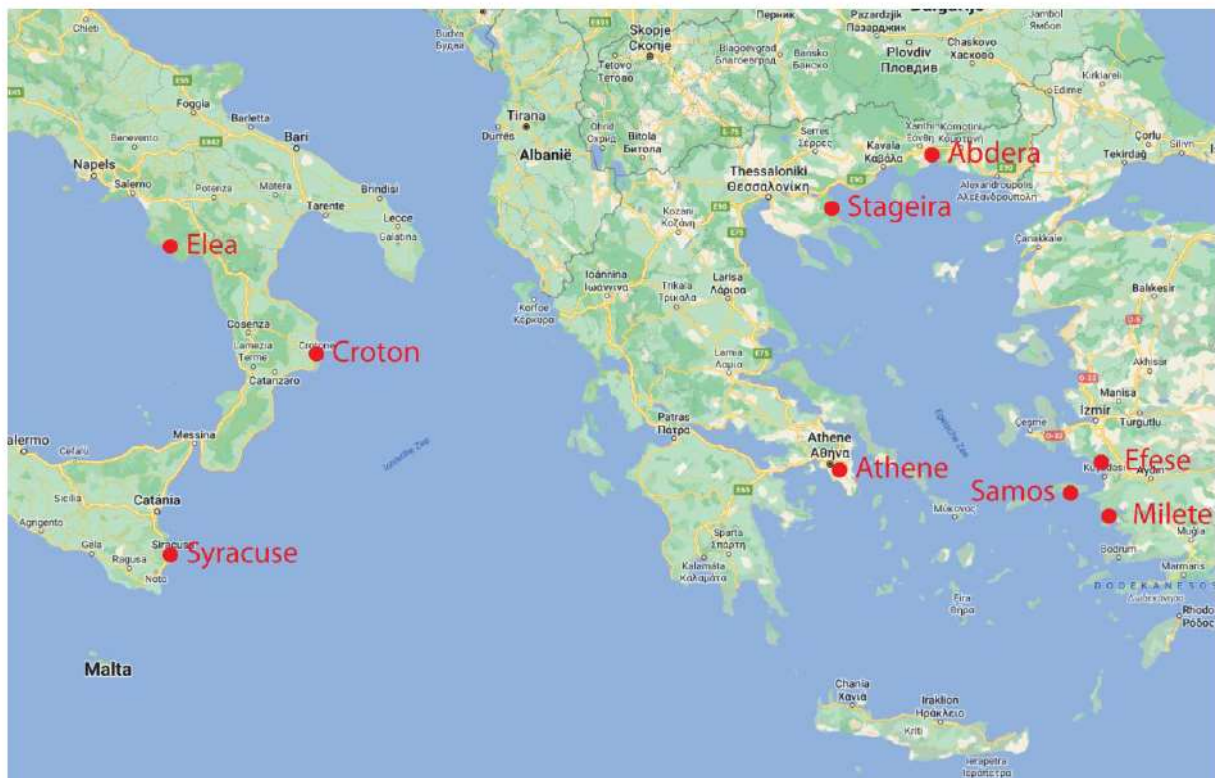


1 Meten en Rekenen

vwo

1.0 Inleiding

Het valt niet te zeggen wanneer en hoe natuurkunde is ontstaan. Waarschijnlijk is natuurkunde net zo oud als de mensheid. Maar er zijn wel belangrijke perioden geweest waarin natuurkunde met sprongen vooruit is gegaan. De eerste grote stappen die zijn opgeschreven zijn gezet door de Griekse natuurfilosofen **Thales** (624–545 v. Chr.) en **Anaximander** (610–546 v. Chr.). Beiden woonden in de stad Milete aan de westkust van het huidige Turkije.



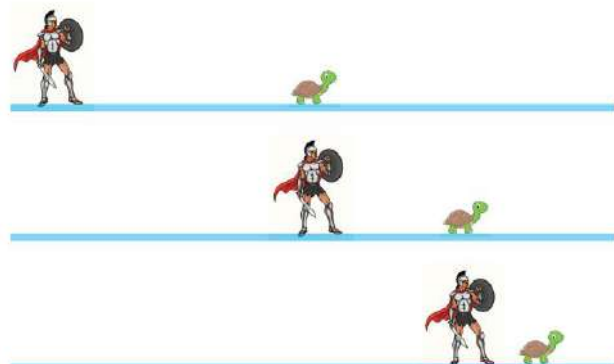
Thales heeft twee uitgangspunten: 1) conclusies over het universum mogen alleen op het universum zelf worden gebaseerd want goddelijk ingrijpen telt niet als argument en 2) opvattingen moeten aan de hand van argumenten worden gestaafd. Thales houdt zich niet alleen bezig met het universum maar ook met wiskunde. Volgens de Griekse overlevering is hij in Egypte geweest om de hoogte van piramiden te berekenen. De stelling van Thales over de ingeschreven driehoek in een cirkel staat nog steeds in de schoolboeken.

Net als Thales houdt ook Anaximander zich bezig met de kosmologie, waarbij hij een natuurkundige verklaringen zoekt voor het ontstaan van het heelal en het bewegen van de hemellichamen. Hij stelt dat iedere verandering door iets wordt veroorzaakt. Gebeurtenissen zijn noodzakelijke gevolgen van natuurlijke oorzaken. Volgens hem is regen het water uit de zee en de rivieren dat is verdampt door de warmte van de zon en door de wind is verplaatst om verderop neer te vallen. Onweer en bliksem worden veroorzaakt door botsende wolken. Aardbevingen worden veroorzaakt door scheuren in de aarde vanwege teveel warmte of regen.

Vlak voor de kust bij Milete ligt het eiland Samos waar **Pythagoras** (570–500 v. Chr.) leefde. Pythagoras is een zonderlinge figuur waar veel over is geschreven. In 540 v. Chr. verhuist hij naar Croton aan de zuid Italiaanse kust, waar hij een gemeenschap opricht met 300 leerlingen om hen te onderwijzen in zijn filosofische gedachten. Zijn lessen gaan over de bevrijding van de mens uit onwetendheid. Hij zoekt naar spirituele ontwikkeling, waarbij wiskunde een belangrijke plaats inneemt. Voor Pythagoras hebben getallen een mythische betekenis en hij zoekt daarom naar betekenisvolle verhoudingen. Zo onderzoekt hij de verhoudingen van de omlooptijden van de planeten. Bekend is zijn onderzoek aan de tonen in de muziek. Hij gebruikt een plank met een ingeklemde snaar verdeeld in 12 stukken, waarmee hij aantoont dat alleen bij de juiste verhoudingen muzieknoden als harmonisch worden ervaren. Zo verhoudt het octaaf zich tot de grondtoon als 2 : 1 en de kwint als 3 : 2.

De volgende die we tegenkomen is **Parmenides** (514–? v. Chr.). We weten niet hoe oud hij is geworden en ook zijn geboortjaar is niet helemaal zeker. Maar hij woonde en werkte in Elea, een stad aan de westkust in het zuiden van Italië. Parmenides is op zoek naar ware kennis en volgens hem moet je daarvoor afstand nemen tot de waarneembare werkelijkheid die misleidend is. Hij beschouwt de rede als enige bron van kennis waarmee je de logische structuur van de werkelijkheid kunt doorgronden. Parmenides denkt dat lege ruimte niet bestaat, want iets dat bestaat is niet leeg. En omdat lege ruimte onmogelijk is kan er ook geen beweging zijn, want als een voorwerp ergens naartoe beweegt moet daar eerst lege ruimte zijn. Op dezelfde manier denkt hij dat niets kan ontstaan, want dat zou betekenen dat het er eerst niet was en voor hem kan iets niet niet bestaan.

De bekendste leerling van Parmenides is **Zeno van Elea** vanwege zijn paradoxen over bewegen. Zo beredeneert hij dat Achilles bij het hardlopen niet kan winnen van een schildpad. Want als Achilles op de plaats aankomt waar de schildpad was is deze weer een stukje verder gelopen. Dit gebeurt oneindig vaak en dus kan Achilles nooit voorbij de schildpad komen. Zijn redenering loopt vast op het begrip "oneindig".



Een heel andere benadering komt van **Democritus** (460–370 v. Chr.) uit Abdera in het noorden van Griekenland. Hij is vooral bekend door zijn atoomtheorie. Volgens hem bestaat alles uit onzichtbaar kleine atomen die ondeelbaar zijn. Tussen de atomen bevindt

zich lege ruimte waarin de atomen bewegen. Er zijn atomen met verschillende vormen en als ze aan elkaar vasthaken ontstaan de verschillende stoffen zoals wij ze kennen. Bij vaste stoffen zitten de atomen stevig aan elkaar vast, bij vloeistoffen is de binding zwakker en bij gasen zijn de atomen los van elkaar. Bij botsingen tussen de atomen gaan de zware atomen naar het centrum en de lichte atomen naar de buitenkant. Zo ontstaat de wereld, waarin de stoffen op elkaar zijn gestapeld van zwaar naar licht. Met het idee dat "zijnde" (atomen) en "niet-zijnde" (lege ruimte) beide bestaan neem Democritus afstand van de leer van Parmenides.

Het grote belang van wiskunde om de werkelijkheid te begrijpen wordt ingezien door **Plato** (427–347 v. Chr.) die leerling was van **Socrates** (470–399 v. Chr.) en leraar van **Aristoteles** (384–322 v. Chr.). Voor Plato is de waarneembare werkelijkheid slechts een vervormde afbeelding van de echte werkelijkheid die alleen door het verstand kan worden gekend. Ergens is er een gedachtewereld waarin de idealen vormen zich bevinden. Wat we op aarde zien is hiervan slechts een kopie die niet helemaal klopt. Zo is geen enkele waarneembare cirkel helemaal juist en bestaat de perfecte cirkel alleen in de gedachte wiskundige werkelijkheid.

Hij illustreert dit idee in zijn beroemde allegorie van de grot, waarin gevangenen kijken naar de schaduwen op een muur. Voor de gevangenen zijn deze schaduwen de werkelijkheid en als één van hen erachter komt dat het slechts schaduwen zijn van een totaal andere werkelijkheid wordt hij door niemand geloofd.



Aristoteles komt uit Stageira. Zijn vader is de lijfarts van de koning van Macedonië en van hem leert Aristoteles veel over biologie en geneeskunde. Als hij zeventien is gaat hij naar Athene om aan de academie van Plato te studeren. Aristoteles neemt afstand van de leer van Plato en onderzoekt de wereld zoals het zich voordoet en komt daarbij tot de conclusie dat alles een doel heeft. Hij ziet de werkelijkheid als organisme, waarin alles met elkaar samenhangt en gericht is op een doel. Bij alles wat je ziet kun je vier vragen stellen: 1) waar is het van gemaakt, 2) welke vorm heeft het, 3) wie of wat heeft het gemaakt en 4) waarom is het gemaakt. Als de dingen ongehinderd hun gang kunnen gaan zullen ze hun doel bereiken. Zo heeft een zaadje het in zich om uit te groeien tot een boom als het in vruchtbare aarde valt. Laat je een steen los, dan valt het omlaag om zich te voegen bij de andere stenen waar het thuishoort. Aristoteles is erg veelzijdig en schrijft behalve over natuurkunde ook over biologie, logica, psychologie, ethiek, politiek, economie, retorica en poëzie. Hoewel veel van zijn werk verloren is gegaan is hij een van de invloedrijkste personen die hebben geleefd. Zijn werk is via de Arabische wereld in de dertiende eeuw herontdekt in Europa en wordt de basis van de christelijke leer. Door de herontdekking van Aristoteles komt de klassieke oudheid in de belangstelling wat het begin is van de renaissance in de vijftiende en zestiende eeuw, waarmee de middeleeuwen overgaat in de moderne tijd.

In 333 v. Chr. verovert Alexander de Grote het oude Egypte van de farao's en sticht aan de noordkust bij de Nijldelta een nieuwe hoofdstad die zijn naam draagt. Alexandrië wordt het centrum van kennis en als prestigeobject wordt een bibliotheek gebouwd die uitgroeit tot de meest complete van de Griekse wereld met een half miljoen boekrollen. De biblio-

theek blijft bestaan tot het einde van de vierde eeuw na Chr. waarna vrijwel de hele collectie verloren gaat, vaak door doelgerichte boekverbranding. Rond 300 v. Chr. werkt **Euclides van Alexandrië** bij de bibliotheek en schrijft daar zijn beroemde boek *Elementen*. Dit boek geeft een overzicht van de wiskundige kennis die dan bestaat. Bij de 468 wiskundige bewijzen worden alleen rechte lijnen getekend en cirkels getrokken. Euclides gaat uit van vijf postulaten, die hij als onbewezen waarheid aanneemt. De meetkunde die nu nog in de schoolboeken staat is gebaseerd op het werk van Euclides.

