplaatsen.

Ieder stukje van de spiraal voert een horizontale trilling uit en geeft deze trilling horizontaal door. Zowel de trilling als de golf hebben een horizontale beweging. Een golf waarbij de voortplantingsrichting evenwijdig is aan de trillingsrichting heet een **longitudinale** golf.

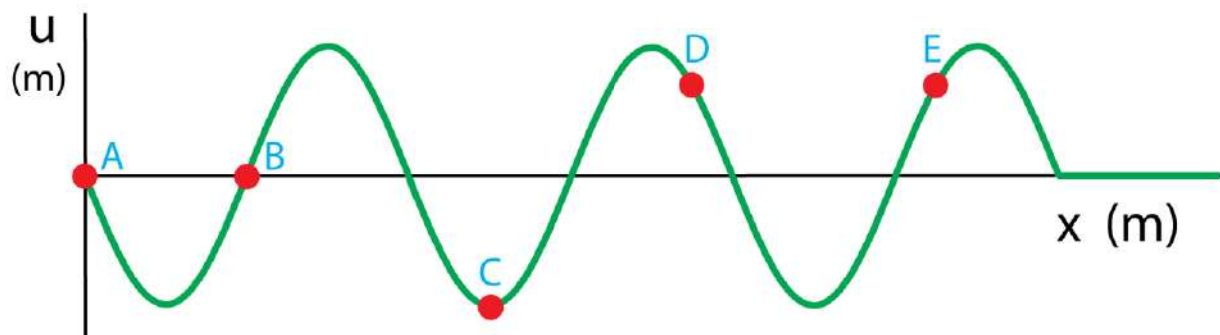


Figuur 21 Het uiteinde van een spiraal wordt snel naar rechts en links bewogen. Hierdoor ontstaat een naar rechts bewegende longitudinale golf.

Een longitudinale golf verplaatst zich evenwijdig aan de richting van de trilling.

Het (u, x)-diagram

In een (u, x)-diagram wordt de vorm van een golf op één bepaald tijdstip weergegeven en is daarom een **momentopname** (een foto) van het medium. In figuur 22 zie je een koord op het moment waarop uiteinde A drie trillingen heeft uitgevoerd. Punt B ligt op een afstand van A en heeft op dat moment nog maar 2,5 trillingen uitgevoerd. Zie figuur 22.



Figuur 22 Op $t=0$ is uiteinde A in trilling gebracht. Op het moment waarop de "foto" is genomen heeft A drie trillingen uitgevoerd. Omdat punt B op een afstand van A ligt heeft punt B op dat moment nog maar 2,5 trillingen uitgevoerd.

Omdat de golf naar rechts beweegt beginnen de punten verder naar rechts op het koord later te trillen dan de punten meer naar links. Punt A is eerder gaan trillen dan punt B en punt B eerder dan punt C, etc. Rechts van punt E zie je de eerste golfberg. Hieruit blijkt dat punt A in het verleden is begonnen met een beweging omhoog. Op het moment waarop het (u, x)-diagram is opgenomen geldt voor de punten A t/m E:

- A** heeft 3 trillingen uitgevoerd en beweegt **omhoog**
- B** heeft $2\frac{1}{2}$ trillingen uitgevoerd en beweegt **omlaag**
- C** heeft $1\frac{3}{4}$ trillingen uitgevoerd en staat **stil** en gaat daarna **omhoog** bewegen
- D** heeft $1\frac{1}{8}$ trillingen uitgevoerd en beweegt **omhoog**
- E** heeft $\frac{3}{8}$ trillingen uitgevoerd en beweegt **omlaag**

In figuur 22 zie je dat de trilling van punt A na enige tijd in punt E aankomt. We concluderen daarom het volgende. Stel, een trillingsbron veroorzaakt een golf die vanuit de bron naar punt P beweegt. Pas als de golf bij P is aangekomen begint P ook te trillen. Punten dichterbij de trillingsbron beginnen eerder te trillen en lopen voor op P. Punten verder van de trillingsbron beginnen later te trillen en lopen achter op P.

Aan de golven tussen de trillingsbron en punt P zie je hoe P in de toekomst zal gaan bewegen.

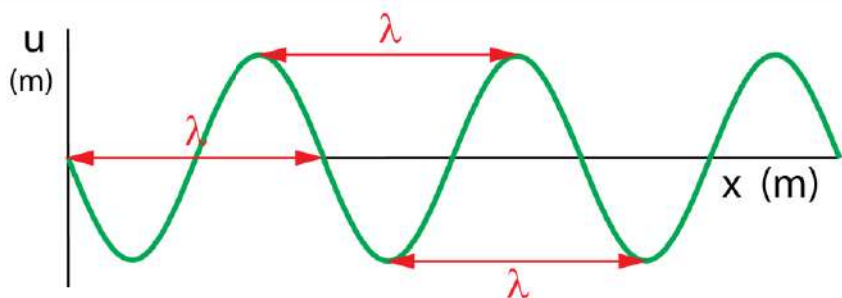
Aan de golven achter punt P, gezien vanaf de trillingsbron, zie je hoe P in het verleden heeft bewogen.

Golflengte

In figuren 19 en 21 zijn momentopnamen te zien van een koord. Op $t = 0$ is uiteinde A in trilling gebracht. Op $t = T$ heeft A één hele trilling uitgevoerd en is in het koord een golfberg en een golfdal ontstaan. De lengte van één golf noemen we de **golflengte**. Het symbool voor golflengte is λ (Griekse letter, spreek uit als lambda). Als A blijft trillen herhaalt het zijn beweging in de tijd, waardoor de golf zich in de ruimte gaat herhalen.

De golflengte λ (lambda) is de afstand waarover het golfpatroon zich in de ruimte herhaalt en is de lengte van één golf.

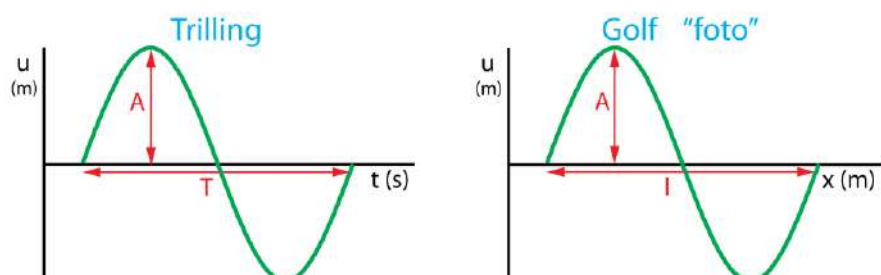
Figuur 23 Bepaling van de golflengte λ uit een (u, x) -diagram kan op verschillende manieren.



De trillingstijd T en golflengte λ hebben veel met elkaar gemeen.

- de trillingstijd is de **tijd** waarover de trilling zich herhaalt
- de golflengte is de **afstand** waarover het golfpatroon zich herhaalt

Het (u, t) -diagram van een trilling lijkt veel op het (u, x) -diagram van een golf. Bij een trilling staat op de horizontale as de tijd en bij een golf staat op de horizontale as de plaats. Zie figuur 24.



Figuur 24 (u, t) - en (u, x) -diagram.

Golfsnelheid

De snelheid waarmee een golf zich verplaatst wordt bepaald door het gemak waarmee het medium kan vervormen. Een gemakkelijk vervormbaar medium heeft een kleine golfsnelheid en een moeilijk vervormbaar medium heeft een grote golfsnelheid. De golfsnelheid is NIET afhankelijk van de frequentie of de amplitude van de trillingsbron.

De golfsnelheid is een eigenschap van het medium en is NIET afhankelijk van de frequentie of de amplitude van de trillingsbron.

Voor de golfsnelheid geldt de volgende formule:

$$\lambda = v_{\text{golf}} \cdot T \quad \rightarrow \quad v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda$$

- λ is de golflengte in meter (m)
- v_{golf} is de golfsnelheid in meter per seconde (m/s)
- T is de trillingstijd in seconde (s)

BEWIJS

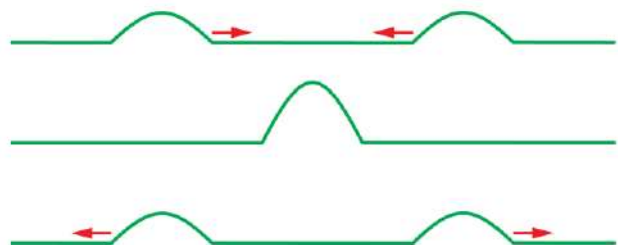
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t$
- in T seconden legt de golf een afstand λ af $\rightarrow \lambda = v_{\text{golf}} \cdot T$
- $v_{\text{golf}} = \frac{\lambda}{T} \rightarrow v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda$

9.4 Interferentie

Tot nu toe hebben we ons beperkt tot de aanwezigheid van één trillingsbron in een elastisch medium. Maar er kunnen natuurlijk ook twee of meer trillingsbronnen aanwezig zijn die allemaal golven veroorzaken. In deze paragraaf bekijken we de situatie met twee trillingsbronnen. Trillen deze bronnen met verschillende frequenties dan ontstaat er een chaotisch patroon. Maar zijn de frequenties van de trillingsbronnen gelijk, dan treedt er **interferentie** op in het gebied waar de golven elkaar overlappen. Interferentie kan ervoor zorgen dat twee golven elkaar versterken of uitdoven.

