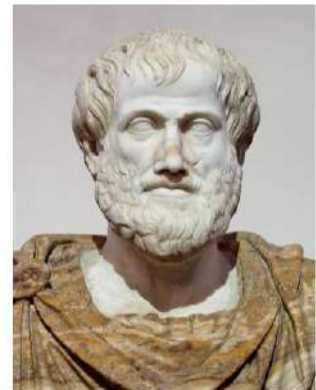


2 Bewegen

vwo

2.0 Inleiding

Het bewegen van voorwerpen is zo alledaags dat je er vrijwel nooit bij stilstaat. Toch gaan we dat in dit hoofdstuk wel doen, omdat het tot de oudste en meest besproken onderwerpen in de natuurkunde is. We pakken de draad op bij het Aristoteles die in Griekenland leefde tussen 384 – 322 v. Chr. Over hem zijn boekenkasten vol geschreven en dat komt omdat hij een lichtend voorbeeld is van het Griekse wijsgerige denken. Aristoteles heeft zich vrijwel overal in verdiept en boeken geschreven over zo ongeveer alles wat je maar kunt bedenken. De meeste van die boeken zijn helaas verloren gegaan, maar gelukkig voor ons geldt dat niet voor zijn boek over de natuurkunde.



Aristoteles

In zijn boek *Fysica* bespreekt Aristoteles uitvoerig het bewegen van voorwerpen. Hij maakt daarbij onderscheid tussen natuurlijke beweging en onnatuurlijke beweging. Dat doet hij omdat hij een verklaring zoekt voor het feit dat als je iets loslaat het spontaan naar op de grond valt. Aristoteles denkt dat niets zonder doel gebeurt en hij komt daarom op het idee dat alles een natuurlijke plaats heeft. Volgens hem zijn er vier elementen: *aarde*, *water*, *lucht* en *vuur*, waaruit alles bestaat wat je op aarde vindt.

Bevat iets veel aarde dan is zijn natuurlijke plaats het centrum van het heelal. Daar bevindt zich dus de aarde zelf. Om de aarde zit een schil van water, een schil van lucht en een schil van vuur. Vlak daarbuiten bevinden zich de maan, de zon en de planeten. Helemaal aan de buitenkant staan de sterren. Het buitenaardse is gemaakt van een onbekend vijfde element de *kwintessens*. Omdat de maan, de zon, de planeten en de sterren een vaste afstand tot de aarde hebben bewegen ze met een constante snelheid in cirkelbanen.



Het heelal volgens Aristoteles

Het wereldbeeld van Aristoteles klopt verrassend goed met onze dagelijkse ervaringen. Laat je een steen los in water dan valt het naar de bodem en adem je onder water uit dan stijgt de lucht omhoog. Stook je een vuurtje, dan gaan de vlammen ophoog, op weg naar de plaats waar ze horen te zijn.

Voorwerpen die niet op hun plaats zijn zullen spontaan gaan bewegen en dit noemt Aristoteles de natuurlijke beweging. Maar los daarvan kun je natuurlijk een steen omhoog gooien. De steen komt dan nog verder weg van zijn natuurlijke plaats en deze beweging gebeurt dan ook niet spontaan. Dit noemt Aristoteles een gedwongen beweging. Het volgende hoofdstuk gaat over Kracht en daar krijg je meer uitleg over hoe Aristoteles er over denkt.

Wat Aristoteles waarschijnlijk nooit heeft kunnen bedenken is dat zijn theorie bijna 2000 jaar als absolute waarheid is beschouwd. Na de val van het Romeinse rijk is er in Europa weinig aandacht voor zijn werk, maar in de Arabische wereld worden zijn in het Arabisch vertaalde boeken uitvoerig bestudeerd. In de 12^e eeuw komt hierin verandering. De Italiaan Gerard van Cremona werkt in Toledo (Spanje) en komt daar in aanraking met de Arabische wereld. Hij vertaalt 87 boeken uit de Griekse oudheid van het Arabisch naar het Latijn, waardoor de belangstelling in Europa wordt gewekt. Een eeuw later worden ook de originele Griekse teksten ontdekt en in het Latijn vertaald. Het ontslag voor het denken van Aristoteles is zo groot dat de kerk besluit het uit te roepen tot basis van de Christelijke leer. Ben je het er niet mee eens dan krijg je dus een conflict met de kerk en dat is precies wat Galileo Galilei 300 jaar later in het begin van de 17^e eeuw overkomt.

Galileo Galilei (1564–1642) neemt een bijzondere plaats in en wordt gezien als de vader van de natuurkunde. Dat heeft hij vooral te danken aan de wetenschappelijke methode die hij introduceert. Vóór hem was een natuurkundige theorie goed als het klopte met het wereldbeeld van Aristoteles. Maar daar is hij het niet mee eens. Galilei vindt dat een natuurkundige theorie in overeenstemming moet zijn met de uitkomst van zorgvuldig uitgevoerde experimenten. Deze eis aan een theorie wordt nog steeds gesteld. Hoe mooi en hoe logisch een theorie ook is, als er tegenspraak is met de uitkomst van experimenten wordt de theorie verworpen.



Galileo Galilei

Galilei begint zijn onderzoek met het bestuderen van bewegende voorwerpen. Al snel komt hij erachter dat het onderscheid dat Aristoteles maakt tussen natuurlijke en gedwongen beweging onjuist is. Als je nauwkeurig de plaats en de tijd van een voorwerp meet vind je geen onderscheid. Het meten van de tijd was trouwens erg moeilijk, want nauwkeurige klokken bestonden nog niet. Een andere belangrijke bijdrage aan de natuurkunde is de ambitie van Galilei om uit waarnemingen wiskundige verbanden af te leiden. Met wiskundige formules kun je immers berekeningen maken en voorspellingen doen over het verwachte resultaat van nieuwe experimenten. Galilei kon zijn ambitie niet helemaal waarmaken, maar zijn opvolger Isaac Newton heeft zijn project met veel succes voortgezet. Dit project is de geboorte van de natuurkunde zoals we nu kennen en heeft ons de technologie en welvaart gebracht die ons leven bepalen.

Tijdens zijn onderzoek beredeneert Galileo dat beweging een relatie is tussen twee voorwerpen en niet de eigenschap van één voorwerp. In zijn beroemde boek *Dialogo over de twee voornaamste wereldsystemen* uit 1632 beschrijft hij een gedachte-experiment, waarvan hieronder een verkorte versie.

Samen met een vriend zit je in het ruim van een groot schip. In het ruim vliegen vlinders rond en zwemmen vissen in een kom. Uit een emmer vallen druppels water precies in de nauwe opening van een fles die eronder staat. Wanneer het schip stilligt zie je dat de vlinders met gelijke snelheid alle kanten opvliegen en dat de vissen zonder onderscheid in alle richtingen zwemmen. De vallende druppels komen allemaal in de fles. Als je je vriend iets toewerpt hoef je daarvoor, bij gelijke afstanden, in de ene richting niet meer kracht te gebruiken dan in de andere. En wanneer je een sprong maakt kom je in alle richtingen even ver. Je bent hierover niet verbaasd, want het schip ligt immers stil. Maar nu laat je het schip varen met een willekeurige constante snelheid. Niet de geringste verandering merk je op bij al deze verschijnselen. Uit geen enkele waarneming kun je opmaken of het schip vaart of stilligt. Bij het springen leg je dezelfde afstand af als eerst. Ook als het schip zeer snel vaart maak je geen grotere sprongen naar achteren dan naar voren, zelfs al glijdt de vloer onder je in de tijd dat je in de lucht bent. De druppels uit de emmer vallen nog steeds allemaal in de fles, zonder dat er ook maar één naar achteren valt, hoewel in de tijd dat de druppel in de lucht is het schip is verplaatst. De vissen zwemmen nog steeds in alle richtingen en de vlinders zetten hun vlucht voort en gaan niet uitrusten aan de achterkant omdat ze moe zijn om de snelle vaart van het schip bij te houden.

De boodschap van Galileo is duidelijk. Wat je ook probeert het zal je nooit lukken om te bewijzen of iets stilstaat of met een constante snelheid beweegt. En hiermee haalt hij de angel uit de discussie of de aarde stilstaat of beweegt, want het verschil hiertussen is op geen enkele manier vast te stellen. Dit inzicht is het relativiteitsprincipe van Galileo Galilei. Op basis hiervan kun je de relatieve snelheid berekenen door snelheden bij elkaar op te tellen of van elkaar af te trekken. Dit gaat goed, zolang de snelheid niet in de buurt komt van de lichtsnelheid ($3,0 \cdot 10^8$ m/s). Als dat wel het geval is moet je de relativiteitstheorie van Albert Einstein gebruiken.

In het jaar waarin Galileo overlijdt wordt zijn opvolger Isaac Newton geboren. Hij is bijzonder goed in wiskunde en het lukt hem om de volledige bewegingsleer in een paar wiskunde formules samen te vatten. In het volgende hoofdstuk ga je leren hoe hij dat voor elkaar heeft gekregen.



Isaac Newton

Inhoud

2.1	Gemiddelde snelheid	5
	– Wat is bewegen?	5
	– (plaats, tijd)-tabel en (plaats, tijd)-diagram	5
	– Gemiddelde snelheid	6
	– Omrekenen van meter per seconde naar kilometer per uur	8
	– Vastleggen van een beweging	9
2.2	Berekenen van afstand, tijd en snelheid	12
	– Plaats en tijd berekenen	12
	– Relatieve snelheid	13
	– Snelheden optellen	14
	– Samengestelde beweging met constante snelheden	15
2.3	Versnellen en vertragen	16
	– Versnellen en vertragen	16
	– De snelheid op één tijdstip	16
	– Raaklijn	17
	– Het (v, t)-diagram	18
	– Versnelling	18
	– De versnelling bepalen uit een (v, t)-diagram	19
	– Berekenen van afstand bij een eenparig versnelde beweging	19
	– Samengestelde beweging met constante snelheid en versnelling	20
2.4	Het (v, t)-diagram en het (a, t)-diagram	23
	– De versnelling op één tijdstip	23
	– De afstand bepalen uit een (v, t)-diagram	24
	– Negatieve snelheid en negatieve versnelling	28
	– Verplaatsing en afgelegde weg	29
	– Van een (x, t)-diagram naar een (v, t)-diagram en omgekeerd	30
	– Afstand berekenen als $v_{\text{begin}} = 0$ of $v_{\text{eind}} = 0$	31
	– Het berekenen van de plaats als de beginsnelheid niet nul is	32
	– Het (a, t)-diagram	32
2.5	Vallen	34
	– De valversnelling	34
	– Omhoog geworpen projectiel	35
2.6	Samenvatting	37
	– Grootheden en eenheden	37
	– Weten	37
	– Formules	38
	– Diagrammen	38

2.1 Gemiddelde snelheid

Het zien van bewegende voorwerpen is zo gewoon dat je nauwelijks stilstaat bij wat er gebeurt. Kijk je om je heen dan zie je rijdende fietsen, auto's en treinen. Zelf beweeg je ook de hele dag door. Je loopt door de gang of je beweegt alleen je arm. Niet alleen dieren bewegen, ook planten kunnen langzaam bewegen. Zo draait een zonnebloem zijn bloemhoofd steeds naar de zon. Een wereld waarin niets beweegt zou maar een saaie boel zijn. Als niets verandert weet je niet eens of de tijd wel doorloopt, want hoe zou je dat dan kunnen weten?

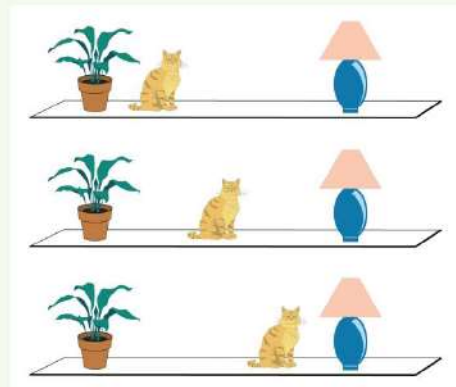
Wat is bewegen?

Een voorwerp beweegt als de **plaats** verandert in de **tijd**. Om vast te stellen of iets beweegt moet je op verschillende tijdstippen $t_1, t_2, t_3, \dots$ de plaats van het voorwerp $x_1, x_2, x_3, \dots$ meten. Voor de tijdmeting gebruik je een klok en voor de plaatsmeting een liniaal. Het **nulpunt van tijd** is het moment waarop je de klok aanzet. Het **nulpunt van plaats** is de plaats waar de schaalverdeling op je liniaal begint. Je bent vrij om het nulpunt van de tijd en het nulpunt van de plaats te kiezen.

VOORBEELD kat op de vensterbank

Een kat zit op de vensterbank. Op tijdstippen t_1, t_2 en t_3 neem je een foto. De foto op t_1 is het bovenste plaatje, op t_2 het middelste plaatje en op t_3 het onderste plaatje. De plaats van de kat verandert, waaruit blijkt dat de kat tussen t_1 en t_3 heeft bewogen.

Figuur 1 Een kat op een vensterbank.



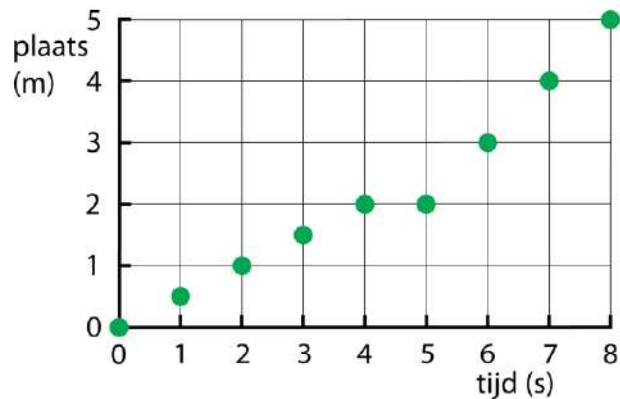
(plaats, tijd)-tabel en (plaats, tijd)-diagram

De metingen van de tijd en de plaats kun je het beste ordenen in een tabel. Je maakt dan een (plaats, tijd)-tabel met in de eerste kolom de tijd en in de tweede kolom de plaats.