Archimedes (287–212 v. Chr.) woont en werkt in Syracuse op Sicilië en is een van de belangrijkste wiskundige aller tijden. Daarnaast is hij natuurkundige, ontwerper en uitvinder. Als wiskundige berekent hij de oppervlakten en volumes van verschillende meetkundige figuren, zoals bol en cilinder, bepaalt hij getal pi met grote nauwkeurigheid, bedenkt hij een methode om met grote getallen te rekenen en onderzoekt hij het tellen van het aantal mogelijke rangschikkingen van voorwerpen. In de natuurkunde is zijn naam verbonden met de wet van Archimedes over de opwaartse kracht in een vloeistof of gas die nu nog in alle natuurkundeboeken staat. Hij legt de fundamenteën van de evenwichtsléer en geeft een verklaring van de werking van de hefboom. Om water omhoog te brengen ontwerpt hij de schroef van Archimedes die nu nog steeds wordt gebruikt in waterpompen. Verder ontwerpt hij oorlogsmachines om de Romeinse belegeraars van Syracuse buiten te houden. Uiteindelijk wordt Syracuse in 212 v. Chr. ingenomen waarbij Archimedes wordt gedood.

Met Archimedes is het verhaal nog lang niet klaar. Zo schrijft **Claudius Ptolemaeus** (87–150 na Chr.) het boek *Almagest*, waarin de beweging van de zon, de planeten en de sterren om de stilstaand veronderstelde aarde wiskundig wordt beschreven. Pas 1400 jaar later komt Copernicus met het idee dat niet de aarde maar de zon stilstaat. Galileo Galilei wordt hierdoor geïnspireerd om natuurkundige experimenten te gaan doen en dat is de start van de huidige natuurkunde. Sinds Galilei is er heel wat natuurkundige kennis bijgekomen, maar de natuurkundige methode is sindsdien niet meer veranderd.

Aan het bovenstaande kun je zien dat de Griekse natuurfilosofie de basis is van de huidige natuurkunde. Ook in andere delen van de wereld, zoals India en China, is de cultuur hoog ontwikkeld en wordt er veel nagedacht en geschreven over natuurkunde. Maar de Griekse werkwijze heeft een aantal kenmerken die noodzakelijk zijn om tot succes te komen. Er is vrijheid om gevestigde (religieuze) opvattingen ter discussie te stellen. Er is uitwisseling van ideeën en levendig debat verspreid over de hele (Griekse) wereld. Er is grote belangstelling voor wiskunde. Er is verbeeldingskracht. Er is een diep verlangen om te begrijpen waarom de dingen zijn zoals ze zijn. En als je hieraan het uitvoeren van experimenten toevoegt krijg je de natuurkunde die niet meer weg te denken is uit de moderne wereld en die de technologie heeft opgeleverd waarmee ons leven is gevuld.

Inhoud

1.1	Kennis van de natuur	6
	– Objectieve waarnemingen	6
	– Experimenten	6
	– Theorie en model	6
	– Het verwerven van natuurkundige kennis	7
	– Experiment en verslag	8
	– Natuurkunde en technologie	9
1.2	Grootheid en eenheid	10
	– Grootheid en eenheid	10
	– Internationaal stelsel van basisgrootheden en grondeenheden	12
	– Optellen en aftrekken van grootheden en eenheden	12
	– Vermenigvuldigen en delen van grootheden en eenheden	12
	– Getallen zonder eenheid	13
	– Noteren van eenheden	13
	– Omrekenen van eenheden	14
1.3	Lengte, oppervlakte en volume	15
	– Verhouding tussen lengte, oppervlakte en volume	15
	– Schaalfactor	16
	– Berekenen van oppervlakte en volume	17
1.4	Rekenen met machten van 10	19
	– Machten van 10	19
	– Wetenschappelijke notatie	19
	– Voorvoegsels	20
	– Schatten	20
	– Ordegrootte	21
1.5	Meetonzekerheid	22
	– Tellen en meten	22
	– Meetonzekerheid	22
	– Noteren van een gemeten waarde	23
	– Significante cijfers	24
	– Cijfers achter de komma (decimalen)	25
	– Relatieve meetonzekerheid	26
1.6	Diagrammen	27
	– Diagrammen	27
	– Meetonzekerheid aangeven in een diagram	28
	– Een kromme grafiek recht maken	29
1.7	Formules	31
	– Redeneringen	34
	– Natuurkunde en wiskunde	35

1.1 Kennis van de natuur

Objectieve waarnemingen

Als je iets onbevooroordeeld en ontdaan van je persoonlijke inbreng of gevoelens waarneemt is dit een **objectieve waarneming**. Jouw ervaringen of meningen doen er dan niet toe, want een andere onbevooroordeelde waarnemer zal tot dezelfde bevindingen komen. Als je iets vanuit persoonlijk oogpunt waarneemt is dit een **subjectieve waarneming**. De waarneming heeft dan betrekking op jouw eigen smaak of voorkeur en is beïnvloed door jouw ervaringen of meningen. Hierdoor worden je bevindingen afgestemd op wat je zelf hebt meegemaakt.

In de natuurkunde zijn alleen de resultaten van objectieve waarnemingen geldig. Een objectieve **waarneming** is per definitie **waar**. Is er geen overeenstemming tussen de waarneming en de heersende theorie of opvatting, dan moet de theorie of opvatting wijken. In de natuurkunde bestaat geen gezag of autoriteit. De status van een persoon, het aantal mensen dat een theorie aanhangt of de tijd waarin een opvatting al bestaat en wordt aanvaard doet in de natuurkunde niet ter zake. Alleen objectieve waarnemingen doen ertoe en zijn de feiten waar niemand omheen kan. Een geldige natuurkundige theorie is in overeenstemming met alle door objectieve waarnemingen verkregen feiten.

Natuurkunde is de wetenschap die als doel heeft om alles wat objectief kan worden waargenomen te beschrijven en te verklaren.

Experimenten

Je kunt waarnemingen doen door goed om je heen te kijken, maar veel beter is het om **experimenten** te doen. Bij een experiment start je met een onderzoeksvraag. Je richt je aandacht op een **object** waar je meer van wil weten. Zo'n object kan van alles zijn, een ding dat je kan zien en aanraken, maar ook iets onzichtbaars zoals de zwaartekracht. Vervolgens bedenk je een experiment waarmee je een antwoord krijgt op je onderzoeksvraag. Het verzinnen van een slim experiment is de kern van de natuurkunde. Je zorgt ervoor dat je alle omstandigheden onder controle hebt. Vervolgens verander je één ding en kijk je hoe het object hierop reageert. Deze reactie leg je vast, waarbij je het liefst nauwkeurige meetinstrumenten gebruikt. In de natuurkunde willen we namelijk niet alleen weten **wat** er verandert maar ook **hoeveel**, en vandaar dat meetinstrumenten zo belangrijk zijn. De bekende uitspraak: **door meten tot weten** geeft goed aan hoe in de natuurkunde kennis wordt vergaard.

Theorie en model

Nadat je veel waarnemingen hebt gedaan ga je op zoek naar verbanden. Hebben de waarnemingen iets met elkaar te maken? Je verzint een **theorie** en maakt hiervan een wiskundig **model**. Wiskunde heb je nodig, want met wiskundige formules kun je heel nauwkeurig aangeven hoe verschillende grootheden met elkaar samenhangen. Je kunt wiskunde opvatten als een taal met eigen symbolen en een eigen grammatica, gebaseerd

op logica. Door wiskunde te gebruiken weet je zeker dat je jezelf nooit tegenspreekt en dat er geen enkele onduidelijkheid is over wat je bedoelt.

Het verwerven van natuurkundige kennis

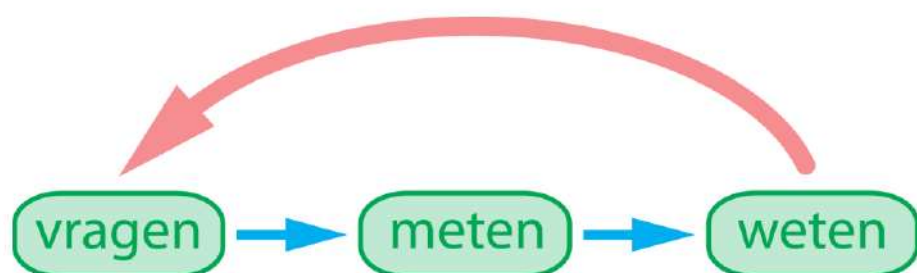
Om natuurkundige kennis te vergaren ga je dus als volgt te werk. Je begint met een **vraag** waar je een antwoord op wil. Je hebt een vermoeden of **hypothese**. Een hypothese is een veronderstelling die je voorlopig als waarheid aanneemt. Je verzint experimenten die een antwoord op je vraag kunnen geven. Vervolgens voer je deze **experimenten** uit. Over de uitkomst van deze experimenten ga je **nadenken**. Je voert met jezelf of met anderen een **discussie**, waarin je de resultaten van alle kanten bekijkt. Je verzint een **theorie** en maakt daarvan een wiskundig **model**. Daarna bedenkt je nieuwe experimenten om te controleren of je theorie en je model kloppen met de praktijk. Uiteindelijk kom je tot de **conclusie**. Zijn de experimenten succesvol dan heb je een antwoord gekregen op je onderzoeksvraag en weet je of je hypothese waar is of niet. Vaak roept je conclusie een nieuwe vraag op, waardoor het hele proces zich herhaalt. Deze cyclus houdt nooit op, want je komt er meestal achter dat de zaken ingewikkelder zijn dan je denkt.

Het toetsen van je theorie aan de praktijk is het belangrijkste. Want hoe logisch of vanzelfsprekend je theorie ook lijkt, als het niet klopt met de praktijk is het niet geldig. Om te bewijzen dat je theorie waar is moet het in overeenstemming zijn met alle eerder gedane waarnemingen. Bovendien moet je theorie de uitkomst van nieuwe experimenten goed kunnen **voorspellen**. Je theorie moet niet alleen voorspellen **wat** er gebeurt, maar vooral ook **hoeveel** er verandert of hoeveel er van iets aanwezig is.

Als blijkt dat je theorie de uitkomst van nieuwe experimenten niet helemaal goed voorspelt hoeft het niet helemaal fout te zijn. Je kunt tot de conclusie komen dat je theorie soms goed is maar niet altijd. Bij de oude experimenten gaf je theorie correcte voorspellingen, maar bij nieuwe experimenten komen de voorspellingen niet goed uit. Je gaat daarom een betere theorie bedenken en maakt daaruit een nieuw wiskundig model die zowel de oude als de nieuwe waarnemingen kan verklaren. Soms kun je de oude theorie opnemen in je nieuwe theorie als speciaal geval.

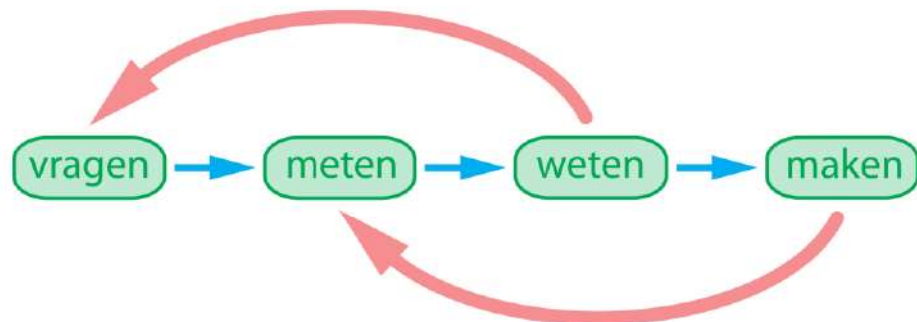
Het proces van **vragen** → **meten** → **weten** is in figuur 1 schematisch weergegeven. De pijl terug van weten naar vragen maakt dat het proces niet stopt. Er komen steeds nieuwe vragen die vaak moeilijk te beantwoorden zijn. Maar omdat je meer weet kun je ook betere experimenten bedenken waarbij je ingewikkelde **instrumenten** nodig hebt. Gelukkig heb je nu ook de kennis om deze instrumenten te maken. Uit het weten komen namelijk niet alleen nieuwe vragen voort maar ook nieuwe **technologie**.

Figuur 1 Van vragen, via meten tot weten.



