

4 Energie

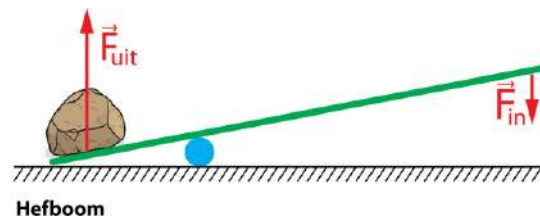
vwo

4.0 Inleiding

Behoud van mechanische energie

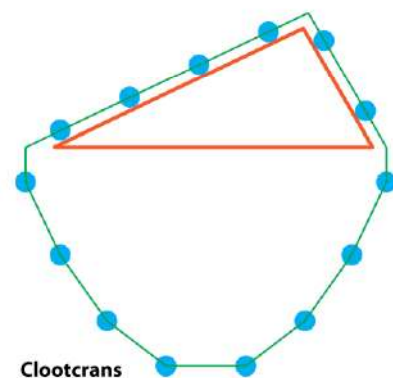
Energie is een moeilijk te begrijpen natuurkundige grootheid en het heeft dan ook lang geduurd voordat onderzoekers erachter kwamen wat er aan de hand is. Er zit iets raars verborgen in de natuur. Niet iets dat je rechtstreeks kunt zien of kunt meten, maar een wiskundig principe. Iets wat je kunt afleiden uit de waarnemingen.

Al heel lang worden hefboomen gebruikt om zware lasten te verplaatsen. Een hefboom is een lange stok die om een steunpunt kan draaien. Aan één kant van de stok oefen je een kracht uit en aan de andere kant oefent de hefboom een kracht uit op bijvoorbeeld een zware steen.

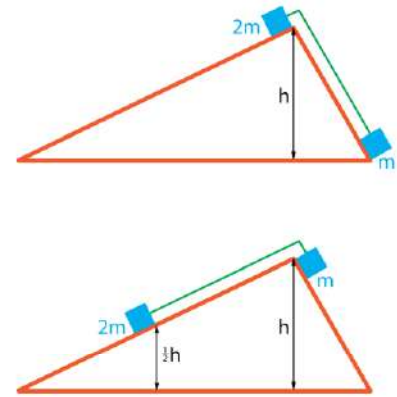


Archimedes (287–212 v. Chr.) verdiept zich in de werking van een hefboom. Hij beseft dat je met een kleine kracht een hele grote kracht kunt maken en schrijft: "Geef me een steunpunt en ik verplaats de aarde." Hij doet een poging om het principe van een hefboom te verklaren en bedenkt de formule die we nu nog steeds gebruiken. Maar waarom deze formule klopt laat hij in het midden. Dat kan hij ook niet weten, want de wet van behoud van energie wordt pas tweeduizend jaar na zijn dood ontdekt. Bij een hefboom oefen je een kracht uit waarmee je een stok naar beneden duwt. De kracht keer de afstand is de arbeid die je uitoefent. Precies dezelfde hoeveelheid arbeid oefent de hefboom uit op de steen. Maar omdat de afstand waarmee de steen omhooggaat kleiner is dan de afstand die je duwt is de kracht op de steen groter. Gaat de steen 5 keer minder omhoog dan de afstand die je duwt, dan is de kracht op de steen 5 keer groter dan jouw duwkracht.

Simon Stevin (1548–1620) pakt de draad vele eeuwen na Archimedes op. Als wiskundige introduceert hij het decimale stelsel voor breuken $\frac{1}{5} = 0,2$ en als natuurkundige onderzoekt hij wanneer krachten met elkaar in evenwicht zijn. Als voorbeeld gebruikt hij een koord met ballen (clootcrans) op een helling. Het koord is in evenwicht, want anders zouden de ballen een altijddurende beweging uitvoeren, wat onmogelijk is. Stevin bewijst dat de vier ballen op de lange helling evenveel kracht uitoefenen als de twee ballen op de korte helling.



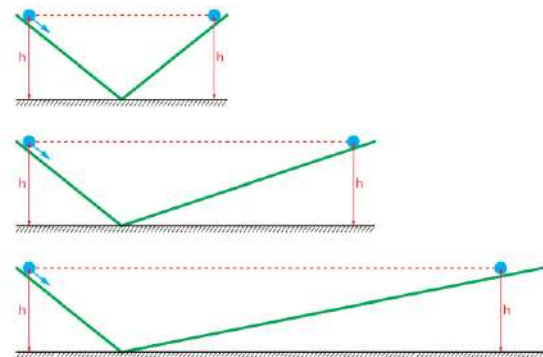
Eeuwigdurende beweging is onmogelijk omdat energie behouden is. Als een voorwerp is afgesloten van de omgeving verandert zijn energie niet. Laten we nog eens kijken naar de cloodcrans van Stevin. De helling links is twee keer zo lang als de helling rechts, en vandaar dat er twee keer zoveel ballen aan de linkerkant zijn. De ballen op de rechter helling hebben samen massa m en de ballen op de linker helling hebben samen massa $2m$. Als je van de bovenste naar de onderste situatie gaat is m gestegen met h meter en is $2m$ gedaald met $\frac{1}{2}h$ meter. De toename van de energie van m is precies gelijk aan de afname van de energie van $2m$. In totaal is de energie niet verandert.



De hoeveelheid energie verandert niet.

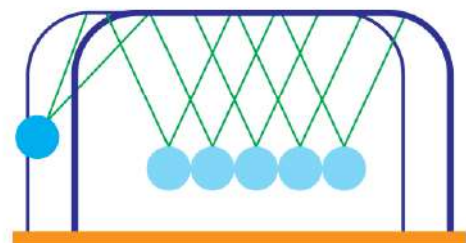
Galileo Galilei (1564 – 1642) onderzoekt het vallen van voorwerpen langs een helling en ontdekt daarbij iets vreemds. Als een bal uit stilstand langs een helling naar beneden rolt en daarna op een andere helling omhoog, komt hij altijd tot stilstand op dezelfde hoogte als in het begin. Het maakt niet uit hoe stijl de hellingen zijn. De snelheid onderaan de helling is alleen afhankelijk van de beginhoogte en deze snelheid is precies genoeg om weer op dezelfde hoogte uit te komen. Als je de bal vanaf de andere kant naar beneden laat rollen komt hij ook weer precies op dezelfde hoogte tot stilstand. In de praktijk komt de bal net iets minder hoog en dat komt door de weerstandskracht, maar als weerstand mag worden verwaarloosd komt de bal steeds even hoog. De beweging van de rollende bal zal dan altijd doorgaan. Een altijddurende beweging is alleen mogelijk als er geen weerstand is.

Galilei is er verbaasd over en komt tot een opmerkelijke conclusie. Want stel dat de tweede helling horizontaal is en de bal bij het rollen op deze "helling" geen hoogte krijgt, dan zal de bal voor altijd blijven doorrollen. Dit idee is de basis van het relativiteitsprincipe van Galilei en wordt later door **Christiaan Huygens** (1629 – 1695) en **Isaac Newton** (1643 – 1727) verder uitgewerkt.



Dubbele helling.

In de tijd van Newton is over energie nog niets bekend. Hoe botsende voorwerpen hun beweging aan elkaar doorgeven is al wel bekend maar die kennis is nog onvolledig. Bij de slinger van Newton (die niet door Newton is uitgevonden) geven botsende ballen hun beweging aan elkaar door. Er gebeurt wel iets vreemds, want het aantal ballen dat wegvliegt is gelijk aan het aantal ballen dat je laat botsen.



Newton slinger

Om dit te kunnen begrijpen moet je weten welke snelheid een voorwerp krijgt als het van een hoogte valt. Omdat de snelheid tijdens het vallen constant toeneemt kun je afleiden dat het kwadraat van de snelheid recht evenredig is met de hoogte waarvan het valt.

Émilie du Châtelet (1706 –1749) bestudeert het werk van Newton en vertaalt zijn boek "Principia Mathematica" in het Frans. Zij komt tot het correcte inzicht dat de kinetische energie van een bewegend voorwerp evenredig is met de massa en met het kwadraat van de snelheid. De juiste formule is $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Hiermee kan ze de experimenten van Galilei en de slinger van Newton verklaren. Langzaam begint het idee van mechanische energie door te dringen. Als je een voorwerp tegen de zwaartekracht in omhoog brengt krijgt het voorwerp potentiële energie, in dit geval aanwezig als zwaarte energie. Als het voorwerp valt wordt zwaarte energie omgezet in kinetische energie. De totale hoeveelheid energie verandert hierbij niet.



Émilie du Châtelet

Wet van behoud van energie

Warmte verplaatst zich spontaan van een voorwerp met een hoge temperatuur naar een voorwerp met een lage temperatuur. De overdracht van warmte stopt als de temperatuur van beide voorwerpen gelijk is. Maar wat is warmte eigenlijk? Het antwoord op deze vraag is moeilijker dan gedacht. Geïnspireerd door het werk van Newton denken **Johann Becker** (1653–1682) en **Georg Stahl** (1659–1734) dat warmte bestaat uit massaloze deeltjes (flogistonen) die vrijkomen als materiaal verbrandt. **Antoine Lavoisier** (1743–1794) onderzoekt het verbranden en komt tot een theorie, waarin warmte wordt opgevat als een vloeistof (caloric) waarvan de hoeveelheid niet verandert en altijd van warme naar koude voorwerpen stroomt. Bij het uitwisselen blijft de totale hoeveelheid "caloric" gelijk, want wat het warme voorwerp verliest krijgt het koude voorwerp erbij.

Maar deze opvattingen zijn onjuist. **Benjamin Thompson** (1753–1814) voert een serie experimenten uit naar warmtegeleiding en warmte-isolatie en in 1798 publiceert hij zijn onderzoek aan warmte die ontstaat door wrijving. Om dit te demonstreren boort hij onder water een kanon uit met een botte boor. Na een tijd gaat het water koken, terwijl het materiaal van het kanon niet verandert. De warmte komt vrij tijdens het boren en blijft ontstaan zolang het boren duurt. Warmte is dus niet iets dat al in het kanon zit, want dan zou het na een tijdje op moeten raken. Het inzicht dat warmte kan ontstaan door een beging met wrijving is een belangrijke stap in de goede richting.

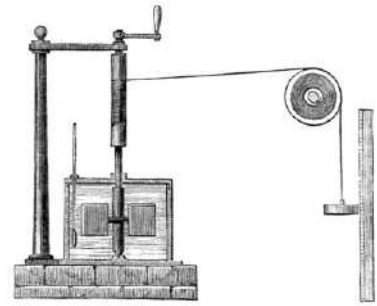
In 1803 presenteert **John Dalton** (1766–1844) zijn atoomtheorie, waarmee hij teruggrijpt op het idee van **Democritus** (460 –356 v. Chr.) dat materie uit atomen bestaat. In de atoomtheorie wordt warmte opgevat als het bewegen van atomen. Deze beweging kan worden vergroot door een wrijvingskracht. **James Joule** (1818–1889) is een leerling van Dalton en toont in 1841 aan dat warmte ook ontstaat door elektrische stroom. Hij bepaalt hoeveel elektrische energie er nodig is om 1 gram water 1 graad in temperatuur te laten stijgen. In de calorische theorie is dit gelijk aan 1 calorie.



James Joule

Hij vervolgt zijn onderzoek door met kracht water door nauwe openingen te persen, waardoor de temperatuur van het water stijgt. Dit brengt hem tot het inzicht dat de arbeid van de wrijvingskracht volledig wordt omgezet in warmte. Hij onderzoekt daarna hoeveel de temperatuur stijgt als je een gas samenperst en ook dan blijkt dat arbeid volledig wordt omgezet in warmte.

In 1845 demonstreert Joule zijn meest beroemde experiment. Hij verbindt een gewicht met een roerder in een goed geïsoleerd vat met water. Als het gewicht valt wordt het water geroerd waardoor de temperatuur van het water stijgt. De arbeid van de zwaartekracht wordt hierbij volledig omgezet in warmte. De natuurkundigen zijn nu overtuigd dat energie niet kan ontstaan of kan verdwijnen. Dit is **de wet van behoud van energie** en wordt ook **de eerste hoofdwet van de thermodynamica** genoemd. Nog nooit is gebleken dat deze wet niet klopt.



Zwaarte energie wordt warmte

Symmetrie

De vraag blijft waarom energie behouden is. Daar moet een goede reden voor zijn. Het antwoord op deze vraag is gegeven door **Emmy Noether** (1882–1935) die als wiskundige een grote bijdrage heeft geleverd aan abstracte algebra en aan theoretische natuurkunde. In 1915 bewijst ze de stelling van Noether, waaruit volgt dat behoudswetten in de natuurkunde het gevolg zijn van **symmetrie**. De wet van behoud van energie is het gevolg van symmetrie in de tijd. Hiermee bedoel je dat de uitkomst van een natuurkundig experiment niet afhankelijk is van het tijdstip waarop je dit experiment uitvoert. Herhaal je een experiment dan krijg je hetzelfde resultaat. Met de stelling van Noether kun je aantonen dat hieruit de wet van behoud van energie volgt.



Emmy Noether

Behalve symmetrie in tijd is er ook symmetrie in plaats. Doe je hetzelfde experiment op een andere plaats dan krijg je hetzelfde resultaat. Hieruit volgt de wet van behoud van impuls. Je kunt ook het experiment in een andere richting uitvoeren met opnieuw hetzelfde resultaat. Hieruit volgt de wet van behoud van impulsmoment. In de theoretische natuurkunde is het zoeken naar symmetrie van grote betekenis, want zoals de stelling van Noether aangeeft zal een symmetrie altijd een behoudswet opleveren.