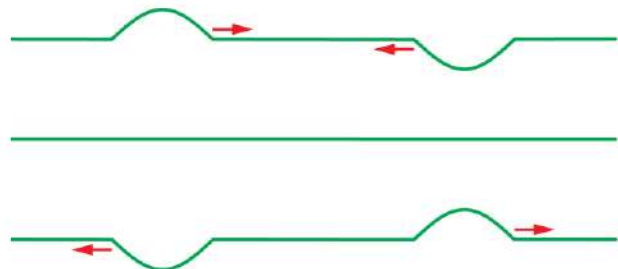
Interferentie ontstaat als op dezelfde plaats twee of meer golven aanwezig zijn veroorzaakt door trillingsbronnen met dezelfde frequentie.

In figuur 25 bewegen twee golfbergen naar elkaar toe. Beide golven hebben een positieve uitwijking. In de middelste situatie zijn ze op dezelfde plaats. Op dat moment versterken de golven elkaar en treedt er **constructieve interferentie** op. Daarna gaan de golven verder.



Figuur 25 Constructieve interferentie.

In figuur 26 bewegen een golfberg en een golfdal naar elkaar toe. De golfberg heeft een positieve uitwijking en het golfdal een negatieve uitwijking. In de middelste situatie zijn ze op dezelfde plaats. Op dat moment doven de golven elkaar uit en treedt er **destructieve interferentie** op. Daarna gaan de golven verder.



Figuur 26 Destructieve interferentie.

Constructieve interferentie → **twee golven versterken elkaar.**

Op plaats P is er constructieve interferentie als de uitwijkingen door golf 1 en golf 2 dezelfde richting hebben waardoor de resulterende uitwijking extra groot is.

Destructieve interferentie → **twee golven verzwakken elkaar**

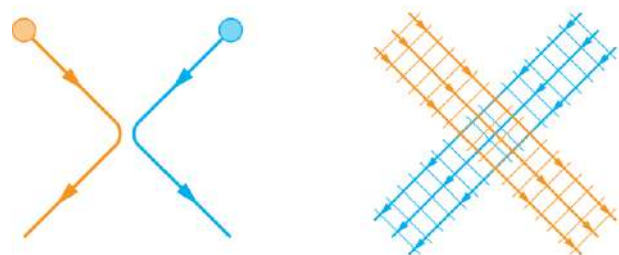
Op plaats P is er destructieve interferentie als de uitwijkingen door golf 1 en golf 2 tegengestelde richtingen hebben, waardoor de resulterende uitwijking kleiner is dan die van golf 1 of golf 2 afzonderlijk.

Totale uitdoving treedt op als de uitwijkingen van beide golven even groot zijn en een tegengestelde richting hebben.

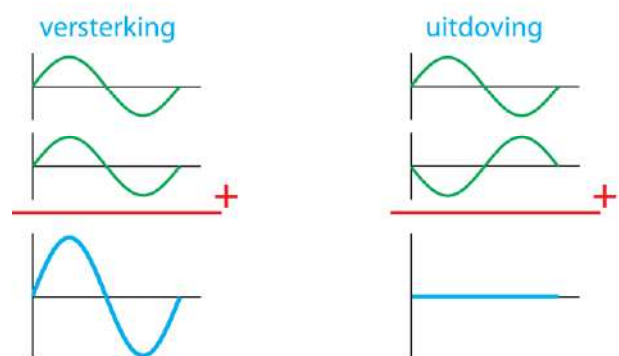
Het is een kenmerkende eigenschap van golven dat ze elkaar kunnen versterken of verzwakken (of uitdoven). Bij voorwerpen is dit niet mogelijk. Want als twee voorwerpen elkaar tegenkomen botsen ze, omdat op één plaats in de ruimte op hetzelfde moment niet twee voorwerpen kunnen zijn. Een voorwerp neemt ruimte in maar een golf niet. Op één plaats in de ruimte kunnen tegelijkertijd twee of meer golven zijn. Golven trekken zich niets van elkaar aan, ze gaan dwars door elkaar heen en daarna gewoon verder. Tijdens het interfereren is de uitwijking de som van de uitwijkingen van de afzonderlijke golven. Zie figuren 27 en 28.

Bij interferentie van golven is de resulterende uitwijking de som van de uitwijkingen van de afzonderlijke golven.

Figuur 27 Twee voorwerpen kunnen niet tegelijkertijd op dezelfde plaats zijn maar twee golven kunnen dat wel.



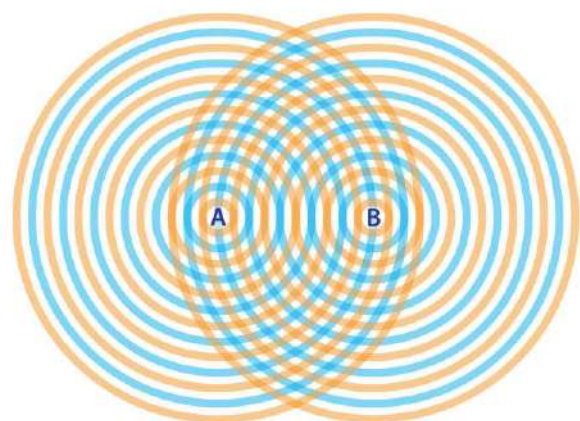
Figuur 28 Twee golven op dezelfde plaats kunnen elkaar versterken of verzwakken.



Buiken en knopen

Stel er zijn twee trillingsbronnen A en B met dezelfde frequentie en amplitude. Op $t=0$ gaan ze in dezelfde richting door de evenwichtsstand en beginnen ze aan een nieuwe trilling. In dat geval spreek je van **coherente trillingsbronnen**.

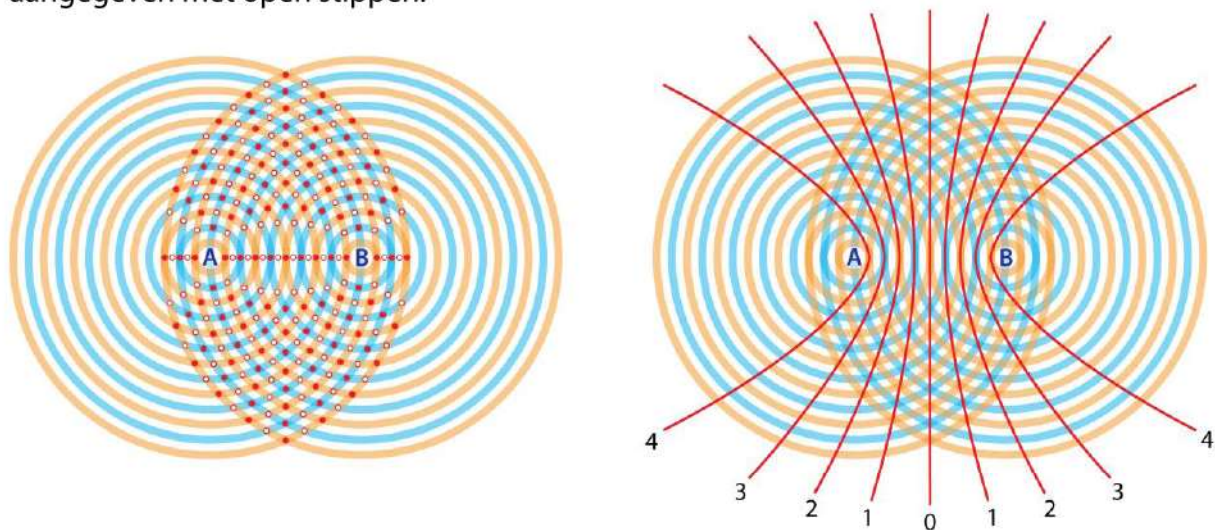
In figuur 29 zie je golfbergen (oranje) en golfdalen (blauw) veroorzaakt door coherente trillingsbronnen A en B. De golven verspreiden zich en overlappen elkaar in een gebied tussen A en B. De afstand tussen twee oranje cirkels en tussen twee blauwe cirkels is de golflengte λ . De afstand tussen een oranje en een blauwe cirkel is $\frac{1}{2} \lambda$.



Figuur 29 Interfererende golven.

Op plaatsen waar twee oranje cirkels elkaar snijden komen twee golfbergen samen en ontstaat er een extra hoge golfberg. Op plaatsen twee blauwe cirkels elkaar snijden komen twee golfdalen samen en ontstaat er een extra diep golfdal. Plaatsen met een extra hoge golfberg of een extra diep golfdal worden **buiken** genoemd. Hier is de amplitude twee keer zo groot als bij een enkele trillingsbron. In figuur 30 zijn buiken aangegeven met dichte stippen.

Op plaatsen waar een oranje cirkel en een blauwe cirkel elkaar snijden komt een golfberg samen met een golfdal. Hier doven de golven elkaar uit en is de amplitude nul. Plaatsen waar de golven elkaar uitdoven worden **knopen** genoemd. In figuur 30 zijn de knopen aangegeven met open stippen.



Figuur 30 A en B zijn coherente trillingsbronnen. In het gebied waar de golven overlappen ontstaat er interferentie. Links zijn de buikpunten aangegeven met dichte stippen en knooppunten met open stippen. Rechts zijn de buikpunten met elkaar te verbinden en zie je de buiklijnen. Iedere buiklijn heeft een nummer.