We moeten het schema van figuur 1 dus uitbreiden. Zie figuur 2. Doordat je meer weet kun je betere instrumenten maken en met deze instrumenten kun je moeilijkere experimenten uitvoeren waarmee je nieuwe vragen worden beantwoord.

Figuur 2 Weten roept nieuwe vragen op en brengt nieuwe technologie voort.



Figuur 2 laat zien dat het wetenschappelijk proces een dubbele terugkoppeling heeft. Er ontstaat steeds meer kennis die nieuwe vragen oproept, en er ontstaat nieuwe technologie, waarmee je de instrumenten kunt maken die nodig zijn om deze nieuwe vragen te beantwoorden.

Experiment en verslag

Een experiment pak je altijd op dezelfde manier aan en van ieder experiment maak je een verslag. Je houdt altijd dezelfde volgorde aan, waarbij je onderscheid maakt tussen **feiten** en **meningen**. Eerst komen de **resultaten** want dat zijn de feiten. Daarna ga je de feiten **bespreken**. Jouw bespreking is geen feit en kan door iemand anders worden betwist.

**Resultaten van goed uitgevoerde experimenten zijn feiten.
De bespreking van wat je hebt waargenomen is geen feit.**

Het schema zoals je te werk moet gaan bij het doen van een experiment en het schrijven van een verslag vind je hieronder.

– onderzoeksvraag –

- Begin met een onderzoeksvraag: wat wil je weten?

– hypothese – wordt vaak overgeslagen en is ook niet zo belangrijk

- Schrijf op van welke veronderstelling je voorlopig uitgaat.

– werkplan –

Materialen

- Maak een lijst met speciale spullen die je nodig hebt. NIET pen, papier, rekenmachine, ...

Methode

- Verzin een experiment waarbij je ervoor zorgt dat je alles onder controle hebt.
- Verander stapsgewijs één omstandigheid.
- Kijk tijdens het experiment wat er gebeurt.
- Richt al je aandacht op wat er verandert en hoeveel het verandert.

– resultaat – dit zijn de objectief waargenomen feiten

- Presenteer de resultaten overzichtelijk, het liefst in tabellen en grafieken.

– **bespreking** –

- Maak berekeningen met behulp van een theorie.
- Presenteer de berekeningen overzichtelijk, het liefst in tabellen en grafieken.
- Vergelijk de uitkomst van je berekeningen met de metingen (de resultaten).
- Bespreek de nauwkeurigheid van de metingen, want geen enkele meting is perfect.

– **conclusie** –

- Geef het antwoord op de onderzoeksvraag.
- Leg uit of de theorie die je hebt gebruikt bevestigd wordt door de resultaten.
- Geef aan hoe groot de afwijkingen zijn tussen de theorie en de metingen.

Natuurkunde en technologie

Natuurkundige ontdekkingen leiden meestal tot technische vooruitgang. Nieuwe of verbeterde producten, gebruiksvoorwerpen of meetinstrumenten kunnen dan worden gemaakt. Vaak is de wens om technologische vooruitgang te bereiken een stimulans om natuurkundig onderzoek te doen. Maar het gebeurt ook dat natuurkundige kennis pas na tientallen jaren, honderden jaren of helemaal nooit technische vooruitgang oplevert. Het is niet te voorspellen welke gevolgen nieuwe natuurkundige inzichten gaan krijgen. Het is daarom maar beter om je er niet te druk over te maken. Natuurkunde doe je voor je plezier. Omdat je nieuwsgierig bent en wil weten waarom de dingen zijn zoals ze zijn. Natuurkunde is een ontdekkingsreis naar de verborgen wereld van de dingen, want de dingen hebben een geheim. En iedereen is uitgenodigd om mee te gaan op ontdekkingsreis naar **het geheim van de dingen**. Je zult versteld staan over wat er allemaal al is ontdekt. Maar lang niet alles is bekend. Er zijn nog heel wat vragen waar niemand een antwoord op heeft. Gelukkig maar, want dat maakt onze ontdekkingsreis alleen maar spannender.

1.2 Grootheid en eenheid

Grootheid en eenheid

Als je wil weten hoe de werkelijkheid in elkaar zit moet je gaan meten. Maar wat is meten eigenlijk? Eerst moet je nadenken over wat je eigenlijk wil meten. Bijvoorbeeld de lengte of het gewicht. Dat wat je kunt meten noemen we een **grootheid**.

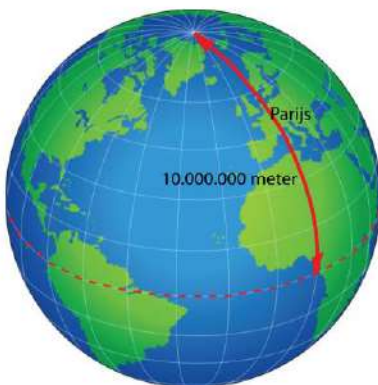
Nu je weet wat je wil meten moet je afspreken waarmee je het gaat vergelijken. Stel je wil weten hoe lang je tafel is. Eerst maak je of koop je een meetlat met streepjes erop. De afstand tussen de streepjes moet steeds hetzelfde zijn. Deze vaste afstand noemen we de **eenheid**. Daarna houd je je meetlat langs de tafel en lees je af hoeveel streepjes erop passen en dat aantal schrijf je op.

grootheid	→	iets wat je kunt meten
eenheid	→	de maat waarmee je het vergelijkt

Het is erg onhandig als niet iedereen dezelfde eenheden gebruikt en vandaar dat er afspraken over zijn gemaakt. In 1960 is het **internationale stelsel van eenheden** tot stand gekomen. Dit stelsel wordt ook wel het **SI-eenhedenstelsel** genoemd (Frans: *Système international d'unités*).

– lengte –

De standaardeenheid van lengte is de meter. De meter is in 1793 ingevoerd als het tien miljoenste deel van de afstand tussen de Noordpool en de evenaar gemeten over Parijs. Zie figuur 3. Dat is ongeveer de grootte van een stap. Voor praktische toepassing is toen een platina staaf van 1,0 m lengte gemaakt die in Parijs werd bewaard. In 1889 is deze standaardmeter vervangen door 30 identieke staven gemaakt van een legering van platina en iridium. In figuur 4 zie je staaf No 27 die aan de Verenigde Staten is gegeven en daar tussen 1893 en 1960 als standaard meter is gebruikt.



Figuur 3 Oorspronkelijke definitie van de meter.



Figuur 4 Meterstaaf nummer 27.

In 1960 is een nieuwe afspraak gemaakt, gebaseerd op de lichtsnelheid en sindsdien worden de staven niet meer gebruikt.

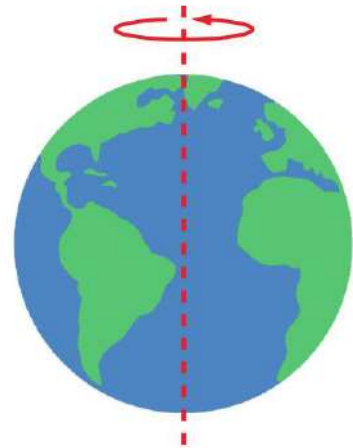
VROEGER Eén meter is $1/10.000.000$ deel van de meridiaan door Parijs tussen de Noordpool en de evenaar.

NU Eén meter is de afstand die licht in vacuüm aflegt in $1 / 299792458$ seconde.

– tijd –

De standaardeenheid van tijd is de seconde. De aarde draait iedere dag een rondje om haar as. Lang geleden is afgesproken dat een dag wordt verdeeld in 24 uur. Een uur heeft 60 minuten en een minuut heeft 60 seconden. De aarde heeft dus $24 \times 60 \times 60 = 86400$ seconden nodig om een rondje om haar as te maken. Omdat de draaisnelheid van aarde niet helemaal constant is wordt tegenwoordig een andere definitie gebruikt.

Figuur 5 De seconde is $1/86400$ deel van een dag.



VROEGER Eén seconde is $1 / 86400$ deel van de tijd die de aarde nodig heeft om één rondje om haar as te maken.

NU Eén seconde is 9.192.631.770 keer de trillingstijd van straling afkomstig van het cesium-133 atoom.

– massa –

De standaardeenheid van massa is de kilogram. De kilogram is in 1795 ingevoerd als de massa van een kubieke decimeter water bij het smeltpunt van ijs. Deze definitie heeft als nadeel dat het afhankelijk is van de definitie van de meter en van de eigenschappen van water. In 1889 is een metalen object gemaakt om als nieuwe standaard te dienen. In figuur 6 zie je dit object, gemaakt van een legering van platina en iridium. Het wordt bewaard in Parijs onder drie glazen stolpen en heeft tot 2019 gediend als standaard kilogram. In dat jaar is een andere definitie afgesproken.

Figuur 6 Standaard kilogram.



VROEGER Eén kilogram is evenveel materie als het standaard platina-iridium blokje bevat.

NU Eén kilogram is gebaseerd op de lichtsnelheid, de eenheid van tijd en de constante van Planck.

Internationaal stelsel van basisgrootheden en grondeenheden

In 1960 is het internationale SI systeem (Système International d'Unités) afgesproken. Het SI-systeem bevat zeven basisgrootheden met bijbehorende eenheden. Door een combinatie te maken van deze basisgrootheden kunnen alle SI standaardgrootheden worden gedefinieerd. In Binas tabel 3 vind je de SI basisgrootheden. Grootheden en eenheden gebaseerd op deze basisgrootheden vind je in Binas tabel 4.

Tabel 1 De SI basisgrootheden met hun eenheid.

basisgrootheid	symbool	basiseenheid	symbool
lengte	ℓ	meter	m
tijd	t	seconde	s
massa	m	kilogram	kg
stroomsterkte	I	ampère	A
temperatuur	T	kelvin	K
hoeveelheid stof	n	mol	mol
lichtsterkte	I	candela	cd

Optellen en aftrekken van grootheden en eenheden

Grootheden en eenheden die van elkaar verschillen horen bij verschillende eigenschappen en mogen daarom niet bij elkaar worden opgeteld of van elkaar worden afgetrokken. Zijn twee grootheden wel gelijk, dan mag je de gemeten waarden alleen optellen of aftrekken als je dezelfde eenheid gebruikt.

Eenheden die horen bij verschillende grootheden mag je niet bij elkaar optellen. Optellen mag alleen als de eenheid hetzelfde is.

VOORBEELD verschillende grootheden optellen

- je massa is 50 kg en je lengte is 1,6 m
- je massa plus je lengte is 51,6
- maar dat is ook zo als je 49,5 kg weegt en 2,1 m lang bent
- 51,6 kg+m geeft geen informatie en heeft geen natuurkundige betekenis

VOORBEELD dezelfde grootheden optellen

- je been is 1 m lang en je arm is 60 cm lang
- de lengte van je been en je arm samen is 160 cm

Vermenigvuldigen en delen van grootheden en eenheden

De gemeten waarden van verschillende grootheden mag je wel met elkaar vermenigvuldigen of op elkaar delen. Je krijgt dan een nieuwe waarneembare grootheid.

Grootheden mag je altijd met elkaar vermenigvuldigen of op elkaar delen.

VOORBEELD dezelfde grootheden met elkaar vermenigvuldigen

- oppervlakte is lengte $\times$ lengte met als eenheid $m \times m = m^2$
- volume is lengte $\times$ lengte $\times$ lengte met als eenheid $m \times m \times m = m^3$

VOORBEELD verschillende grootheden met elkaar vermenigvuldigen

- de stroomsterkte 0,40 A en de weerstand is 50 Ω
- $U = I \cdot R \rightarrow$ de spanning is $U = 0,40 \cdot 50 = 20 \text{ V}$

VOORBEELD verschillende grootheden op elkaar delen

- je weegt 48 kg en je bent 1,6 m lang
- je lichaam weegt gemiddeld $48 / 1,6 = 30$ kilogram per meter (kg / m)

VOORBEELD dezelfde grootheden op elkaar delen

- de oppervlakte gedeeld door een lengte is een lengte $(m \times m) / m = m$
- het volume gedeeld door de lengte is een oppervlakte $(m \times m \times m) / m = m^2$

Getallen zonder eenheid

In de natuurkunde zijn er ook getallen zonder eenheid. Dat gebeurt als je twee keer een zelfde soort meting uitvoert en de resultaten op elkaar deelt. Het antwoord is dan een **verhouding**.

Deel je grootheden met dezelfde eenheid op elkaar dan is het resultaat een verhouding zonder eenheid.