Energie en massa

Als laatste is er nog iets onverwachts. In 1905 toont **Albert Einstein** (1879–1955) aan dat massa en energie in elkaar kunnen worden omgezet. Uit massa kun je energie maken en uit energie kun je massa maken. Massa kun je opvatten als samengebalde energie. Zijn beroemde formule $E = m \cdot c^2$, waarin c de lichtsnelheid is, geeft aan dat één kg massa correspondeert met $9,0 \cdot 10^{16}$ joule energie. Bij kernreacties, komt veel energie vrij en deze energie correspondeert met het verdwijnen van massa. De wet van behoud van energie moet daarom worden uitgebreid tot **de wet van behoud van massa+energie**.

Inhoud

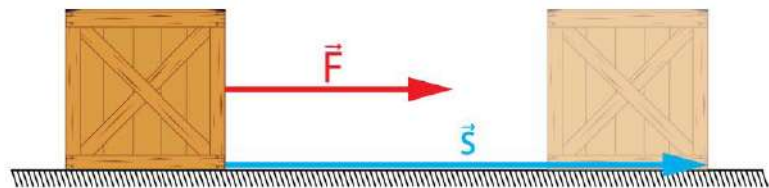
4.1 Arbeid, energie en warmte	6
– Arbeid	6
– Arbeid in = arbeid uit	6
– De richting van F en s	7
– Arbeid uit een (F, s) -diagram	9
– Arbeid door een wrijvingskracht	9
– Warmte	11
– Energie	11
– Wet van behoud van energie	12
4.2 Energievormen	13
– Chemische energie	13
– Zwaarte energie	14
– Kinetische energie	15
– Veer energie	15
– $E_{\text{in}} = 0$ en $E_{\text{uit}} = 0 \rightarrow E_{\text{begin}} = E_{\text{eind}}$	16
– Wegstrepen	18
4.3 Energie afstaan door wrijving	20
– Arbeid door een wrijvingskracht (wrijvingsarbeid)	20
4.4 Arbeid en kinetische energie	23
– Totale arbeid en verandering van kinetische energie	23
4.5 Vermogen	26
– Vermogen	26
– Vermogen en snelheid	28
– Constant vermogen of constante kracht	29
4.6 Rendement	31
– Rendement	31
4.7 Samenvatting	33
– Grootheden en eenheden	33
– Weten	33
– Formules	34
– Figuren	35

4.1 Arbeid, energie en warmte

Arbeid

Als een kracht werkt op een bewegend voorwerp verricht deze kracht **arbeid**. Om arbeid te kunnen verrichten moet de kracht dezelfde richting hebben als de beweging of de tegengestelde richting. Een kracht die loodrecht staat op de beweging verricht geen arbeid. De arbeid W (Engels: work) is de kracht vermenigvuldigd met de afstand. In figuur 1 zie je een kist die door een kracht wordt verplaatst. De kracht verricht arbeid op de kist.

Figuur 1 Door een kracht wordt een kist verplaatst. De kracht verricht arbeid op de kist.



Arbeid is kracht keer afstand en de eenheid van arbeid is newton keer meter N·m.

$$W = F \cdot s$$

- W is de arbeid die de kracht verricht in newton keer meter (N·m)
- F is de kracht in newton (N)
- s is de afstand waarover het voorwerp wordt verplaatst in meter (m)

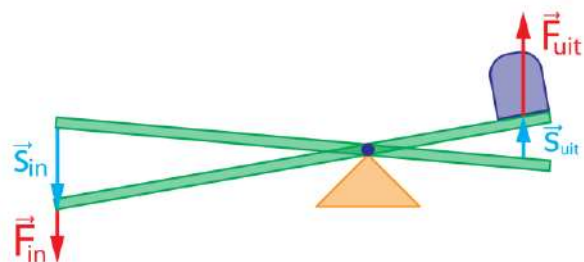
De richting van F is gelijk of tegengesteld aan de richting van s .

Met de verrichte arbeid is iets bijzonders aan de hand, want die blijft op de een of andere manier bestaan. Soms geeft het voorwerp de opgenomen arbeid onmiddellijk door aan een ander voorwerp. In dat geval geldt: **arbeid in = arbeid uit**. Laten we hiervan twee voorbeelden bekijken.

Arbeid in = arbeid uit

Het idee is dat je een kracht uitoefent op voorwerp A waardoor het verplaatst. Als A in contact staat met voorwerp B kan A de arbeid die het heeft ontvangen doorgeven aan B. Hierbij verricht A net zoveel arbeid op B als dat het zelf heeft ontvangen. Dit gebeurt bij een **hefboom**. Zie figuur 2.

Aan de linkerkant oefen je kracht F_{in} uit, waardoor de hefboom naar beneden gaat. Aan de rechterkant staat een gewicht op de hefboom die door kracht F_{uit} omhoog wordt geduwd. De arbeid die je verricht op de hefboom wordt doorgegeven aan het gewicht.

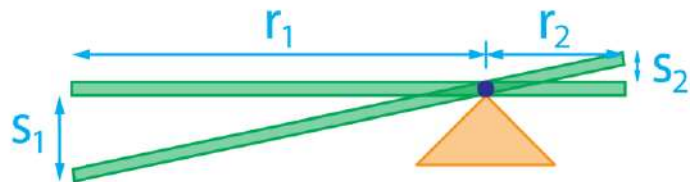


Figuur 2 Het doorgeven van arbeid in een hefboom.

$$W_{\text{in}} = W_{\text{uit}} \rightarrow F_{\text{in}} \cdot s_{\text{in}} = F_{\text{uit}} \cdot s_{\text{uit}}$$

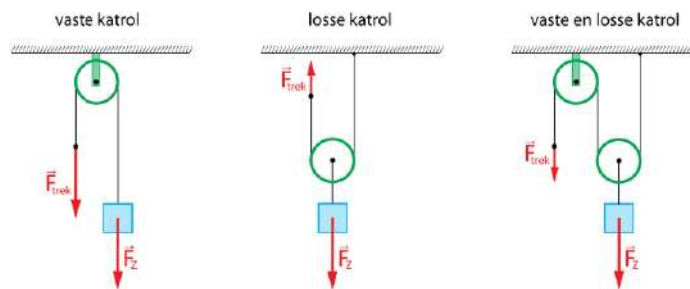
- W_{in} is de arbeid die wordt opgenomen (N·m)
- W_{uit} is de arbeid die wordt afgestaan (N·m)
- F_{in} is de kracht die arbeid verricht op de hefboom (N)
- s_{in} is de afstand waarover het aangrijpingspunt van F_{in} wordt verplaatst (m)
- F_{uit} is de kracht die arbeid verricht door de hefboom op een voorwerp (N)
- s_{uit} is de afstand waarover het aangrijpingspunt van F_{uit} wordt verplaatst (m)

In figuur 3 zie je dat bij een hefboom de verhouding tussen s_1 en s_2 hetzelfde is als de verhouding tussen r_1 en $r_2 \rightarrow s_1 : s_2 = r_1 : r_2$. Afstand r is **de arm van de kracht**, oftewel de kortste afstand tussen de werklijn van de kracht en het draaipunt. Hieruit volgt de **hefboomwet** ook wel de **momentenwet** genoemd: $F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$. De momentenwet kun je dus begrijpen uit het feit dat arbeid behouden blijft.



Figuur 3 De verhouding tussen s_1 en s_2 is gelijk aan die tussen r_1 en $r_2 \rightarrow s_1 : s_2 = r_1 : r_2$.

Ook bij **katrollen** geldt arbeid in = arbeid uit. Er bestaan **vaste katrollen** en **losse katrollen**. Zie figuur 4. Een vaste katrol zit vast en kan niet bewegen. Een losse katrol beweegt als het touw wordt ingehaald. Hierbij is één uiteinde van het touw vastgemaakt.



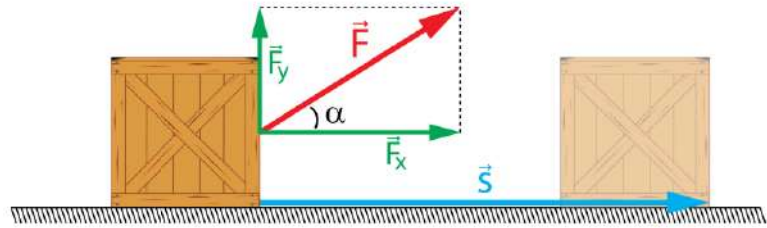
Figuur 4 Vaste en losse katrollen.

Als een voorwerp omhoog wordt getakeld met een vaste katrol (figuur 4, links) zie je dat als je één meter touw inhaalt het voorwerp ook één meter omhoog gaat. Omdat $W_{\text{in}} = W_{\text{uit}}$ betekent dit dat de kracht op het voorwerp even groot is als de kracht op het touw. Maar hangt het voorwerp aan een losse katrol (figuur 4, midden en rechts) dan is dat niet zo. Want als je het touw één meter inhaalt gaat het voorwerp maar een halve meter omhoog. Door de losse katrol is de afstand gehalveerd en omdat $F_{\text{in}} \cdot s_{\text{in}} = F_{\text{uit}} \cdot s_{\text{uit}}$ betekent dit dat de kracht wordt verdubbeld.

De richting van F en s

Nu we wat meer weten over arbeid moeten we nog een paar bijzondere situaties bekijken. Meestal is het zo dat de richting waarin iets wordt verplaatst gelijk is aan de richting van de kracht. Zo zie je in figuur 1 dat een kist wordt verplaatst, waarbij de kracht en de verplaatsing dezelfde richting hebben. In figuur 5 wordt de kist ook verplaatst maar nu door een kracht die scheef staat.

Figuur 5 De richting van de verplaatsing is niet gelijk aan de richting van de kracht.



In beide gevallen verricht de kracht arbeid, maar om de arbeid te berekenen moet je een scheve kracht splitsen in een component in de richting van de verplaatsing F_x en een component loodrecht daarop F_y . De loodrechte component F_y draagt niet bij aan de verplaatsing en moet je buiten beschouwing laten. De arbeid bereken je met $W = F_x \cdot s$. In figuur 5 zie je dat $F_x = F \cdot \cos \alpha$ en hieruit volgt de formule die altijd geldt:

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

- α is de hoek tussen de kracht en de verplaatsing

VOORBEELD kracht onder een hoek

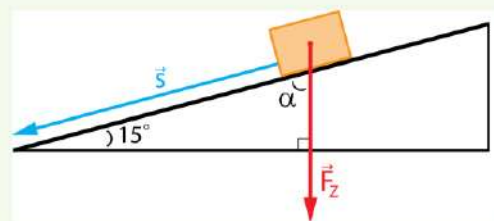
Aan een kist wordt onder een hoek van 25° met een kracht van 150 N getrokken. Hierdoor verplaatst de kist 5,0 m. Zie figuur 5.

Bereken de arbeid die door de kracht wordt verricht.

- $F = 150 \text{ N} \mid \alpha = 25^\circ \mid s = 5,0 \text{ m} \mid W = \dots \text{ N} \cdot \text{m}$
- $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$
- $W = 150 \cdot 5 \cdot \cos 25 = 679,73 = 6,8 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}$

VOORBEELD kist op een helling

Een kist van 20 kg staat op een helling en schuift 6,0 m naar beneden. De hoek van de helling met de horizontaal is 15° . Zie figuur 6.



Figuur 6

Bereken de arbeid die de zwaartekracht verricht.

- de hoek α tussen F_z en de richting van de verplaatsing is $90 - 15 = 75^\circ$
- $F_z = m \cdot g = 20 \cdot 9,81 = 196,2 \text{ N}$
- $W = F_z \cdot s \cdot \cos \alpha = 196,2 \cdot 6 \cdot \cos 75^\circ = 3,04682 \cdot 10^2 = 3,0 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}$

OOK GOED

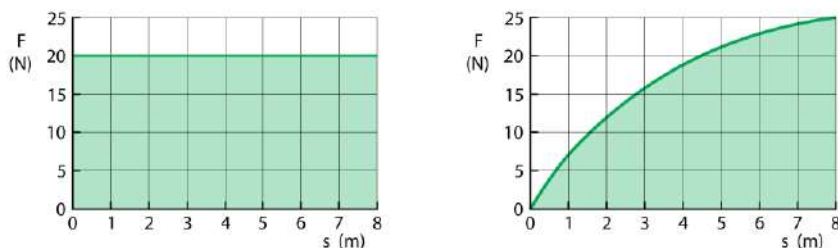
- h is de verplaatsing in de richting van F_z
- $h = s \cdot \cos \alpha \rightarrow h = 6 \cdot \cos 75 = 1,55291 \text{ m}$
- $W = F_z \cdot h = 196,2 \cdot 1,55291 = 3,04682 \cdot 10^2 = 3,0 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}$

In bovenstaand voorbeeld zie je dat je er op twee manieren naar kunt kijken. Je kunt de kracht spitsen en alleen de component in de richting van de verplaatsing in rekening brengen. Of je kunt kijken hoeveel het voorwerp verplaatst is in de richting van de kracht. Beide methoden geven hetzelfde resultaat.

Arbeid uit een (F,s)-diagram

Tot nu toe zijn we ervan uitgegaan dat de kracht tijdens de verplaatsing niet verandert, maar dat kan natuurlijk wel gebeuren. Om daar rekening mee te houden kijken we naar een (F, s)-diagram, met op de horizontale as de afstand en op de verticale as de kracht. Zie figuur 7.

Figuur 7 De arbeid die F verricht is gelijk aan de oppervlakte onder de (F, s)-grafiek.



In figuur 7 links is het duidelijk dat de arbeid gelijk is aan het oppervlak tussen de grafiek en de horizontale as. Rechts is dat ook zo, en om de arbeid te berekenen moet je dus de oppervlakte berekenen. Je kunt dat doen door de gemiddelde kracht te schatten en die te vermenigvuldigen met de afstand. In figuur 7, rechts kom je dan uit op ongeveer 140 N·m.