In een diagram heb je nog meer overzicht dan bij een tabel. Vaak kun je aan een (plaats, tijd)-diagram meteen zien met wat voor soort beweging je te maken hebt. Op de horizontale as staat de tijd en op de verticale as de plaats.

Tijd (s)	Plaats (m)
0,0	0,0
1,0	0,5
2,0	1,0
3,0	1,5
4,0	2,0
5,0	2,0
6,0	3,0
7,0	4,0
8,0	5,0

Met bovenstaande (plaats, tijd)-tabel correspondeert het (plaats, tijd)-diagram hiernaast.



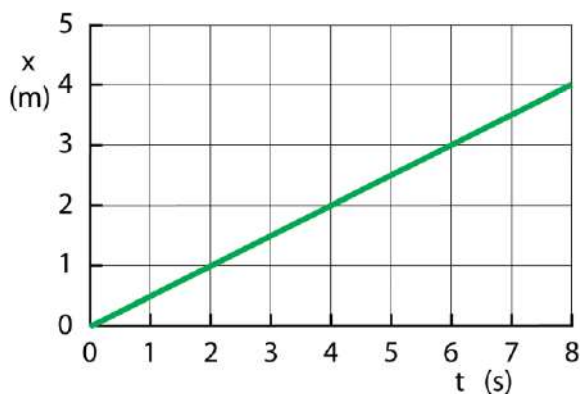
Figuur 2 Een (plaats, tijd)-diagram.

Om niet steeds "plaats" en "tijd" te hoeven schrijven gebruiken we de letter x voor plaats en de letter t voor tijd. Plaats wordt gemeten in meter (m) of in kilometer (km). Tijd wordt gemeten in seconde (s) of in uur (h). [h komt van het Engelse hour](#)

x is de plaats in meter (m) of in kilometer (km)
 t is de tijd in seconde (s) of in uur (h)

Gemiddelde snelheid

Als de snelheid constant is, is de (x, t) -grafiek een rechte lijn. Iedere seconde legt het voorwerp evenveel meters af. In figuur 3 verandert de plaats iedere seconde met 0,5 meter. En omdat op tijdstip nul de plaats ook nul is gaat de grafiek door de oorsprong.



Figuur 3 Een (x, t) -diagram van een beweging waarvan de snelheid constant is.

De **gemiddelde snelheid** v_{gem} is de afstand waarover een voorwerp zich verplaatst gedeeld door de tijd die hiervoor nodig is. Je kunt v_{gem} berekenen met:

$$v_{\text{gem}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- v_{gem} is de gemiddelde snelheid in meter per seconde (m/s)
- x_1 is de plaats op tijdstip t_1 in meter (m)
- x_2 is de plaats op tijdstip t_2 in meter (m)
- Δx is de verandering van de plaats $= x_2 - x_1$ (m)
- Δt is de verandering van de tijd $= t_2 - t_1$ (s)

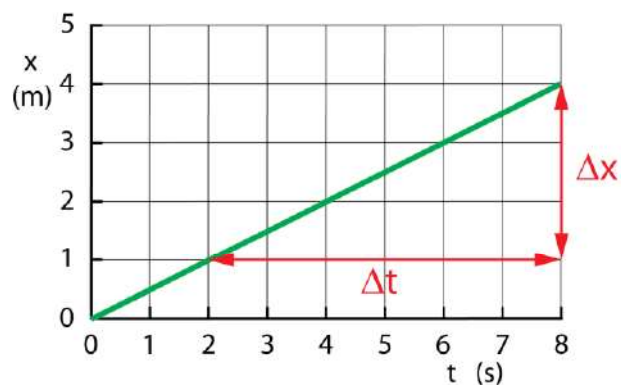
Delta is de Griekse hoofdletter d en staat voor "difference" (Engels: verschil of verandering).

Om de formule voor de gemiddelde snelheid zo compact mogelijk op te schrijven vervangen we Δx door de letter s van space (Engels: ruimte) en noemen dit de afstand. Verder vervangen we Δt door t , waarmee we de benodigde tijd bedoelen. We krijgen dan:

$$v_{\text{gem}} = \frac{s}{t} \quad \Leftrightarrow \quad s = v_{\text{gem}} \cdot t$$

Figuur 4 is het (x, t) -diagram van een beweging met constante snelheid. Om de snelheid te bepalen neem je twee tijdstippen t_1 en t_2 . Omdat de snelheid constant is maakt het niet uit welke twee tijdstippen je kiest. Hoe verder je de punten uit elkaar kiest, hoe nauwkeuriger het resultaat. We kiezen $t_1 = 2 \text{ s}$ en $t_2 = 8 \text{ s}$.

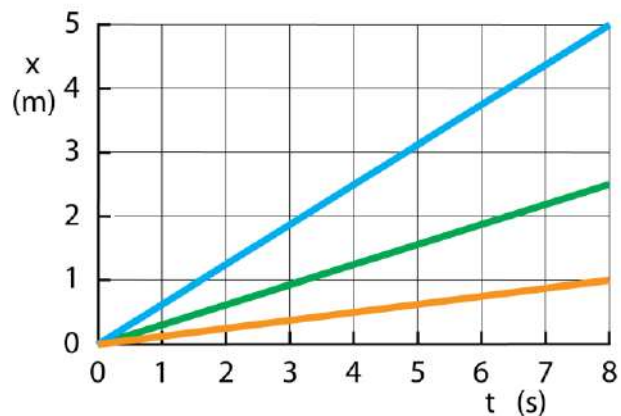
- aflezen $x_1 = 1 \text{ m}$ en $x_2 = 4 \text{ m}$
- uitrekenen $\Delta x = 4 - 1 = 3 \text{ m}$ | $\Delta t = 8 - 2 = 6 \text{ s}$ | $v_{\text{gem}} = \dots \text{ m/s}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3}{6} \rightarrow v_{\text{gem}} = 0,5 \text{ m/s}$



Figuur 4 Bepaling van de gemiddelde snelheid $\Delta x / \Delta t$ uit een (x, t) -diagram. Omdat de snelheid constant is heeft $\Delta x / \Delta t$ steeds dezelfde waarde.

Leg je in een korte tijd een grote afstand af dan loopt de grafiek steil en heb je een grote snelheid. De gemiddelde snelheid is de steilheid van de grafiek: $v_{\text{gem}} = \Delta x / \Delta t$.

Figuur 5 Hoe steiler de grafiek is hoe groter de snelheid. De blauwe grafiek hoort bij de grootste snelheid, daarna de groene grafiek en daarna de oranje grafiek.



Δx gedeeld door Δt is de **richtingscoëfficiënt** van de grafiek. Als in tijdsinterval Δt de verandering van de plaats Δx groot is dan loopt de grafiek steil en is de richtingscoëfficiënt groot.

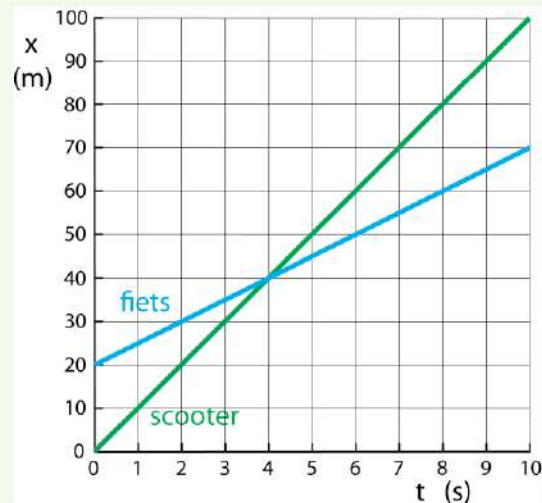
De richtingscoëfficiënt $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ van een (x, t) -grafiek is gelijk aan v_{gem} .

VOORBEELD scooter en fiets aflezen uit een (x, t)-diagram

Een scooter en een fiets rijden in dezelfde richting. Op $t=0$ bevindt de fiets zich 20 m voor de scooter. De plaats op $t = 0$ s noemen we x_0 . Voor de scooter geldt $x_0 = 0$ m en voor de fiets $x_0 = 20$ m. De scooter rijdt met een constante snelheid van 10 m/s. De fiets rijdt met 5,0 m/s. De (x, t)-grafieken van de scooter en de fiets zie je in figuur 6.

Uit het diagram gaan we drie dingen **bepalen**:

- het tijdstip waarop de scooter de fiets passeert
- het tijdstip waarom de scooter 10 meter voorbij de fiets is
- de afstand die de scooter aflegt om 10 m voorbij de fiets te komen



Figuur 6 (x, t)-diagram van de scooter en de fiets.

Bepaal het tijdstip waarop de scooter de fiets passeert.

- als de grafieken elkaar snijden zijn de scooter en de fiets op hetzelfde tijdstip op dezelfde plaats en passeert de scooter de fiets
- aflezen: dit gebeurt op $t = 4,0$ s op 40 meter vanaf het nulpunt

Bepaal op welk tijdstip de scooter 10 meter voorbij de fiets is.

- aflezen: op $t = 6,0$ s is de afstand tussen de scooter en de fiets 10 meter

Bepaal de afstand die de scooter aflegt om 10 m voorbij de fiets te komen.

- aflezen: op $t = 6,0$ s heeft de scooter 60 m afgelegd

Tijdens een beweging kan de snelheid veranderen. Je kunt steeds sneller of langzamer gaan rijden of even stilstaan. De formule voor de gemiddelde snelheid zegt hier niets over. Alleen het totaal telt. Doe je er een uur over om van Leiden naar Den Haag te fietsen (20 km) dan is je gemiddelde snelheid 20 km/h, ook al fiets je op het ene moment wat harder en sta je op het andere moment stil voor een stoplicht. Als de snelheid de hele tijd hetzelfde is spreek je van een **eenparig rechtlijnige beweging**.

Omrekenen van meter per seconde naar kilometer per uur

Snelheid druk je uit in meter per seconde, maar in het dagelijks leven wordt vaak kilometer per uur gebruikt. Het omrekenen van meter per seconde naar kilometer per uur gaat als volgt. In een uur zitten 60 minuten en in een minuut zitten 60 seconden. Een uur heeft dus $60 \times 60 = 3600$ seconden. Als je 1 meter per seconde rijdt, leg je in een uur 3600 meter af. 3600 meter is 3,6 km. Je snelheid is dan 3,6 km/h. Dit geeft:

$$1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$$

$$1 \text{ km/h} = 1 / 3,6 = 0,2778 \text{ m/s}$$

VOORBEELD Thalys

De Thalys rijdt in 3 uur en 15 minuten de afstand van 432 km van Amsterdam naar Parijs.

Bereken de gemiddelde snelheid in km/h en in m/s.

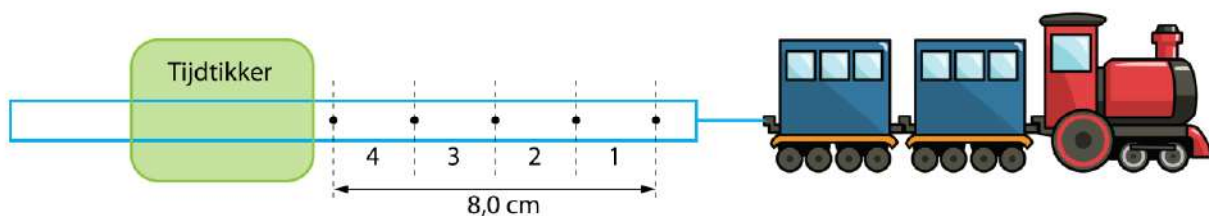
- $s = 432 \text{ km} \mid t = 3,25 \text{ h} \mid v_{\text{gem}} = \dots \text{ km/h}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{s}{t} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{432}{3,25} = 132,923 = 133 \text{ km/h}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{132,923}{3,6} = 36,9 \text{ m/s}$ snelheid in km/h delen door 3,6

Vastleggen van een beweging

Om een beweging vast te leggen zijn er verschillende methoden. Als iets langzaam beweegt kun je gewoon met stopwatch en liniaal werken, maar bij een snelle beweging lukt dit niet en moet je iets anders verzinnen. Hieronder wat mogelijkheden.

– tijdtikker –

Bij een praktische opdracht kun je een tijdtikker gebruiken. Aan het bewegende voorwerp bevestig je een strook papier. Deze strook gaat door een apparaatje (een tijdtikker) die met vaste tussenpose een stip op het papier zet. Als de beweging voorbij is kun je de afstand tussen de stippen meten, en omdat je weet hoeveel tijd er tussen twee stippen zit kun je tussen ieder paar stippen de gemiddelde snelheid uitrekenen. In figuur 7 zet de tijdtikker 10 stippen per seconde. Tussen vijf stippen zit $4 \times 0,1 = 0,4 \text{ s}$. De afstand tussen 5 stippen is 8,0 cm. Het speelgoedtreintje heeft een gemiddelde snelheid van $0,08 / 0,4 = 0,20 \text{ m/s}$.



Figuur 7 Een tijdtikker om de snelheid van een speelgoedtreintje te meten.

– filmen –

Bij het filmen wordt 30 keer per seconde een foto gemaakt. Film je een bewegend voorwerp dan leg je 30 keer per seconde de tijd en de plaats vast. Om uit de beelden de afstand te bepalen kun je een liniaal op de achtergrond mee filmen. Je kunt ook het voorwerp opmeten, zodat je weet hoe groot het is. Is het beeldje op de film bijvoorbeeld 100 keer

verkleind dan weet je dat je alles met 100 moet vermenigvuldigen om de werkelijke afstanden te vinden.