VOORBEELD verhouding

- je wil weten hoe vaak de lengte van je duim (0,05 m) past op de lengte van je arm (0,8 m).
- de verhouding is $0,8 / 0,05 = 16$ geen eenheid want een verhouding

VOORBEELD het getal π (pi)

- je wil weten hoe vaak de diameter van een cirkel past op de omtrek.
- $\text{omtrek} / \text{diameter} = \pi = 3,14159 \dots$ geen eenheid want een verhouding

Noteren van eenheden

De eenheid wordt altijd achter de meetwaarde opgeschreven. Als je bijvoorbeeld de temperatuur moet uitrekenen schrijf je $T = \dots ^\circ\text{C}$. Soms is de eenheid een combinatie van basiseenheden. Zo is de eenheid van arbeid newton keer meter. Dit schrijf je op als N m (met spatie). Snelheid heeft als eenheid meter per seconde. Dit schrijf je op als m / s of als m s^{-1} . Bij de laatste notatie gebruik je de afspraak dat $x^{-1} = 1/x$.

Hieronder zie je enkele voorbeelden van deze notatie:

$$v = \dots \text{m/s} \quad \text{of} \quad v = \dots \text{m s}^{-1} \quad (\text{snelheid})$$

$$a = \dots \text{m/s}^2 \quad \text{of} \quad a = \dots \text{m s}^{-2} \quad (\text{versnelling})$$

$$F = \dots \text{kg m/s}^2 \quad \text{of} \quad F = \dots \text{kg m s}^{-2} \quad (\text{kracht})$$

Omrekenen van eenheden

De standaardeenheden worden zoveel mogelijk, maar niet altijd, gebruikt. Soms is een eenheid uit het verleden nog steeds gangbaar. Denk bijvoorbeeld aan de calorie als eenheid van warmte-energie. Jammer, want dit geeft onnodige verwarring. Soms is het juist handig om een andere eenheid te gebruiken, want dan voorkom je erg grote of erg kleine getallen. Denk aan lichtjaar als eenheid van afstand. De afstand van de aarde tot de Poolster is $4,10 \cdot 10^{18} \text{ m}$ en dat is gelijk aan 433 lichtjaar.

In Binas tabel 5 vind je eenheden die geen standaardeenheden zijn en de bijbehorende **omrekenfactor**. Het gebruik van een omrekenfactor is toegestaan als er een rechtevenredig verband is tussen de exotische eenheid en de standaard eenheid. In dat geval kun je een verhoudingstabel gebruiken.

VOORBEELD de snelheid van een schip

In de scheepvaart wordt de snelheid vaak aangegeven in knopen. Een knoop is één zeemijl per uur. Een veerboot heeft een snelheid van 24 km/h.

Hoeveel meter per seconde is één knoop?

- opzoeken in Binas tabel 5: één zeemijl is 1852 meter (exact)
- een uur is $60 \cdot 60 = 3600 \text{ s}$ (exact)
- één knoop is $\frac{1852}{3600} = 0,5144 \text{ m/s}$

Welke snelheid heeft de veerboot uitgedrukt in knopen?

- verhoudingstabel:

knoop	1	x
km/h	1,852	24
- kruislings vermenigvuldigen: $1,852 \cdot x = 24 \rightarrow x = 12,959$
- de snelheid van het schip is 13 knopen

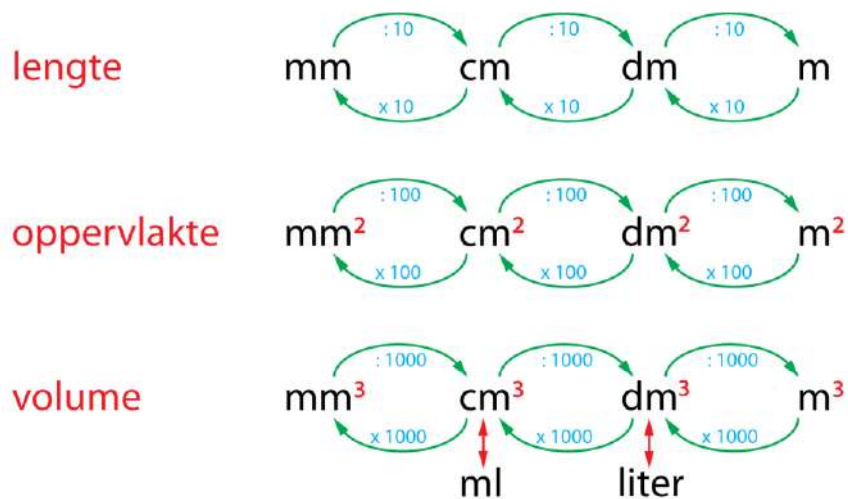
1.3 Lengte, oppervlakte en volume

We leven in een driedimensionale ruimte, want er zijn drie richtingen waarin je kunt bewegen: van voor naar achter, van links naar rechts en van boven naar onder. Van een voorwerp, zoals een kist, kun je de lengte, de breedte en de hoogte meten. Een kist van 3 m lang, 2 m breed en 1 m hoog heeft een **oppervlakte** van $2 \cdot (3 \cdot 1) + 2 \cdot (2 \cdot 1) + 2 \cdot (3 \cdot 2) = 22 \text{ m}^2$ en een **volume (inhoud)** van $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \text{ m}^3$.

lengte	m	=	m	meter
oppervlakte	m · m	=	m²	vierkante meter
volume	m · m · m	=	m³	kubieke meter

Hiernaast zie je een schema voor het omrekenen van lengte, oppervlakte en volume.

Figuur 7 Omrekenen van lengte, oppervlakte en volume.

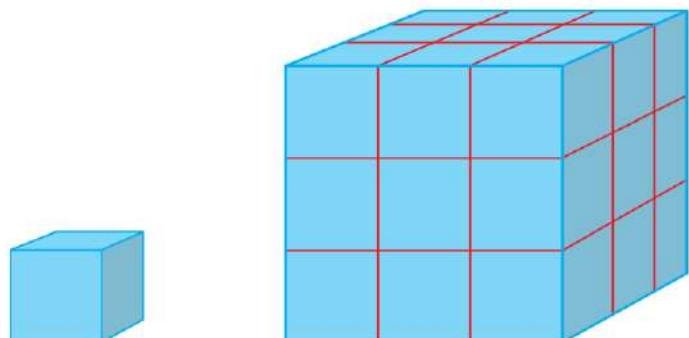


Verhouding tussen lengte, oppervlakte en volume

De kist van daarnet kun je twee keer zo groot maken. Hij wordt dan 6 m lang, 4 meter breed en 2 m hoog. De oppervlakte was eerst 22 m^2 maar is nu 88 m^2 geworden. Niet twee maar vier keer zoveel als eerst. Het volume was 6 m^3 en is nu 48 m^3 geworden. Niet twee maar acht keer zoveel als eerst. Je ziet dat de verhouding tussen lengte, oppervlakte en volume verandert als je een voorwerp groter of kleiner maakt.

De verhouding tussen lengte, oppervlakte en volume verandert als je een voorwerp groter of kleiner maakt.

Figuur 8 De lengte, breedte en diepte van een kubus worden drie keer zo groot. De oppervlakte wordt hierdoor 9 keer zo groot en het volume 27 keer zo groot.

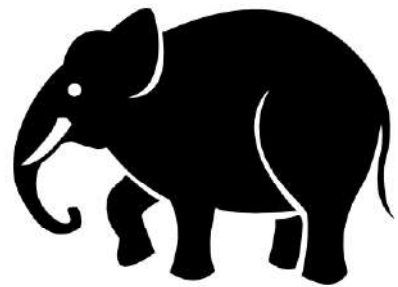


lengte	wordt x	keer groter
oppervlakte	wordt x^2	keer groter
volume	wordt x^3	keer groter

Als je iets gaat bouwen moet je rekening houden met de verhouding tussen lengte, oppervlakte en volume. Een klein apparaat dat goed werkt, werkt misschien niet meer als je alle afmetingen bijvoorbeeld 5 keer zo groot maakt, want de oppervlakte is dan 25 keer groter geworden en het volume 125 keer. Het volume is dus veel meer toegenomen dan de lengte of de oppervlakte.

Insecten zijn klein en kunnen niet zo groot worden als een olifant, want daar is hun lijf niet op gebouwd. Zie figuur 9. De pootjes van de mug zouden het enorme lijf niet kunnen dragen en vliegen is al helemaal onmogelijk. Want stel we maken alle afmetingen van een mug 100 keer zo groot, dan wordt zijn vleugeloppervlak 10.000 keer zo groot maar zijn gewicht wordt 1.000.000 zo groot. Ten opzichte van het gewicht is het vleugeloppervlak 100 keer zo klein geworden, zodat de reuzen-mug niet kan vliegen.

Figuur 9 Een mug en een olifant zien er heel anders uit omdat de verhouding tussen de oppervlakte en hun volume heel anders is.



Schaalfactor

De **schaalfactor** geeft aan hoe een grootte afhangt van de lengte.

$G \sim \ell^k$ betekent: de waarde van grootte G is recht evenredig met de lengte ℓ tot de macht k . Getal k is de schaalfactor.

schaalfactor oppervlakte: $A \sim \ell^2 \rightarrow k = 2$

schaalfactor volume: $V \sim \ell^3 \rightarrow k = 3$

De schaalfactor is niet altijd 2 of 3. Een schaalfactor tussen 2 en 3 vind je als zowel de oppervlakte als het volume invloed op de grootte uitoefenen.

VOORBEELD Eiffeltoren

De Eiffeltoren is 324 m hoog en gemaakt van $7,3 \cdot 10^6$ kg smeedijzer. Als souvenir kun je een 32 cm hoog schaalmodel kopen, ook gemaakt van ijzer. Het schaalmodel is 1000 keer zo klein als het origineel.



Wat is de massa van het schaalmodel als alle maten 1000 keer zo klein zijn.

- schaalfactor $k = 3$
- massa model is 1000^3 keer zo klein
- $\frac{7,3 \cdot 10^6}{1000^3} = 7,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ (7,3 gram)

MERK OP 7,3 gram voor een 32 cm hoog schaalmodel is niet aannemelijk.

VOORBEELD hoeveelheid voedsel bij een zoogdieren

Stel dat een zoogdier met lengte ℓ alleen energie nodig heeft om zichzelf warm te houden en alleen energie verliest door de huid. We willen weten wat de relatie is tussen de massa van zijn voedsel en de massa van zijn lichaam.

Bereken de schaalfactor voor deze situatie.

- de massa van zijn lichaam is recht evenredig met het volume: $m_{\text{dier}} \sim \ell^3$ ($k = 3$)
- het energieverlies is recht evenredig met de oppervlakte: $E_{\text{verlies}} \sim \ell^2$ ($k = 2$)
- de hoeveelheid voedsel is recht evenredig met het energieverlies:
 $m_{\text{voedsel}} \sim \ell^2$ ($k = 2$)
- als ℓ toeneemt neemt de massa van het dier met ℓ^3 toe en de massa van het voedsel met ℓ^2
- hieruit volgt: $m_{\text{voedsel}} \sim m_{\text{dier}}^{2/3} \rightarrow k = 2/3$

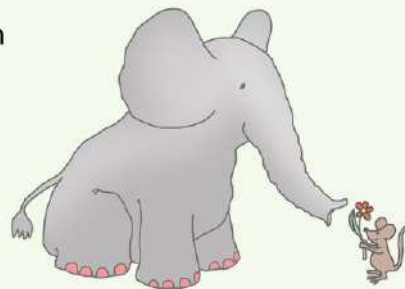
MERK OP: in werkelijkheid is de schaalfactor $k = 3/4$ omdat het dier ook energie nodig heeft om voedsel te verteren en om te bewegen.

VOORBEELD muis en olifant

Een muis heeft een massa van 20 gram en eet 5,0 gram plantaardig voedsel per dag. Een olifant heeft een massa van $4,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$. De schaalfactor is $k = 3/4$.

Hoeveel kg voedsel eet een olifant per dag?