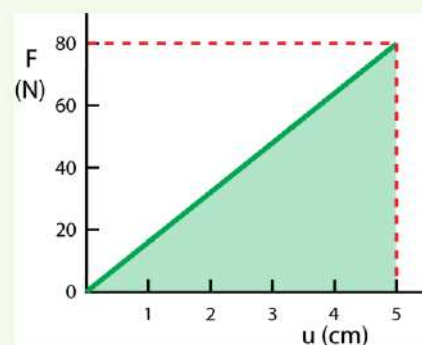
De arbeid die een kracht verricht is gelijk aan de oppervlakte tussen de (F, s)-grafiek en de horizontale as.

VOORBEELD uitrekking van een spiraalveer

In figuur 8 is de kracht op een spiraalveer uitgezet tegen de uitrekking. Er geldt $F = C \cdot u$.

Bepaal de arbeid die nodig is om de veer 5,0 cm uit te rekken.

- $W =$ oppervlakte onder de (F, s)-grafiek tussen $u = 0$ en $u = 0,050$ m
- $W = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 0,050 = 2,0 \text{ N} \cdot \text{m}$



Figuur 8

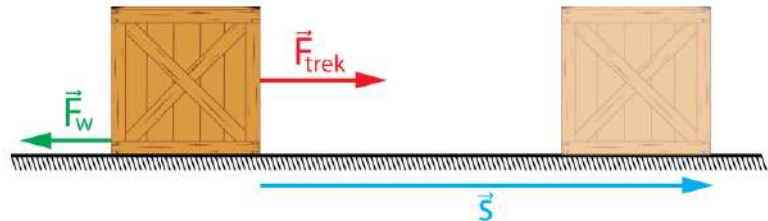
Arbeid door een wrijvingskracht

Ook een wrijvingskracht kan arbeid verrichten. Dit noem je **wrijvingsarbeid**. De richting van de wrijvingskracht is altijd tegengesteld is aan de richting van de verplaatsing. Zie figuur 9. Hoek α tussen F_w en s is daarom altijd 180° . En omdat $\cos \alpha = -1$ volgt dat arbeid verricht door een wrijvingskracht negatief is.

$$W_{\text{wrijving}} = -F_W \cdot s$$

- W_{wrijving} is de arbeid door de wrijvingskracht in newton keer meter (N·m)
- F_W is de wrijvingskracht in Newton (N)
- s is de afstand in meter (m)

Figuur 9 De arbeid van de wrijvingskracht is negatief.



VOORBEELD arbeid verricht door een wrijvingskracht

Met trekkraft F_{trek} van 30 N verschuif je een kist over een afstand van 4,0 m. Op de kist werkt een wrijvingskracht F_W van 20 N.

Bereken de totale arbeid die op de kist wordt verricht.

- arbeid van de trekkraft: $W_{\text{trek}} = F_{\text{trek}} \cdot s \rightarrow W_{\text{trek}} = 30 \cdot 4 = 120 \text{ N} \cdot \text{m}$
- arbeid van de wrijvingskracht: $W_W = -F_W \cdot s \rightarrow W_W = -20 \cdot 4 = -80 \text{ N} \cdot \text{m}$
- $W_{\text{tot}} = W_{\text{trek}} + W_W \rightarrow W_{\text{tot}} = 120 - 80 = 40 \text{ N} \cdot \text{m}$

VOORBEELD een recht omhooggeschoten kogel

Een kogel met een massa van 50 g wordt vanaf een 10 m hoge toren recht omhoog geschoten. De kogel bereikt een maximale hoogte van 80 m en valt daarna op de grond. Tijdens de beweging ondervindt de kogel een gemiddelde wrijvingskracht van 0,020 N.

Bereken de arbeid die de zwaartekracht verricht.

- omhoog: $F_Z = m \cdot g = 0,050 \cdot 9,81 = 0,4905 \text{ N} \mid s = 70 \text{ m} \mid \alpha = 180^\circ$
- $W_{\text{omhoog}} = F_Z \cdot s \cdot \cos \alpha \rightarrow 0,4905 \cdot 70 \cdot \cos 180 = -34,335 \text{ N} \cdot \text{m}$
- omlaag: $F_Z = 0,4905 \text{ N} \mid s = 80 \text{ m} \mid \alpha = 0^\circ$
- $W_{\text{omlaag}} = F_Z \cdot s \cdot \cos \alpha \rightarrow 0,4905 \cdot 80 \cdot \cos 0 = 39,24 \text{ J}$
- totaal: $W_{\text{tot}} = W_{\text{omhoog}} + W_{\text{omlaag}} \rightarrow W = -34,335 + 39,24 = 4,905 = 4,9 \text{ N} \cdot \text{m}$

Bereken de arbeid die de wrijvingskracht verricht.

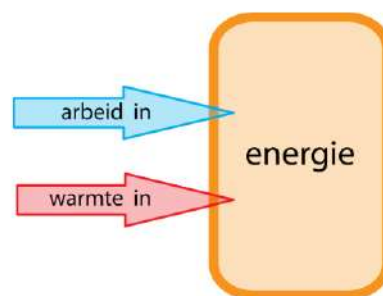
- $s = s_{\text{omhoog}} + s_{\text{omlaag}} \rightarrow s = 70 + 80 = 150 \text{ m}$
- $F_W = 0,020 \text{ N} \mid \alpha = 180^\circ \mid W = \dots \text{ N} \cdot \text{m}$
- $W = F_W \cdot s \cdot \cos \alpha \rightarrow W = 0,02 \cdot 150 \cdot \cos 180 = -3,0 \text{ N} \cdot \text{m}$

Warmte

Als een wrijvingskracht arbeid verricht ontstaat er warmte. Dit merk je als je koude handen hebt. Om ze op te warmen duw je ze stevig tegen elkaar aan en schuif je ze over elkaar. De wrijvingskracht vermenigvuldigd met de afstand is de arbeid van de wrijvingskracht en deze arbeid zorgt ervoor dat je handen warm worden. Het inzicht dat arbeid en warmte met elkaar te maken hebben is een belangrijke doorbraak geweest in de natuurkunde.

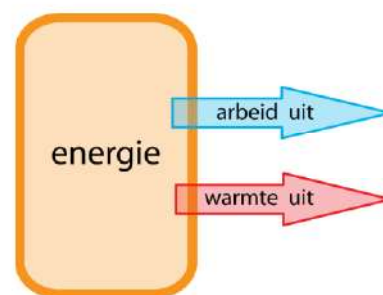
Energie

We hebben gezien dat arbeid verricht op voorwerp A onmiddellijk kan worden doorgegeven aan voorwerp B en dat arbeid door een wrijvingskracht warmte oplevert. Maar dat is niet het hele verhaal. Arbeid kan namelijk ook worden bewaard voor later. Je verricht dan arbeid op een voorwerp, waarbij de arbeid in het voorwerp achterblijft en deze opgeslagen arbeid noemen we **energie**. Zie figuur 10.



Figuur 10 Energie is opgeslagen arbeid en warmte.

Een voorwerp kan energie verliezen door arbeid uit te oefenen op een ander voorwerp of door warmte over te dragen op een ander voorwerp. Zie figuur 11. Maar als voorwerp A arbeid verricht op voorwerp B is deze energie niet verloren, want wat A kwijtraakt krijgt B erbij. Dit geeft ons de wet van behoud van energie.



Figuur 11 Energie kan worden overgedragen.

Energie is opgeslagen arbeid en warmte. Energie heeft het symbool E en eenheid joule (J). Eén joule (J) = één newton keer meter (N · m)

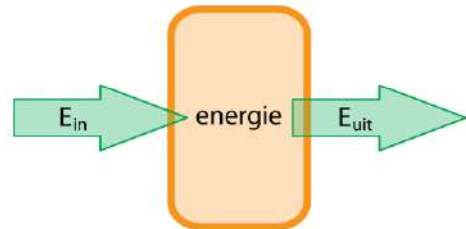
Het feit dat arbeid kan worden opgeslagen en beschikbaar is voor later zie terug je in een achtbaan. Zie figuur 12, links. Door een kracht wordt een treintje omhoog gebracht. Op het treintje wordt dus arbeid verricht en deze arbeid wordt in het treintje opgeslagen als energie. Als het treintje bovenaan is stopt de kracht. De opgeslagen energie wordt nu gebruikt om het treintje zonder motor het hele traject te laten afleggen. Door de wrijvingskracht verliest het treintje warmte aan de omgeving en aan het einde van de rit wordt het treintje afgeremd, waarbij de energie die het nog heeft aan het treintje wordt onttrokken.

Een ander voorbeeld is de schommel. Zie figuur 12, rechts. Om een schommel op gang te brengen moet je eerst een duw geven. Op de schommel wordt arbeid verricht en deze arbeid wordt in de schommel opgeslagen als energie. Als de kracht stopt blijft de energie in de schommel aanwezig. De schommel blijft heen-en-weer bewegen, totdat vanwege wrijving de energie aan de schommel is onttrokken.

Figuur 12 In een pretpark zie je de wet van behoud van energie in de praktijk.



We noemen de opgenomen arbeid en warmte E_{in} en de afgestane arbeid en warmte E_{uit} . Zie figuur 13. Wordt er meer energie opgenomen dan afgestaan dan neemt de energie toe. De energie van het voorwerp neemt af als het meer energie afstaat dan opneemt.



Figuur 13 Een voorwerp neemt energie op en staat energie af.

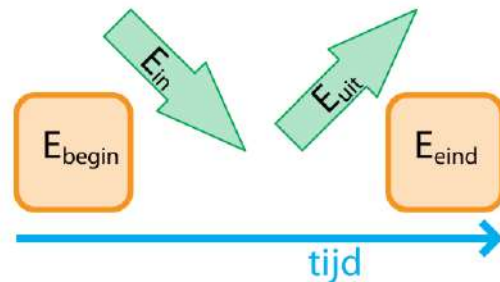
Wet van behoud van energie

Energie kan niet ontstaan en kan ook niet verdwijnen, want de energie die voorwerp B krijgt wordt onttrokken aan voorwerp A. Energie blijft altijd behouden en dat is de **wet van behoud van energie**.

Energie kan niet ontstaan en kan niet verdwijnen.

Laten we eens op twee verschillende tijdstippen kijken naar een voorwerp. E_{begin} is de energie van het voorwerp op tijdstip 1 en E_{eind} is de energie van het voorwerp op tijdstip 2. Als het voorwerp tussen de twee tijdstippen geen energie opneemt of afstaat geldt: $E_{begin} = E_{eind}$. Maar als er wel energie wordt toegevoegd of onttrokken moeten we daar rekening mee houden.

In figuur 14 zie je hoe de boekhouding van energie in zijn werk gaat. De tijdbalk aan de onderkant geeft het verloop van de tijd aan. Tussen het begin- en eindpunt neemt het voorwerp E_{in} op en staat het E_{uit} af.



Figuur 14 Wet van behoud van energie.

Voor de aanwezige energie aan het einde geldt dan: $E_{begin} + E_{in} - E_{uit} = E_{eind}$. Dit inzicht is **de wet van behoud van energie** en deze wet komt bijzonder goed van pas bij berekeningen aan ingewikkelde bewegingen, zoals je later in dit hoofdstuk zult zien.

$$E_{begin} + E_{in} - E_{uit} = E_{eind}$$

- E_{begin} is de energie die in het begin in het voorwerp aanwezig is (J)
- E_{in} is de energie die het voorwerp opneemt (J)
- E_{uit} is de energie die het voorwerp afstaat (J)
- E_{eind} is de energie die aan het eind in het voorwerp aanwezig is (J)

4.2 Energievormen

Energie speelt een rol bij alle gebeurtenissen. De hoeveelheid beschikbare energie bepaalt wat je wel en wat je niet voor elkaar kunt krijgen. Wil je bijvoorbeeld een zware kist tien meter omhoog tillen, maar heb je onvoldoende energie beschikbaar, dan kun je doen wat je wil, het zal je niet lukken. Zelfs de meest slimme constructie van katrollen helpt je niet. Te weinig beschikbare energie betekent dat het hoe dan ook onmogelijk is. Energie komt voor in verschillende vormen. Uiteindelijk is iedere vorm terug te voeren op arbeid die in het verleden is verricht. Hieronder zie je een paar veel voorkomende vormen van energie.

VOORBEELD verschillende vormen van energie

- een steen is omhoog getild (zwaarte energie)
- een kogel heeft snelheid gekregen (kinetische energie)
- een veer is gespannen (veer energie)
- een onweerwolk heeft elektrische lading gekregen (elektrische energie)
- een benzinemolecuul is gemaakt (chemische energie)
- een atoomkern is gemaakt (kernenergie)

Chemische energie

Scheikundige stoffen zijn in staat om energie op te slaan. Deze energie kan weer beschikbaar komen. Opgeslagen **chemische energie** vind je bijvoorbeeld in brandstof, in voedsel en in batterijen. Er is arbeid uitgeoefend om een scheikundige reactie te laten verlopen en deze arbeid is opgeslagen als chemische energie. Loopt de reactie de andere kant uit dan komt de opgeslagen energie weer vrij.

Brandstoffen bevatten opgeslagen chemische energie. Om uit H_2O en CO_2 benzine C_8H_{18} en O_2 te maken is arbeid nodig. Deze opgeslagen energie komt vrij als je de benzine laat reageren met zuurstof tot water en kooldioxide. Het reageren met zuurstof noem je verbranden en vandaar dat benzine een brandstof wordt genoemd. De **stookwaarde** is de hoeveelheid warmte die bij het verbranden vrijkomt per kg (vaste stof) of per kubieke meter (vloeistoffen en gassen).

De stookwaarde is de hoeveelheid warmte die vrijkomt bij het verbranden van een stof. De eenheid van stookwaarde is:

- joule per kilogram (J/kg) voor vaste stoffen
- joule per kubieke meter (J/m^3) voor vloeistoffen en voor gassen

Om de warmte uit te rekenen die vrijkomt bij het verbranden van één kilogram vaste stof of één kubieke meter vloeistof of gas moet je de stookwaarde vermenigvuldigen met het aantal kilogram stof dat je verbrandt (vaste stof) of het aantal kubieke meter (vloeistof of gas). Hiervoor gebruik je de volgende formules.