Beweegt iets heel snel dan kun je een slow-motion filmpje maken met bijvoorbeeld 240 of 1200 beeldjes per seconde. Tegenwoordig zijn er hogesnelheids-camera's die tot meer dan een miljoen beelden per seconde maken.



Figuur 8 Film van een sprintende cheeta (jachtluipaard).

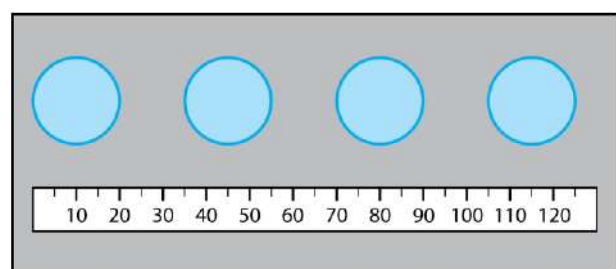
– stroboscopische foto –

Bij een stroboscopische foto maak je de kamer donker en neem je één foto. De sluiters van je fotocamera zet je bijvoorbeeld één seconde open. In die seconde geef je lichtflitsen in een vast ritme. Je kunt bijvoorbeeld 4 flitsen per seconde geven. Op de foto zie je nu 4 keer het voorwerp, steeds een beetje verschoven. Als je weet hoe groot het voorwerp is kun je de verandering van de plaats bepalen. Je kunt ook een liniaal op de voorgrond leggen.

Stoboscopische foto:

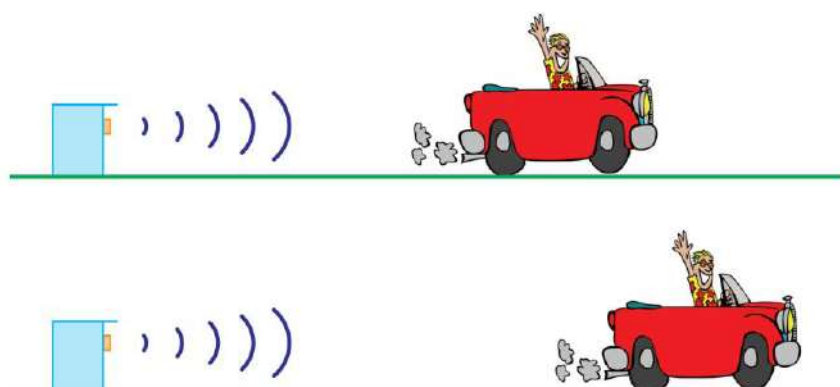
- maak de kamer donker
- zet de sluiters van je fotocamera open
- geef lichtflitsen in een vast ritme

Figuur 9 Stroboscopische foto van een bewegende bal.



– echo met geluid of met licht –

Bij een echo gebruik je een luidspreker die korte geluidspulsen uitzendt. Het geluid kaatst tegen het bewegende voorwerp en komt terug in een microfoon. Je meet hoelang de puls erover doet om heen en terug te gaan. Hieruit bereken je de afstand. Na een tijdje geef je een nieuwe geluidspuls en meet je opnieuw hoelang de puls erover doet. Als de afstand groter is geworden duurt het langer voordat je de echo hoort. Is het dichterbij gekomen dan hoor je de echo eerder. Als het voorwerp snel beweegt kun je in plaats van geluid ook radarpulsen geven, want radargolven bewegen een miljoen keer sneller dan geluid. Langs de snelweg wordt deze methode vaak gebruikt. Zie figuur 10.



Figuur 10 Snelheid meten met een echo van radargolven.

VOORBEELD radarcontrole

De politie gebruikt radargolven om de snelheid van auto's te meten. In dit voorbeeld doen we hetzelfde, maar dan met geluidsgolven. Geluidsgolven hebben een snelheid van ongeveer 340 m/s. We geven twee pulsen. De tweede puls komt 2,0 seconde na de eerste puls. Bij de eerste puls duurt het 0,10 seconde voordat je de echo waarneemt. Bij de tweede puls duurt dit 0,30 seconde.

Bereken de afstand van de auto als de eerste puls wordt gegeven.

- $v_{\text{geluid}} = 340 \text{ m/s} \mid t = 0,10 \text{ s} \mid s = \dots \text{m}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 340 \cdot 0,1 = 34 \text{ m}$
- dit is twee keer de afstand $\rightarrow$ de afstand van de auto is $34 / 2 = 17 \text{ m}$

Bereken de afstand van de auto als de tweede puls wordt gegeven.

- $s = 340 \cdot 0,3 = 102 \text{ m}$
- dit is twee keer de afstand $\rightarrow$ de afstand van de auto is $102 / 2 = 51 \text{ m}$

Bereken de snelheid van de auto.

- de pulsen worden 2,0 seconde na elkaar uitgezonden
- in 2 seconde legt de auto $51 - 17 = 34$ meter af
- $v_{\text{gem}} = \frac{s}{t} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{34}{2} = 17 \text{ m/s}$
- $17 \text{ m/s} = 17 \cdot 3,6 = 61,2 = 61 \text{ km/h}$

2.2 Berekenen van afstand, tijd en snelheid

Plaats en tijd berekenen

Uit een (x, t) -diagram kun je aflezen hoe een beweging verloopt. Je moet altijd zo nauwkeurig mogelijk aflezen, maar het is onvermijdelijk dat je afleesfouten maakt. Beter is het om een berekening te maken, en dat is wat we nu gaan doen. We gaan de plaats uitrekenen ten opzichte van het nulpunt. Op tijdstip nul is de plaats x_0 en we vinden nu

$$\Delta x = v_{\text{gem}} \cdot t \quad \rightarrow \quad x - x_0 = v_{\text{gem}} \cdot t \quad \rightarrow \quad x = x_0 + v_{\text{gem}} \cdot t.$$

$$x = x_0 + v_{\text{gem}} \cdot t$$

- x is de plaats op tijdstip t in meter (m)
- x_0 is de plaats op $t = 0$ in meter (m)
- v_{gem} is de gemiddelde snelheid in meter per seconde (m/s)
- t is de tijd in seconde (s)

Het voorbeeld hieronder is dezelfde situatie met een scooter en een fiets als in het eerdere voorbeeld. Toen hebben we de antwoorden gevonden door af te lezen, maar nu gaan we dezelfde vragen beantwoorden door te rekenen. Omdat we eerder geen afleesfouten hebben gemaakt zijn de antwoorden precies hetzelfde.

VOORBEELD scooter en fiets berekenen met formules

Een scooter en een fiets rijden in dezelfde richting. Op $t = 0$ s bevindt de fiets zich 20 m vóór de scooter. Voor de scooter geldt $x_0 = 0$ m en voor de fiets $x_0 = 20$ m. De scooter heeft een constante snelheid van 10 m/s. De fiets heeft een constante snelheid van 5,0 m/s. De (x, t) -grafieken van de scooter en de fiets zie je in figuur 6.

Bereken het tijdstip waarop de scooter de fiets passeert.

- scooter $x_{\text{scooter}} = v_{\text{scooter}} \cdot t \rightarrow x_{\text{scooter}} = 10 \cdot t$
- fiets $x_{\text{fiets}} = x_{0 \text{ fiets}} + v_{\text{fiets}} \cdot t \rightarrow x_{\text{fiets}} = 20 + 5,0 \cdot t$
- scooter passeert de fiets: $x_{\text{scooter}} = x_{\text{fiets}}$
- $10 \cdot t = 20 + 5,0 \cdot t \rightarrow 5,0 \cdot t = 20 \rightarrow t = 4,0 \text{ s}$

Bereken op welk tijdstip de scooter 10 meter voorbij de fiets is.

- scooter 10 meter voorbij de fiets: $x_{\text{scooter}} = x_{\text{fiets}} + 10$
- $10 \cdot t = (20 + 5,0 \cdot t) + 10 \rightarrow 10 \cdot t = 30 + 5,0 \cdot t$
- $5,0 \cdot t = 30 \rightarrow t = 6,0 \text{ s}$

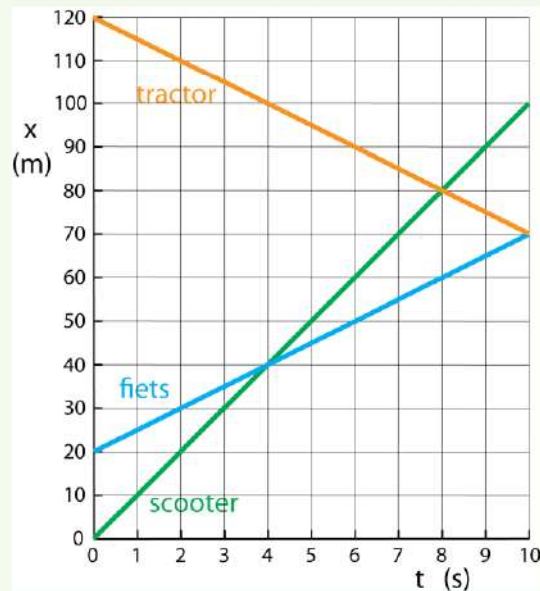
Bepaal de afstand die de scooter aflegt om 10 m voorbij de fiets te komen.

- $x_{\text{scooter}} = v_{\text{scooter}} \cdot t \rightarrow x_{\text{scooter}} = 10 \cdot t \rightarrow x_{\text{scooter}} = 10 \cdot 6,0 = 60 \text{ m}$

De beweging van een scooter en een fiets hebben we opgelost door (x, t) -grafieken af te lezen en door berekeningen te maken. Het wordt ingewikkelder als er ook nog een tegemoetkomende tractor in het spel is, maar zoals je ziet in onderstaand voorbeeld kun je ook deze situatie oplossen.

VOORBEELD scooter en fiets met tegemoetkomende tractor

Een tractor rijdt naar de scooter en de fiets toe. Op $t = 0$ s heeft tractor een afstand van 120 m tot de scooter. De snelheid van de tractor is $-5,0$ m/s. Het minteken drukt uit dat de tractor naar het nulpunt toe beweegt. Van deze beweging gaan we bepalen en berekenen op welk tijdstip de scooter en de tractor elkaar tegenkomen en op welke plaats de fiets op dat tijdstip is. Figuur 11 is het (x, t) -diagram van deze situatie.



Figuur 11 (x, t) -diagram met daarin de grafieken van de scooter, de fiets en de tractor.

Bepaal het tijdstip waarop de scooter de tractor tegenkomt.

- aflezen: de scooter en de tractor komen elkaar tegen op $t = 8,0$ s tegen

Bereken het tijdstip waarop de scooter de tractor tegenkomt.

- scooter: $x_{\text{scooter}} = v_{\text{scooter}} \cdot t \rightarrow x_{\text{scooter}} = 10 \cdot t$
- tractor: $x_{\text{tractor}} = x_{0 \text{ tractor}} + v_{\text{tractor}} \cdot t \rightarrow x_{\text{tractor}} = 120 - 5,0 \cdot t$ *let op het minteken*
- scooter komt de tractor tegen: $x_{\text{scooter}} = x_{\text{tractor}}$
- $10 \cdot t = 120 - 5,0 \cdot t \rightarrow 15 \cdot t = 120 \rightarrow t = 8,0$ s

Bereken de plaats van de fiets op dit tijdstip.

- $x_{\text{fiets}} = x_0 + v_{\text{fiets}} \cdot t \rightarrow x_{\text{fiets}} = 20 + 5 \cdot 8 = 60$ m

Relatieve snelheid

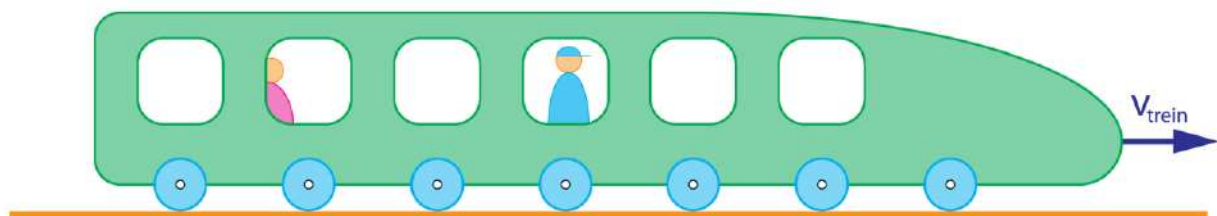
In het voorbeeld met de tegemoetkomende tractor hebben we gebruik gemaakt van het feit dat snelheid **relatief** is. Snelheid is niet een eigenschap van een voorwerp maar is een relatie tussen twee voorwerpen. Ten opzichte van een waarnemer op het aardoppervlak heeft de fiets een snelheid van $5,0$ m/s, de scooter een snelheid van 10 m/s en de tractor een snelheid van $-5,0$ m/s. Maar kijk je vanaf de fiets dan zie je dat de scooter een snelheid heeft van $5,0$ m/s en de tractor een snelheid van -10 m/s. Het minteken geeft aan dat volgens de fietser de tractor begint op $x_0 = 100$ m en naar hem toe rijdt.

Zoals je ziet kun je niet spreken van "de" snelheid van een voorwerp. Altijd moet je erbij zeggen vanuit welke waarnemer de beweging wordt beschreven.

Snelheid is een relatie tussen twee voorwerpen. Waarnemers die ten opzichte van elkaar bewegen zien hetzelfde voorwerp met een verschillende snelheid .

Snelheden optellen

Stel je zit in een trein die met 30 km/h langs het perron rijdt. Zie figuur 12. Je ziet de conducteur naar voren lopen met 5 km/h. Je broer staat op het perron en kijkt ook naar de conducteur en concludeert dat de conducteur met 35 km/h beweegt. De trein beweegt immers met 30 km/h en de conducteur met 5 km/h ten opzichte van de trein. Volgens je broer heeft de conducteur een snelheid van $30 + 5 = 35$ km/h. Loopt de conducteur naar achteren met 5 km/h dan is zijn snelheid volgens je broer $30 - 5 = 25$ km/h. Zoals je ziet kun je snelheden bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken.