- $\frac{m_{\text{olifant}}}{m_{\text{muis}}} = \frac{4000}{0,02} = 2,0 \cdot 10^5$
- de olifant eet $(2,0 \cdot 10^5)^{3/4} = 9,4574 \cdot 10^3$ keer meer voedsel als de muis
- de olifant eet per dag $9,4574 \cdot 10^3 \cdot 5,0 \cdot 10^{-3} = 47,287 = 47 \text{ kg}$

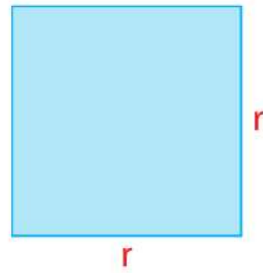


Berekenen van oppervlakte en volume

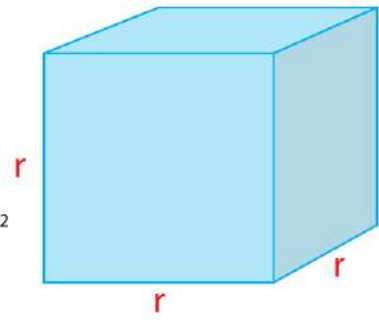
lengte	L	(m)	(length)
oppervlakte	A	(m ²)	(area)
volume (inhoud)	V	(m ³)	(volume)

vierkant

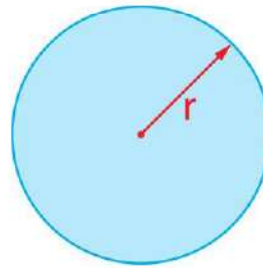
omtrek = $4 \cdot r$
oppervlakte = r^2

**kubus**

oppervlakte = $6 \cdot r^2$
volume = r^3

**cirkel**

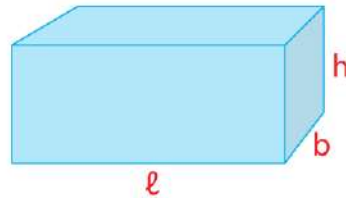
omtrek = $2\pi \cdot r$
oppervlakte = $\pi \cdot r^2$

**bol**

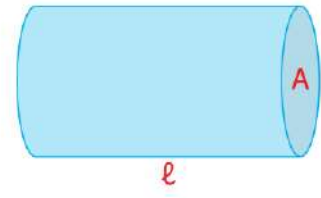
oppervlakte = $4\pi \cdot r^2$
volume = $\frac{4}{3}\pi \cdot r^3$

**doos**

oppervlakte =
 $2\ell h + 2bh + 2\ell b$
volume = $\ell \cdot b \cdot h$

**cilinder**

oppervlakte =
 $2\pi \cdot r \cdot \ell + 2 \cdot \pi \cdot r^2$
volume = $\pi \cdot r^2 \cdot \ell$



Figuur 10 Omtrek, oppervlakte en volume van een aantal vormen.

1.4 Rekenen met machten van 10

In de natuurkunde komen hele grote en hele kleine getallen voor. Zo is de lichtsnelheid 299.792.458 m/s en is de snelheid waarmee continenten op aarde verschuiven ongeveer 0,0000000016 m/s (5 cm per jaar). Om geen fouten te maken is het slim om getallen te schrijven als machten van 10.

Machten van 10

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1000$$

$$10^n = \text{1 met n nullen}$$

$$10^{-1} = 1 / 10 = 0,1$$

$$10^{-2} = 1 / 100 = 0,01$$

$$10^{-3} = 1 / 1000 = 0,001$$

$$10^{-n} = \text{0,00...1 (n nullen en dan een 1)}$$

de nul voor de komma telt ook mee

VOORBEELD

- de lichtsnelheid is 299.792.458 m/s = $3,0 \cdot 10^8$ m/s
- continenten verschuiven met 0,0000000016 m/s = $1,6 \cdot 10^{-9}$ m/s
- de afstand van de aarde tot de zon is $1,496 \cdot 10^{11}$ m
- de dikte van een haar is $1,0 \cdot 10^{-4}$ m

Voor het vermenigvuldigen of delen van machten van 10 gelden de volgende regels:

$$\text{Vermenigvuldigen: } 10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}$$

$$\text{Delen: } 10^a / 10^b = 10^{a-b}$$

VOORBEELD

- $10 \cdot 100 = 10^1 \cdot 10^2 = 10^{1+2} = 10^3$
- $1000 / 100 = 10^3 / 10^2 = 10^{3-2} = 10^1 = 10$
- $20 \cdot 300 = 6000 \rightarrow 2 \cdot 10^1 \cdot 3 \cdot 10^2 = 6 \cdot 10^{1+2} = 6 \cdot 10^3$
- $300 / 20 = 15 \rightarrow 3 \cdot 10^2 / 2 \cdot 10^1 = 1,5 \cdot 10^{2-1} = 1,5 \cdot 10^1 = 15$

Wetenschappelijke notatie

Ieder getal kan worden geschreven in de **wetenschappelijke notatie**. Dit wordt ook de **standaardvorm** genoemd. De **wetenschappelijke notatie** van een getal is:

- 1) één cijfer ongelijk aan nul voor de komma
- 2) alle overige cijfers achter de komma
- 3) vermenigvuldig met een macht van 10

VOORBEELD wetenschappelijke notatie

- getal 123 schrijf je op als $1,23 \cdot 10^2$
- getal 123000 schrijf je op als $1,23 \cdot 10^5$
- getal 0,456 schrijf je op als $4,56 \cdot 10^{-1}$
- getal 0,000456 schrijf je op als $4,56 \cdot 10^{-4}$

Voorvoegsels

De factoren 10^{-12} , 10^{-9} , 10^{-6} , 10^{-3} , 10^3 , 10^6 , 10^9 , 10^{12} worden vaak gebruikt en hebben daarom een speciale naam gekregen. Deze namen en symbolen hoef je niet allemaal uit het hoofd te leren, want ze staan ook in Binas tabel 2. Maar als je ze wel uit het hoofd kent scheelt dat tijd en herken je ze sneller als je ze tegenkomt.

naam	symbool	factor
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

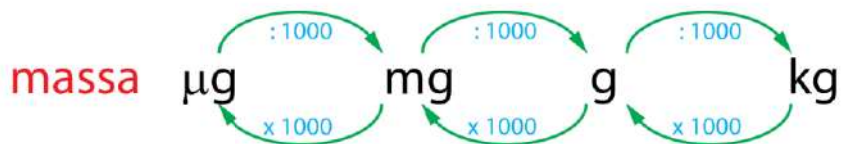
naam	symbool	factor
kilo	k	10^3
mega	M	10^6
giga	G	10^9
tera	T	10^{12}

Verder zijn er nog enkele andere voorvoegsels die soms worden gebruikt.

centi = $1/100$ | deci = $1/10$ | deca = 10 | hecto = 100

Hieronder zie je een schema voor het omrekenen van massa.

Figuur 11 Omrekenen van
 $\mu\text{g} \leftrightarrow \text{mg} \leftrightarrow \text{g} \leftrightarrow \text{kg}$



VOORBEELD

- $1\text{km} = 10^3 \text{ m}$
- $10^2 \text{ km} = 10^2 \cdot 10^3 = 10^5 \text{ m}$
- $10^4 \text{ km} = 10^4 \cdot 10^3 = 10^7 \text{ m} = 10 \text{ Mm}$
- $1\text{nm} = 10^{-9} \text{ m}$
- $10^2 \text{ nm} = 10^2 \cdot 10^{-9} = 10^{-7} \text{ m} = 0,1 \mu\text{m}$
- $10^4 \text{ nm} = 10^4 \cdot 10^{-9} = 10^{-5} \text{ m} = 10 \mu\text{m}$

Schatten

Om een indruk te krijgen over hoeveel er van iets aanwezig is moet je soms een schatting maken. Uiteraard is de nauwkeurigheid van een schatting klein. Stel dat je moet schatten hoe zwaar je fiets is dan kom je op een waarde tussen de 10 kg en 30 kg. Als je 2 kg of 80 kg schat is dit erg onwaarschijnlijk. Bij het schatten gebruik je je ervaring en je gezonde

verstand. Niet zomaar iets opschrijven, maar bijvoorbeeld vergelijken met iets wat erop lijkt en waarvan je ongeveer weet hoeveel het is. Bij opgaven krijg je altijd een ruime marge. Alleen antwoorden die echt niet kunnen worden fout gerekend. Als je een schatting moet maken begint de opgaven met **Schat ...**

SCHAT ... → beredeneer of bereken hoe groot de waarde ongeveer is.

Ordegrootte

Soms is het lastig om een schatting te maken. In dat geval wordt alleen de **ordegrootte** gevraagd. Daarmee wordt een schatting bedoeld die niet 10 keer te groot of 10 keer te klein is. Als je dus de ordegrootte van de massa van je fiets moet schatten dan is dit 10 kg, want 1 kg is te weinig en 100 kg te veel. De ordegrootte van de afstand tussen Amsterdam en Eindhoven is 10^2 km en van de afstand tussen Amsterdam en Tokyo is 10^4 km.

Tabel 2 Ordegrootte van afmetingen.

voorwerp	afmeting (m)	voorwerp	afmeting (m)
quark	10^{-18}	mens	10^0
atoomkern	10^{-15}	gebouw	10^2
atoom	10^{-10}	stad	10^4
molecuul	10^{-9}	land	10^6
nanodeeltje	10^{-8}	aarde	10^7
virus	10^{-7}	afstand aarde – zon	10^{11}
bacterie	10^{-6}	zonnestelsel	10^{13}
rode bloedcel	10^{-5}	dichtstbijzijnde ster	10^{16}
haardikte	10^{-4}	straal van de melkweg	10^{21}
oog	10^{-2}	waarneembare heelal	10^{26}

In Binas tabel 6A vind je voorwerpen met oplopende massa. De massa van een elektron is $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. De massa van het heelal is ongeveer 10^{53} kg.

1.5 Meetonzekerheid

Tellen en meten

In de natuurkunde maken we onderscheid tussen tellen en meten. Tastbare voorwerpen kun je tellen. In een fruitmand kunnen 6 appels liggen en in een pak hagelslag kunnen 6000 stukjes zitten. Deze getallen zijn exact, want als je wil kun je het natellen en dan kom je op precies hetzelfde aantal uit. Maar niet alles kun je zomaar tellen. Vaak moet je iets meten en dan is het anders, want als je het nameet kom je niet op exact hetzelfde getal uit. In de rest van deze paragraaf ga ik het niet hebben over het tellen van voorwerpen maar over het meten en daarbij moet je rekening houden met meetonzekerheid.

Meetonzekerheid

Bij een meting vergelijk je twee dingen met elkaar. Om bijvoorbeeld de lengte van je balpen te meten kun je hem naast een 30 cm lange lat leggen. Je ziet dat de lengte van je balpen ongeveer de helft is. Om nauwkeuriger te meten breng je streepjes aan op je lat met een afstand van 1 cm. Nu kun je zeggen dat de balpen 15 cm lang is. Maar de 5 van het getal 15 is niet exact. Want als je balpen 14,5 cm is rond je dit af op 15 maar ook als je balpen 15,49 cm lang is. Met 15 cm bedoel je dus een gebied tussen 14,5 en 15,49 cm.

Ben je niet tevreden over de nauwkeurigheid, dan breng je streepjes aan met een afstand van 1 mm. Met je verbeterde lat meet je dat de balpen 14,7 cm lang is. Maar opnieuw is het laatste cijfer het resultaat van een afronding. Door de afstand tussen de streepjes kleiner te maken wordt je meting nauwkeuriger, maar helemaal exact wordt het nooit. Een meting heeft nooit een getal als uitkomst, maar altijd een gebiedje waarbinnen de uitkomst ligt. De onzekerheid die ontstaat door afronding is een **toevallige fout**, want als je de meting herhaalt rond je de ene keer naar boven af en de andere keer naar beneden. In figuur 12 zie je instrumenten om lengtes te meten met verschillende nauwkeurigheid.



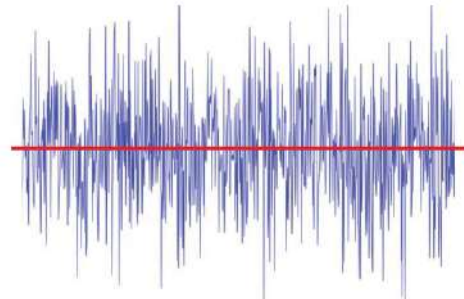
Figuur 12 Instrumenten om afstanden (lengtes) te meten. Linialen (links) en schuifmaat (rechts).

Ook elektrische meetinstrumenten zijn niet perfect. Een meetinstrument bevat een sensor die een elektrisch signaal afgeeft. Op het scherm verschijnt dan de meetwaarde. Zie figuur 13. Bij het aflezen van deze waarde maak je geen fout, maar je weet niet zeker of het instrument goed is. Een thermometer kan 37,0 °C aangeven, maar als hij slecht werkt is de werkelijke temperatuur misschien wel een halve graad hoger. Om dit te controleren moet je het instrument **kalibreren**, wat een ander woord voor **ijken**. Dat wil zeggen dat je hem vergelijkt met een veel beter, en dus veel duurder, instrument. Als je weet dat je thermo-

meter steeds $0,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ te laag aangeeft kun je hiermee rekening houden. De onzekerheid die ontstaat door je meetinstrument is een **systematische fout**. Gevoelige elektrische meetinstrumenten hebben bovendien last van **ruis**. Storende invloeden zorgen ervoor dat de meetwaarde fluctueert. Als je meerdere keren afleest vind je steeds een iets andere waarde. Ruis zonder vast patroon of regelmaat noem je **witte ruis**. Zie figuur 14. Het gemiddelde van de ruis moet je schatten en hoe meer ruis er is hoe moeilijker dat wordt.