Vaste stof

$$E_{\text{ch}} = r_m \cdot m$$

Vloeistof of gas

$$E_{\text{ch}} = r_v \cdot V$$

- E_{ch} is de chemische energie die vrijkomt bij het verbranden in joule (J)
- r_m is de stookwaarde van een vaste stof in joule per kilogram (J/kg)
- m is de massa van de vaste stof in kilogram (kg)
- r_v is de stookwaarde van een vloeistof of gas in joule per kubieke meter (J/m³)
- V is het volume van de vloeistof of gas in kubieke meter (m³)

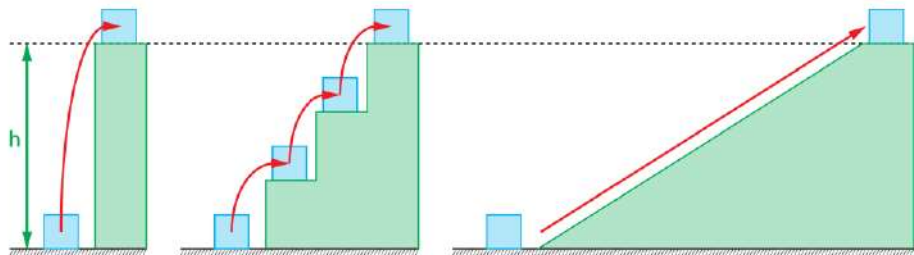
Ook in voedsel zit energie. Dit noem je de **voedingswaarde** die op de verpakking wordt aangegeven. Vaak wordt daarbij de ouderwetse eenheid **calorie** gebruikt. Gelukkig wordt tegenwoordig de energie ook in **joule (J)** of **kilojoule (kJ)** opgegeven. Het omrekenen van calorie naar joule gaat als volgt:

$$1,000 \text{ calorie} = 4,184 \text{ joule}$$

Zwaarte energie

Stel je tilt een voorwerp met constante snelheid omhoog. Als er geen wrijving is, is de kracht die je nodig hebt gelijk aan de zwaartekracht. De verticale afstand waarover het voorwerp verplaatst is de hoogte. De arbeid die je verricht wordt in het voorwerp opgeslagen als **zwaarte energie, E_z** . Alleen het verschil in hoogte bepaalt hoeveel arbeid er nodig is. De manier waarop je het voorwerp omhoog brengt heeft geen invloed op de benodigde arbeid.

Figuur 15 Het kost arbeid om een voorwerp omhoog te tillen. Deze arbeid wordt opgeslagen als zwaarte energie.



$$E_z = m \cdot g \cdot h$$

- E_z is de zwaarte energie in joule (J)
- m is de massa in kilogram (kg)
- g is de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m/s²)
- h is de verandering van de hoogte in meter (m)

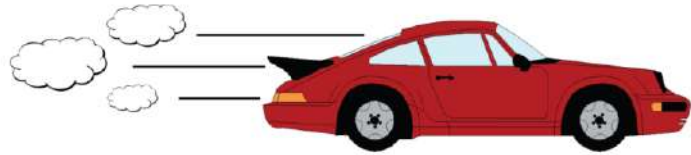
BEWIJS

- $W = F \cdot s$ met $F = F_z = m \cdot g$ en $s = h$
- $W = E_z = m \cdot g \cdot h$

Kinetische energie

Een kracht kan er ook voor zorgen dat een voorwerp gaat versnellen. De arbeid die de kracht verricht wordt hierbij omgezet in bewegingsenergie. Een ander woord voor bewegingsenergie is **kinetische energie, E_k** .

Figuur 16 Het kost arbeid om een voorwerp snelheid te geven. Deze arbeid vind je terug als kinetische energie.



$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

- E_k is de kinetische energie in joule (J)
- m is de massa in kilogram (kg)
- v is de snelheid in meter per seconde (m/s)

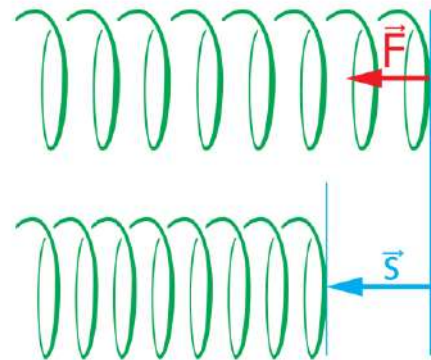
BEWIJS

- $W = F \cdot s$ met $F = m \cdot a$ en $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$
- $W = m \cdot a \cdot (\frac{1}{2} a \cdot t^2) \rightarrow W = \frac{1}{2} m \cdot a^2 \cdot t^2 \rightarrow W = \frac{1}{2} m \cdot (a \cdot t)^2$
- invullen $v = a \cdot t$ geeft $W = E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Veer energie

Een kracht kan ervoor zorgen dat een voorwerp vervormt. De kracht die je uitoefent vermenigvuldigd met de vervorming is de arbeid en wordt opgeslagen als **veer energie, E_{veer}** .

Figuur 17 Het kost arbeid om een spiraalveer te vervormen. Deze arbeid wordt opgeslagen als veerenergie.



$$E_{veer} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$$

- E_{veer} is de veerenergie in joule (J)
- C is de veerconstante in newton per meter (N/m)
- u is de vervorming in meter (m)

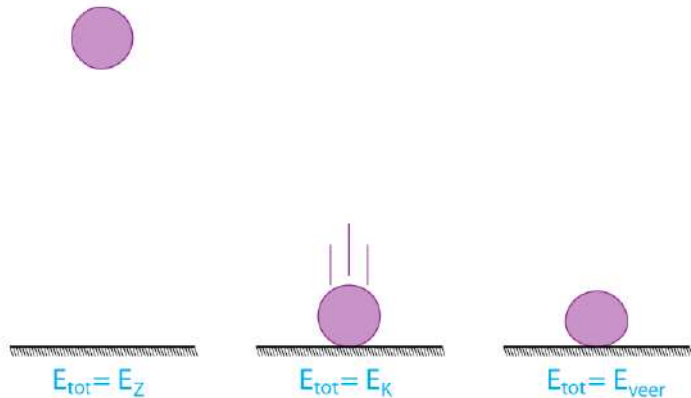
BEWIJS

- $W = F \cdot s$ met $F = F_{gem}$ en $s = u$
- $F = C \cdot u \rightarrow F_{gem} = \frac{1}{2} C \cdot u$
- $W = F_{gem} \cdot u \rightarrow W = \frac{1}{2} C \cdot u \cdot u \rightarrow W = E_{veer} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$

$$E_{\text{in}} = 0 \text{ en } E_{\text{uit}} = 0 \rightarrow E_{\text{begin}} = E_{\text{eind}}$$

Als het voorwerp geen energie opneemt of afstaat geldt: $E_{\text{in}} = 0$ en $E_{\text{uit}} = 0$. De energie van het voorwerp blijft dan constant. Wel kan de energievorm veranderen. Dit gebeurt bijvoorbeeld als een stuiterbal valt. Tijdens het vallen verandert de hoogte, waardoor de zwaarte energie afneemt. Tegelijkertijd wordt de snelheid groter, waardoor de kinetische energie toeneemt. Omdat $E_{\text{begin}} = E_{\text{eind}}$ is tijdens de val de afname van de zwaarte energie precies gelijk aan de toename van de kinetische energie. Zie figuur 18.

Als de stuiterbal op de grond komt deukt hij in, waarbij de kinetische energie wordt omgezet in veer energie. Korte tijd later deukt de bal uit en krijgt het weer kinetische energie. De bal beweegt nu omhoog, en op het hoogste punt is alle kinetische energie zwaarte energie geworden. Als er geen wrijvingskracht is zal de stuiterbal op precies dezelfde hoogte komen als in het begin.



Figuur 18 Tijdens het vallen wordt energie omgezet.

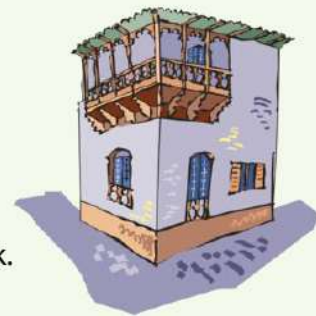
De beweging omhoog is precies gelijk aan de beweging omlaag. Het lijkt alsof je teruggaat in de tijd. Dit is precies het idee achter de wet van behoud van energie. Hoewel er van alles verandert veranderen de natuurwetten zelf niet. Als je bij een voorwerp de richting van de snelheid en de richting van alle krachten omkeert dan beweegt het voorwerp alsof je een film terugdraait. Het lijkt wel alsof het voorwerp nog weet hoe het in het verleden heeft bewogen en de route achteruit kan afleggen.

In de rest van deze paragraaf gaan we kijken hoe je de wet van behoud van energie in de praktijk kunt toepassen. Bij alle voorbeelden voegen we geen energie toe en onttrekken we ook geen energie. Steeds geldt dus $E_{\text{in}} = 0$ en $E_{\text{uit}} = 0$.

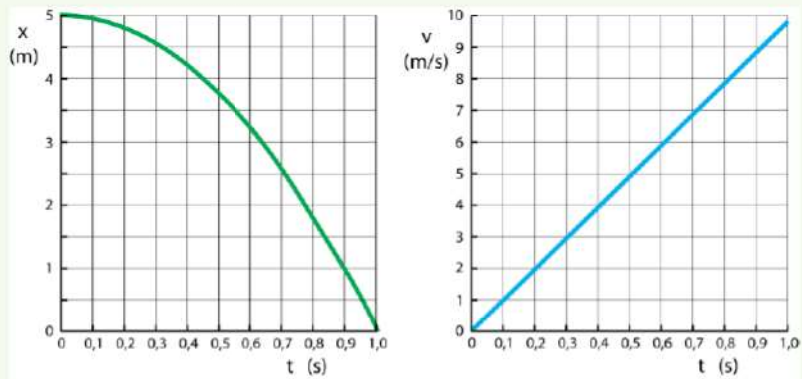
VOORBEELD vallende steen zonder wrijving

Een steen van 200 gram valt van een 5,0 m hoog balkon. Luchtweerstand wordt verwaarloosd. Energie is aanwezig in de vorm van E_z en E_k . Figuur 19 is het (x, t) -diagram en het bijbehorende (v, t) -diagram.

Terwijl de hoogte afneemt wordt de snelheid groter. Omdat $E_{\text{begin}} = E_{\text{eind}}$ blijft de totale energie $E_{\text{tot}} = E_z + E_k$ gelijk.



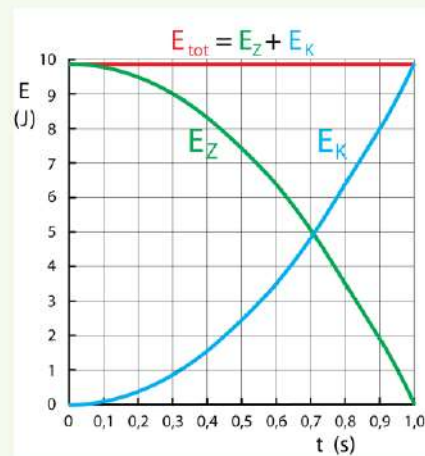
Figuur 19 (x, t)-diagram en het (v, t)-diagram van de vallende steen.



In figuur 20 zie je de grafieken van E_Z en E_K tijdens het vallen. In het begin is er alleen E_Z . Tijdens het vallen neemt E_Z af en neemt E_K toe. Maar de totale energie verandert niet. Op ieder tijdstip geldt $E_{\text{tot}} = E_Z + E_K$.

Bereken de energie die in het begin aanwezig is.

- $h_{\text{begin}} = 5,0 \text{ m} \mid v_{\text{begin}} = 0 \text{ m/s} \mid m = 0,2 \text{ kg}$
- $E_{\text{begin}} = E_Z + E_K$
- $E_{\text{begin}} = 0,2 \cdot 9,81 \cdot 5,0 + \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 0^2 = 9,81 \text{ J}$



Figuur 20

Bereken de energie die aan het eind aanwezig is.

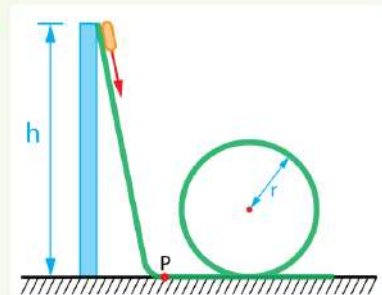
- behoud van energie: $E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}}$ met $E_{\text{in}} = 0$ en $E_{\text{uit}} = 0$
- $E_{\text{begin}} = E_{\text{eind}} = 9,81 \text{ J}$

Bereken de snelheid waarmee de steen op de grond valt.

- $h_{\text{eind}} = 0 \text{ m} \mid m = 0,2 \text{ kg} \mid v_{\text{eind}} = \dots \text{ m/s}$
- $E_{\text{eind}} = E_Z + E_K$
- $E_{\text{eind}} = 9,81 = 0,2 \cdot 9,81 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot v_{\text{eind}}^2$
- $9,81 = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot v_{\text{eind}}^2 \rightarrow 9,81 = 0,1 \cdot v_{\text{eind}}^2 \rightarrow v_{\text{eind}} = 9,9 \text{ m/s}$

VOORBEELD achtbaan met looping zonder wrijving

Bij een achtbaan wordt een treintje op 35 meter hoogte gebracht en daarna losgelaten. Het treintje rijdt naar beneden over een helling met bochten en een looping. Zie figuur 21. De looping heeft een straal van 10 meter. Een treintje met passagiers heeft een massa van 1500 kg. Wrijvingskrachten worden verwaarloosd.