**Buiken zijn plaatsen waar golven elkaar versterken.
Knopen zijn plaatsen waar golven elkaar uitdoven.**

Doordat de golven naar buiten bewegen verplaatsen de buiken en knopen zich en ontstaan er lijnen waar de golven elkaar versterken of uitdoven. Lijnen waarop de golven elkaar versterken zijn **buiklijnen** en lijnen waarop ze elkaar uitdoven zijn **knooplijnen**. Buiklijnen vind je door de buikpunten met elkaar te verbinden en knooplijnen door de knooppunten met elkaar te verbinden. Zie figuur 30.

9.5 Watergolven, geluid en licht

Oppervlaktegolven van water

Als een wateroppervlak in trilling wordt gebracht ontstaan er oppervlaktegolven, waarbij het wateroppervlak verticaal op en neer gaat. De golven verplaatsen zich over het wateroppervlak met gelijke snelheid in alle richtingen. Hierdoor ontstaan cilindervormige golven. Zie figuur 31.



Figuur 31



Figuur 32

Oppervlaktegolven van water hebben als bijzondere eigenschap dat de golfsnelheid afhankelijk is van de frequentie. Dit verschijnsel heet **dispersie**. Hoe groter de frequentie is hoe kleiner de golfsnelheid. De golfsnelheid is **omgekeerd evenredig** met de frequentie. Ook lichtgolven in een transparant medium vertonen dispersie.

Bovendien is in ondiep water de golfsnelheid afhankelijk van de diepte. Is de diepte meer dan 0,5 keer de golflengte dan is er geen afhankelijkheid, maar bij een diepte minder dan 0,05 keer de golflengte geldt voor de golfsnelheid:

$$v_{\text{golf}} = \sqrt{g \cdot h}$$

- v_{golf} is de golfsnelheid in meter per seconde (m/s)
- g is de valversnelling $9,81 \text{ m/s}^2$
- h is de waterdiepte in meter (m)

Deze bijzondere eigenschappen verklaren het typische gedrag van watergolven, zoals de **branding** bij het strand. Nadert een watergolf het strand dan neemt de golfsnelheid af waardoor het water wordt opgestuwd. Zie figuur 32. Het water beweegt dan niet alleen in verticale richting, maar ook in de richting van het strand en wordt een combinatie van transversale en een longitudinale golven. Ook de enorm hoge golven die ontstaan bij een **tsunami** kun je hiermee verklaren.

Geluid

Als een elastisch medium wordt samengeperst (verdicht) of uitgerekt (verdund) ontstaat er een **longitudinale golf**. Zo'n longitudinale golf noemen we **geluid**. Het elastisch medium kan zowel een gas (lucht) een vloeistof (water) of een vaste stof (staal, beton) zijn.

Zijn er één of enkele vaste frequenties aanwezig dan is er sprake van **muziek**. Bij een lage frequentie is de toon laag en bij een hoge frequentie is de toon hoog. Een **zuivere toon** ontstaat als de beweging van het voorwerp één harmonische trilling is waarbij een **sinus-vormig (u,t)-diagram** hoort.

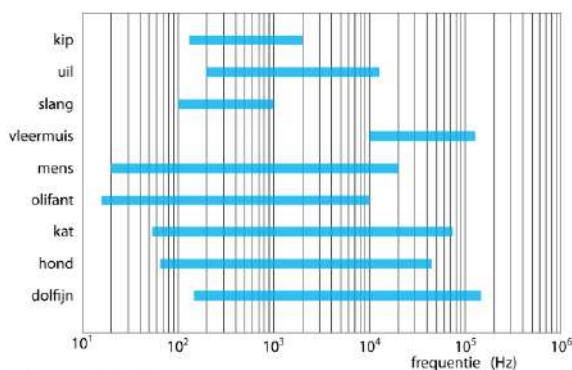
De toonhoogte van geluid wordt bepaald door de frequentie.

Hoe groter de frequentie hoe hoger de toon.

De sterkte van geluid wordt bepaald door de amplitude.

Hoe groter de amplitude hoe harder het geluid.

Het menselijk gehoor is gevoelig voor frequenties tussen 20 en 20.000 Hz. De laagste frequentie van 20 Hz is de **onderste gehoorgrens**, de hoogste frequentie van 20.000 Hz is de **bovenste gehoorgrens**. Geluid met een frequentie lager dan 20 Hz heet **infrasoon** en met een frequentie groter dan 20.000 Hz **ultrasoon**. Sommige dieren (olifanten) kunnen lagere frequenties horen dan wij. Andere dieren (honden, vleermuizen) horen juist hogere frequenties dan mensen. Zie figuur 33.



Figuur 33 Gehoorgrenzen.



Voortplantingssnelheid van geluid

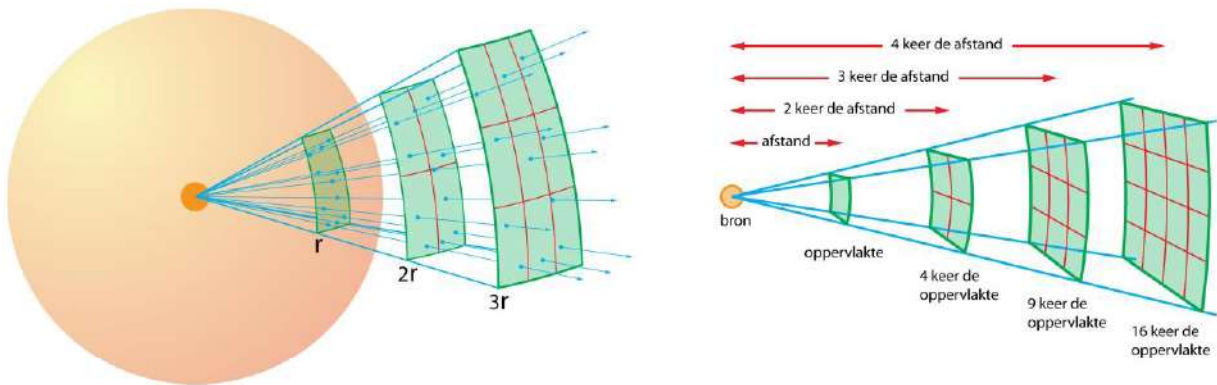
Geluid verspreidt zich in alle richtingen. De snelheid waarmee geluid door het medium beweegt is de **geluidssnelheid** en wordt ook de **voortplantingssnelheid van geluid** genoemd. De geluidssnelheid hangt af van het medium en hangt af van de temperatuur. De geluidssnelheid van gasen is lager dan die van vloeistoffen en van vaste stoffen.

Een moeilijk vervormbaar medium heeft een hoge geluidssnelheid.

De geluidssnelheid is niet afhankelijk van de frequentie of de amplitude.

Geluidsintensiteit en afstand tot de geluidsbron

Geluid verspreidt zich naar alle kanten. Het vertrekt vanaf de geluidsbron en breidt zich uit over de oppervlakte van een bol. Hoe verder je van de bron bent hoe groter de straal van de bol is. De geluidsenergie verdeelt zich daarom over een steeds groter oppervlak, waardoor de geluidsintensiteit afneemt. In figuur 34 zie je dat als je de afstand tot de geluidsbron 2x zo groot maakt de geluidsenergie over een vier keer zo groot oppervlak wordt verdeeld, zodat de geluidsintensiteit 4x minder wordt. Als je de afstand tot de bron 3x zo groot maakt wordt de geluidsintensiteit 9x minder. De geluidsintensiteit neemt af met het kwadraat van de afstand tot de bron. Dit noem je de **(omgekeerde) kwadratenwet**.



Figuur 34 Geluid wordt over een steeds groter oppervlakte verdeeld. De intensiteit neemt af met het kwadraat van de afstand.

VOORBEELD popconcert

Bij een popconcert is de geluidsintensiteit op 0,50 m van de speaker $1,0 \text{ W/m}^2$. Om geen gehoorbeschadiging op te lopen mag de geluidsintensiteit niet groter zijn dan $2,5 \text{ mW/m}^2$.

Op welke afstand van de speaker moet je minstens gaan staan.

- de geluidsintensiteit moet $1 / 0,0025 = 400$ keer kleiner worden
- de geluidsintensiteit neemt af met het kwadraat van de afstand
- je moet de afstand $\sqrt{400} = 20$ keer groter maken
- $20 \cdot 0,5 = 10 \text{ m} \rightarrow$ je moet op 10 m van de speakers gaan staan



Antigeluid

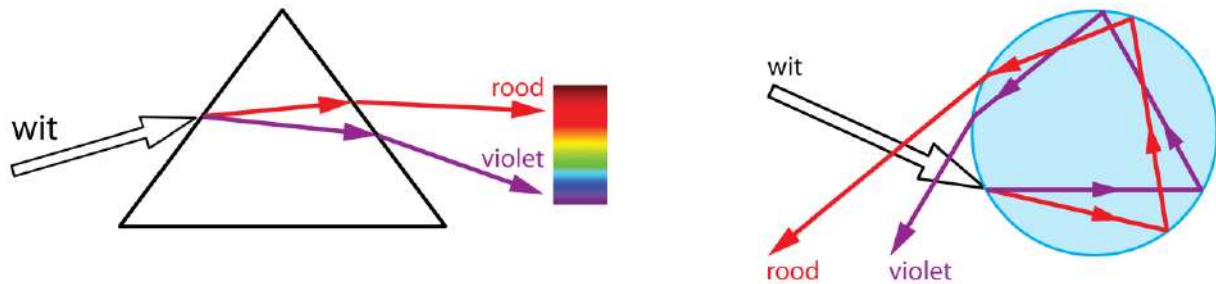
Met antigeluid kunnen storende geluidsgolven worden verzwakt. Dit gebeurt met behulp van destructieve interferentie. Om storend geluid te onderdrukken heb je een microfoon, een luidspreker en snelle elektronica nodig. De microfoon neemt het geluid op en met snelle elektronica wordt een nieuw signaal met tegengestelde uitwijking gemaakt en naar de luidspreker gestuurd. Meet de microfoon een verdichting dan maakt de luidspreker een verdunning en bij een verdunning maakt de luidspreker een verdichting. In het ideale geval is er volledige uitdoving, zodat je geen geluid meer hoort. Zie figuur 35.