Figuur 13 Elektrische koortsthermometer.



Figuur 14 Witte ruis.

Het laatste cijfer van een meetwaarde is het resultaat van een schatting of afronding. Een meetwaarde geeft daarom een gebied aan en de grootte van dit gebied is de meetonzekerheid.

– toevallige fouten –

Een toevallige fout ontstaat omdat je een schatting moet maken om het laatste cijfer te bepalen. Bij een instrument met een wijzerplaat schat je de stand van de wijzer tussen twee streepjes. Bij een meetinstrument met digitale uitlezing is het laatste cijfer het resultaat van een afronding. Soms zie je dat dit cijfer steeds verandert. Bij toevallige fouten is de meetwaarde soms een beetje te hoog en soms een beetje te laag. De meetfout kan net zoveel te hoog als te laag zijn. Door je meting te herhalen en het gemiddelde te nemen heffen de afwijkingen omhoog en omlaag elkaar op en wordt de nauwkeurigheid groter.

Een toevallige fout ontstaat door afronding en wordt kleiner als je het gemiddelde van meer metingen neemt.

– systematische fouten –

Een systematische fout ontstaat doordat geen enkel meetinstrument perfect is. Dure instrumenten zijn beter dan goedkope, maar er is altijd een afwijking. Bij een systematische fout is de meetwaarde altijd een beetje te hoog of te laag. Het heeft dus geen zin om je meting met hetzelfde instrument te herhalen, want iedere keer meet je een waarde die te hoog of te laag is.

Een systematische fout ontstaat doordat je meetinstrument niet perfect is. Een systematische fout wordt NIET kleiner als je de meting herhaalt.

Noteren van een gemeten waarde

Bij natuurkunde zijn getallen vaak het resultaat van een meting en we willen dat je aan het getal kan zien hoe nauwkeurig de meting is. Daarvoor moeten we afspreken hoe je een waarde die je hebt gemeten gaat opschrijven. Deze afspraken gelden niet voor waarden die je hebt gekregen door te tellen. Voor meetresultaten gaan we anders met getallen om dan bij wiskunde. Want bij wiskunde is 1,00 hetzelfde als 1, maar bij natuurkunde niet, want 1,00 is veel nauwkeuriger gemeten dan 1.

VOORBEELD

- Een wijzer op een weegschaal schommelt heen en weer tussen 5,8 en 6,2 kg. Om dit aan te geven schrijf je: $m = 6,0 \pm 0,2 \text{ kg}$.

VOORBEELD

Met een meetlat meet je dat de lengte van een muur ongeveer drie meter is. De nauwkeurigheid van je meting hangt af van de afstand tussen de streepjes op je meetlat. Je kunt een schatting maken op 1/10 van de afstand tussen de streepjes.

- afstand tussen streepjes is 1 m $\rightarrow \ell = 3 \pm 0,1 \text{ m}$
- afstand tussen streepjes is 0,1 m $\rightarrow \ell = 3,0 \pm 0,01 \text{ m}$
- afstand tussen streepjes is 0,01 m $\rightarrow \ell = 3,00 \pm 0,001 \text{ m}$

Omdat we niet steeds willen opschrijven hoe nauwkeurig de meting is maken we een afspraak, zodat je aan het getal kunt zien hoe nauwkeurig de meetwaarde is.

Van een getal is het laatste cijfer het resultaat van een afronding.

VOORBEELD

- 3 m is een lengte tussen 2,5 en 3,5 m
- 3,0 m is een lengte tussen 2,95 en 3,05 m
- 3,00 m is een lengte tussen 2,995 en 3,005 m

Significante cijfers

Aan het laatste voorbeeld zie je dat het uitmaakt met hoeveel cijfers je een meetwaarde opschrijft. Hoe meer cijfers, hoe nauwkeuriger. Stel je hebt een meetlat met streepjes op 10 cm afstand. Als resultaat van een meting schrijf je 3,7829 m. Dan zijn de getallen 2 en 9 niet significant. Ze berusten op toeval en hebben geen natuurkundige betekenis. De getallen 3 en 7 zijn afgelezen en getal 8 is een schatting. Alleen 3, 7 en 8 zijn significant.

Het aantal significante cijfers geeft de nauwkeurigheid van een meting aan.

Het aantal significante cijfers vind je door cijfers te tellen.

- 1) tel het aantal cijfers zonder rekening te houden met machten van 10
- 2) nullen aan de voorkant tellen niet mee
- 3) nullen aan de achterkant tellen wel mee

VOORBEELD

275	→	3 significante cijfers
27500	→	5 significante cijfers
0,0275	→	3 significante cijfers
0,02750	→	4 significante cijfers
$2,75 \cdot 10^{-4}$	→	3 significante cijfers
$2,750 \cdot 10^3$	→	4 significante cijfers
$27,500 \cdot 10^{-6}$	→	5 significante cijfers
$0,275 \cdot 10^{15}$	→	3 significante cijfers

– vermenigvuldigen en delen –

Als je twee getallen met elkaar vermenigvuldigd of op elkaar deelt heeft de meetonzekerheid van deze getallen invloed de uitkomst. Het getal met de grootste onzekerheid heeft de grootste invloed. Vandaar de volgende afspraak.

Bij vermenigvuldigen en delen krijgt de uitkomst evenveel significante cijfers als het getal met het kleinste aantal significante cijfers.

VOORBEELD

Een A4-tje is 29,7 cm lang en 21 cm breed. Bereken de oppervlakte.

- oppervlakte is lengte $\times$ breedte $A = 29,7 \cdot 21 = 623,7 \text{ cm}^2$
- de lengte heeft 3 significante cijfers en de breedte 2
- afronden op 2 significante cijfers $\rightarrow A = 6,2 \cdot 10^2 \text{ cm}^2$

Cijfers achter de komma (decimalen)

Het aantal cijfers achter de komma heet het aantal **decimalen** en dat is niet hetzelfde als het aantal significante cijfers. Zo heeft 0,0075 vier decimalen en twee significante cijfers. Met het aantal decimalen geven we de meetonzekerheid bij optellen en aftrekken aan.

– optellen en aftrekken –

Als je getallen bij elkaar optelt of van elkaar aftrekt heeft de meetonzekerheid van deze getallen invloed op de uitkomst. Het getal met de grootste onzekerheid heeft de grootste invloed. Vandaar de volgende afspraak.

Bij optellen en aftrekken krijgt de uitkomst evenveel cijfers achter de komma als het getal met het kleinste aantal decimalen.

Bij optellen en aftrekken is niet het aantal significante cijfers van belang maar het aantal decimalen. Om dit aantal te tellen moet je eerst alle gegevens opschrijven in dezelfde eenheid, waarbij je de eenheid kiest waarin het grootste getal is genoteerd.

VOORBEELD

- lengte A is 3,15 m → 3,15 m
- lengte B is 25,3 cm → 0,253 m
- lengte C is 78,2 mm → 0,0782 m
- de minst nauwkeurige meting (lengte A) heeft 2 cijfers achter de komma
- de totale lengte is 3,4812 m en moet je afronden op 3,48 m

VOORBEELD

- Alphen a/d Rijn ligt tussen Leiden en Utrecht.
- de afstand van Leiden tot Alphen is 12175 m → 12,175 km
- de afstand van Alphen tot Utrecht is 32,5 km → 32,5 km
- de afstand van Leiden tot Utrecht is $12,175 + 32,5 = 44,675$ km
- de afstand van Alphen tot Utrecht heeft 1 cijfer achter de komma
- de totale afstand is 44,675 km en moet je afronden op 44,7 km

Relatieve meetonzekerheid

De relatieve meetonzekerheid geeft aan hoe groot de meetonzekerheid is in relatie tot de meetwaarde. Het wordt vaak uitgedrukt in procenten, en wordt daarom soms ook de procentuele meetonzekerheid genoemd.

$$\text{relatieve meetonzekerheid} = \frac{\text{meetonzekerheid}}{\text{meetwaarde}} \times 100\%$$

VOORBEELD

- $8,2 \pm 0,3$ kg is een massa met een meetonzekerheid van 0,3 kg.
 - de relatieve meetonzekerheid is $(0,3 / 8,2) \cdot 100\% = 4\%$
- $820 \pm 0,3$ kg is een massa met een meetonzekerheid van 0,3 kg.
 - de relatieve meetonzekerheid is $(0,3 / 820) \cdot 100\% = 0,04\%$
- 0,2 m/s is een snelheid tussen 0,15 en 0,25 m/s.
 - de meetonzekerheid is 0,05 m/s
 - de relatieve meetonzekerheid is $(0,05 / 0,2) \cdot 100\% = 25\%$.
- 0,200 m/s is een snelheid tussen 0,1995 en 0,2005 m/s.
 - de meetonzekerheid is 0,0005 m/s
 - de relatieve meetonzekerheid is $(0,0005 / 0,200) \cdot 100\% = 0,25\%$.

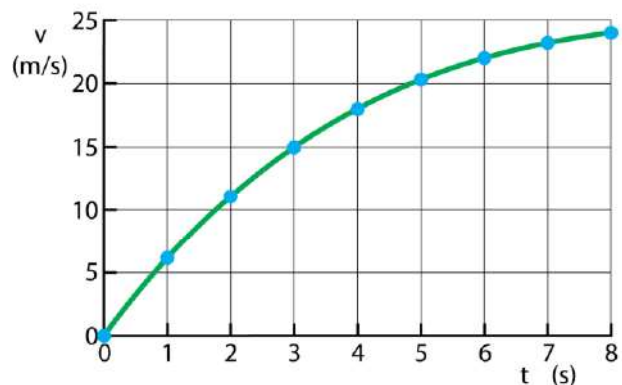
1.6 Diagrammen

Diagrammen

Diagrammen zijn een belangrijk middel om relaties tussen grootheden weer te geven. Een diagram heeft een horizontale en een verticale as. Op de verticale as staat de grootheid die reageert op een verandering van de grootheid op de horizontale as. Aan een diagram stellen we de volgende eisen:

- bij iedere as staat de grootheid en de eenheid vermeld
- bij iedere as staan opeenvolgende getallen in stappen van 1, 2 of 5
- een diagram heeft een rooster van horizontale en verticale lijnen
- de meetpunten moeten duidelijk zichtbaar zijn
- samenhang tussen de meetpunten geef je aan met een vloeiende lijn

In figuur 15 zie je een voorbeeld van een diagram, met op de verticale as de snelheid in meter per seconde en op de horizontale as de tijd in seconden. Dit noem je een **(v, t)-diagram**.



Figuur 15 (v, t)-diagram

Bij het (v, t)-diagram van figuur 15 is te zien dat de snelheid toeneemt in de tijd. Wat je ook ziet is dat de toename op een geleidelijke manier steeds minder wordt. De groene lijn geeft de samenhang tussen de meetpunten weer. Deze lijn is de **(v, t)-grafiek**.

– aflezen –

Bij een diagram kun je meetwaarden aflezen. Daarbij moet je zo nauwkeurig mogelijk te werk gaan. Meestal ligt een meetpunt niet precies op een roosterpunt zodat je een schatting moet maken. In figuur 15 is de meetwaarde op $t = 0,0$ s gelijk aan $0,0$ m/s. Het voorwerp begint dus uit stilstand te bewegen. De meetwaarde op $t = 1,0$ s is ongeveer 6 m/s en de meetwaarde op $t = 2,0$ s is ongeveer 11 m/s en op $t = 3,0$ s ongeveer 15 m/s etc.

De relatie tussen twee grootheden is niet altijd helemaal duidelijk. Soms heb je alleen een idee hoe de grafiek er ongeveer uitziet. Bij een opgave kan dan gevraagd worden om de grafiek te schetsen. Daarbij hoeft je niet nauwkeurig te werk te gaan. De opgave begint in dat geval met **Schets...** Als een nauwkeurig diagram wordt verwacht begint de opgave met **Teken...** Je moet dan een volledig assenstelsel met grootheden, eenheden en een schaalverdeling tekenen waarin de grafiek zo goed mogelijk is weergegeven. Voor het tekenen van een rechte lijn gebruik je een liniaal.