Figuur 12 Snelheden optellen. Op het perron zie je dat de snelheid van de conducteur gelijk is aan de snelheid van de trein plus de snelheid waarmee de conducteur door de trein loopt.

Het bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken van snelheden mag alleen bij snelheden die veel kleiner zijn dan de lichtsnelheid: $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s. De lichtsnelheid (in één seconde 7,5 keer om de aarde) komt in het dagelijks leven niet voor. Wordt deze snelheid wel benaderd, bijvoorbeeld bij atomen of elektronen, dan mogen snelheden niet zomaar bij elkaar worden opgeteld. Doe je dat toch dan zou je een snelheid groter dan de lichtsnelheid kunnen krijgen en dat is niet toegestaan. Is de snelheid in de buurt van de lichtsnelheid dan geldt de gewone (klassieke) natuurkunde niet meer en heb je de speciale relativiteitstheorie van Einstein nodig. In dit hoofdstuk beperken we ons daarom tot snelheden die veel kleiner zijn dan de lichtsnelheid.

Door gebruik te maken van de relatieve snelheid kunnen we het probleem van de scooter, de fiets en de tractor eenvoudig oplossen. We bekijken de situatie vanuit de scooter.

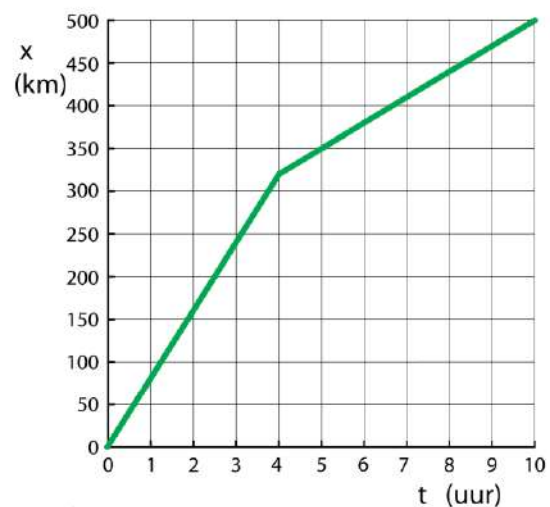
Volgens de waarnemer op de scooter is haar beginplaats nul en is ook de snelheid van de scooter nul, want ze zit immers stil op de scooter. Ze ziet dat de tractor op tijdstip nul een afstand heeft van 120 meter en iedere seconde 15 meter dichterbij komt. Voor de beweging van de tractor gebruikt ze: $x_{\text{tractor}} = x_{0 \text{ tractor}} + v_{\text{gem tractor}} \cdot t$. Als de tractor op plaats nul is komt ze hem tegen: $0 = 120 - 15 \cdot t \rightarrow t = 8,0$ s. Voor de fiets geldt op dat moment:

$x_{\text{fiets}} = x_{0 \text{ fiets}} + v_{\text{gem fiets}} \cdot t \rightarrow x_{\text{fiets}} = 20 - 5 \cdot 8 = -20$ m. Als ze de tractor tegenkomt is de fiets 20 meter achter haar. Dit klopt allemaal met figuur 11 en je ziet hoe eenvoudig de berekeningen worden als je de bewegingen beschrijft vanuit één van de bewegende waarnemers en gebruik maakt van de relatieve snelheid. In onderstaande tabel zie je de plaats en de snelheid ten opzichte van de aarde, de scooter, de fiets en de tractor.

t.o.v. de aarde	t.o.v. de scooter	t.o.v. de fiets	t.o.v. de tractor
$x_{0 \text{ scooter}} = 0 \text{ m}$ $x_{0 \text{ fiets}} = 20 \text{ m}$ $x_{0 \text{ tractor}} = 120 \text{ m}$	$x'_{0 \text{ scooter}} = 0 \text{ m}$ $x'_{0 \text{ fiets}} = 20 \text{ m}$ $x'_{0 \text{ tractor}} = 120 \text{ m}$	$x'_{0 \text{ scooter}} = -20 \text{ m}$ $x'_{0 \text{ fiets}} = 0 \text{ m}$ $x'_{0 \text{ tractor}} = 100 \text{ m}$	$x'_{0 \text{ scooter}} = -120 \text{ m}$ $x'_{0 \text{ fiets}} = -100 \text{ m}$ $x'_{0 \text{ tractor}} = 0 \text{ m}$
$v_{\text{scooter}} = 10 \text{ m/s}$ $v_{\text{fiets}} = 5 \text{ m/s}$ $v_{\text{tractor}} = -5 \text{ m/s}$	$v'_{\text{scooter}} = 0 \text{ m/s}$ $v'_{\text{fiets}} = -5 \text{ m/s}$ $v'_{\text{tractor}} = -15 \text{ m/s}$	$v'_{\text{scooter}} = 5 \text{ m/s}$ $v'_{\text{fiets}} = 0 \text{ m/s}$ $v'_{\text{tractor}} = -10 \text{ m/s}$	$v'_{\text{scooter}} = 15 \text{ m/s}$ $v'_{\text{fiets}} = 10 \text{ m/s}$ $v'_{\text{tractor}} = 0 \text{ m/s}$

Samengestelde beweging met constante snelheden

Een samengestelde beweging bestaat uit twee of meer opeenvolgende bewegingen. Bij het uitvoeren van berekeningen moet je de tijd en de afstand verdelen en voor ieder deel een aparte berekening maken. Daarna tel je de resultaten bij elkaar op. In het eenvoudigste geval is een beweging samengesteld uit twee constante snelheden die elkaar opvolgen. In figuur 13 zie je het (x, t) -diagram van een samengestelde beweging met constante snelheden. De eerste 4,0 uur rijd je met 80 km/h en daarna 6,0 uur met 30 km/h.



Figuur 13

Omdat je 500 km in 10 uur aflegt is je gemiddelde snelheid $v_{\text{gem}} = 500 / 10 = 50 \text{ km/h}$. En dat is dus NIET het gemiddelde van 80 en 30 want dan kom je op 55 km/h. Let dus goed op dat je bij de berekening van de gemiddelde snelheid van een samengestelde beweging de totale afstand deelt door de totale tijd.

VOORBEELD trajectcontrole

Over een afstand van 5,0 km wordt trajectcontrole toegepast waarbij je gemiddelde snelheid niet groter mag zijn dan 100 km/h. De eerste 3,6 km rijd je met 120 km/h. Daarna rijd je verder met een lagere snelheid.

Hoe groot mag je snelheid in het tweede deel maximaal zijn?

- TOTAAL $s_{\text{tot}} = v_{\text{gem tot}} \cdot t_{\text{tot}} \rightarrow 5 = 100 \cdot t_{\text{tot}} \rightarrow t_{\text{tot}} = 0,05 \text{ h}$ totale tijd
- DEEL 1 $s_1 = v_{\text{gem1}} \cdot t_1 \rightarrow 3,6 = 120 \cdot t_1 \rightarrow t_1 = 0,03 \text{ h}$ tijd voor deel 1
- DEEL 2 $s_{\text{tot}} = s_1 + s_2 \rightarrow 5 = 3,6 + s_2 \rightarrow s_2 = 1,4 \text{ km}$ afstand van deel 2
- DEEL 2 $t_{\text{tot}} = t_1 + t_2 \rightarrow 0,05 = 0,03 + t_2 \rightarrow t_2 = 0,02 \text{ h}$ tijd voor deel 2
- DEEL 2 $s_2 = v_{\text{gem2}} \cdot t_2 \rightarrow 1,4 = v_{\text{gem2}} \cdot 0,02 \rightarrow v_{\text{gem2}} = 70 \text{ km/h}$

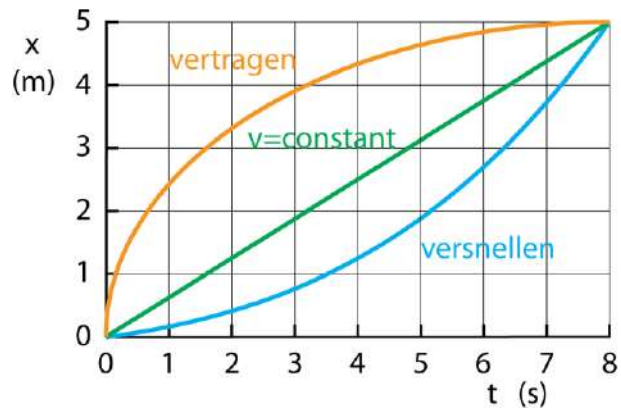
MERK OP dat de gemiddelde snelheid van het totaal (100 km/h) niet het gemiddelde is van de snelheden van deel 1 (120 km/h) en deel 2 (70 km/h).

2.3 Versnellen en vertragen

Versnellen en vertragen

Tot nu toe hebben we situaties bekeken waarbij de snelheid constant is, maar dat is lang niet altijd het geval. Als het stoplicht op groen springt vertrek je uit stilstand en wordt je snelheid steeds groter. En als je daarna afremt wordt je snelheid steeds kleiner.

Bij een constante snelheid is de (x, t) -grafiek een rechte lijn. Bij een **versnelde beweging** wordt de verplaatsing in één seconde steeds groter, waardoor de grafiek omhoog buigt. Bij een **vertraagde beweging** wordt de verplaatsing in één seconde steeds kleiner, waardoor de grafiek omlaag buigt. Zie figuur 14.

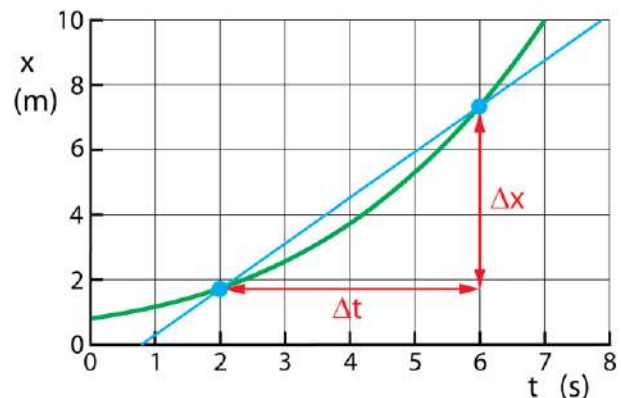


Figuur 14 (x, t) -diagram met grafieken voor een constante snelheid (groen), een versnelde beweging (blauw) en een vertraagde beweging (oranje).

versnellen	→	de snelheid wordt groter
vertragen	→	de snelheid wordt kleiner

Om de gemiddelde snelheid tussen de tijdstippen t_1 en t_2 te bepalen moet je de richtingscoëfficiënt berekenen van de lijn die door de punten (t_1, x_1) en (t_2, x_2) gaat. Hierbij moet je Δx delen door Δt . Zie figuur 15. In dit geval is v_{gem} tussen $t = 2$ s en $t = 6$ s gelijk aan

$$v_{\text{gem}} = \frac{7,3 - 1,7}{6 - 2} = 1,4 \text{ m/s}$$



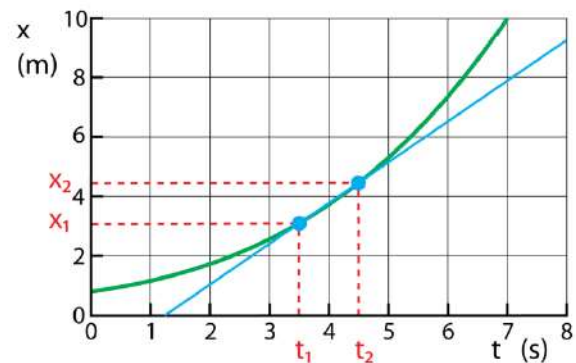
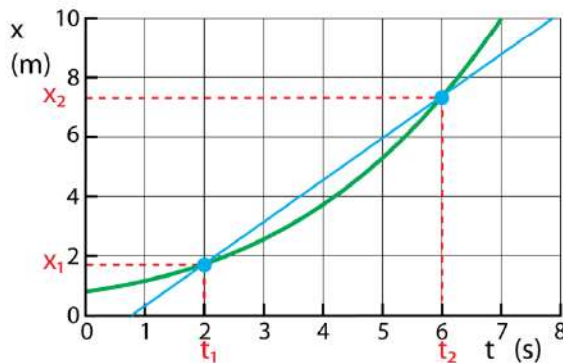
Figuur 15 De gemiddelde snelheid bepalen bij een versnelde beweging.

De snelheid op één tijdstip

Bij een versnelde en vertraagde beweging moet je onderscheid maken tussen de gemiddelde snelheid v_{gem} en de snelheid op één tijdstip v . Let dus goed op de notatie:

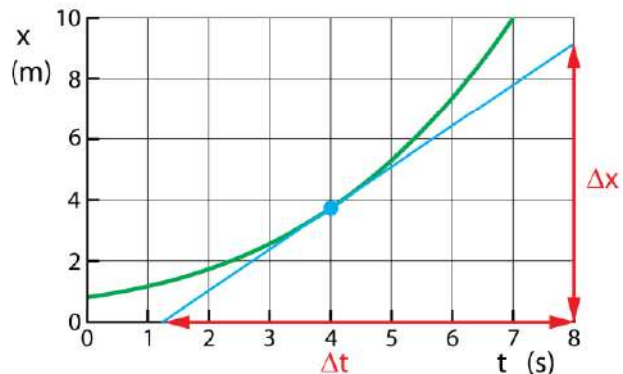
v_{gem}	is de gemiddelde snelheid tussen t_1 en t_2
v	is de snelheid op één tijdstip t

Stel dat je de snelheid op tijdstip $t = 4,0$ s wil weten. Je kunt dan de gemiddelde snelheid tussen $t_1 = 2,0$ s en $t_2 = 6,0$ s bepalen, in de verwachting dat dit niet veel zal afwijken van de snelheid op $t = 4,0$ s. Je gaat er dan vanuit dat de snelheid tussen $t_1 = 2,0$ s en $t_2 = 6,0$ s vrijwel hetzelfde blijft. Voor een nauwkeuriger resultaat kun je de tijdstippen dichterbij $t = 4,0$ s kiezen, bijvoorbeeld $t_1 = 3,5$ s en $t_2 = 4,5$ s. Zie figuur 16. De gemiddelde snelheid tussen t_1 en t_2 zal nu meer overeenkomen met de snelheid op $t = 4,0$ s. Hoe dichterbij $t = 4,0$ s je t_1 en t_2 kiest hoe nauwkeuriger het resultaat wordt.