Figuur 21

Bereken de snelheid van het treintje in punt P.

- $E_{\text{in}} = 0$ en $E_{\text{uit}} = 0$
- $E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}} \rightarrow E_{\text{begin}} = E_{\text{eind}}$
- $(E_Z + E_K)_{\text{begin}} = (E_Z + E_K)_{\text{eind}}$
- $m \cdot g \cdot h_{\text{begin}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$
- m wegstrepen en de termen met v_{begin} en h_{eind} wegstrepen want die zijn nul
- $9,81 \cdot 35 = \frac{1}{2} \cdot v_{\text{eind}}^2 \rightarrow v_{\text{eind}} = 26,2 \text{ m/s}$

Bereken de snelheid van het treintje op het hoogste punt van de looping.

- $h_{\text{begin}} = 35 \text{ m} \quad | \quad v_{\text{begin}} = 0 \text{ m/s} \quad | \quad h_{\text{eind}} = 2 \cdot 10 = 20 \text{ m} \quad | \quad v_{\text{eind}} = \dots \text{ m/s}$
- $(E_Z + E_K)_{\text{begin}} = (E_Z + E_K)_{\text{eind}}$
- $m \cdot g \cdot h_{\text{begin}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$
- m wegstrepen en de term met v_{begin} wegstrepen want die is nul
- $9,81 \cdot 35 = 9,81 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot v_{\text{eind}}^2 \rightarrow v_{\text{eind}} = 17,155 = 17,2 \text{ m/s}$

Wegstrepen

Bij deze voorbeelden zie je dat berekeningen eenvoudiger worden door eerst de formules op te schrijven, daarna zoveel mogelijk weg te strepen en pas daarna getallen in te vullen.

formules opschrijven → wegstrepen → invullen → uitrekenen

Zoveel mogelijk wegstrepen helpt om de berekening eenvoudig te houden. Een vergelijking bestaat uit termen. Zo heeft $m \cdot g \cdot h_{\text{begin}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$ vier termen die ik met verschillende kleuren heb aangegeven. Er zijn drie gevallen waarbij je kunt wegstrepen:

- 1) dezelfde letter komt in iedere term voor → letter overal wegstrepen (staat de letter ergens in het kwadraat dan alleen het kwadraat wegstrepen)
- 2) in een term wordt vermenigvuldigd met nul → term wegstrepen
- 3) links en rechts staat dezelfde term met dezelfde getallen → term links en rechts wegstrepen

Bij berekening met energie betekent het derde geval dat als de hoogte niet verandert je de zwaarte energie buiten beschouwing mag laten en als de snelheid niet verandert je de kinetische energie buiten beschouwing mag laten. Deze energievormen zijn misschien wel aanwezig, maar omdat ze niet veranderen hebben ze geen invloed op de uitkomst van de berekening.

Energievormen die niet veranderen mag je buiten beschouwing laten.

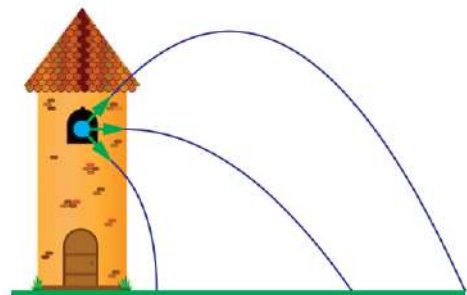
VOORBEELD een steen weggooiden van een toren

Je gooit een steen van een 15 m hoge toren met een beginsnelheid van 10 m/s.

Bereken de snelheid waarmee de steen op de grond valt.

- $h_{\text{begin}} = 15 \text{ m} \quad | \quad v_{\text{begin}} = 10 \text{ m/s} \quad | \quad h_{\text{eind}} = 0 \text{ m} \quad | \quad v_{\text{eind}} = \dots \text{ m/s}$
- $E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}} \quad \text{met} \quad E_{\text{in}} = 0 \quad \text{en} \quad E_{\text{uit}} = 0$
- $(E_Z + E_K)_{\text{begin}} = (E_Z + E_K)_{\text{eind}}$
- $m \cdot g \cdot h_{\text{begin}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$
- m wegstrepen en de term met h_{eind} wegstrepen want die is nul
- $9,81 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 10^2 = \frac{1}{2} \cdot v_{\text{eind}}^2 \rightarrow v_{\text{eind}} = 19,857 = 20 \text{ m/s}$

Aan dit voorbeeld zie je iets opmerkelijks. Om de eindsnelheid te berekenen hoef je alleen de beginhoogte, de beginsnelheid en de eindhoogte te weten. De richting waarin je de steen weggooit doet er niet toe. Best vreemd en iets dat misschien tegen je intuïtie ingaat.



Figuur 22

VOORBEELD een steentje omhoog schieten

Met een katapult schiet je een steentje verticaal omhoog. Het elastiek van de katapult heeft een veerconstante $C = 50 \text{ N/m}$. Je rekt het elastiek 20 cm uit. Het steentje heeft een massa van 5,0 gram.

Bereken de snelheid waarmee het steentje wordt weggeschoten.

- $h_{\text{begin}} = 0 \text{ m} \quad | \quad v_{\text{begin}} = 0 \text{ m/s} \quad | \quad h_{\text{eind}} = 0,20 \text{ m} \quad | \quad v_{\text{eind}} = \dots \text{ m/s}$
- $E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}} \quad \text{met} \quad E_{\text{in}} = 0 \quad \text{en} \quad E_{\text{uit}} = 0 \rightarrow E_{\text{begin}} = E_{\text{eind}}$
- $(E_{\text{veer}})_{\text{begin}} = (E_Z + E_K)_{\text{eind}} \rightarrow \frac{1}{2} C \cdot u^2 = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$
- m wegstrepen mag niet want er is een term zonder m
- $\frac{1}{2} C \cdot u^2 = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 0,2^2 = 0,005 \cdot 9,81 \cdot 0,2 + \frac{1}{2} \cdot 0,005 \cdot v_{\text{eind}}^2$
- $v_{\text{eind}} = 19,9017 = 20 \text{ m/s}$

Bereken hoe hoog het steentje komt vanaf het loskomen van de katapult.

- $h_{\text{begin}} = 0 \text{ m} \quad | \quad v_{\text{begin}} = 20 \text{ m/s} \quad | \quad v_{\text{eind}} = 0 \text{ m/s} \quad | \quad h_{\text{eind}} = \dots \text{ m}$
- $(E_Z + E_K)_{\text{begin}} = (E_Z + E_K)_{\text{eind}} \rightarrow m \cdot g \cdot h_{\text{begin}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$
- m wegstrepen en de termen met h_{begin} en v_{eind} wegstrepen want die zijn nul
- $\frac{1}{2} \cdot 20^2 = 9,81 \cdot h_{\text{eind}} \rightarrow h_{\text{eind}} = 20,387 = 20 \text{ m}$

4.3 Energie afstaan door wrijving

Arbeid door een wrijvingskracht (wrijvingsarbeid)

Tot nu toe heb je nog niet veel te maken gehad met de invloed van wrijving. Laten we er nu eens wat nauwkeuriger naar kijken. Stel je verplaatst een voorwerp, waarbij het voorwerp kracht uitoefent op de omgeving. Dan verricht dit voorwerp arbeid op de omgeving en hierdoor raakt het voorwerp energie kwijt. Als de kracht een wrijvingskracht is ontstaat er warmte. Warmte is het gevolg van **wrijvingsarbeid**. Het symbool voor warmte is Q en de eenheid van warmte is joule (J). Voor de wrijvingsarbeid geldt: $Q = W_{\text{wrijving}} = F_W \cdot s$.

Warmte ontstaat als een voorwerp wrijvingsarbeid verricht.

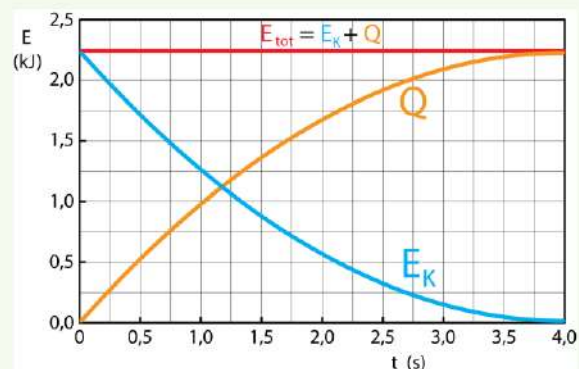
$$E_{\text{uit}} = Q = W_{\text{wrijving}} = F_W \cdot s$$

VOORBEELD remmende fiets

Je fietst met 8,0 m/s over een horizontale weg. Samen met je fiets weeg je 70 kg. Op $t = 0$ begin je te remmen. De luchtweerstand en de remkracht leveren een constante wrijvingskracht waardoor je snelheid afneemt. Na 16 m sta je stil. In figuur 23 zie je de afname van E_K en de toename van de warmte Q . De afname van E_K is gelijk aan de toename van Q .

Bereken de wrijvingskracht F_W .

- $E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}}$
- $E_{\text{in}} = 0$ en $E_{\text{uit}} = F_W \cdot s$
- de hoogte verandert niet dus E_z blijft buiten beschouwing
- $E_{K \text{ begin}} - E_{\text{uit}} = 0$
- $\frac{1}{2} m \cdot v_{\text{begin}}^2 - F_W \cdot s = 0$
- $F_W \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{begin}}^2 \rightarrow F_W \cdot 16 = \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 8^2$
- $F_W = 140 = 1,4 \cdot 10^2 \text{ N}$



Figuur 23

VOORBEELD skaten van een helling

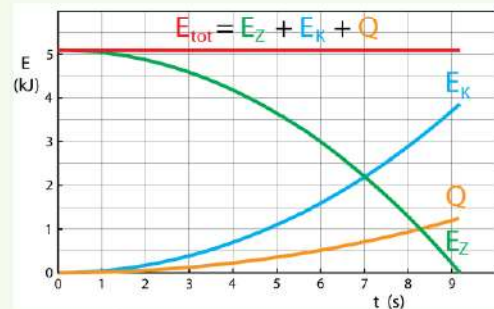
Een skater staat op een helling van 50 m lang en 8,0 m hoog. Skater en skateboard hebben samen een massa van 65 kg. Tijdens het skaten werkt een constante wrijvingskracht van 25 N. De skater zet niet af en de beginsnelheid is nul.



Bereken de eindsnelheid van de skater.

- $E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}}$ met $E_{\text{in}} = 0$ en $E_{\text{uit}} = F_W \cdot s$
- $(E_Z + E_K)_{\text{begin}} - F_W \cdot s = (E_Z + E_K)_{\text{eind}}$
- $m \cdot g \cdot h_{\text{begin}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 - F_W \cdot s = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$
- termen met v_{begin} en h_{eind} wegstrepen want die zijn nul
- $m \cdot g \cdot h_{\text{begin}} - F_W \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$
- $65 \cdot 9,81 \cdot 8 - 25 \cdot 50 = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot v_{\text{eind}}^2$
- $v_{\text{eind}} = 10,8857 = 11 \text{ m/s}$

Figuur 24 (E, t)-diagram van de skater.



VOORBEELD verticaal omhooggeschoten kogel

Vanaf de grond de schiet je een kogel met een massa van 75 gram verticaal omhoog met een beginsnelheid van 400 m/s. De kogel bereikt een hoogte van 1000 m.

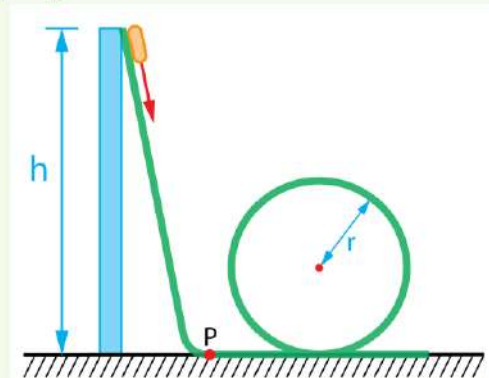
Bereken de gemiddelde wrijvingskracht op de kogel.

- $E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}}$ met $E_{\text{in}} = 0$ en $E_{\text{uit}} = F_W \cdot s$
- $(E_Z + E_K)_{\text{begin}} - F_W \cdot s = (E_Z + E_K)_{\text{eind}}$
- $m \cdot g \cdot h_{\text{begin}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 - F_W \cdot s = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$
- termen met h_{begin} en v_{eind} wegstrepen want die zijn nul
- $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 - F_W \cdot s = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}}$
- $\frac{1}{2} \cdot 0,075 \cdot 400^2 - F_W \cdot 1000 = 0,075 \cdot 9,81 \cdot 1000 \rightarrow F_W = 5,26425 = 5,3 \text{ N}$

VOORBEELD achtbaan met looping met wrijving

Bij een achtbaan gaat een treintje door een cirkelvormige looping. In punt P heeft het treintje een snelheid van 25 m/s. Op het hoogste punt van de looping is de snelheid 10 m/s. Het treintje met passagiers heeft een massa van 800 kg. De gemiddelde wrijvingskracht is 1,7 kN. Zie figuur 25.

Figuur 25 Achtbaan met looping.



Bereken de straal van de looping.