Figuur 35 Actieve ruisonderdrukking.

Licht

In vacuüm heeft licht een snelheid van $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s. In een doorzichtige stof is de snelheid kleiner dan c en afhankelijk van de frequentie. Net als oppervlaktegolven van water vertoont licht **dispersie**, waardoor verschillende kleuren licht onder een andere hoek worden gebroken. Met een prisma kan wit licht worden gesplitst in de kleuren waaruit het is samengesteld. Zie figuur 36. Dit verklaart de regenboog die ontstaat als de zon schijnt tijdens een regenbui. Zie figuur 37.



Figuur 36 Dispersie van licht in een prisma (links) en in een waterdruppel (rechts).

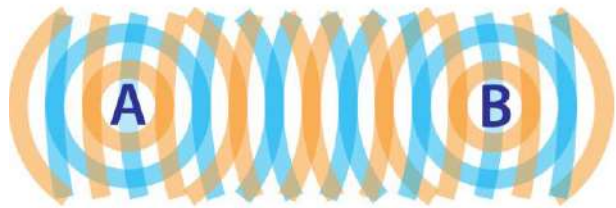


Figuur 37 Dispersie van lichtgolven in waterdruppels veroorzaken een dubbele regenboog.

9.6 Staande golven

Staande golven

Figuur 38 is een vergroting van het middelste deel van figuur 29. Tussen de trillingsbronnen A en B zie je plaatsen waar twee golfbergen (oranje lijnen) en twee golfdalen (blauwe lijnen) samenkomen en waar zich dus buiken bevinden. Tussen deze buiken ontmoet een berg van bron A een dal van bron B, waardoor een knoop ontstaat. De buiken en knopen liggen op vaste plaatsen en bewegen niet. Vandaar dat we spreken van een **staande golf**. Een staande golf ontstaat als twee golven met dezelfde frequentie en dezelfde amplitude tegen elkaar in bewegen.



Figuur 38 Een staande golf is aanwezig tussen de trillingsbronnen A en B.

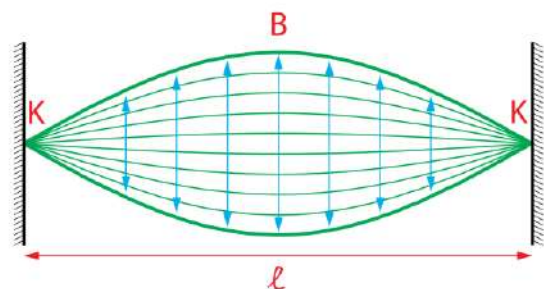
Een staande golf ontstaat als twee golven met dezelfde frequentie en dezelfde amplitude tegen elkaar in bewegen.

Een staande golf heeft stilstaande plaatsen met versterking (buiken) en uitdoving (knopen).

Staande transversale golven bij vaste uiteinden

Een snaarinstrument heeft snaren die aan beide uiteinden zijn vastgemaakt en onder spanning zijn gebracht. Breng je zo'n snaar in beweging, dan gaat deze op regelmatige manier trillen met enkele vaste frequenties. De frequenties van de snaar bepalen de toonhoogte en de "klankkleur" van de muzieknoot. In de snaar bevinden zich staande golven die ontstaan omdat de lopende golven steeds worden teruggekaatst bij de uiteinden. De heengaande en teruggekaatste golven komen elkaar tegen en interfereren. Bij de uiteinden is de amplitude nul, want daar is de snaar vastgemaakt. Als de snaar met de laagst mogelijke frequentie trilt is er in het midden versterking, waardoor er één buik ontstaat. De staande golf met de grootst mogelijke golflengte en dus de laagst mogelijke frequentie is de grondtoon.

In figuur 39 zie je hoe een snaar in de grondtoon trilt. De punten van de snaar trillen verticaal heen en weer. Ze gaan allemaal tegelijk door de evenwichtstand en ze zijn allemaal tegelijk in de uiterste standen boven en onder. De snaar trilt hier in de grondtoon.

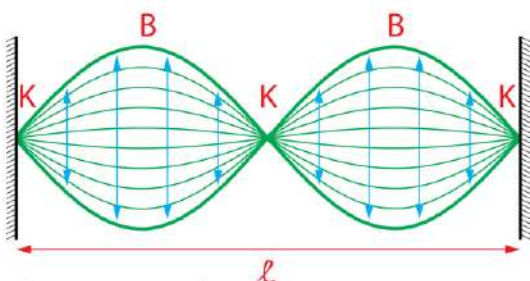


Figuur 39 Staande golf in een aan twee kanten vastgemaakte snaar in de grondtoon.

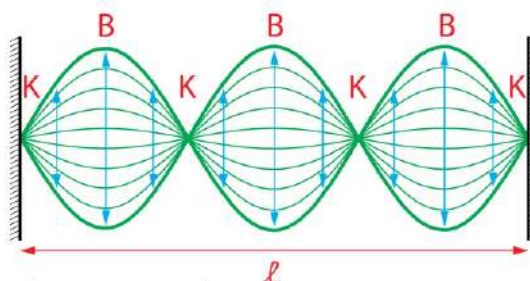
De staande golf met de grootst mogelijke golflengte en dus de laagst mogelijke frequentie is de **grondtoon**. De grondtoon is daarom de laagste toon die een muziekinstrument kan maken.

Boventonen

De staande golf van figuur 39 is niet de enige mogelijkheid waarmee de snaar kan trillen. Als de lengte van de snaar precies een hele golflengte is dient zich een nieuwe mogelijkheid aan. De heen- en teruggaande golven interfereren nu zodanig dat niet alleen bij de uiteinden maar ook in het midden uitdoving plaatsvindt. Er ontstaan nu twee buiken, zie figuur 40. Dit is de **eerste boventoon**. Bij volgende mogelijkheid is de lengte van de snaar anderhalf keer de golflengte. Het patroon dat ontstaat heeft drie buiken. Zie figuur 41. Dit is de **tweede boventoon**.



Figuur 40 De 1^e boventoon.



Figuur 41 De 2^e boventoon.

In een snaarinstrument ontstaan niet alleen de grondtoon, maar ook de 1^e, 2^e, 3^e, etc. boventonen. Ieder instrument heeft een uniek mengsel van boventonen. Dit maakt dat je verschil kunt horen tussen bijvoorbeeld een gitaar, een viool en een piano. Kijk je naar de figuren 39, 40 en 41 dan valt het volgende op.

Bij iedere volgende boventoon komt er één knoop en één buik bij.

De afstand tussen twee buiken B – B en de afstand tussen twee knopen K – K is steeds $\frac{1}{2}\lambda$ en de afstand tussen een buik en een knoop B – K is steeds $\frac{1}{4}\lambda$.

$$B-B = \frac{1}{2}\lambda \quad K-K = \frac{1}{2}\lambda \quad B-K = \frac{1}{4}\lambda$$

Voor een aan beide kanten vastgemaakte snaar met lengte ℓ geldt:

grondtoon	→	staande golf met 1 buik	$\ell = 1 \cdot \frac{1}{2}\lambda_0$	f_0
1^e boventoon	→	staande golf met 2 buiken	$\ell = 2 \cdot \frac{1}{2}\lambda_1$	$f_1 = 2 \cdot f_0$
2^e boventoon	→	staande golf met 3 buiken	$\ell = 3 \cdot \frac{1}{2}\lambda_2$	$f_2 = 3 \cdot f_0$
3^e boventoon	→	staande golf met 4 buiken	$\ell = 4 \cdot \frac{1}{2}\lambda_3$	$f_3 = 4 \cdot f_0$
4^e boventoon	→	staande golf met 5 buiken	$\ell = 5 \cdot \frac{1}{2}\lambda_4$	$f_4 = 5 \cdot f_0$

VOORBEELD harp

Een harp heeft een snaar waarmee muzieknoot a0 wordt gespeeld. Deze noot heeft een frequentie van 220 Hz. De golfsnelheid in de snaar is 800 m/s.



Bereken de lengte van de snaar.

- $f = 220 \text{ Hz}$ | $v_{\text{golf}} = 800 \text{ m/s}$ | $\lambda = \dots \text{ m}$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 800 = 220 \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 3,63636 \text{ m}$
- twee vaste uiteinden $\rightarrow$ grondtoon K – B – K
- $\ell = \frac{1}{2} \lambda \rightarrow \ell = \frac{1}{2} \cdot 3,63636 = 1,81818 = 1,82 \text{ m}$

Bereken de frequentie van de 2^e boventoon.