Figuur 16 De gemiddelde snelheid tussen t_1 en t_2 . Links liggen t_1 en t_2 ver uit elkaar en rechts liggen ze vlak naast elkaar.

De tijdstippen t_1 en t_2 kunnen we oneindig dicht bij $t = 4,0$ s kiezen, zodat ze niet meer van elkaar zijn te onderscheiden. In figuur 17 zie je nog maar één blauwe stip. De blauwe lijn gaat door deze stip en de snelheid die bij de blauwe lijn hoort is gelijk aan de snelheid op $t = 4,0$ s. Aflezen in figuur 17 geeft $\Delta x = 9,1$ m en $\Delta t = 8,0 - 1,2 = 6,8$ s waaruit volgt $v = 9,1 / 6,8 = 1,3$ m/s.



Figuur 17 De snelheid op één tijdstip bepalen.

Raaklijn

De blauwe lijn in figuur 17 noemen we de **raaklijn** aan de grafiek. Op $t = 4,0$ s is de steilheid van de raaklijn gelijk aan de steilheid van de (v, t) -grafiek. Daarom is de snelheid op tijdstip t gelijk aan de richtingscoëfficiënt $\Delta x / \Delta t$ van de raaklijn aan de (x, t) -grafiek op tijdstip t .

De snelheid op tijdstip t is gelijk aan de richtingscoëfficiënt $\Delta x / \Delta t$ van de raaklijn aan de (x, t) -grafiek op tijdstip t .

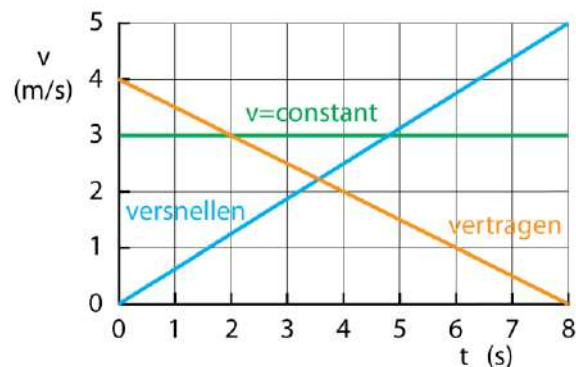
$$v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} \quad \Leftrightarrow \quad v = \frac{dx}{dt}$$

Om een raaklijn te tekenen gebruik je je geodriehoek. Je legt het nulpunt van de schaal op het punt (x, t) waar je de snelheid wil weten. Vervolgens draai je je geodriehoek zo dat je een lijn krijgt die langs de grafiek scheert. De afwijking van de grafiek met de raaklijn verdeel je ze eerlijk mogelijk. In de buurt van het (x, t) punt moet de afwijking tussen de grafiek en de raaklijn links en rechts even groot zijn.

Het (v, t)-diagram

Als je de snelheid op ieder tijdstip weet kun je een diagram maken met de horizontale as de tijd en op de verticale as de snelheid. Zo'n diagram is een (snelheid, tijd)-diagram, een (v, t)-diagram.

Aan de (v, t)-grafiek kun je zien hoe de snelheid in de tijd verandert. Is de snelheid constant dan is de (v, t)-grafiek een rechte lijn, evenwijdig aan de tijd-as. De (v, t)-grafiek van een eenparig versnelde beweging is een rechte lijn schuin omhoog. De (v, t)-grafiek van een eenparig vertraagde beweging is een rechte lijn schuin omlaag. Zie figuur 18.



Figuur 18 (v, t)-diagram.

Versnelling

De versnelling is de verandering van de snelheid gedeeld door de tijd.

$$a_{\text{gem}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta v = a_{\text{gem}} \cdot \Delta t$$

- a_{gem} is de gemiddelde versnelling in meter per seconde kwadraat (m/s^2)
- v_1 is de snelheid op tijdstip t_1 in meter per seconde (m/s)
- v_2 is de snelheid op tijdstip t_2 in meter per seconde (m/s)
- Δv is de verandering van de snelheid in meter per seconde (m/s)
- Δt is de verandering van de tijd in seconde (s)

De versnelling geeft aan hoeveel de snelheid verandert per seconde. Als de versnelling constant neemt de snelheid iedere seconde evenveel toe. De beweging is dan **eenparig versneld**, en je spreekt dan van een **eenparig versnelde beweging**. Bij een vertraging wordt je snelheid steeds kleiner. Een vertraging is een **negatieve versnelling**, want elke seconde gaat er iets van de snelheid af. Met de formule voor de versnelling kun je de eenheid van de versnelling afleiden.

$$a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow [a_{\text{gem}}] = \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \text{m/s}^2$$

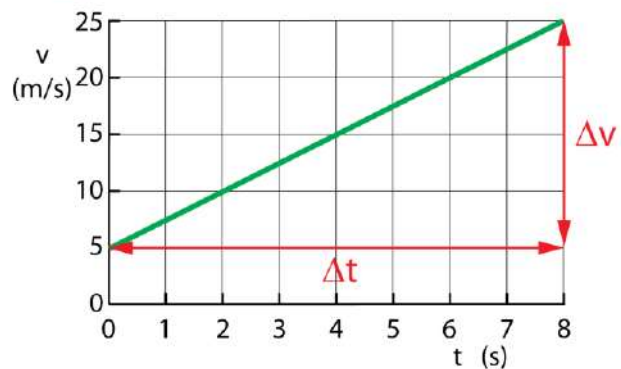
De eenheid van versnelling is meter per seconde kwadraat (m/s^2).

De versnelling bepalen uit een (v, t)-diagram

Bij een eenparig versnelde of vertraagde beweging is de versnelling constant. De (v, t)-grafiek is dan een rechte lijn. De richtingscoëfficiënt van deze lijn is de versnelling. Zie figuur 19.

$$a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a_{\text{gem}} = \frac{25-5}{8} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

Figuur 19 De versnelling bepalen uit een (v, t)-diagram.



VOORBEELD versnelling uit een (v, t)-diagram bepalen

In figuur 20 zie je het (v, t)-diagram van een lift.

Bepaal de versnelling tussen t = 0 s en t = 15 s.

- $a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a_{\text{gem}} = \frac{6-0}{15} = 0,4 \text{ m/s}^2$

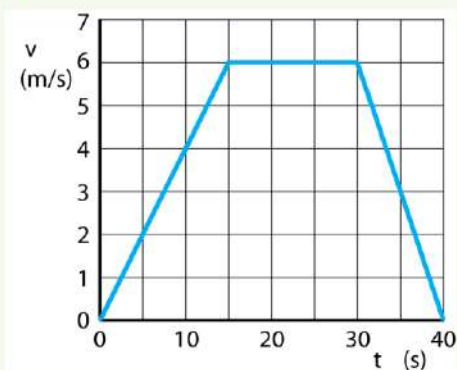
Bepaal de versnelling tussen t = 15 s en t = 30 s.

- $a_{\text{gem}} = \frac{6-6}{15} = 0,0 \text{ m/s}^2$

Bepaal de versnelling tussen t = 30 s en t = 40 s.

- $a_{\text{gem}} = \frac{0-6}{10} = -0,6 \text{ m/s}^2$

a_{gem} is negatief, want de snelheid neemt af



Figuur 20

Berekenen van de afstand bij een eenparig versnelde beweging

Als de versnelling constant is kun je de gemiddelde snelheid gemakkelijk uitrekenen. Op t_1 is de snelheid v_1 en op t_2 is de snelheid v_2 . Als de versnelling constant is, is de gemiddelde snelheid het gemiddelde van v_1 en v_2 .

$$v_{\text{gem}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

LET OP alleen gebruiken als de versnelling constant is.

Om de afstand te berekenen gebruik je $s = v_{\text{gem}} \cdot t$ en als de versnelling constant is wordt dit $s = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) \cdot t$.

Vaak is de snelheid aan het begin of aan het einde nul. In dat geval geldt:

$$v_{\text{begin}} = 0 \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{1}{2}v_{\text{eind}} \quad | \quad v_{\text{eind}} = 0 \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{1}{2}v_{\text{begin}}$$

Als de snelheid aan het begin nul is geldt: $s = \frac{1}{2}v_{\text{eind}} \cdot t$ en met $v_{\text{eind}} = a \cdot t$ komen we op:

$$s = \frac{1}{2}(a \cdot t) \cdot t \rightarrow s = \frac{1}{2}a \cdot t^2$$

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

LET OP alleen gebruiken bij constant snelheid EN als $v_{\text{begin}} = 0$ of $v_{\text{eind}} = 0$.

VOORBEELD optrekkende motor

Een motor trekt op uit stilstand met een constante versnelling en heeft na 100 m een snelheid van 40 m/s.

Op welk tijdstip heeft de motor 100 m afgelegd?

- $v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} \cdot 40 = 20 \text{ m/s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 100 = 20 \cdot t \rightarrow t = 5,0 \text{ s}$

Hoe groot is de versnelling van de motor?

- $\Delta v = a_{\text{gem}} \cdot \Delta t \rightarrow 40 = a_{\text{gem}} \cdot 5 \rightarrow a_{\text{gem}} = 8,0 \text{ m/s}^2$

VOORBEELD afstand nodig om af te remmen

Een auto rijdt met 30 m/s over de snelweg en moet remmen voor een langzaam rijdende file met een snelheid van 5,0 m/s. Zijn vertraging is 2,5 m/s².

Hoe groot is de gemiddelde snelheid van de auto tijdens het remmen?

- $v_{\text{gem}} = \frac{v_1 + v_2}{2} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{30 + 5}{2} = 17,5 \text{ m/s}$

Hoelang duurt het afremmen?

- $\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow (30 - 5) = 2,5 \cdot t \rightarrow t = 10 \text{ s}$

Hoeveel afstand legt de auto tijdens het remmen af?

- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 17,5 \cdot 10 = 175 = 1,8 \cdot 10^2 \text{ m}$

Samengestelde beweging met constante snelheid en versnelling

Eerder zijn we samengestelde bewegingen tegengekomen waarbij twee constante snelheden elkaar opvolgen. Het is ook mogelijk dat een constante snelheid wordt opgevolgd door een versnelde of vertraagde beweging. In het verkeer heb je hiermee te maken.

– reageren en remmen –

Stel je rijdt op en weg en ziet een obstakel waarvoor je moet remmen. Je hebt dan te maken met de volgende begrippen:

Reactietijd de tijd tussen het moment waarop je het obstakel ziet en het moment waarop je begint te remmen

Reactieafstand de afstand die je in de reactietijd aflegt

Remtijd de tijd waarin je aan het remmen bent

Remafstand	de afstand die je tijdens het remmen aflegt
Stoptijd	de tijd tussen het moment waarop je het obstakel ziet en het moment waarop je stilstaat
Stopafstand	de afstand waarover je verplaatst tussen het moment waarop je het obstakel ziet en het moment waarop je stilstaat

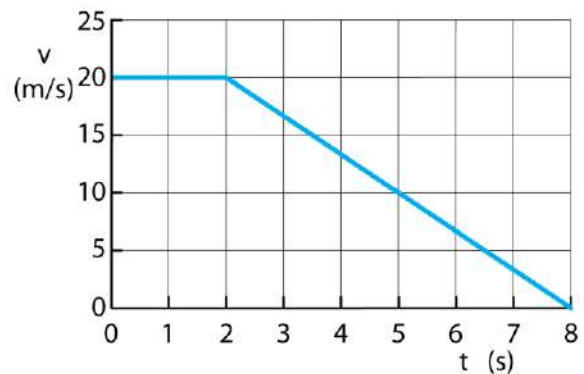
stoptijd	=	reactietijd	+	remtijd
stopafstand	=	reactieafstand	+	remafstand

Figuur 21 is het (v, t)-diagram van een samengestelde beweging. Tussen $t = 0$ en $t = 2$ s is de snelheid constant en tussen $t = 2$ en $t = 8$ s is er een constante vertraging. In dit geval geldt:

$$s_{\text{reactie}} = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s_{\text{reactie}} = 20 \cdot 2 = 40 \text{ m}$$

$$s_{\text{remmen}} = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s_{\text{remmen}} = 10 \cdot 6 = 60 \text{ m}$$

$$s_{\text{stop}} = s_{\text{reactie}} + s_{\text{remmen}} = 40 + 60 = 100 \text{ m}$$



Figuur 21 (v, t)-diagram van een samengestelde beweging.

VOORBEELD noodstop

Een vrachtauto rijdt met een constante snelheid van 25 m/s en voert een noodstop uit. Op $t = 0$ s ziet de chauffeur het gevaar en op $t = 0,80$ s begint hij te remmen, waarbij de vrachtauto eenparig vertraagt. Het remmen duurt 4,0 s.