- $h_{\text{begin}} = 0 \text{ m} \quad | \quad v_{\text{begin}} = 25 \text{ m/s} \quad | \quad h_{\text{eind}} = 2 \cdot r \quad | \quad v_{\text{eind}} = 10 \text{ m/s}$
- $s = \pi \cdot r$ (halve cirkel)
- $E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}}$ met $E_{\text{in}} = 0$ en $E_{\text{uit}} = F_W \cdot s$
- $m \cdot g \cdot h_{\text{begin}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 - F_W \cdot s = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$
- term met h_{begin} wegstrepen want die is nul
- $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 - F_W \cdot s = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$ invullen $s = \pi r$ en $h = 2r$
- $\frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 25^2_{\text{begin}} - 1700 \cdot \pi r = 800 \cdot 9,81 \cdot 2r + \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 10^2$
- $\frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 25^2_{\text{begin}} - \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 10^2_{\text{eind}} = 800 \cdot 9,81 \cdot 2r + 1700 \cdot \pi r = (800 \cdot 9,81 \cdot 2 + 1700 \cdot \pi) \cdot r$
- $2,1 \cdot 10^5 = 2,10367 \cdot 10^4 \cdot r \rightarrow r = 9,98255 = 10 \text{ m}$

4.4 Arbeid en kinetische energie

Totale arbeid en verandering van kinetische energie

Je hebt kennism gemaakt met vier vormen van energie: chemische energie, zwaarte energie, kinetische energie en veerenergie. Chemische energie is een apart geval en laten we nu even buiten beschouwing. Van de drie overgebleven energievormen zijn de zwaarte energie en de veerenergie afhankelijk van de plaats van het voorwerp. De kinetische energie is afhankelijk van de snelheid en niet van de plaats. Energievormen die alleen afhankelijk zijn van de plaats noemen we **potentiële energie**. Laten we eens naar een voorwerp kijken waarop verschillende krachten werken, bijvoorbeeld de zwaartekracht, een externe kracht en een wrijvingskracht. We verplaatsen het voorwerp over afstand s en bij deze verplaatsing verrichten al deze krachten arbeid. We tellen de arbeid van iedere kracht op en deze totale arbeid zorgt ervoor dat de kinetische energie van het voorwerp verandert. Dit geeft de **wet van arbeid en kinetische energie**.

De arbeid van alle krachten opgeteld is gelijk aan de verandering van de kinetische energie.

$$\Sigma W = \Delta E_K$$

- ΣW is de som van de arbeid door alle krachten (positief en negatief)
- ΔE_K is de verandering van de kinetische energie $E_{K\text{ eind}} - E_{K\text{ begin}}$

Omdat $\Sigma W = \Sigma F_x \cdot s$ en $\Delta E_K = \frac{1}{2}m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_{\text{begin}}^2$ mogen we schrijven:

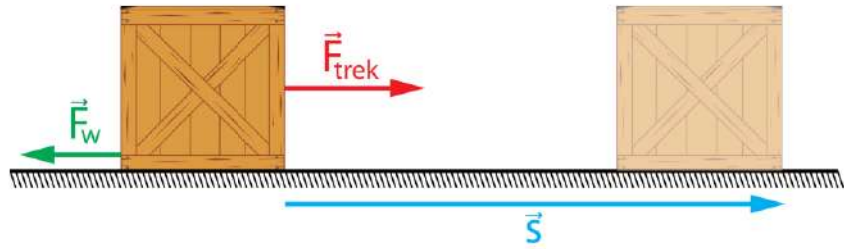
$$\Sigma F_x \cdot s = \frac{1}{2}m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_{\text{begin}}^2$$

- ΣF_x is de resulterende kracht in de richting van de verplaatsing in newton (N)
- s is de afstand in meter (m)
- m is de massa in kilogram (kg)
- v_{eind} is de eindsnelheid in meter per seconde (m/s)
- v_{begin} is de beginsnelheid in meter per seconde (m/s)

Je kunt de wet van arbeid en kinetische energie op drie manieren toepassen. Het resultaat is hetzelfde dus je kunt kiezen welke methode je het beste vindt.

- 1) Bereken voor iedere kracht de arbeid met $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$, tel daarna de arbeid van deze krachten op en gebruik vervolgens $\Sigma W = \Delta E_K$.
- 2) Bereken de component van de resulterende kracht in de richting van de verplaatsing ΣF_x en gebruik vervolgens $\Sigma F_x \cdot s = \Delta E_K$.
- 3) Bereken de component van de verplaatsing in de richting van de resulterende kracht s_x en gebruik vervolgens $\Sigma F \cdot s_x = \Delta E_K$.

Figuur 26 Met trekkkracht F_{trek} wordt een kist horizontaal verplaatst. De wrijvingskracht F_w verricht negatieve arbeid. Er geldt: $(F_{\text{trek}} - F_w) \cdot s = \Delta E_K$.



VOORBEELD een kist verplaatsen

Om een kist van 50 kg te verplaatsen oefen je een trekkkracht uit van 300 N. Op de kist werkt een wrijvingskracht van 200 N. Zie figuur 26.

Bereken de snelheid van de kist nadat je die 4,0 meter hebt verplaatst.

- $\Sigma F_x = 300 - 200 = 100 \text{ N} \quad | \quad s = 4,0 \text{ m} \quad | \quad m = 50 \text{ kg} \quad | \quad v_{\text{begin}} = 0 \text{ m/s} \quad | \quad v_{\text{eind}} = \dots \text{ m/s}$
- $\Sigma F_x \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{begin}}^2$
- $100 \cdot 4 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot v_{\text{eind}}^2$
- $v_{\text{eind}}^2 = 16 \rightarrow v_{\text{eind}} = 4,0 \text{ m/s}$

Na 4,0 m stop je met trekken. De kist schuift dan nog een stukje door.

Bereken hoever de kist doorschuift?

- $\Sigma F_x = -200 \text{ N} \quad | \quad m = 50 \text{ kg} \quad | \quad v_{\text{begin}} = 4,0 \text{ m/s} \quad | \quad v_{\text{eind}} = 0 \text{ m/s} \quad | \quad s = \dots \text{ m}$
- $\Sigma F_x \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{begin}}^2$
- $-200 \cdot s = -\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 4^2$ mintekens wegstrepen
- $s = \frac{0,5 \cdot 50 \cdot 4^2}{200} = 2,0 \text{ m}$

VOORBEELD achtbaan

Aan het einde van een ritje in de achtbaan heeft het karretje een snelheid van 15 m/s. Op het laatste deel wordt het karretje afgeremd tot een snelheid van 3,0 m/s door een remkracht van 6,0 kN. Het karretje inclusief passagiers weegt 500 kg.

Bereken de afstand die het karretje tijdens het remmen aflegt.

- $\Sigma F_x = -6000 \text{ N} \quad | \quad m = 500 \text{ kg} \quad | \quad v_{\text{begin}} = 15 \text{ m/s} \quad | \quad v_{\text{eind}} = 3,0 \text{ m/s}$
- $\Sigma F_x \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{begin}}^2$
- $-6000 \cdot s = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 3^2 - \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 15^2$ minteken omdat het een remkracht is
- $-6000 \cdot s = 2250 - 56250 = -54000$ mintekens wegstrepen
- $s = \frac{54000}{6000} = 9,0 \text{ m}$

VOORBEELD botsing

Een auto met een massa van 1200 kg botst met een snelheid van 15 m/s tegen een boom. Hierbij deukt de auto 25 cm in.

Bereken de kracht die tijdens de botsing op de auto werkt.

- $m = 1200 \text{ kg} \mid v_{\text{begin}} = 15 \text{ m/s} \mid v_{\text{eind}} = 0 \text{ m/s} \mid s = 0,25 \text{ m} \mid \Sigma F = \dots \text{ N}$
- $\Sigma F_x \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{begin}}^2$
- $\Sigma F_x \cdot 0,25 = -\frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot 15^2 = -1,35 \cdot 10^5 \text{ J}$ term met v_{eind} wegstrepen
- $F = \Sigma F_x = \frac{-1,35 \cdot 10^5}{0,25} = -5,4 \cdot 10^5 \text{ N}$ minteken omdat het een remkracht is

Bereken de vertraging tijdens de botsing.

- $\Sigma F = -5,4 \cdot 10^5 \text{ N} \mid m = 1200 \text{ kg} \mid a = \dots \text{ m/s}^2$
- $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow -5,4 \cdot 10^5 = 1200 \cdot a \rightarrow a = -450 = -4,5 \cdot 10^2 \text{ m/s}^2$

VOORBEELD inhalen van een vrachtauto

Een personenauto rijdt met een snelheid van 25 m/s achter een vrachtauto. De massa van de personenauto is 1500 kg. Om de vrachtauto in te halen gaat de auto 30 m/s rijden. De extra motorkracht die wordt gebruikt om de auto te versnellen van 25 naar 30 m/s is 3,0 kN.

Bereken de afstand die de auto aflegt tijdens het versnellen.

- $v_{\text{begin}} = 25 \text{ m/s} \mid v_{\text{eind}} = 30 \text{ m/s} \mid m = 1500 \text{ kg} \mid \Sigma F_x = 3000 \text{ N}$
- $\Sigma F_x \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{begin}}^2$
- $3000 \cdot s = \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot 30^2 - \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot 25^2$
- $3000 \cdot s = 2,0625 \cdot 10^5 \rightarrow s = 68,75 = 69 \text{ m}$

Je kunt ook formules uit de hoofdstukken bewegen en kracht gebruiken.

Bereken de afstand die de auto aflegt tijdens het versnellen met $\Sigma F = m \cdot a$.

- $\Sigma F = 3000 \text{ N} \mid m = 1500 \text{ kg} \mid a = \dots \text{ m/s}^2$
- $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow 3000 = 1500 \cdot a \rightarrow a = 2,0 \text{ m/s}^2$
- $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow 2 = \frac{30 - 25}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = 2,5 \text{ s}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{25 + 30}{2} = 27,5 \text{ m/s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 27,5 \cdot 2,5 = 68,75 = 69 \text{ m}$

4.5 Vermogen

Vermogen

Met de wet van behoud van energie kun je uitrekenen wat de eindsituatie is als je het begin weet, of omgekeerd, de beginsituatie als je het einde weet. **Hoe** het voorwerp van begin naar eind gaat en **hoeveel tijd** daarvoor nodig is volgt niet uit de wet van behoud van energie. Soms is het wel belangrijk om te weten hoe snel een verandering plaatsvindt en om daar iets over te weten te komen heb je de grootheid **vermogen** nodig. Het symbool voor vermogen is P van het Engelse "power". De eenheid van vermogen is watt (W) vernoemd naar **James Watt** (1736–1819), die een belangrijke bijdrage heeft geleverd aan de ontwikkeling van de stoommachine.

Het vermogen is de arbeid die per seconde wordt verricht of de energie die per seconde wordt omgezet. Het symbool voor vermogen is P , de eenheid van vermogen is watt (W).

$$P = \frac{W}{t} = \frac{E}{t} \quad \Leftrightarrow \quad E = P \cdot t$$

- P is het vermogen in watt (W)
- W is de arbeid in newton keer meter (N·m) of in joule (J)
- E is de energie in joule (J)
- t is de tijd in seconde (s)

W is het symbool voor de **grootheid** arbeid én W is het symbool voor de **eenheid** van vermogen.

Een oude eenheid van vermogen is de **paardenkracht (pk)**. De naam paardenkracht is verwarrend, want het geeft niet de kracht aan maar het vermogen. Er zijn zelfs twee verschillende definities:

1 pk (hp) = 745,7 W **Engelse horse power**

1 pk (cv) = 735,5 W **Franse cheval vapeur, wordt ook in Nederland gebruikt**

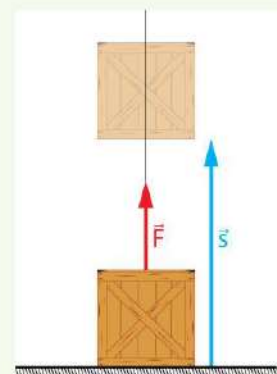
VOORBEELD een kist optillen

Een hijskraan brengt een kist 20 meter omhoog. De spankracht in de kabel is 4000 N. Het optakelen van de kist duurt 25 seconden. Zie figuur 27.

Bereken het vermogen van de hijskraan.

- $F = 4000 \text{ N} \mid s = 20 \text{ m} \mid t = 25 \text{ s} \mid P = \dots \text{ W}$
- $W = F \cdot s \rightarrow W = 4000 \cdot 20 = 8,0 \cdot 10^4 \text{ J}$
- $P = \frac{W}{t} \rightarrow P = \frac{8,0 \cdot 10^4}{25} = 3,2 \cdot 10^3 \text{ W}$

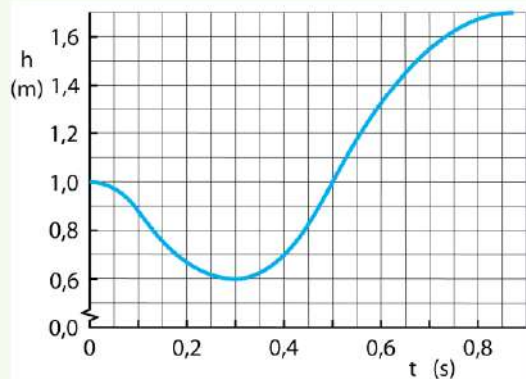
Figuur 27



VOORBEELD basketbalspeler

Om een sprong te maken zakt een basketbalspeler door zijn knieën. Op $t = 0,30$ s begint hij af te zetten en op $t = 0,50$ s komt hij los van de grond met een snelheid van $3,7$ m/s. De basketbalspeler weegt 90 kg. In figuur 28 is de hoogte van het zwaartepunt van de basketbalspeler uitgezet tegen de tijd.

Figuur 28 (h, t) -diagram van de hoogte van het zwaartepunt.



Hoeveel arbeid verricht de basketbalspeler tijdens het afzetten?

- $h_{\text{begin}} = 0,60 \text{ m} \mid v_{\text{begin}} = 0 \text{ m/s} \mid h_{\text{eind}} = 1,0 \text{ m} \mid v_{\text{eind}} = 3,7 \text{ m/s}$
- $E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}}$ met $E_{\text{in}} = W_{\text{in}}$ en $E_{\text{uit}} = 0$
- $(E_Z + E_K)_{\text{begin}} + E_{\text{in}} = (E_Z + E_K)_{\text{eind}}$
- $m \cdot g \cdot h_{\text{begin}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 + E_{\text{in}} = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$
- term met v_{begin} wegstrepen want die is nul
- $m \cdot g \cdot h_{\text{begin}} + E_{\text{in}} = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$
- $90 \cdot 9,81 \cdot 0,6 + E_{\text{in}} = 90 \cdot 9,81 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 3,7^2 \rightarrow E_{\text{in}} = W_{\text{in}} = 969,21 = 9,7 \cdot 10^2 \text{ J}$

Hoe groot is het vermogen van de basketbalspeler tijdens het afzetten?