- patroon 1^e boventoon K – B – K – B – K
- patroon 2^e boventoon K – B – K – B – K – B – K
- 2^e boventoon: $\ell = 3 \cdot \frac{1}{2} \lambda = \frac{3}{2} \lambda \rightarrow 1,81818 = \frac{3}{2} \lambda \rightarrow \lambda = 1,21212 \text{ m}$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 800 = f \cdot 1,21212 \rightarrow f = 660 \text{ Hz}$ ($f_2 = 3 \cdot f_0$)

Spankracht en toonhoogte

Om een snaarinstrument te stemmen pas je de spankracht van de snaar aan. Op een snaarinstrument zijn daarvoor draaiknoppen aangebracht waarmee je de snaar kunt spannen. Hoe strakker je de snaar spant hoe hoger de toon wordt. Om een lage toon te maken moet je de spankracht verminderen. Je kunt ook dikkere snaren kiezen, want hoe dikker de snaar hoe lager de toon.

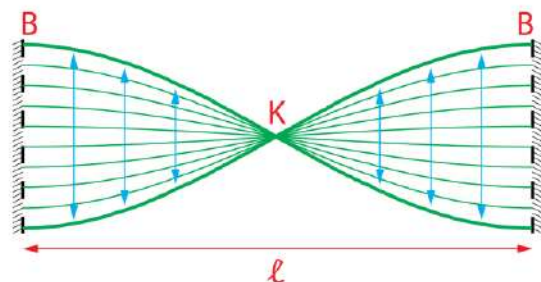


snaar strakker	$\rightarrow$	frequentie van de grondtoon wordt hoger
snaar dikker	$\rightarrow$	frequentie van de grondtoon wordt lager

Staande transversale golven bij losse uiteinden

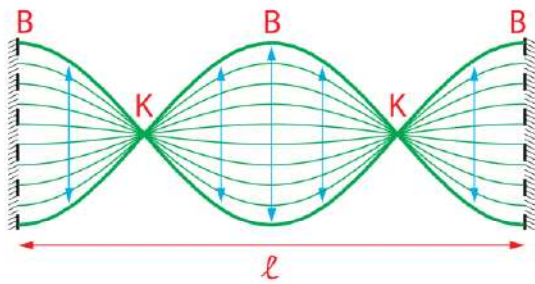
Bij snaarinstrumenten kunnen de snaren aan beide uiteinden niet trillen. Maar er zijn ook instrumenten, zoals een xylofoon, waarbij staven bij de uiteinden wel kunnen trillen. Deze uiteinden zijn "los" en bij een los uiteinde ontstaat altijd een buik.

Als een staaf met de laagst mogelijke frequentie trilt is er in het midden uitdoving, waardoor er één knoop ontstaat. De staande golf met de grootst mogelijke golflengte en dus de laagst mogelijke frequentie is de grondtoon. In figuur 42 zie je hoe de staaf in zijn grondtoon trilt.

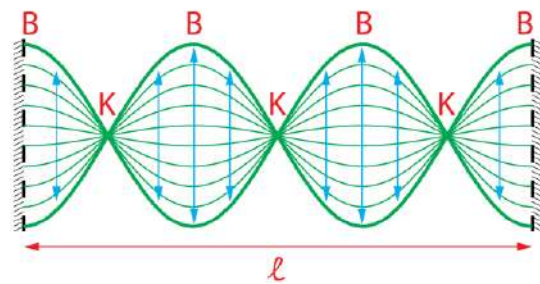


Figuur 42 Staande golf in een staaf die aan de uiteinden vrij kan trillen in de grondtoon.

Ook in dit geval ontstaan er boventonen. Als de lengte van de staaf precies een hele golflengte is dient zich een nieuwe mogelijkheid aan. Het patroon dat ontstaat is de **eerste boventoon** en zie je in figuur 43. In figuur 44 zie je de **tweede boventoon**.



Figuur 43 De 1^e boventoon.



Figuur 44 De 2^e boventoon.

Staande longitudinale golven (blaasinstrumenten)

Behalve staande transversale golven zijn er ook staande longitudinale golven. Dit soort golven vind je in blaasinstrumenten. Een blaasinstrument bestaat uit een buis gevuld met lucht. Door in een mondstuk te blazen wordt de lucht in de luchtkolom in trilling gebracht met een groot aantal frequenties. Alleen frequenties waarbij in de luchtkolom een staande golf ontstaat worden versterkt. De lengte van de buis bepaalt de mogelijke golflengtes. Als het uiteinde van de buis open is kan de lucht daar makkelijk trillen, zodat daar een buik is. Bij een dicht uiteinde kan de lucht niet trillen, zodat daar altijd knoop is. Als een buis twee open uiteinden heeft is bij ieder uiteinde een buik. Als een buis één open en één dicht uiteinde heeft is er een buik bij het open en een knoop bij het dichte uiteinde.

Een staande longitudinale golf in een buis met lucht heeft altijd een buik bij een open uiteinde en een knoop bij een dicht uiteinde.

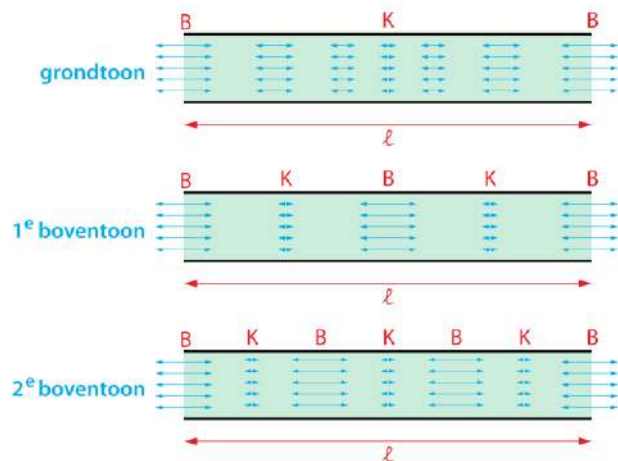
Staande longitudinale golven bij losse uiteinden

Er zijn blaasinstrumenten met twee open uiteinden en instrumenten waarbij één kant open is en één kant dicht. We gaan eerst kijken naar blaasinstrumenten met twee open uiteinden, de anderen komen later aan bod. Twee open uiteinden vind je onder andere in: orgelpijp, dwarsfluit, blokfluit, didgeridoo. Bij het open uiteinde van een buis is altijd een buik. Meestal ligt de buik niet precies bij de opening maar een paar centimeter erbuiten. Tussen twee buiken bevindt zich altijd één knoop. De afstand tussen twee buiken is de helft van de golflengte. De afstand tussen een buik en een knoop is een kwart golflengte. De situatie is gelijk met de eerder behandelde trillende staaf met losse uiteinden.

Figuur 45 Blaasinstrumenten met twee open uiteinden.



In blaasinstrumenten bevinden de golven zich in een luchtkolom, zodat de golfsnelheid gelijk is aan de geluidssnelheid van lucht: 343 m/s bij 20 °C. Bij blaasinstrumenten ligt de golfsnelheid daarom vast. Om een blaasinstrument te stemmen moet je de lengte veranderen. Maak je hem langer dan wordt de golflengte groter en neemt de frequentie af, waardoor de toon lager wordt. Maak je hem korter, dan wordt de frequentie hoger.



Figuur 46 Buis met twee open uiteinden.

**De golfsnelheid in een blaasinstrument is de geluidssnelheid in lucht.
Een blaasinstrument stem je door hem langer of korter te maken.**

De geluidssnelheid van lucht neemt toe als de temperatuur hoger wordt. Als tijdens een concert een blaasinstrument warmer wordt raakt het zijn juiste stemming kwijt. De musicus kan dit verhelpen door zijn instrument langer te maken.



Figuur 47 Bij een hoorn kun je de lengte van de buis aanpassen.

Voor een aan beide kanten open buis met lengte ℓ geldt:

grondtoon	→	staande golf met 1 knoop	$\ell = 1 \cdot \frac{1}{2} \lambda_0$	f_0
1^e boventoon	→	staande golf met 2 knopen	$\ell = 2 \cdot \frac{1}{2} \lambda_1$	$f_1 = 2 \cdot f_0$
2^e boventoon	→	staande golf met 3 knopen	$\ell = 3 \cdot \frac{1}{2} \lambda_2$	$f_2 = 3 \cdot f_0$
3^e boventoon	→	staande golf met 4 knopen	$\ell = 4 \cdot \frac{1}{2} \lambda_3$	$f_3 = 4 \cdot f_0$
4^e boventoon	→	staande golf met 5 knopen	$\ell = 5 \cdot \frac{1}{2} \lambda_4$	$f_4 = 5 \cdot f_0$

VOORBEELD didgeridoo

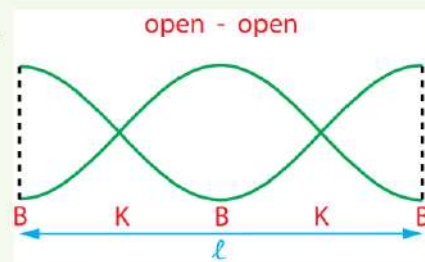
Een didgeridoo is een buis met twee open uiteinden. De frequentie van de eerste boventoon $f_1 = 286$ Hz bij $T = 20,0$ °C.

Bereken de lengte van het instrument.