Hoe groot is de reactieafstand? in de reactietijd is de snelheid constant

- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 25 \cdot 0,8 = 20 \text{ m}$

Hoe groot is de remafstand? tijdens het remmen is de versnelling constant

- $v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{begin}} + v_{\text{eind}}}{2} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{25 + 0}{2} = 12,5 \text{ m/s}$

- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 12,5 \cdot 4,0 = 50 \text{ m}$

Hoe groot is de stopafstand? stopafstand is reactieafstand plus remafstand

- stopafstand is $20 + 50 = 70 \text{ m}$

In het autoverkeer geldt als regel dat je twee seconden afstand moet houden tot je voorganger. Dit heet de **tweesecondenregel**.

VOORBEELD de tweesecondenregel

Auto's A en B hebben een snelheid van 30 m/s. Auto B rijdt op 2,0 s tijdsafstand van auto A. De remvertraging van A is 8,0 m/s² en de remvertraging van B is 5,0 m/s². De reactietijd van B is 0,80 s. Op t = 0 s begint auto A te remmen.

Bereken de afstand tussen A en B voor het moment waarop A gaat remmen.

- $v_A = v_B = 30 \text{ m/s} \mid t = 2,0 \text{ s} \mid s = \dots \text{ m}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 30 \cdot 2 = 60 \text{ m}$

Bereken de stopafstand van A.

- A heeft geen reactietijd $\rightarrow$ de stoptijd van A is gelijk aan zijn remtijd
- $v_{\text{begin}} = 30 \text{ m/s} \mid v_{\text{eind}} = 0 \text{ m/s} \mid a = 8,0 \text{ m/s}^2 \mid s = \dots \text{ m}$
- $\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow 30 = 8 \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = 3,75 \text{ s}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{begin}} + v_{\text{eind}}}{2} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{30 + 0}{2} = 15 \text{ m/s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 15 \cdot 3,75 = 56,25 = 56 \text{ m}$

Bereken de stopafstand van B.

- reactieafstand van B: $v = 30 \text{ m/s} \mid t = 0,80 \text{ s} \mid s = \dots \text{ m}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 30 \cdot 0,8 = 24 \text{ m}$
- remtijd van B: $\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow 30 = 5 \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = 6,0 \text{ s}$
- remafstand van B: $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 15 \cdot 6 = 90 \text{ m}$.
- stopafstand = reactieafstand + remafstand: $24 + 90 = 114 \text{ m}$

Bereken de afstand tussen A en B als beide na het remmen stilstaan.

- voor dat A gaat remmen is de afstand tussen A en B 60 m
- stopafstand van A is 56 m
- stopafstand van B is 114 m
- als A en B stilstaan is hun onderlinge afstand $60 + 56,25 - 114 = 2,25 = 2,3 \text{ m}$

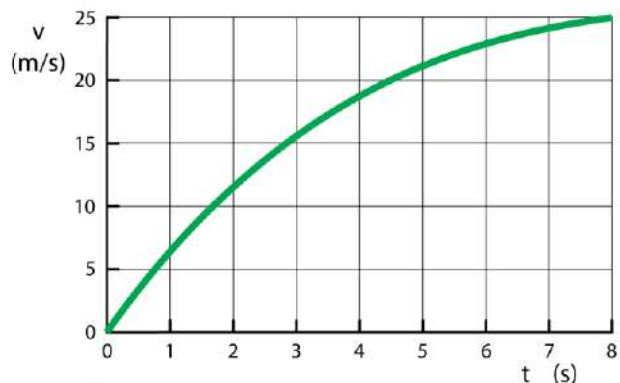
2.4 Het (v, t)-diagram en het (a, t)-diagram

De versnelling op één tijdstip

In de vorige paragraaf heb je gezien dat je de gemiddelde versnelling uit een (v, t)-diagram kunt bepalen uit de steilheid van de grafiek. Er geldt $a_{\text{gem}} = \Delta v / \Delta t$ en als de versnelling constant is, is de (v, t)-grafiek een rechte lijn.

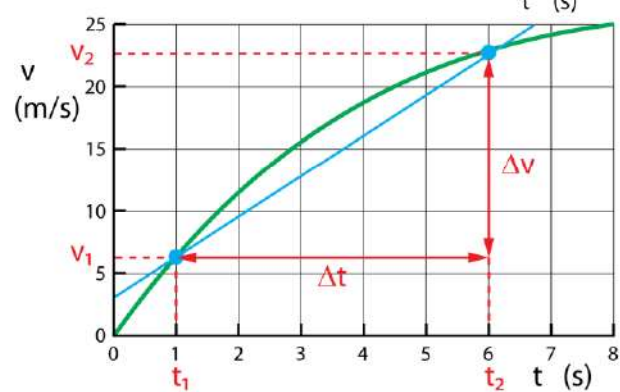
Maar de versnelling hoeft niet constant te zijn en kan toenemen of afnemen. Als een auto optrekt wordt de versnelling steeds kleiner. De (v, t)-grafiek is dan een kromme lijn. Zie figuur 22.

Figuur 22 (v, t)-diagram van een beweging waarbij de versnelling afneemt.



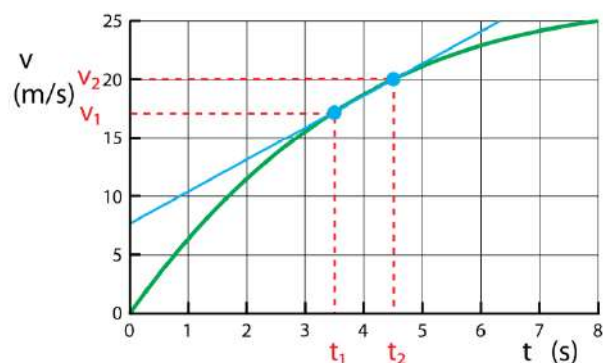
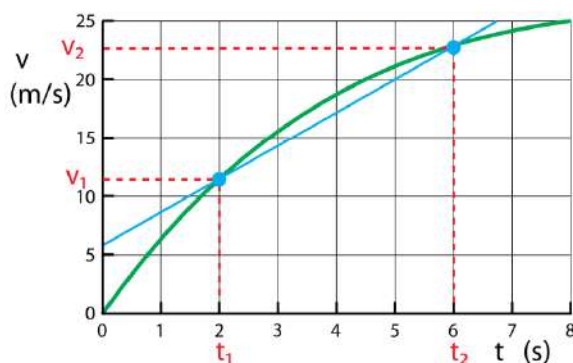
Als je de versnelling op één tijdstip wil weten gebruik je dezelfde methode als bij de snelheid op één tijdstip. Zie figuur 23. Om de gemiddelde versnelling tussen t_1 en t_2 te bepalen lees je de bijbehorende snelheden v_1 en v_2 af. Daarna reken je de gemiddelde versnelling uit met:

$$a_{\text{gem}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



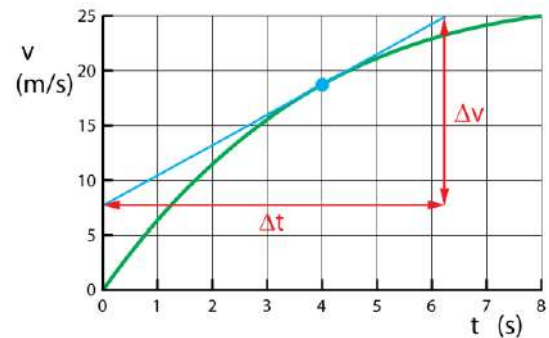
Figuur 23 De gemiddelde versnelling bepalen tussen t_1 en t_2 .

In figuur 24 bepalen we links de gemiddelde versnelling tussen $t_1 = 2$ s en $t_2 = 6$ s en rechts de gemiddelde versnelling tussen $t_1 = 3,5$ s en $t_2 = 4,5$ s.



Figuur 24 De gemiddelde versnelling tussen t_1 en t_2 . Links liggen t_1 en t_2 ver uit elkaar en rechts liggen ze vlak naast elkaar.

We kunnen de tijdstippen t_1 en t_2 zo dicht bij $t = 4,0$ s kiezen dat ze niet meer van elkaar te onderscheiden zijn. De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de (v, t) -grafiek op tijdstip t is gelijk aan de versnelling op dit tijdstip.



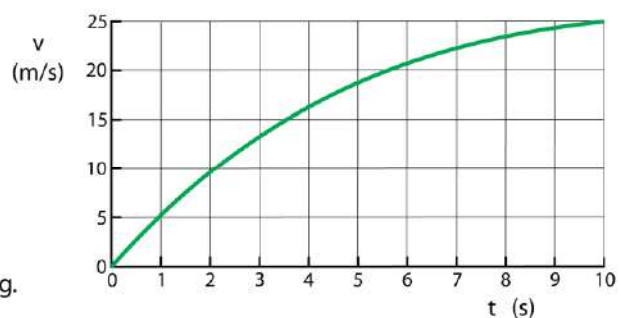
Figuur 25 De versnelling bepalen op één tijdstip.

De versnelling op tijdstip t is gelijk aan de richtingscoëfficiënt $\Delta v / \Delta t$ van de raaklijn aan de (v, t) -grafiek op tijdstip t .

$$a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} \leftrightarrow a = \frac{dv}{dt}$$

De afstand bepalen uit een (v, t) -diagram

Uit een (v, t) -diagram kun je de afstand niet aflezen, want je weet alleen op ieder moment de snelheid. Toch is het mogelijk om uit een (v, t) -diagram de afstand te bepalen. Figuur 26 is het (v, t) -diagram dat we hiervoor gaan gebruiken.



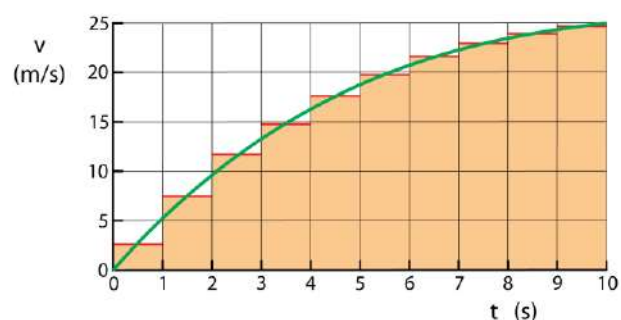
Figuur 26 (v, t) -diagram van een versnelde beweging.

Om de afstand te bepalen delen we de beweging op in tien stukken. Hoe meer stukken we nemen hoe nauwkeuriger de berekening wordt. In dit geval maken we stukken van steeds één seconde. Uit het (v, t) -diagram maken we een (v, t) -tabel en we berekenen voor ieder tijdsinterval de gemiddelde snelheid.

- tussen $t=0$ en $t=1$ s $\rightarrow v_{\text{gem}} = (0 + 5) / 2 = 2,5$ m/s
- tussen $t=1$ en $t=2$ s $\rightarrow v_{\text{gem}} = (5 + 10) / 2 = 7,5$ m/s
- tussen $t=2$ en $t=3$ s $\rightarrow v_{\text{gem}} = (10 + 13) / 2 = 11,5$ m/s
- tussen $t=3$ en $t=4$ s $\rightarrow v_{\text{gem}} = (13 + 16) / 2 = 14,5$ m/s
- etc.

Tijd (s)	Snelheid (m/s)
0	0
1	5
2	10
3	13
4	16
5	18
6	21
7	22
8	23
9	24
10	25

Voor de afstand geldt $s = v_{\text{gem}} \cdot t$ en hiermee rekenen we voor ieder tijdsinterval de afstand uit. Tenslotte tellen we al deze afstanden bij elkaar op: $s = 2,5 + 7,5 + 11,5 + 14,5 + 17 + 19,5 + 21,5 + 22,5 + 23,5 + 24,5 = 164,5$ m. In figuur 27 is dit weergegeven.



Figuur 27 De afstand bepalen uit een (v, t) -diagram.

Zoals je ziet hebben we voor ieder tijdsinterval de gemiddelde snelheid vermenigvuldigd met de tijdsduur en dit is gelijk aan de oppervlakte. Hieruit kunnen we de volgende conclusie trekken:

De afstand is gelijk aan de oppervlakte tussen de (v, t)-grafiek en de tijdas.

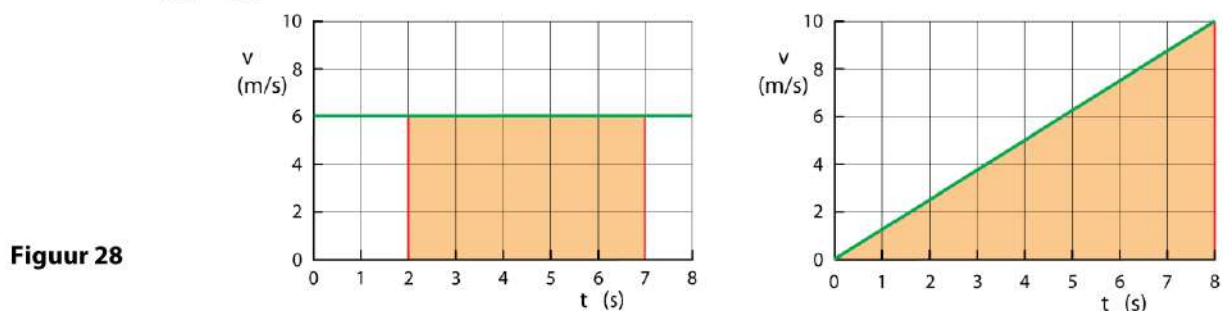
In het voorbeeld hebben we de tijd in tien gelijke stukken verdeeld en vinden we 164,5 m. Deze afstand is niet exact want we hebben tien keer de snelheid afgelezen en bij iedere aflezing is de laatste decimaal geschat. Verder hebben een formule gebruikt om het gemiddelde te berekenen $v_{\text{gem}} = (v_1 + v_2) / 2$ en we zijn er dus vanuit gegaan dat in een tijdsinterval de versnelling niet verandert.