- $E = 969,21 \text{ J} \mid t = 0,5 - 0,3 = 0,2 \text{ s} \mid P = \dots \text{ W}$
- $E = P \cdot t \rightarrow 969,21 = P \cdot 0,2 \rightarrow P = 4846,05 = 4,8 \cdot 10^3 \text{ W}$

Hoe groot is de gemiddelde kracht tijdens het afzetten?

- $W_{\text{in}} = 969,21 \text{ J} \mid s = 1,0 - 0,6 = 0,40 \text{ m} \mid F = \dots \text{ N}$
- $W = F \cdot s \rightarrow 969,21 = F \cdot 0,4 \rightarrow F = 2,423025 \cdot 10^3 = 2,4 \cdot 10^3 \text{ N}$

Hoe hoog komt het zwaartepunt van de basketbalspeler?

- $h_{\text{begin}} = 1,0 \text{ m} \mid v_{\text{begin}} = 3,7 \text{ m/s} \mid v_{\text{eind}} = 0 \text{ m/s} \mid h_{\text{eind}} = \dots \text{ m}$
- $E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}}$ met $E_{\text{in}} = 0$ en $E_{\text{uit}} = 0$
- $(E_Z + E_K)_{\text{begin}} = (E_Z + E_K)_{\text{eind}}$
- $m \cdot g \cdot h_{\text{begin}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 = m \cdot g \cdot h_{\text{eind}} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2$
- m wegstrepen en de term met v_{eind} wegstrepen want die is nul
- $g \cdot h_{\text{begin}} + \frac{1}{2} \cdot v_{\text{begin}}^2 = g \cdot h_{\text{eind}}$
- $9,81 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 3,7^2 = 9,81 \cdot h_{\text{eind}} \rightarrow h_{\text{eind}} = 1,69776 = 1,7 \text{ m}$

Vermogen en snelheid

Als een voorwerp door een **constante kracht** met een **constante snelheid** wordt verplaatst geldt:

$$P = F \cdot v$$

- P is het vermogen in watt (W)
- F is een constante kracht in newton (N)
- v is een constante snelheid in meter per seconde (m/s)

BEWIJS

- $W = F \cdot s$ en $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow W = F \cdot v \cdot t$ v is constant dus $v_{\text{gem}} = v$
- $P = \frac{W}{t} = \frac{E}{t} = \frac{F \cdot v \cdot t}{t} = F \cdot v$

Als F niet constant is moet je de gemiddelde kracht F_{gem} invullen.

Als v niet constant is moet je de gemiddelde snelheid v_{gem} invullen.

VOORBEELD wielrenner

Een wielrenner legt met constante snelheid een afstand van 27 km af in 30 minuten. Het vermogen van de wielrenner is 600 W.

Bereken de kracht die de wielrenner uitoefent.

- $P = 600 \text{ W} \mid s = 27000 \text{ m} \mid t = 1800 \text{ s} \mid F = \dots \text{ N}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 27000 = v_{\text{gem}} \cdot 1800 \rightarrow v_{\text{gem}} = 15 \text{ m/s}$
- $P = F \cdot v \rightarrow 600 = F \cdot 15 \rightarrow F = 40 \text{ N}$

VOORBEELD basketbalspeler vervolg

Van de basketbalspeler uit het eerdere voorbeeld kunnen we de tijd uitrekenen tussen het moment van loskomen en het tijdstip waarop het hoogste punt wordt bereikt. Hiertoe berekenen we eerst het vermogen van de zwaartekracht.

Bereken de tijd tussen het loskomen en het bereiken van het hoogste punt.

- $F = F_z = 90 \cdot 9,81 = 882,9 \text{ N} \mid v_{\text{gem}} = 3,7/2 = 1,85 \text{ m/s}$
- $P = F \cdot v_{\text{gem}} \rightarrow P = 882,9 \cdot 1,85 = 1633,365 \text{ W}$
- $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 = \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 3,7^2 = 616,05 \text{ J}$ wordt omgezet in E_z
- $E = P \cdot t \rightarrow 616,05 = 1633,365 \cdot t \rightarrow t = 0,377166 = 0,38 \text{ s}$

OOK GOED

- $\Delta v = 3,7 \text{ m/s} \mid a = 9,81 \text{ m/s}^2 \mid \Delta t = \dots \text{ s}$
- $\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow 3,7 = 9,81 \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = 0,377166 = 0,38 \text{ s}$

VOORBEELD raceauto

De motor van een raceauto heeft een vermogen van 450 kW en een topsnelheid van 90 m/s (324 km/h). De raceauto heeft een massa van 2000 kg.



Bereken de maximale kracht van de motor.

- $P = 4,5 \cdot 10^5 \text{ W} \mid v = 90 \text{ m/s} \mid F = \dots \text{ N}$
- $P = F \cdot v \rightarrow 4,5 \cdot 10^5 = F \cdot 90 \rightarrow F = 5,0 \cdot 10^3 \text{ N}$

Hoe groot is de wrijvingskracht als de raceauto op topsnelheid rijdt?

- constante snelheid $\rightarrow \Sigma F = 0$
- $F_{\text{motor}} - F_W = 0 \rightarrow F_W = F_{\text{motor}} \rightarrow F_W = 5,0 \cdot 10^3 \text{ N}$

In hoeveel seconden trekt de raceauto op naar 108 km/h als er geen wrijving is?

- $m = 2000 \text{ kg} \mid v_{\text{begin}} = 0 \text{ m/s} \mid v_{\text{eind}} = 108/3,6 = 30 \text{ m/s} \mid E_{\text{eind}} = \dots \text{ J}$
- $\Sigma W = \Delta E_K = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 \quad v_{\text{begin}} = 0$
- $\Sigma W = \frac{1}{2} \cdot 2000 \cdot 30^2 = 9,0 \cdot 10^5 \text{ J}$
- $E = W = P \cdot t \rightarrow 9,0 \cdot 10^5 = 4,5 \cdot 10^5 \cdot t \rightarrow t = 2,0 \text{ s}$

In werkelijkheid duurt het 2,1 s om op te trekken tot 30 m/s.

Hoe groot is de gemiddelde wrijvingskracht?

- $E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}} \text{ met } E_{\text{in}} = P \cdot t$
- $(E_Z + E_K)_{\text{begin}} + P \cdot t - F_W \cdot s = (E_Z + E_K)_{\text{eind}} \quad E_Z \text{ verandert niet} \rightarrow E_Z \text{ wegstrepen}$
- $P \cdot t - F_W \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 \quad v_{\text{begin}} = 0 \rightarrow E_{K \text{ begin}} \text{ wegstrepen}$
- $4,5 \cdot 10^5 \cdot 2,1 - F_W \cdot s = \frac{1}{2} \cdot 2000 \cdot 30^2 \rightarrow 9,45 \cdot 10^5 - F_W \cdot s = 9,0 \cdot 10^5 \rightarrow F_W \cdot s = 4,5 \cdot 10^4 \text{ J}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 2,1 = 31,5 \text{ m}$
- $F_W \cdot 31,5 = 4,5 \cdot 10^4 \rightarrow F_W = 1,42857 \cdot 10^3 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ N}$

Constant vermogen of constante kracht

Er is verschil tussen een motor die een constant vermogen levert en een motor die een constante kracht levert. Bij een constant vermogen neemt de versnelling af en bij een constante resulterende kracht verandert de versnelling niet. Om het niet te ingewikkeld te maken verwaarlozen we de rol- en luchtweerstand. In figuur 29 zie je het resultaat.

– constant vermogen –

Als het vermogen constant is neem de kinetische energie iedere seconde met een vaste hoeveelheid toe. De snelheid neemt dan met de wortel van de tijd toe.

$$\Sigma W = \Delta E_K \rightarrow P \cdot t = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 \rightarrow v^2 = \frac{2P}{m} \cdot t \rightarrow v = \sqrt{\frac{2P}{m}} \cdot \sqrt{t}$$

– constante kracht –

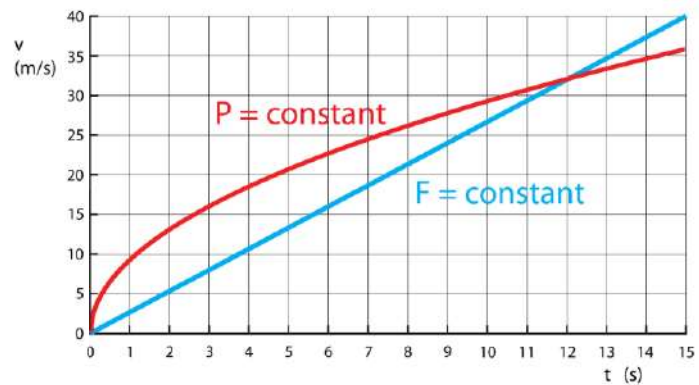
Als de resulterende kracht constant is neem de snelheid iedere seconde met een vaste hoeveelheid toe.

$$\Sigma F = m \cdot a \rightarrow \Sigma F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow v_{\text{eind}} = \frac{\Delta F}{m} \cdot t$$

Als de weerstand niet mag worden verwaarloosd, geldt het bovenstaande niet. In dat geval moet je rekening houden met E_{uit} .

Constant vermogen: $\Sigma W = \Delta E_K \rightarrow P \cdot t - F_W \cdot s = \Delta E_K$

Constante kracht: $\Sigma F = F_{\text{motor}} - F_W = m \cdot a \rightarrow F_{\text{motor}} - F_W = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow v_{\text{eind}} = \frac{(F_{\text{motor}} - F_W)}{m} \cdot t$



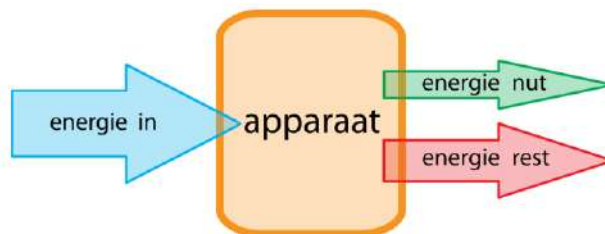
Figuur 29 Optrekken uit stilstand met een constant vermogen en met een constante kracht.

4.6 Rendement

Rendement

Een apparaat is gemaakt om een bepaalde taak uit te voeren. Zo is een motor bedoeld om iets te laten bewegen en een lamp om licht te geven. Bij iedere verandering wordt energie van de ene naar de andere vorm omgezet. In een benzinemotor wordt chemische energie van benzine omgezet in kinetische energie. Maar niet alle chemische energie wordt omgezet in kinetische energie, een deel wordt warmte.

Ieder apparaat neemt energie op en staat energie af. Omdat de energie niet achterblijft in het apparaat is de afgestane energie altijd gelijk aan de opgenomen energie. De afgestane energie wordt voor een deel gebruikt om te doen waarvoor het apparaat is bedoeld. Maar geen enkel apparaat werkt perfect en daarom zal altijd ook een deel van de afgestane energie iets veroorzaken waarvoor het apparaat niet is bedoeld. In figuur 30 zie je hoe de afgestane energie wordt verdeeld in een nuttig deel en een niet nuttig deel (rest).



Figuur 30 Energiebalans in een apparaat.

De wet van behoud van energie geeft:

$$E_{\text{in}} = E_{\text{nut}} + E_{\text{rest}}$$

- E_{in} is de opgenomen energie in joule (J)
- E_{nut} is het nuttige deel van de afgestane energie in joule (J)
- E_{rest} is het niet nuttige deel van de afgestane energie in joule (J)

Vanzelfsprekend willen we dat een apparaat zoveel mogelijk doet waarvoor het is bedoeld. Het niet nuttige deel van de afgestane energie moet zo klein mogelijk zijn, het liefst nul. We gebruiken het begrip rendement om aan te geven hoe goed dat is gelukt.

Het rendement geeft aan welk deel van de opgenomen energie wordt omgezet in nuttige energie.

$$\eta = \frac{E_{\text{nut}}}{E_{\text{in}}} \quad | \quad \eta = \frac{P_{\text{nut}}}{P_{\text{in}}}$$

- η is het rendement (Griekse letter èta) heeft geen eenheid want een verhouding
- E_{in} is de opgenomen energie in joule (J)
- E_{nut} is het nuttige deel van de afgestane energie in joule (J)
- P_{in} is het opgenomen vermogen in watt (W)
- P_{nut} is het nuttige deel van het afgestane vermogen in watt (W)

VOORBEELD rendement van een zuinige auto

Een zuinige auto rijdt met een constante snelheid en gebruikt hierbij 5,0 liter benzine om 100 km af te leggen. De wrijvingskracht die de auto bij deze snelheid ondervindt is 600 N.

Bereken het rendement van deze auto?

- opzoeken stookwaarde benzine $33 \cdot 10^9 \text{ J/m}^3 = 33 \cdot 10^6 \text{ J per liter}$
- $E_{\text{in}} = 5,0 \cdot 33 \cdot 10^6 = 1,65 \cdot 10^8 \text{ J}$
- constante snelheid $\rightarrow F_{\text{motor}} = F_W \rightarrow W_{\text{motor}} = F_W \cdot s$
- $E_{\text{nut}} = W_{\text{motor}} = 600 \cdot 100 \cdot 10^3 = 6,0 \cdot 10^7 \text{ J}$
- $\eta = \frac{E_{\text{nut}}}{E_{\text{in}}} \rightarrow \eta = \frac{6,0 \cdot 10^7}{1,65 \cdot 10^8} = 0,363636 = 0,36$

VOORBEELD brandstofverbruik

Een auto rijdt met 90 km/h en ondervindt hierbij een wrijvingskracht van 600 N. Het rendement van de motor is 0,24.