- patroon 1^e boventoon: B – K – B – K – B

- $\ell = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \lambda = \lambda$

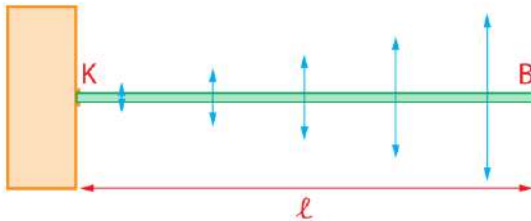
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow v_{\text{golf}} = f \cdot \ell \rightarrow \ell = \frac{v_{\text{golf}}}{f} \rightarrow \ell = \frac{343}{286} = 1,20 \text{ m}$



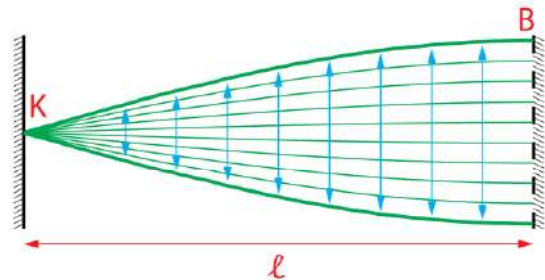
Figuur 48

Staande golven bij één vast en één los uiteinde

Als laatste bekijken we situaties waarbij één uiteinde vast is en het andere uiteinde los. Zie figuur 49. Bij het vaste uiteinde kan de staaf niet trillen, zodat daar een knoop ligt. Bij het losse uiteinde kan de staaf gemakkelijk trillen, zodat daar een buik ligt. In figuur 50 zie je hoe de staaf in zijn grondtoon trilt.

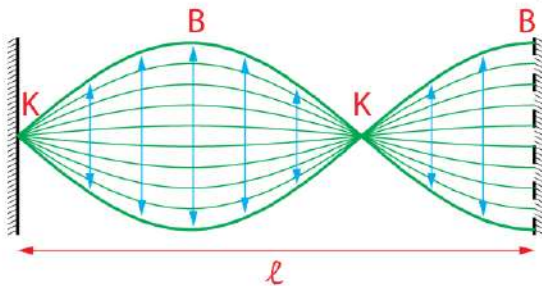


Figuur 49 Staaf die aan één kant vast zit en aan de andere kant vrij kan trillen.

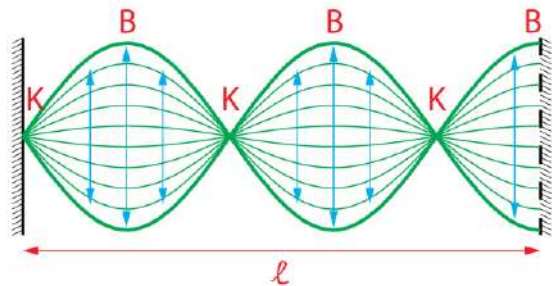


Figuur 50 Staande golf vast – los grondtoon.

Ook nu kunnen er boventonen ontstaan, zoals te zien in figuren 51 en 52.



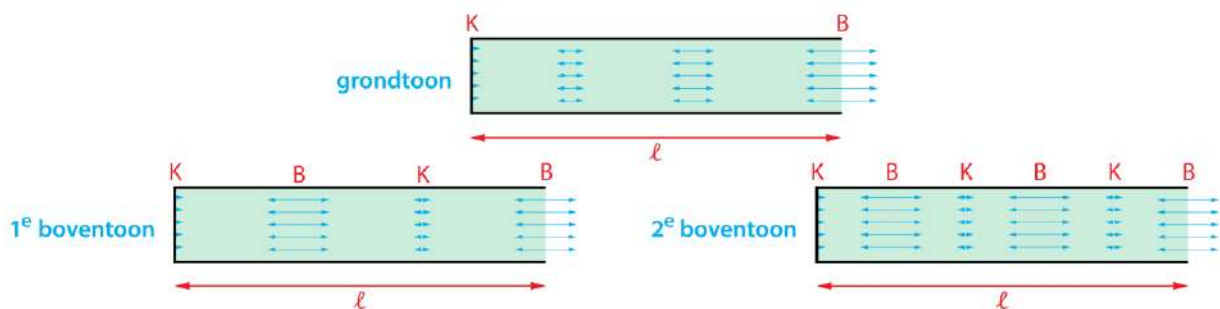
Figuur 51 Vast – los 1^e boventoon.



Figuur 52 Vast – los 2^e boventoon.

Blaasinstrumenten met één dicht en één open uiteinde

Sommige blaasinstrumenten hebben een dicht uiteinde bij het mondstuk en een open uiteinde aan de andere kant. Voorbeelden zijn: klarinet, saxofoon, hobo, fagot. Bij het dichte uiteinde ligt een knoop en bij het open uiteinde ligt een buik. Zie figuur 53.



Figuur 53 Lucht kolom met een open en een gesloten uiteinde.

Voor één dicht en één open buis met lengte ℓ geldt:

grondtoon	→ 1 knoop en 1 buik	$\ell = 1 \cdot \frac{1}{4} \lambda_0$	f_0
1^e boventoon	→ 2 knopen en 2 buiken	$\ell = 3 \cdot \frac{1}{4} \lambda_1$	$f_1 = 3 \cdot f_0$
2^e boventoon	→ 3 knopen en 3 buiken	$\ell = 5 \cdot \frac{1}{4} \lambda_2$	$f_2 = 5 \cdot f_0$
3^e boventoon	→ 4 knopen en 4 buiken	$\ell = 7 \cdot \frac{1}{4} \lambda_3$	$f_3 = 7 \cdot f_0$

VOORBEELD orgelpijp

Een orgelpijp is aan de onderkant open en kan aan de bovenkant dicht of open zijn. De frequentie van de 2^e boventoon is 550 Hz. De geluidssnelheid is 343 m/s.



Bereken de lengte van de orgelpijp als de bovenkant dicht is.

- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 343 = 550 \cdot \lambda_2 \rightarrow \lambda_2 = 0,62364 \text{ m}$
- patroon 2^e boventoon: B – K – B – K – B – K
- $\ell = 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda \rightarrow \ell = \frac{5}{4} \cdot 0,62364 = 0,77955 = 0,78 \text{ m}$

Bereken de frequentie van de 2^e boventoon als de bovenkant open is.

- patroon 2^e boventoon: B – K – B – K – B – K – B
- $\ell = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \lambda \rightarrow 0,77955 = \frac{3}{2} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 0,5197 \text{ m}$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 343 = f \cdot 0,5197 \rightarrow f = 660 \text{ Hz}$

VOORBEELD panfluit

Een panfluit heeft een buis met lengte 19,5 cm. Aan de onderkant is de buis gesloten. $T = 20^\circ \text{C}$.



Bereken welke toon deze buis voortbrengt.

- patroon grondtoon: B – K
- $\ell = \frac{1}{4} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 4 \cdot \ell \rightarrow \lambda = 4 \cdot 0,195 = 0,78 \text{ m}$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 343 = 0,78 \cdot f \rightarrow f = 439,74 = 440 \text{ Hz}$
- opzoeken Binas Tabel 15C $\rightarrow$ muzieknoot a1

Bereken de frequentie van de 1^e boventoon van deze buis.

- patroon 1^e boventoon: B – K – B – K
- $\ell = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = \frac{4}{3} \cdot \ell \rightarrow \lambda = \frac{4}{3} \cdot 0,195 \rightarrow \lambda = 0,26 \text{ m}$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 343 = f \cdot 0,26 \rightarrow f_1 = 1319,23 = 1,32 \cdot 10^3 \text{ Hz}$
- controle: $f_1 = 3 \cdot f_0 \rightarrow 1320 = 3 \cdot 440 \rightarrow$ klopt

Het spelen van een toon

Een blaasinstrument geeft geluid door staande longitudinale golven in een buis met lucht. De staande golf met de laagste frequentie is de **grondtoon**, aangegeven als f_0 . Deze toon is het duidelijkst hoorbaar en bepaalt de toonhoogte. De staande golven van de boventonen hebben een kleinere amplitude en zijn daarom minder goed te horen. Het zijn de **boventonen** met frequenties f_1, f_2, f_3 , etc. die de klankkleur bepalen.

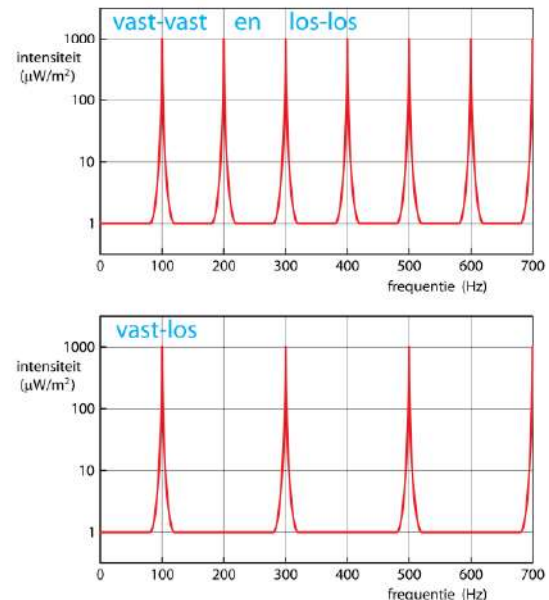
Een panfluit en een kerkorgel hebben voor iedere toon een aparte pijp. Korte pijpen geven hoge tonen en lange pijpen lage tonen. De meeste andere blaasinstrumenten hebben één buis waarvan je de effectieve lengte kan veranderen. Dit kan op verschillende manieren.