Een nauwkeuriger resultaat krijg je als je in plaats van 10 stukken bijvoorbeeld 1000 stukken neemt, maar dan wordt het wel een tijdrovend karwei. Gelukkig zijn er snelle computers die moeiteloos deze berekeningen in een fractie van een seconde kunnen uitvoeren.

– constante snelheid of constante versnelling –

Als de snelheid of de versnelling constant is kun je de afstand makkelijk uit een (v, t)-diagram bepalen. Bij constante snelheid is de (v, t)-grafiek is een horizontale rechte lijn. De oppervlakte tussen deze lijn en de tijdas is een rechthoek, waarvan je de oppervlakte kan uitrekenen. In figuur 28 (links) is de snelheid 6,0 m/s en leg je tussen $t = 2,0$ s en $t = 7,0$ s een afstand af van $s = 6 \cdot (7-2) = 30$ meter.

Ook als de versnelling constant is kun je de oppervlakte tussen de (v, t)-grafiek en de tijdas uitrekenen. Dit oppervlak heeft de vorm van een driehoek. In figuur 28 (rechts) is de versnelling constant en leg je tussen $t = 0,0$ s en $t = 8,0$ s een afstand af van $\frac{1}{2} \cdot \text{hoogte} \cdot \text{basis} \rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v_{\text{eind}} \cdot t_{\text{eind}} \rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 = 40$ meter.



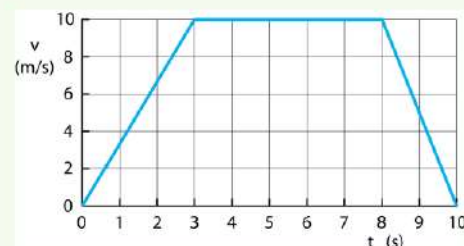
VOORBEELD afstand met een (v, t)-diagram bepalen

In figuur 29 zie je het (v, t)-diagram van een lift.

Bepaal de afstand tussen $t = 0$ en $t = 3$ s.

- oppervlakte driehoek is $\frac{1}{2} \cdot \text{hoogte} \times \text{basis}$
- oppervlakte is $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3 = 15 \rightarrow$ de afstand is 15 meter

Figuur 29



Bepaal de afstand tussen $t = 3$ en $t = 8$ s.

- oppervlakte rechthoek is $10 \cdot 5 = 50 \rightarrow$ de afstand is 50 meter

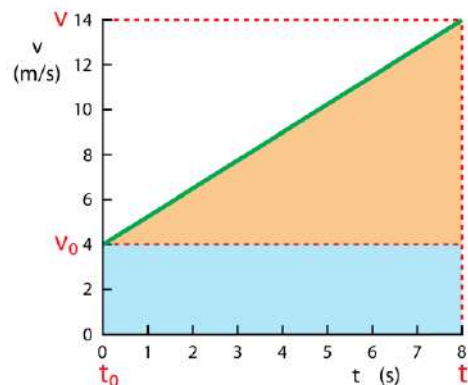
Bepaal de afstand tussen $t = 8$ en $t = 10$ s.

- oppervlakte driehoek is $\frac{1}{2} \cdot \text{hoogte} \times \text{basis}$
- oppervlakte is $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2 = 10 \rightarrow$ de afstand is 10 meter

Bepaal de totale afstand die de lift heeft afgelegd.

- de afstand is $15 + 50 + 10 = 75$ m

Bij een eenparig versnelde beweging is de snelheid aan het begin niet altijd nul. Stel je rijdt op een scooter en wilt iemand inhalen. Dan heb je al een snelheid en ga je harder rijden. In figuur 30 zie je het (v, t) -diagram van zo'n beweging. Ook in dit geval is de oppervlakte onder de (v, t) -grafiek gelijk aan de afstand.



Figuur 30 Eenparig versnelde beweging met beginsnelheid.

VOORBEELD afstand uit (v, t) -diagram met beginsnelheid

In figuur 30 zie je het (v, t) -diagram van een scooter. Op $t = 0$ s heeft de scooter een snelheid van 4,0 m/s. Dan begint hij te versnellen. Na 8 seconden is zijn snelheid toegenomen tot 14 m/s.

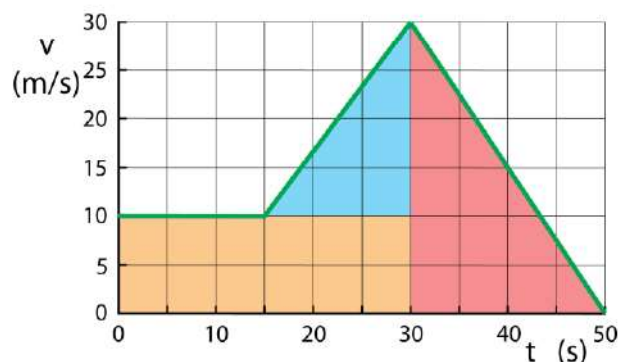
Hoeveel afstand legt de scooter in deze 8 seconden af?

- je moet de oppervlakte onder de (v, t) -grafiek berekenen
- oppervlakte rechthoek is $4 \cdot 8 = 32$
- oppervlakte driehoek is $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 = 40$
- de afstand is $32 + 40 = 72$ m

Als de oppervlakte onder de (v, t) -grafiek uitsluitend uit rechthoeken en driehoeken bestaat kun je de afstand uitrekenen. In figuur 31 zie je een voorbeeld. In dit geval is de oppervlakte en dus de afstand gelijk aan:

$$s = 10 \cdot 30 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 20$$

$$s = 300 + 150 + 300 = 750 \text{ m}$$



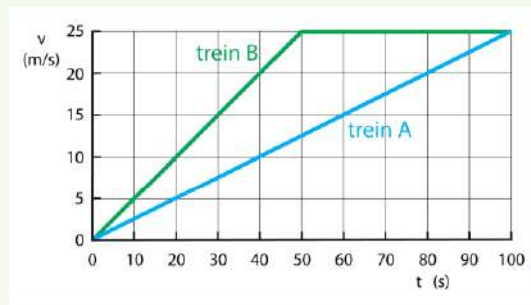
Figuur 31 Afstand uit een (v, t) -diagram bij een eenparig versnelde en vertraagde beweging.

VOORBEELD twee treinen

Figuur 32 is het (v, t)-diagram van twee treinen A en B.

Hoe groot is de versnelling van trein A en trein B in de eerste 40 s.

- versnelling trein A:
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{25}{100} = 0,25 \text{ m/s}^2$$
- versnelling trein B:
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{25}{50} = 0,50 \text{ m/s}^2$$



Figuur 32

Welke afstanden hebben trein A en trein B afgelegd op $t = 40$ s?

- afstand trein A: $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 40 = 200 \rightarrow s = 200 \text{ m}$
- afstand trein B: $\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 40 = 400 \rightarrow s = 400 \text{ m}$

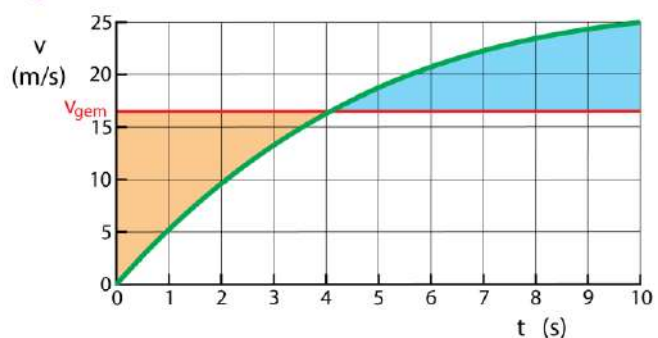
Bepaal de afstand tussen trein A en trein B op $t = 100$ s.

- afstand trein A: $\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 100 = 1250 \rightarrow s = 1250 \text{ m}$
- afstand trein B: $25 \cdot 50 + \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 50 = 1250 + 625 \rightarrow s = 1875 \text{ m}$
- afstand tussen A en B: $1875 - 1250 = 625 \text{ m}$

Als de versnelling niet constant is, is (v, t)-grafiek krom en kun je de oppervlakte tussen de grafiek en de tijdas niet splitsen in rechthoeken en driehoeken. Om in dit geval de afstand te bepalen zijn er twee methoden. Bij de eerste methode schat je de gemiddelde snelheid en bij de tweede methode tel je het aantal hokjes.

– afstand uit een (v, t)-diagram door v_{gem} te schatten –

Figuur 33 is het (v, t)-diagram van een beweging waarbij de versnelling afneemt. Om de gemiddelde snelheid te vinden teken je een horizontale lijn (rood), waarbij het oranje gekleurde oppervlak onder de lijn gelijk is aan het blauw gekleurde oppervlak boven de lijn. Bij het snijpunt van deze lijn met de v-as lees je de gemiddelde snelheid af. In dit geval vind je $v_{\text{gem}} = 16,5 \text{ m/s}$ waaruit volgt: $s = 16,5 \cdot 10 = 165 \text{ m}$.

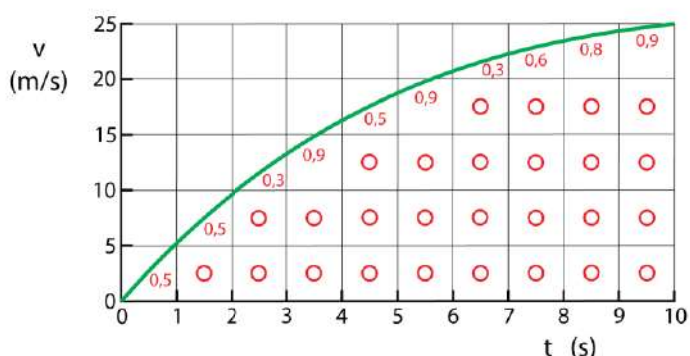


Figuur 33 Afstand uit een (v, t)-diagram verkregen door het schatten van v_{gem} .

– afstand uit een (v, t)-diagram door hokjes te tellen –

Bij de tweede methode om de afstand te bepalen schat je het oppervlak onder de (v, t)-grafiek door het aantal hokjes te tellen. Hierbij moet je schattingen maken, want er zijn hokjes die gedeeltelijk onder en boven de grafiek liggen. In figuur 34 nemen we opnieuw het (v, t)-diagram van figuur 33 en gaan de afstand bepalen door hokjes te tellen.

Figuur 34 Afstand uit een (v, t)-diagram bepalen door het tellen van hokjes.

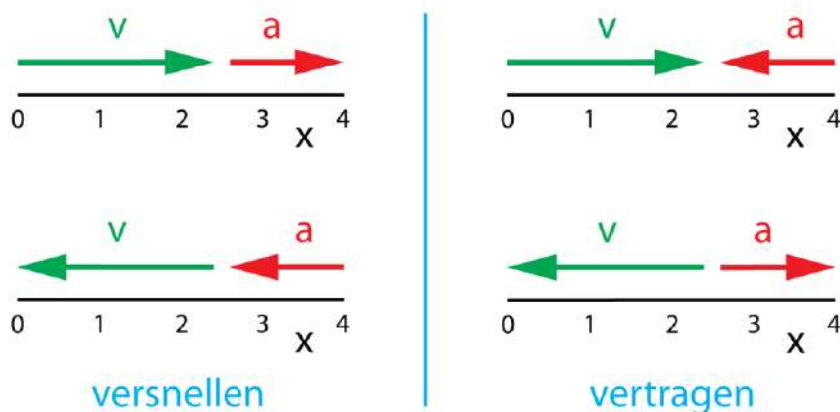


De hokjes die helemaal onder de grafiek liggen zijn aangegeven met een rondje. Verder is bij de hokjes op de rand aangegeven voor welk deel ze onder de grafiek liggen. Hierbij moet je steeds een schatting maken. Omdat je de ene keer misschien te hoog zit en de andere keer te laag zullen de fouten die je maakt bij het schatten elkaar gedeeltelijk opheffen. We tellen 27 hokjes die geheel onder de grafiek liggen. Verder tellen alle delen van de hokjes op de rand op tot 6,2. In totaal vinden we dus $27 + 6,2 = 33,2$ hokjes onder de grafiek. Op de tijd-as is ieder hokje 1 seconde en op de snelheid-as 5 m/s. Een hokje correspondeert dus met een afstand van vijf meter. We vinden daarom een afstand van $33,2 \cdot 5 = 166$ meter.

Vanwege de schattingen is het antwoord niet exact. Bij de methode waarbij je v_{gem} schat (figuur 33) vind je 165 meter en bij het schatten van het aantal hokjes (figuur 34) kom je op 166 meter. Het verschil is niet zo groot, in dit geval minder dan één procent. Je mag zelf weten welke methode je het prettigst vindt. Vaak is het schatten van v_{gem} minder werk en als je er een beetje handig in bent net zo nauwkeurig als hokjes tellen.

Negatieve snelheid en negatieve versnelling

De snelheid en de versnelling kunnen zowel positief als negatief zijn. Dit heeft te maken met de richting van de beweging. In figuur 35 zie je alle mogelijkheden. Plaats x neemt toe als je naar rechts gaat. De snelheid is positief als de plaats toeneemt in de tijd (Figuur 35, boven) en is negatief als de plaats afneemt (Figuur 35, onder). De versnelling is positief als de snelheid positief is en steeds groter wordt (linksboven), OF als de snelheid negatief is en steeds kleiner (minder negatief) wordt (rechtsonder). De versnelling is negatief als de snelheid positief is en steeds kleiner wordt (rechtsboven), OF als de snelheid negatief is en steeds groter (meer negatief) wordt (linksonder).



Figuur 35 Richting van de snelheid en van de versnelling.