Hoeveel liter benzine verbruikt de motor om 100 km af te leggen?

- $F_{\text{motor}} = 600 \text{ N} \mid v = 90 / 3,6 = 25 \text{ m/s} \mid P = \dots \text{ W}$
- $P = F \cdot v \rightarrow P = 600 \cdot 25 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ W}$ dit is P_{nut}
- $\eta = \frac{P_{\text{nut}}}{P_{\text{in}}} \rightarrow 0,24 = \frac{1,5 \cdot 10^4}{P_{\text{in}}} \rightarrow P_{\text{in}} = 6,25 \cdot 10^4 \text{ W}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 100 \cdot 10^3 = 25 \cdot t \rightarrow t = 4000 \text{ s}$
- $E = P \cdot t \rightarrow E = 6,25 \cdot 10^4 \cdot 4000 = 2,5 \cdot 10^8 \text{ J}$ dit is E_{in}
- stookwaarde benzine is $33 \cdot 10^9 \text{ Jm}^{-3} = 33 \cdot 10^6 \text{ J per liter}$
- aantal liter: $\frac{2,5 \cdot 10^8}{33 \cdot 10^6} = 7,5757 = 7,6 \text{ liter voor 100 km}$

VOORBEELD LED-lamp

Een LED-lamp met een vermogen van 9,0 W heeft een rendement van 0,60.

Hoeveel warmte produceert deze lamp in één uur?

- $\eta = \frac{P_{\text{nut}}}{P_{\text{in}}} \rightarrow 60 = \frac{P_{\text{nut}}}{9} \rightarrow P_{\text{nut}} = 5,4 \text{ W}$
- $P_{\text{rest}} = P_{\text{in}} - P_{\text{nut}} \rightarrow P_{\text{rest}} = 9 - 5,4 = 3,6 \text{ W}$
- $E = P \cdot t \rightarrow E = 3,6 \cdot 60 \cdot 60 = 1,296 \cdot 10^4 = 1,3 \cdot 10^4 \text{ J}$



4.7 Samenvatting

Grootheden en eenheden

- W is de arbeid in newton keer meter (N m)
- F is de kracht in newton (N)
- s is de afstand in meter (m)
- E is de energie in joule (J)
- r_m is de stookwaarde van een vaste stof in joule per kilogram (J / kg)
- r_v is de stookwaarde van een vloeistof of gas joule per kubieke meter (J / m³)
- m is de massa in kilogram (kg)
- V is het volume in kubieke meter (m³)
- h is de hoogte in meter (m)
- g is de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m/s²)
- v is de snelheid in meter per seconde (m/s)
- C is de veerconstante in newton per meter (N/m)
- u is de vervorming in meter (m) de verandering van de lengte
- Q is de warmte in joule (J) de arbeid van de wrijvingskracht
- P is het vermogen in watt (W)
- t is de tijd in seconde (s)
- η is het rendement geen eenheid soms in procent

Weten

- Als de richting van de kracht gelijk is aan de richting van de verplaatsing geldt:
arbeid is kracht keer afstand: $W = F \cdot s$
- Als de richting van de kracht niet gelijk is aan de richting van de verplaatsing moet je
 $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ gebruiken.
- De arbeid van een wrijvingskracht is altijd negatief $W_{\text{wrijving}} = -F_w \cdot s$.
- Arbeid kan onmiddellijk worden doorgegeven. Er geldt dan $F_{\text{in}} \cdot s_{\text{in}} = F_{\text{uit}} \cdot s_{\text{uit}}$.
- Bij een (F, s)-diagram is de oppervlakte tussen de grafiek en de horizontale as gelijk aan de arbeid.
- Eén joule energie is gelijk aan één newton keer meter.
- Energie kan niet ontstaan en kan niet verdwijnen. Dit is de wet van behoud van energie.
- Chemische energie zit opgeslagen in brandstoffen en in voeding.
- Zwaarte energie verandert als de hoogte verandert.
- Kinetische energie verandert als de snelheid verandert.
- Veer energie verandert als de vervorming verandert.

- De som van de arbeid door alle krachten is gelijk aan de verandering van kinetische energie. Dit is de wet van arbeid en kinetische energie.
- Het vermogen is de arbeid die per seconde wordt verricht of de energie die per seconde wordt omgezet.
- Het rendement geeft aan welk deel van de opgenomen energie wordt omgezet in nuttige energie.
- STAPPENPLAN
 - inventariseer de totale energie in het begin E_{begin}
 - inventariseer de totale energie aan het eind E_{eind}
 - gebruik $E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}}$
 - is er een wrijvingskracht of ontstaat er warmte dan gaat dit uit het voorwerp
 $E_{\text{uit}} = \text{warmte} = F_{\text{w}} \cdot s$

Formules

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

α is de hoek tussen de kracht F en de verplaatsing s

$$W_{\text{in}} = W_{\text{uit}}$$

als arbeid onmiddellijk wordt afgestaan

$$E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}}$$

altijd waar

$$E_{\text{ch}} = r_{\text{m}} \cdot m$$

r_{m} is de stookwaarde per kilogram

$$E_{\text{ch}} = r_{\text{v}} \cdot V$$

r_{v} is de stookwaarde per kubieke meter

$$E_{\text{z}} = m \cdot g \cdot h$$

zwaarte energie

$$E_{\text{k}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

kinetische energie

$$E_{\text{veer}} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$$

veer energie

$$Q = E_{\text{uit}} = F_{\text{w}} \cdot s$$

warmte Q is de arbeid van de wrijvingskracht

$$\Sigma W = \Delta E_{\text{k}}$$

wet van arbeid en kinetische energie

$$P = \frac{W}{t} = \frac{E}{t}$$

vermogen is hoeveelheid arbeid of energie per seconde

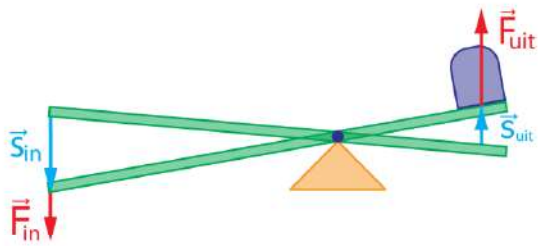
$$P = F \cdot v$$

alleen als F en v constant zijn, anders F_{gem} en v_{gem} gebruiken

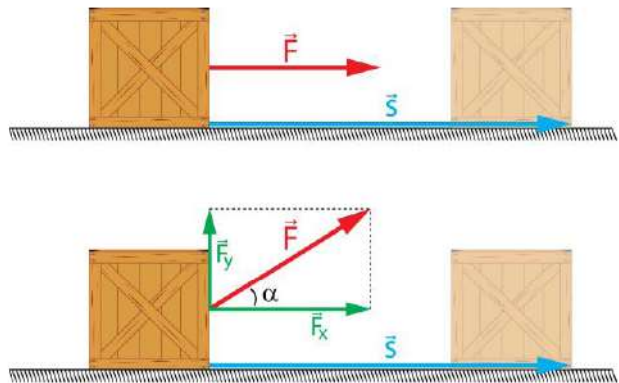
$$\eta = \frac{E_{\text{nut}}}{E_{\text{in}}} \quad \text{en} \quad \eta = \frac{P_{\text{nut}}}{P_{\text{in}}}$$

rendement

Figuren

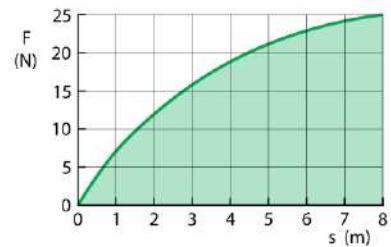
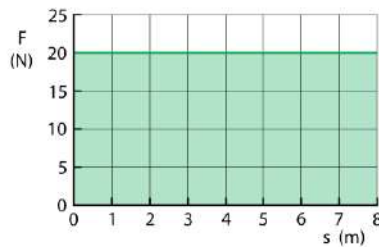


Arbeid wordt doorgegeven.

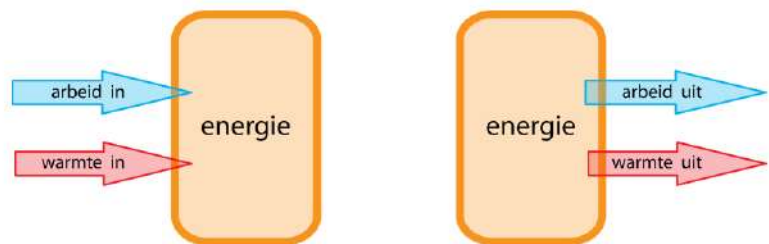


Alleen de component van de kracht in de richting van de verplaatsing verricht arbeid.

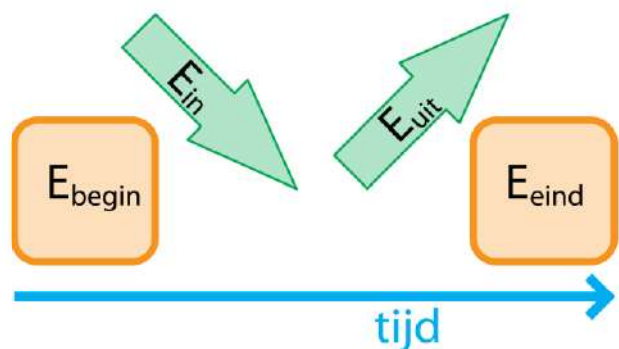
De arbeid die F verricht is gelijk aan de oppervlakte onder de (F, s) -grafiek.



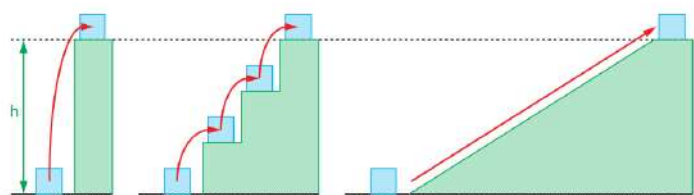
Een voorwerp krijgt energie als er arbeid of warmte wordt toegevoegd en verliest energie als er arbeid of warmte wordt onttrokken.



Wet van behoud van energie
 $E_{\text{begin}} + E_{\text{in}} - E_{\text{uit}} = E_{\text{eind}}$

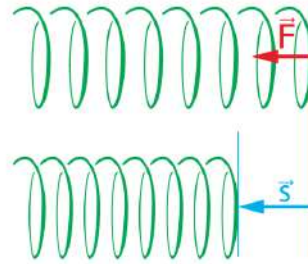


Een voorwerp krijgt zwaarte energie als de hoogte toeneemt.

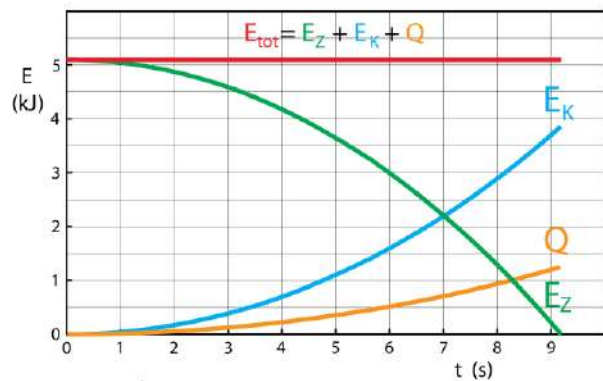
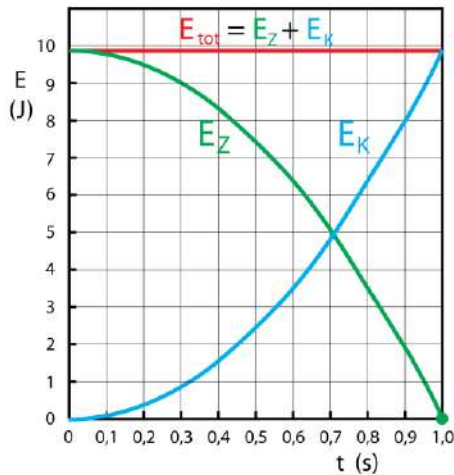




Een voorwerp krijgt kinetische energie als de snelheid toeneemt.



Een voorwerp krijgt veer energie als de vervorming toeneemt.

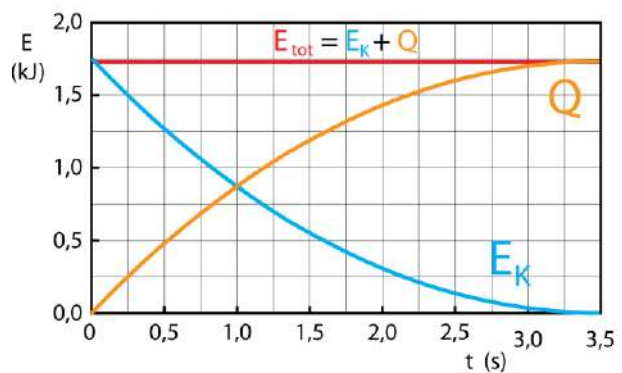


Links: als een voorwerp valt zonder luchtweerstand wordt zwaarte energie omgezet in kinetische energie.

$E_{\text{tot}} = E_z + E_k$ blijft gelijk.

Rechts: als een voorwerp valt mét luchtweerstand, wordt zwaarte energie omgezet in kinetische energie én in warmte. $E_{\text{tot}} = E_z + E_k + Q$ blijft gelijk.

Als een voorwerp afremt wordt kinetische energie omgezet in warmte Q. $E_{\text{tot}} = E_k + Q$ blijft gelijk.



De opgenomen energie wordt in een apparaat omgezet in nuttige energie en in NIET nuttige energie E_{rest} .