In een blokfluit, dwarsfluit, saxofoon, klarinet, hobo, fagot,... zitten gaten in de buis die je kan afsluiten of openen. Als alle gaten dicht zijn klinkt de laagste toon. Als je een gat opent kan de lucht daar ontsnappen en maak je de effectieve lengte van de buis korter. Op de plaats van het gat ontstaat een buik. Een trompet, hoorn, tuba, ... heeft ventielen waarmee je een omleiding open of dicht kan zetten. Bij een trombone verander je de lengte van de buis door twee buizen in elkaar te schuiven.

Muziekinstrumenten in de praktijk

Om onderscheid te maken tussen de verschillende muziekinstrumenten kan je het **frequentiespectrum** meten. Dit is een diagram met op de verticale as de geluidsintensiteit en op de horizontale as de frequentie. In figuur 54 zie je het theoretische frequentiespectrum van ideale vast-vast, los-los en vast-los instrumenten. In alle gevallen heeft de grondtoon een frequentie van 100 Hz.

Figuur 54 Frequentiespectrum van ideale muziekinstrumenten.



Bij een blaasinstrument ligt de plaats van de buik niet exact bij het open uiteinde. Meestal is er een paar centimeter verschil. De vorm van het instrument speelt daarbij een rol. Ook hebben niet alle boventonen dezelfde intensiteit. Soms ontbreekt een boventoon. Het maken van een muziekinstrument is daarom niet alleen een kwestie van natuurkundige berekeningen. Het menselijk gehoor bepaalt uiteindelijk wat "mooi" is en wat niet. Muziekinstrumenten kunnen op een synthesizer worden nagebootst. Daarvoor is het frequentiespectrum van alle bekende muziekinstrumenten in het geheugen van de synthesizer opgeslagen. Toch zal een geoefende luisteraar het verschil horen tussen bijvoorbeeld een echte viool en een nagebootste viool.

De menselijke stem

Bij het zingen en praten stroomt er lucht uit je longen door de aangespannen stembanden. Ze gaan hierdoor trillen met de grondtoon en een aantal boventonen. Stembanden zijn snaren waarvan je de spankracht met spieren kan aanpassen. Hierdoor kun je de frequenties van de grondtoon en de boventonen veranderen. Zie figuur 55. Bij lage tonen is de spankracht klein en bij hoge tonen groot. Ook de lengte van de stembanden is van belang. Bij jongens worden de stembanden langer in de pubertijd, waardoor hun stem lager wordt.



Figuur 55 Strottenhoofd met stembanden (geel).

9.7 Samenvatting

Grootheden en eenheden

- T is de trillingstijd in seconde (s)
- f is de frequentie in Hertz (Hz)
- F_{res} is de resulterende kracht in newton (N)
- u is uitwijking in meter (m)
- C is de veerconstante (N/m)
- λ is de golflengte in meter (m)
- v_{golf} is de golfsnelheid in meter per seconde (m/s)

Weten

- Een trilling is een periodieke beweging om een evenwichtsstand. Na een vaste tijd (een periode) herhaalt de beweging zich. Als de trilling stopt is het voorwerp in de evenwichtsstand.
- Harmonische trilling $\rightarrow$ de kracht is recht evenredig is met de uitwijking $F_{\text{res}} = -C \cdot u$.
- De eigenfrequentie is de frequentie waarmee een voorwerp zonder invloed van buiten trilt.
- Bij een harmonische trilling zijn de (u, t) - en (v, t) -grafieken sinusvormig.
- Oscilloscoop:
 - tijdbasis (time / div) $\rightarrow$ de tijdsduur van één hokje (horizontaal)
 - gevoeligheid (volt / div) $\rightarrow$ de spanning van één hokje (verticaal)
- Bij een gedempte trilling neemt de amplitude af en blijft de frequentie gelijk.
- Resonantie $\rightarrow f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$ voorwerp gaat meetrillen met een ander voorwerp.
- $f_{\text{aandrijf}} \neq f_{\text{eigen}} \rightarrow$ er wordt geen energie toegevoegd $\rightarrow A$ blijft klein.
 $f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}} \rightarrow$ er wordt wel energie toegevoegd $\rightarrow A$ wordt groot.
- Een golf is het doorgeven van een trilling aan de omgeving.
Een elastisch medium is nodig.
Het kost tijd om de trilling in een medium te verplaatsen.
- Transversale golf $\rightarrow$ de golf beweegt loodrecht op de richting van de trilling.
Longitudinale golf $\rightarrow$ de golf beweegt in dezelfde richting als de trilling.
- De golflengte λ is de afstand waarbij het golfpatroon zich herhaalt.

- De golfsnelheid is niet afhankelijk van de frequentie of de amplitude van de trillingsbron, maar is een eigenschap van het medium.
- Interferentie → twee golven komen elkaar tegen, in het gebied waar ze overlappen versterken of verzwakken ze elkaar.
- Versterken → constructieve interferentie.
Verzwakken → destructieve interferentie.
- Buiken zijn plaatsen waar golven elkaar maximaal versterken.
Knopen zijn plaatsen waar golven elkaar uitdoven.
- De toonhoogte van muziek wordt bepaald door de frequentie.
De sterkte van het geluid wordt bepaald door de amplitude.
- Een moeilijk vervormbaar medium heeft een hoge geluidssnelheid.
De geluidssnelheid is niet afhankelijk van de frequentie of van de amplitude.
- De geluidsintensiteit neemt kwadratisch af met de afstand tot de bron.
- Een staande golf ontstaat als golven heen en weer worden gekaatst.
Er ontstaan plaatsen met versterking (buiken) en plaatsen met uitdoving (knopen).
- De afstand tussen twee buiken en tussen twee knopen is $\frac{1}{2}$ golflengte
De afstand tussen een buik en een knoop is $\frac{1}{4}$ golflengte.
- De grondtoon is de golf met de grootst mogelijke golflengte en de laagst mogelijke frequentie.
- Behalve de grondtoon ontstaan er ook boventonen met een kleinere golflengte en een hogere frequentie.
- Bij iedere volgende boventoon komt er één knoop en één buik bij.
- Snaar strakker → de frequenties worden hoger.
Snaar dikker → de frequenties worden lager.
- De golfsnelheid in een blaasinstrument is de geluidssnelheid in lucht.
Een blaasinstrument stem je door hem langer of korter te maken.

Formules

$$f = \frac{1}{T} \quad \leftrightarrow \quad T = \frac{1}{f}$$

$$F_{\text{res}} = -C \cdot u$$

alleen bij een harmonische trilling

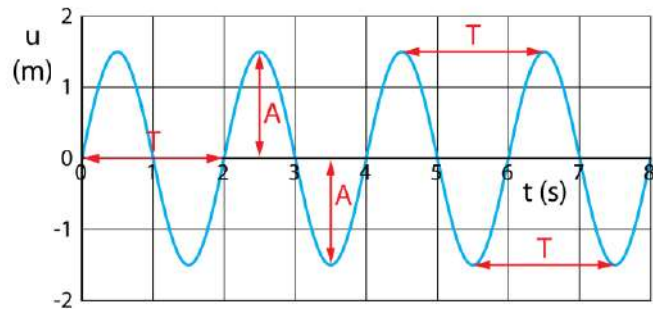
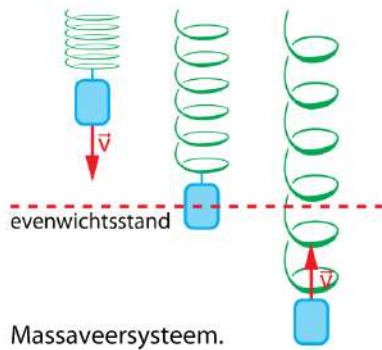
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}$$

trillingstijd bij een massaveersysteem

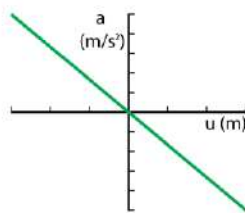
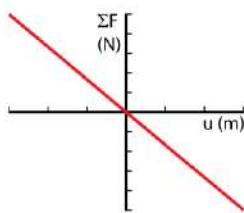
$$s = v_{\text{gem}} \cdot t \quad \leftrightarrow \quad \lambda = v_{\text{golf}} \cdot T \quad \leftrightarrow \quad v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda$$

$$B-B = \frac{1}{2}\lambda \quad K-K = \frac{1}{2}\lambda \quad B-K = \frac{1}{4}\lambda \quad \text{afstand tussen buiken en knopen}$$

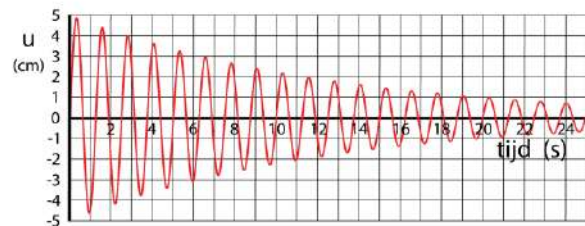
Figuren trillingen



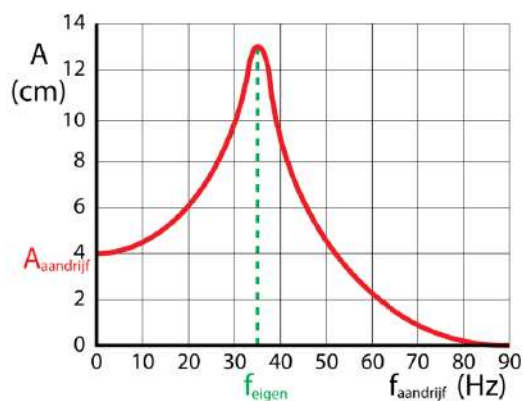
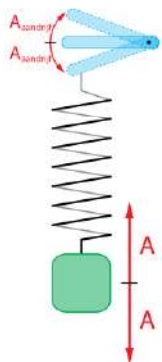
(u, t)-diagram. In de figuur zijn T en A aangegeven.