SCHETS ... → geef aan hoe de grafiek er ongeveer uitziet

TEKEN ... → teken een volledig diagram met een nauwkeurige grafiek

– steilheid van een grafiek –

Behalve het aflezen van waarden kun je bij een diagram ook de steilheid van de grafiek bepalen. Dit geeft informatie over hoeveel de grootte op de verticale as reageert als de grootte op de horizontale as een klein beetje verandert. De steilheid van de grafiek is een nieuwe grootte. De eenheid hiervan is de eenheid op de verticale as gedeeld door de eenheid op de horizontale as. In een (v, t)-diagram (figuur 15) is de steilheid van de grafiek de versnelling met als eenheid m/s gedeeld door seconde. Dit geeft m/s².

$$\text{Eenheid steilheid} \rightarrow \frac{\text{eenheid verticale as}}{\text{eenheid horizontale as}}$$

– oppervlakte tussen de grafiek en de horizontale as –

Ook de oppervlakte tussen de grafiek en de horizontale as kan nieuwe informatie geven. De eenheid van deze informatie is de eenheid op de verticale as vermenigvuldigd met de eenheid op de horizontale as. Aan de eenheid is te zien of de informatie natuurkundige betekenis heeft. In een (v, t)-diagram (figuur 15) is de eenheid van de oppervlakte tussen de grafiek en de horizontale as (m/s) · s = m. De oppervlakte is in dit geval de afgelegde afstand.

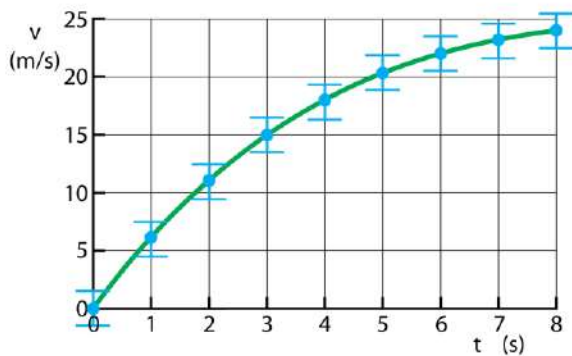
$$\text{Eenheid oppervlakte} \rightarrow (\text{eenheid verticale as}) \times (\text{eenheid horizontale as})$$

Als in een opgave gegevens uit een diagram of ander figuur moet worden gehaald om te gebruiken in een berekening begint de opgave met **Bepaal ...**

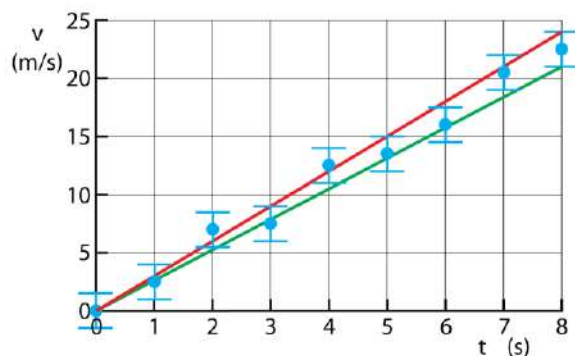
BEPAAL ... → gegevens uit een diagram zijn nodig in de berekening

Meetonzekerheid aangeven in een diagram

Soms is het belangrijk om de meetonzekerheid aan te geven. In dat geval wordt bij ieder meetpunt het gebiedje gegeven waarbinnen de meetwaarde ligt. Zie figuur 16. Als de grafiek een rechte lijn is die door de oorsprong gaat kun je de maximale en minimale waarde van de steilheid bepalen. Zie figuur 17. Zowel de steilste grafiek (rood) als de vlakste grafiek (groen) gaan door alle meetgebieden. De steilheid ligt daarom tussen die van de rode grafiek en die van de groene grafiek.



Figuur 16 (v, t)-diagram met aangegeven meetonzekerheid.



Figuur 17 (v, t)-grafieken met de maximale en minimale steilheid.

Een kromme grafiek recht maken

Als de grafiek een rechte lijn is, is de steilheid constant en kan de oppervlakte tussen de grafiek en de horizontale as eenvoudig worden bepaald. Een rechte grafiek heeft daarom de voorkeur. Er zijn twee manieren om een kromme grafiek recht te maken: 1) aanpassen van de grootte op één van de assen, 2) een logaritmische schaalverdeling gebruiken.

– de grootte op een as aanpassen –

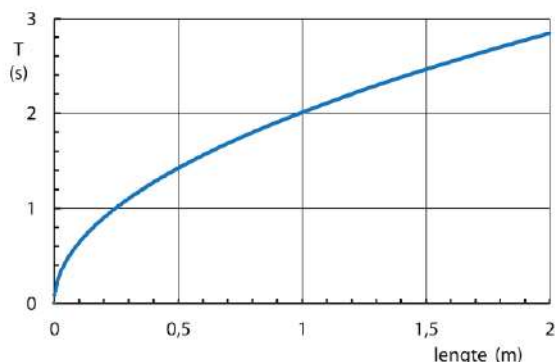
Soms is het mogelijk om de grootte op de verticale of op horizontale as aan te passen, waardoor de grafiek recht wordt. Je voert dan een **coördinaattransformatie** uit.

VOORBEELD slinger

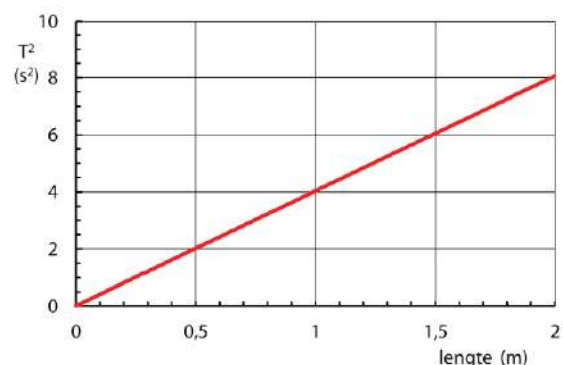
Stel we willen met een slinger de valversnelling $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ bepalen. Voor een slinger geldt:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

In het experiment gebruiken we een slinger waarvan we de lengte ℓ kunnen variëren. Bij iedere lengte meten we de slingertijd T . We maken een diagram met op de horizontale as de lengte en op de verticale as de slingertijd. In figuur 18 zie je het resultaat. Omdat de (T, ℓ) -grafiek geen rechte lijn is kun je de waarde van g niet bepalen. Je kunt natuurlijk voor iedere meting g uitrekenen en daarna het gemiddelde nemen, maar dat kost veel tijd. Beter is het om op de verticale as T^2 uit te zetten. Je krijgt dan een rechte grafiek waaruit je g kunt bepalen. Zie figuur 19.



Figuur 18 T uitgezet tegen ℓ .



Figuur 19 T^2 uitgezet tegen ℓ .

Als je bij de formule voor de slingertijd links en rechts het kwadraat neemt vind je:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow T^2 = (2\pi)^2 \frac{\ell}{g} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot \ell$$

Hieraan zie je dat de steilheid (richtingscoëfficiënt) van de grafiek gelijk is aan $4\pi^2/g$. In figuur 19 vind je een steilheid van $8,0 / 2,0 = 4,0 \text{ s}^2/\text{m}$. Vul je dit in dan krijg je $g = 9,87 \text{ m/s}^2$ en dit is dichtbij de verwachte waarde van $9,81 \text{ m/s}^2$.

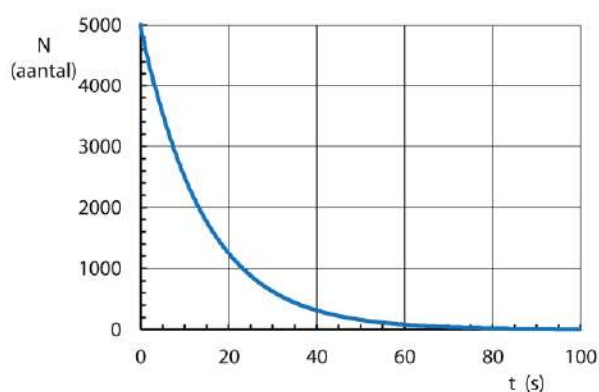
– een logaritmische schaalverdeling –

Behalve de grootte aanpassen kun je ook de schaalverdeling op een as veranderen. Normaal zijn de stappen op een as even groot, maar je kunt ook stappen als macht van 10 zetten. Je krijgt dan een diagram met een **logaritmische schaalverdeling**. Als één van de assen logaritmisch is krijg je een **enkel-logaritmisch diagram**. Zijn beide assen logaritmisch krijg je een **dubbel-logaritmisch** diagram.

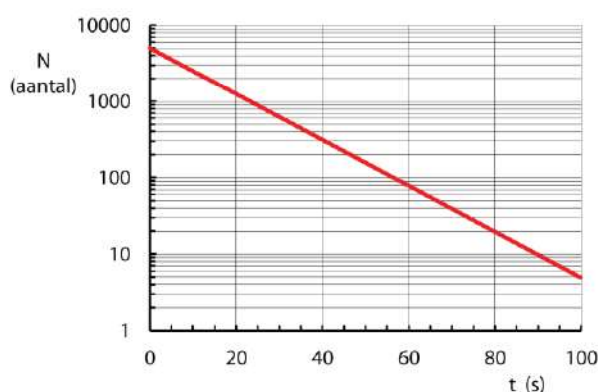
VOORBEELD radioactief verval

Als voorbeeld nemen we het radioactief verval. Van dit verval willen we de halveringstijd $t_{1/2}$ bepalen. Voor radioactief verval geldt: $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ met $n = t / t_{1/2}$. In het experiment nemen we een bepaalde hoeveelheid van het isotoop en meten met vaste tussenpozen hoeveel kernen er nog aanwezig zijn. We maken een (N, t) -diagram met op de verticale as het aantal aanwezige kernen en op de horizontale as de tijd. In figuur 20 zie je het resultaat. Omdat de (N, t) -grafiek geen rechte lijn is kun je de waarde van $t_{1/2}$ niet nauwkeurig bepalen. Je kunt natuurlijk aflezen op welk tijdstip er nog maar de helft van de kernen over is, op welke tijdstippen $1/4$ deel, $1/8$ deel, etc. en daaruit de gemiddelde halveringstijd berekenen, maar dat is tijdrovend. Bovendien wordt het steeds lastiger om het aantal kernen af te lezen. In figuur 20 is dit vanaf 60 seconden niet meer te doen.

Beter is het om de y-as logaritmisch te maken. Je krijgt dan een diagram met een logaritmische y-as en met deze ingreep wordt de (N, t) -grafiek een rechte lijn. Figuur 21 is het (N, t) -diagram met een logaritmische y-as. Dit heet een **enkel-logaritmisch** diagram. In figuur 21 kun je aflezen dat op $t = 0$ het aantal kernen 5000 is, dat er na 80 s nog 20 kernen over zijn en na 100 s nog maar 5 kernen. Hieruit volgt: $t_{1/2} = 10 \text{ s}$. Bij een logaritmische as is iedere factor 10 even breed. Het interval $[1 - 10]$ is even breed als het interval $[10 - 100]$ en $[1000 - 10000]$. Voor grootheden die een grote variatie hebben is het daarom handig om een logaritmische schaal te gebruiken.



Figuur 20 Radioactief verval met lineaire y-as.



Figuur 21 Een logaritmische y-as.

1.7 Formules

Formules

Relaties tussen verschillende grootheden geef je aan met formules. In een formule staan de symbolen van de grootheden. Als bijvoorbeeld de snelheid iedere seconde met een vaste hoeveelheid toeneemt schrijf je: $v = a \cdot t$. Hierin is v de snelheid in meter per seconde en t de tijd in seconde. De letter a geeft aan hoeveel de snelheid iedere seconde toeneemt. Dit is ook een grootheid namelijk de versnelling. Met een formule kun je het volgende doen:

- 1) de waarde van een grootheid uitrekenen
- 2) de eenheid van een grootheid bepalen
- 3) een nieuwe formule maken uit twee of meer bekende formules

– een waarde uitrekenen –

Om een waarde van een grootheid uit te rekenen gebruik je een formule en vul je alle bekende **getallen zonder eenheid** in. De gevraagde grootheid blijft als onbekende staan en die reken je daarna uit. Als bij een opgave alle gegevens zijn vermeld die nodig zijn om een berekening te maken begint de opgave met **Bereken ...**

BEREKEN ... → alle benodigde gegevens zijn vermeld

VOORBEELD

Een slinger gaat iedere 1,0 s één keer heen en weer. Voor een slinger geldt:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \text{ waarin } T \text{ de trillingstijd is en } g = 9,81 \text{ m/s}^2.$$

Bereken de lengte van de slinger.

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow 1,0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9,81}} \rightarrow \frac{1,0}{2\pi} = \sqrt{\frac{\ell}{9,81}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{1,0}{2\pi}\right)^2 = \frac{\ell}{9,81} \rightarrow 0,02533 = \frac{\ell}{9,81}$
- $\ell = 0,02533 \cdot 9,81 = 0,24849 = 0,25 \text{ m}$

– de eenheid afleiden –

Om de eenheid van een grootheid af te leiden gebruik je een formule waarin deze grootheid voorkomt. In deze formule vervang je iedere grootheid, behalve de gevraagde grootheid, door de standardeenheid. De gevraagde grootheid zet je tussen rechte haaken []. Met [E] bedoel je "de eenheid van E". Bevat de formule een getal, bijvoorbeeld $\frac{1}{2}$, 2 of π , dan laat je die weg, omdat getallen geen eenheid hebben. De opgave begint met **Leid af ...**

LEID AF ... → maak gebruik van wiskundige bewerkingen

VOORBEELD

Voor een slinger geldt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ waarin T de trillingstijd is en ℓ de lengte.

Leid de eenheid van g af.

- g tussen rechte haken zetten
- standaardeenheden invullen: T in seconde (s) en ℓ in meter (m)
- getal 2 en verhouding π weglaten

$$\bullet \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow s = \sqrt{\frac{m}{[g]}} \rightarrow s^2 = \frac{m}{[g]} \rightarrow [g] = \frac{m}{s^2}$$

VOORBEELD

Voor de kinetische energie geldt: $E_k = \frac{1}{2}m \cdot v^2$ waarin m de massa is en v de snelheid.

Leid de eenheid van E_k af.

- E_k tussen rechte haken zetten
- standaardeenheden invullen: m in kilogram (kg) en v in meter per seconde (m/s)
- getal $\frac{1}{2}$ weglaten

$$\bullet \quad E_k = \frac{1}{2}m \cdot v^2 \rightarrow [E_k] = \text{kg} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \rightarrow [E_k] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

– een formule ombouwen –

Soms is het handig om een formule om te bouwen, zodat de grootte die je wilt uitrekenen aan één kant van het = teken staat. Je moet daarbij systematisch te werk gaan en iedere stap opschrijven. De basisregel is dat je aan beide kanten van het = teken steeds dezelfde bewerking uitvoert.

Voer aan beide kanten van het = teken dezelfde bewerking uit.

VOORBEELD

Voor een eenparig versnelde beweging uit stilstand geldt: $s = \frac{1}{2}a \cdot t^2$

Schrijf als t = ...

- $2 \cdot s = a \cdot t^2$ aan beide kanten van het = teken vermenigvuldigen met 2
- $t^2 = \frac{2 \cdot s}{a}$ aan beide kanten van het = teken delen door a
- $t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$ aan beide kanten van het = teken de wortel nemen

VOORBEELD

Er geldt: $\frac{1}{a} = \frac{2+b}{b+5}$

Schrijf als $b = \dots$

- $1 \cdot (b+5) = a \cdot (2+b)$ kruislings vermenigvuldigen
- $b+5 = 2 \cdot a + a \cdot b$ haakjes wegwerken
- $b - a \cdot b = 2 \cdot a - 5$ gevraagde letter aan één kant van het = teken
- $b \cdot (1-a) = 2 \cdot a - 5$ gevraagde letter buiten haakjes halen
- $b = \frac{2 \cdot a - 5}{1-a}$ aan beide kanten van het = teken delen door $1-a$

Als je een formule hebt omgebouwd zie je hoe de gevraagde grootte afhangt van de andere grootheden. Zo zie je in het eerste voorbeeld dat bij een eenparig versnelde beweging uit stilstand de benodigde tijd t om afstand s af te leggen afneemt met de wortel van de versnelling a .

Bij het uitrekenen van een waarde kun je op twee manieren te werk gaan. Je kunt eerst alle getallen invullen en daarna de formule ombouwen. Of je kunt eerst de formule ombouwen en daarna alle getallen invullen. Als je een berekening maar één keer hoeft te doen maakt het niet uit welke volgorde je kiest. Maar als je dezelfde berekening vaker moet doen kun je het beste eerst de formule ombouwen. Soms denk je dat er een gegeven ontbreekt en in dat geval is het verstandig om eerst de formule om te bouwen. Dan blijkt immers dat de grootte wegvalt en dat je het gegeven dus niet nodig hebt.

– een formule afleiden –

Door twee of meer formules te combineren kun je een nieuwe formule afleiden, waaruit je nieuwe relaties ontdekt. Deze nieuwe relaties zijn het logische gevolg van de formules die je hebt gebruikt. Als je geen fout maakt bij de afleiding is de formule net zo waar als de formules die je hebt gebruikt. Soms wordt de formule die je moet afleiden gegeven. Je moet dan laten zien dat de gegeven formule volgt uit twee of meer bekende formules. De opgave begint dan met **Leid af ...**

VOORBEELD

Voor de kinetische energie geldt: $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ en voor de impuls p geldt: $p = m \cdot v$.

Leid een formule af voor de relatie tussen E_k en p .

- $p = m \cdot v \rightarrow p^2 = m^2 \cdot v^2 \rightarrow \frac{p^2}{m} = m \cdot v^2$
- $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} \rightarrow E_k = \frac{p^2}{2 \cdot m}$

VOORBEELD

Voor de spanning U geldt: $U = I \cdot R$ en voor het vermogen P geldt: $P = U \cdot I$.

Leid een formule af voor de relatie tussen P , U en R .

- $U = I \cdot R \rightarrow I = \frac{U}{R}$
- $P = U \cdot I \rightarrow P = U \cdot \frac{U}{R} \rightarrow P = \frac{U^2}{R}$

Redeneringen

Soms is een wiskundige berekening niet nodig en kun je een vraag beantwoorden door slim te redeneren. Je redenering moet geldig zijn, dat wil zeggen voldoen aan de regels van de logica. Een geldige redenering die vaak voorkomt is het **syllogisme**. Uit twee geaccepteerde waarheden volgt een geldige conclusie.

VOORBEELD

geldig syllogisme

Waarheid 1: Alle leerlingen in klas 4 heten Sophie.
Waarheid 2: Ik zit in klas 4.
Conclusie: Ik heet Sophie.

In het voorbeeld is Waarheid 1 waarschijnlijk onjuist. Maar dat doet aan de redenering niets af. Als je de waarheden 1 en 2 accepteert moet je logischerwijs ook de conclusie accepteren. Doe je dat niet dan spreek je jezelf tegen. Een veel gemaakte **denkfout** is om de conclusie te baseren op de omkering van Waarheid 2. Het syllogisme is dan **ongeldig**.

VOORBEELD

ongeldig syllogisme

Waarheid 1: Alle leerlingen in klas 4 heten Sophie.
Waarheid 2: Ik zit NIET in klas 4.
Conclusie: Ik heet niet Sophie.

Uit de waarheden 1 en 2 mag je NIET concluderen dat je niet Sophie heet, want in andere klassen kunnen ook leerlingen zitten met de naam Sophie. Helaas worden denkfouten gebaseerd op een ongeldig syllogisme vaak gemaakt. Ook door journalisten, politici en wetenschappers. Je moet daarom altijd goed opletten als je het woord "dus" gebruikt. Een denkfout maak je sneller dan je denkt.

Als bij een opgave gevraagd wordt om te beredeneren of uit te leggen dat iets waar is moet je een geldige redenering geven. Sla hierbij geen denkstappen over. Vaak redeneer je op basis van een formule. De opgave begint met **Beredeneer ...** of **Leg uit dat ...** of **Toon aan dat ...** of **Toon aan of ...**

BEREDENEER ...	→ geef een geldige redenering met alle denkstappen
LEG UIT ...	→ geef een geldige redenering met alle denkstappen
TOON AAN DAT ...	→ geef een geldige redenering of bepaling of berekening waaruit de juistheid van het gestelde blijkt
TOON AAN OF ...	→ geef een geldige redenering of bepaling of berekening waaruit de juistheid <u>of onjuistheid</u> van het gestelde blijkt

VOORBEELD **beredeneer**

Voor een slinger geldt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ waarin T de trillingstijd is en ℓ de lengte.

Beredeneer of de massa van een voorwerp invloed heeft op de trillingstijd van een slinger.

- er geldt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$
- in deze formule komt de massa niet voor
- conclusie: de massa van een voorwerp heeft geen invloed op de trillingstijd

VOORBEELD **toon aan dat**

Voor de kinetische energie geldt: $E_k = \frac{1}{2}m \cdot v^2$. Een 1000 kg zware auto en een 250 kg zware motor rijden met 100 km/h.

Toon aan dat de kinetische energie van de auto groter is dan die van de motor.

- er geldt: $E_k = \frac{1}{2}m \cdot v^2$
- m_{auto} is groter dan m_{motor}
- de auto en de motor hebben dezelfde snelheid
- conclusie: de kinetische energie van de auto is groter dan die van de motor

LET OP als je het 3^e bolletje niet opschrijft is je redenering onvolledig.

Natuurkunde en wiskunde

Vanwege het grote belang om relaties tussen grootheden met formules te beschrijven is het onmogelijk om natuurkunde te beoefenen zonder gebruik te maken van wiskunde. Hoe verder je komt in de natuurkunde, hoe belangrijker en hoe moeilijker de wiskunde wordt. Natuurkunde en wiskunde zijn aan elkaar verwant maar zijn niet hetzelfde. Er is een belangrijk verschil in de manier waarop je te werk gaat. In de wiskunde ga je uit van een

klein aantal beweringen (postulaten) en van een klein aantal regels waarmee je geldige redeneringen kunt maken (logica). De geldigheid van de postulaten en van de logica staat niet ter discussie. Een wiskundige gebruikt logica om uit de postulaten zoveel mogelijk gevolgtrekkingen te maken. Als je de logica foutloos toepast zijn de gevolgtrekkingen wiskundig bewezen.

Bij natuurkunde gaat het er heel anders aan toe. Natuurkundige postulaten bestaan niet. Objectieve waarnemingen zijn de basis van de natuurkunde, en zoals we hebben gezien bevat iedere waarneming meetonzekerheid. Dit heeft tot gevolg dat iedere natuurkundige theorie ook een bepaalde onzekerheid bevat. Een theorie verklaart de uitkomsten van uitgevoerde experimenten en voorspelt de uitkomsten van nieuwe experimenten binnen de meetonzekerheid. Als er door betere instrumenten of slimmere methoden waarnemingen met minder meetonzekerheid worden gedaan kan het zijn dat de bestaande theorie niet langer overeenkomt met de waarnemingen. In dat geval moet de theorie worden verfijnd, of in een enkel geval volledig worden herzien.

Verder is er nog de mogelijkheid van toeval. Stel dat je 100 keer met een dobbelsteen gooit en dat bij deze dobbelsteen altijd het getal 6 boven komt. Een natuurkundige zal bereid zijn te concluderen dat er een achterliggende reden is dat er altijd 6 uitkomt. De theorie die hij ontwerpt voorspelt dat er altijd een 6 uitkomt als je met deze dobbelsteen gooit. Maar dat hoeft niet zo te zijn. Misschien komt er bij de 101^e worp een ander getal uit. In dat geval was het toevallig dat er 100 keer 6 werd gegooit. De kans dat dit gebeurt is $(1/6)^{100} = 1,53 \cdot 10^{-78}$ maar is dus niet nul. Vanwege de mogelijkheid dat de uitkomst van een experiment op toeval berust worden experimenten vaak herhaald. Pas als in verschillende laboratoria met verschillende meetmethoden dezelfde waarnemingen worden gedaan is er vertrouwen dat er geen toeval in het spel is. De mogelijkheid dat een natuurkundige theorie is gebaseerd op toeval is daarom vrijwel uitgesloten.

Een natuurkundige theorie komt tot stand na langdurig en uiterst zorgvuldig onderzoek. Het is niet zomaar de mening van iemand. Vaak houden natuurkundige theorieën lang stand. Zo heeft Newton in 1687 zijn boek "*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*" gepubliceerd. Pas aan het einde van de 19^e eeuw zijn er waarnemingen gedaan die niet correct worden voorspeld door zijn theorie. Aan het begin van de 20^e eeuw zijn twee nieuwe theorieën bedacht, de *relativiteitstheorie* en de *kwantummechanica*, die tot op heden alle waarnemingen correct voorspellen. De theorie van Newton is niet fout en kan nog steeds worden gebruikt in het alledaagse leven. Maar als de snelheid heel groot is of de massa heel klein geeft de theorie van Newton geen juiste voorspelling en moet een nieuwe, meer verfijnde theorie worden gebruikt.