(F, u)-diagram en (a, u)-diagram voor een harmonische trilling.



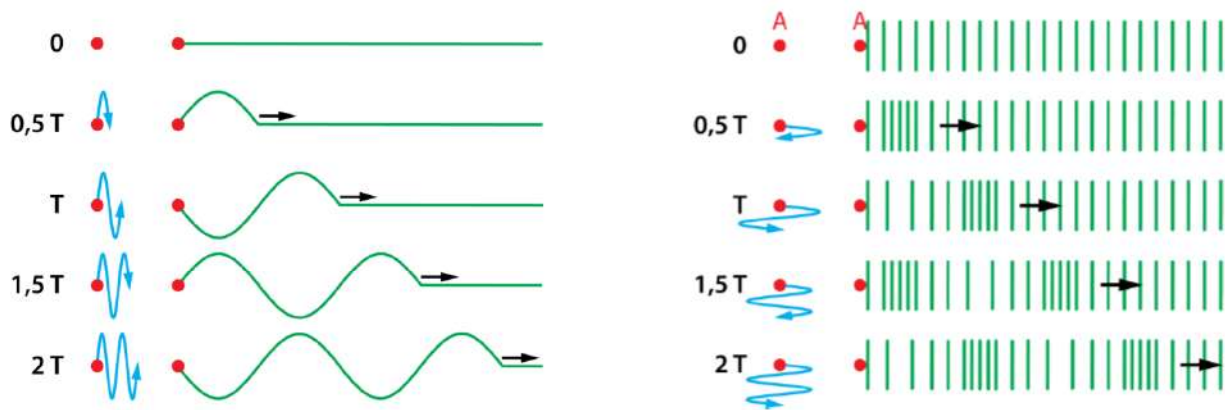
Gedempte harmonische trilling. u neemt af, de trillingstijd verandert niet.



aandrijfkraft	amplitude
$f_{\text{aandrijf}} \ll f_{\text{eigen}}$	$A = A_{\text{aandrijf}}$
$f_{\text{aandrijf}} \gg f_{\text{eigen}}$	$A \rightarrow 0$
$f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$	$A \rightarrow \infty$

Resonantie treedt op als $f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$. De amplitude wordt dan erg groot.

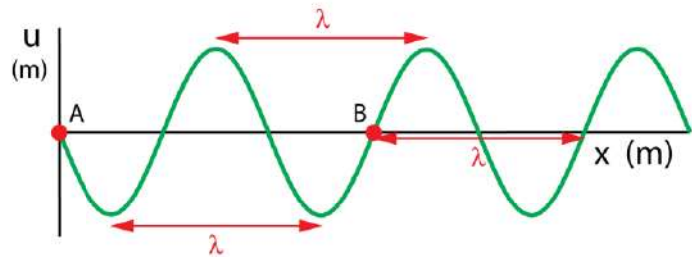
Figuren golven



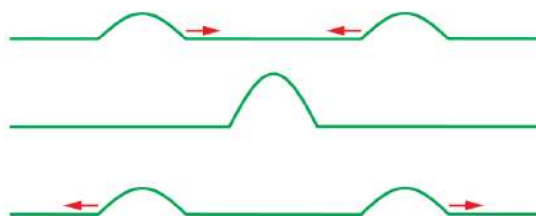
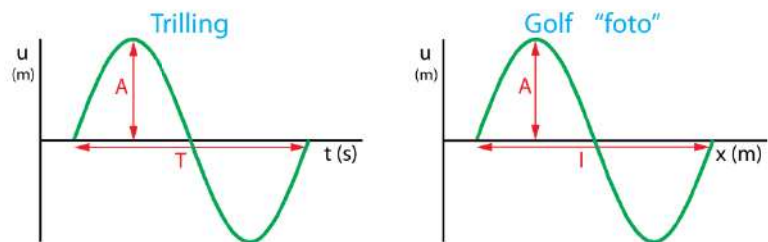
Transversale golf → de golf beweegt loodrecht op de richting van de trilling.

Longitudinale golf → de golf beweegt in dezelfde richting als de trilling.

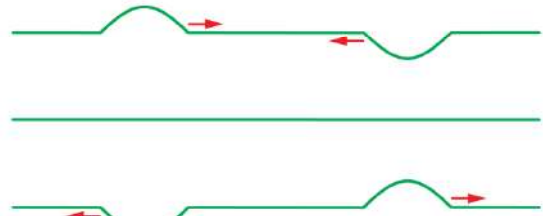
De golflengte λ is de afstand waarbij het golfpatroon zich herhaalt.



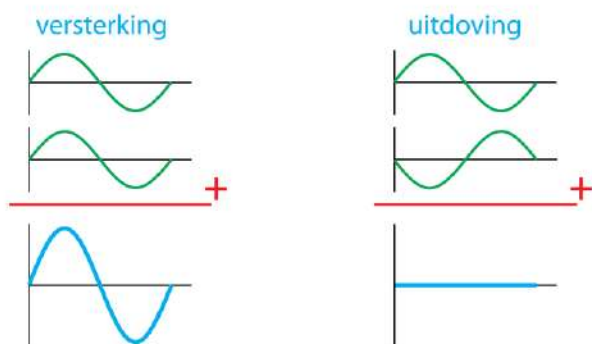
Het (u, t) -diagram van een trilling en het (u, x) -diagram van een golf.



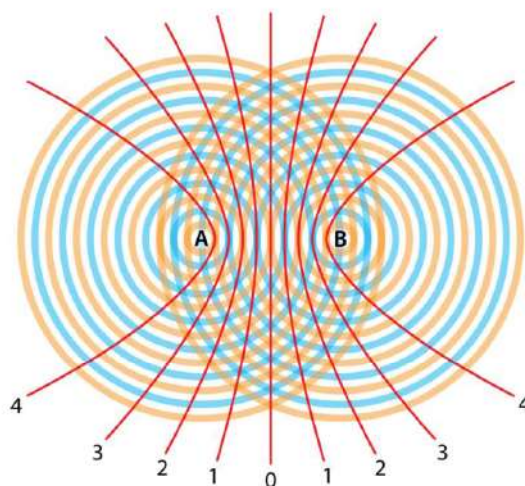
Constructieve interferentie → versterking.



Destructieve interferentie → uitdoving.



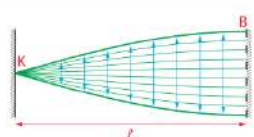
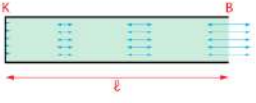
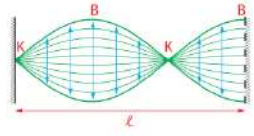
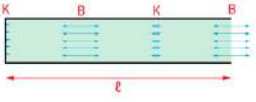
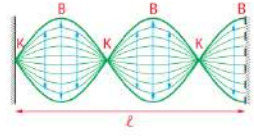
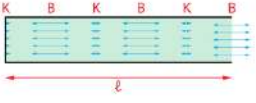
Interferentie is het optellen van twee golven.



Interfererende golven afkomstig van bronnen A en B. De rode lijnen zijn de buiklijnen.

staande golf vast – vast	toon	lengte van de snaar	golflengte	frequentie
	grondtoon	$\ell = 1 \cdot \frac{1}{2} \lambda_0$	λ_0	f_0
	1 ^e boventoon	$\ell = 2 \cdot \frac{1}{2} \lambda_1$	$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{2}$	$f_1 = 2 \cdot f_0$
	2 ^e boventoon	$\ell = 3 \cdot \frac{1}{2} \lambda_2$	$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{3}$	$f_2 = 3 \cdot f_0$

staande golf los – los in klankstaaf	staande golf los – los in luchtkolom	toon	lengte van de snaar	golflengte	frequentie
		grondtoon	$\ell = 1 \cdot \frac{1}{2} \lambda_0$	λ_0	f_0
		1 ^e boventoon	$\ell = 2 \cdot \frac{1}{2} \lambda_1$	$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{2}$	$f_1 = 2 \cdot f_0$
		2 ^e boventoon	$\ell = 3 \cdot \frac{1}{2} \lambda_2$	$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{3}$	$f_2 = 3 \cdot f_0$

staande golf vast – los in klankstaaf	staande golf vast – los in luchtkolom	toon	lengte van de snaar	golflengte	frequentie
		grondtoon	$\ell = 1 \cdot \frac{1}{4} \lambda_0$	λ_0	f_0
		1 ^e boventoon	$\ell = 3 \cdot \frac{1}{4} \lambda_1$	$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{3}$	$f_1 = 3 \cdot f_0$
		2 ^e boventoon	$\ell = 5 \cdot \frac{1}{4} \lambda_2$	$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{5}$	$f_2 = 5 \cdot f_0$