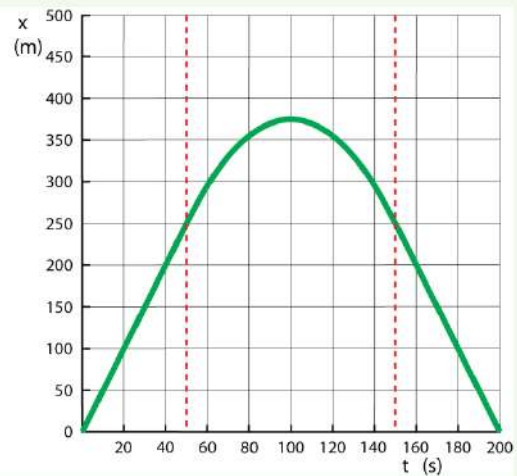
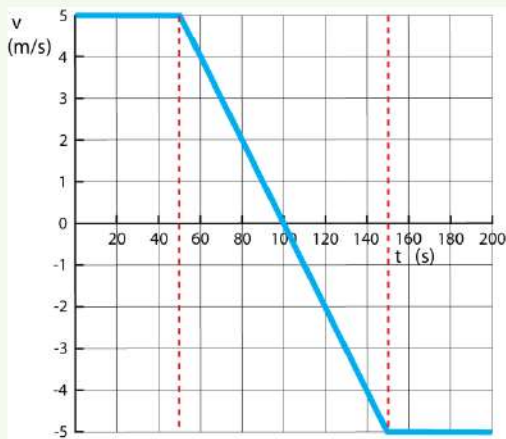
Bij een versnelling is het teken van a gelijk aan het teken van v .
Bij een vertraging is het teken van a tegengesteld aan het teken van v .

VOORBEELD schip gaat achteruit varen

Een schip voert de volgende beweging uit:

- op $t = 0$ s heeft een schip een constante snelheid van $5,0$ m/s in positieve richting
- na 50 s wordt de motor aangezet om af te remmen
- schip remt met een vertraging van $0,1$ m/s²
- op $t = 100$ s is de snelheid nul
- daarna is de snelheid negatief, want het schip vaart in negatieve richting
- na 50 s heeft het schip een snelheid van $-5,0$ m/s

Tijd (s)	(v, t)-grafiek	(x, t)-grafiek
0 – 50	horizontale lijn	rechte lijn omhoog
50 – 100	schuine lijn omlaag	kromme lijn omhoog
100	$v = 0$ (staat stil)	horizontale raaklijn
100 – 150	schuine lijn omlaag	kromme lijn omlaag
150 – 200	horizontale lijn	rechte lijn omlaag



Figuur 36 Links (v, t)-diagram, rechts (x, t)-diagram.

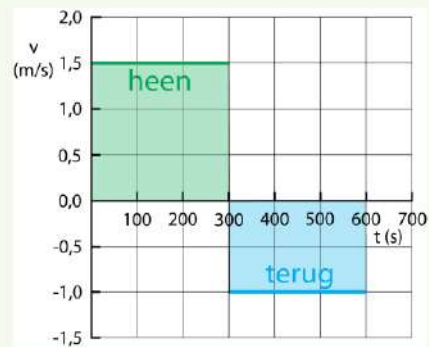
Verplaatsing en afgelegde weg

Een voorwerp beweegt tussen t_1 en t_2 van x_1 naar x_2 . De verandering van de plaats $x_2 - x_1$ is de **verplaatsing**. De afstand die wordt afgelegd is de **afgelegde weg**. Als het voorwerp tussen t_1 en t_2 NIET omkeert is de afgelegde weg gelijk aan de verplaatsing, maar als het voorwerp tussen t_1 en t_2 WEL omkeert is de afgelegde weg groter dan de verplaatsing.

Verplaatsing is de verandering van plaats.
Afgelegde weg is de afstand die wordt afgelegd.

VOORBEELD wandelaar

Een wandelaar loopt in 300 s met constante snelheid van $x_1 = 0,0$ m naar $x_2 = 450$ m. Dan keert ze om en loopt ze in 300 s terug naar $x_3 = 150$ m. Figuur 37 is het (v, t) -diagram van deze beweging.



Figuur 37

Hoe groot is v_{gem} op de heenweg en op de terugweg?

- $v_{\text{gem heen}} = \frac{450 - 0}{300 - 0} = 1,5 \text{ m/s}$
- $v_{\text{gem terug}} = \frac{150 - 450}{600 - 300} = -1,0 \text{ m/s}$

Hoe groot zijn de verplaatsing en de afgelegde weg?

- de verplaatsing is: $450 \text{ m heen} - 300 \text{ m terug} = 150 \text{ m}$.
- afgelegde weg is: $450 \text{ m heen} + 300 \text{ m terug} = 750 \text{ m}$

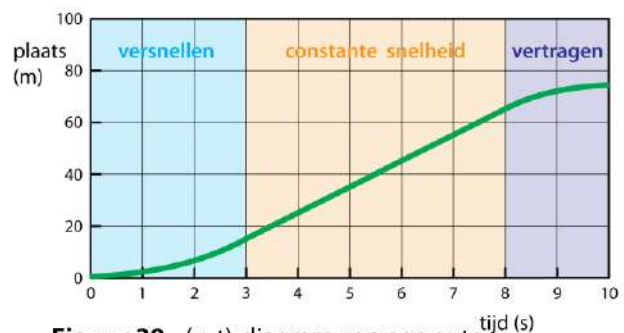
Hoe groot is v_{gem} van de hele wandeltocht.

- $v_{\text{gem heen+terug}} = \frac{150 - 0}{600 - 0} = 0,25 \text{ m/s}$

Van een (x, t) -diagram naar een (v, t) -diagram en omgekeerd

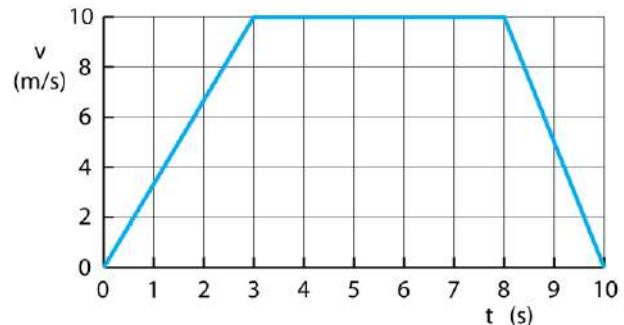
Omdat je uit het (x, t) -diagram voor ieder tijdstip de snelheid kunt bepalen, is het mogelijk om een (v, t) -diagram te maken uit een (x, t) -diagram. Voor een eenvoudig (x, t) -diagram kan dit met de hand maar als het wat ingewikkelder wordt heb je een computer nodig.

Stel een auto versnelt in 3 seconden naar 10 m/s, rijdt gedurende 5 seconden met constante snelheid van 10 m/s en remt daarna in 2 s af tot stilstand. De versnelling en de vertraging zijn eenparig. Zie figuur 38.



Figuur 38 (x, t) -diagram van een auto.

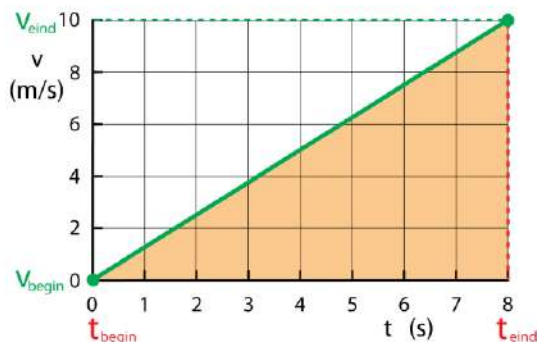
Uit de (x, t) -grafiek kun je voor ieder tijdstip de snelheid v vinden door de richtingscoëfficiënt van de raaklijn te bepalen. Het resultaat zie je in het (v, t) -diagram. Zie figuur 39. Uit een (v, t) -diagram kun je ook een (x, t) -diagram afleiden. Je moet dan op verschillende tijdstippen de oppervlakte onder de grafiek uitrekenen.



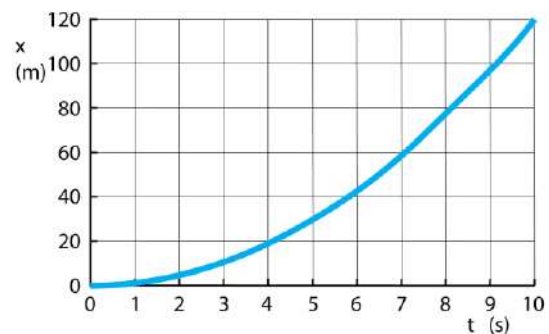
Figuur 39 (v, t) -diagram dat hoort bij figuur 38.

Afstand berekenen als $v_{\text{begin}} = 0$ of $v_{\text{eind}} = 0$

Als de versnelling constant is EN $v_{\text{begin}} = 0$ of $v_{\text{eind}} = 0$ geldt $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$. Deze formule ben je in paragraaf 2.3 tegengekomen. Je kunt deze formule ook afleiden uit de oppervlakte tussen de (v, t)-grafiek en de tijdas. Als de beginsnelheid 0 is, is de (v, t)-grafiek een rechte lijn door de oorsprong. Er geldt: oppervlakte = $\frac{1}{2} \cdot \text{hoogte} \times \text{basis}$. Dit geeft $s = \frac{1}{2} v_{\text{eind}} \cdot t$. En met $v_{\text{eind}} = a \cdot t$ kom je uit op $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$. Bij een eenparig versnelde beweging is er een **kwadratisch verband** tussen de plaats en de tijd en is de (x, t)-grafiek een halve parabool. Zie figuur 41.



Figuur 40 (v, t)-diagram van een eenparig versnelde beweging met beginsnelheid nul.



Figuur 41 (x, t)-diagram van een eenparig versnelde beweging met beginsnelheid nul.

VOORBEELD opstijgen van een vliegtuig

Een passagiersvliegtuig heeft bij het opstijgen gedurende 40 seconden een versnelling van $2,0 \text{ m/s}^2$.

Met welke snelheid komt het vliegtuig los van de startbaan?

- $\Delta v = a_{\text{gem}} \cdot \Delta t \rightarrow \Delta v = 2 \cdot 40 = 80 \text{ m/s}$ $\Delta v = v_{\text{eind}}$ want $v_{\text{begin}} = 0 \text{ m/s}$

Welke afstand legt het vliegtuig af op de startbaan?

- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = \frac{80}{2} \cdot 40 = 1600 \text{ m}$

Welke versnelling heeft dit vliegtuig nodig bij een startbaan van 1,0 km?

- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 1000 = 40 \cdot t \rightarrow t = 25 \text{ s}$
- $\Delta v = a_{\text{gem}} \cdot \Delta t \rightarrow 80 = a_{\text{gem}} \cdot 25 \rightarrow a = 3,2 \text{ m/s}^2$

VOORBEELD opstijgen van een straaljager

Een straaljager heeft een versnelling van $6,0 \text{ m/s}^2$ en komt na 300 m los.

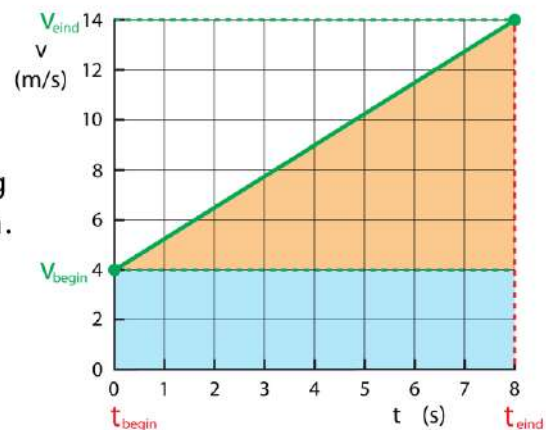
Met welke snelheid komt de straaljager los van de startbaan?

- $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow 300 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot t^2 \rightarrow t = 10 \text{ s}$
- $\Delta v = a_{\text{gem}} \cdot \Delta t \rightarrow \Delta v = 6 \cdot 10 = 60 \text{ (m/s)}$ $\Delta v = v_{\text{eind}}$ want $v_{\text{begin}} = 0 \text{ m/s}$

Het berekenen van de plaats als de beginsnelheid niet nul is

Als de versnelling constant is maar v_{begin} of v_{eind} is NIET nul dan mag je $s = \frac{1}{2}a \cdot t^2$ NIET gebruiken.

De (v, t) -grafiek is nu een rechthoek plus een driehoek en de verplaatsing Δx is de som van beide oppervlakken. In figuur 42 is de verplaatsing tussen t_1 en t_2 gelijk aan: $\Delta x = 4 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 = 72 \text{ m}$.



Figuur 42 (v, t) -diagram van een eenparig versnelde beweging met beginsnelheid ongelijk aan nul.

Om de verplaatsing van een eenparig versnelde beweging te berekenen moeten twee oppervlakken bij elkaar worden opgeteld. Voor het rechthoekige oppervlak geldt: $s = v_0 \cdot t$ en voor het driehoekige oppervlak geldt $s = \frac{1}{2}a \cdot t^2$. De totale verplaatsing is de som van deze twee oppervlakken $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}a \cdot t^2$. Het enige waar we nu nog rekening mee moeten houden is de beginplaats x_0 . De plaats op het begin moet bij de verplaatsing worden opgeteld $\Delta x = s = x - x_0 \rightarrow x = s + x_0$. We krijgen nu een algemene formule die voor iedere beweging met constante versnelling gebruikt kan worden. Ook als de snelheid constant is geldt deze formule, want je vult dan $a = 0$ in, zodat de laatste term vervalst.

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}a \cdot t^2$$

VOORBEELD vrachtauto

Op $t = 0$ begint een vrachtauto te remmen met een vertraging van $0,50 \text{ m/s}^2$. Op dat moment bevindt de vrachtauto zich op $x = 300 \text{ m}$ met een snelheid van $v_0 = 20 \text{ m/s}$.

Hoelang duurt het remmen tot stilstand?

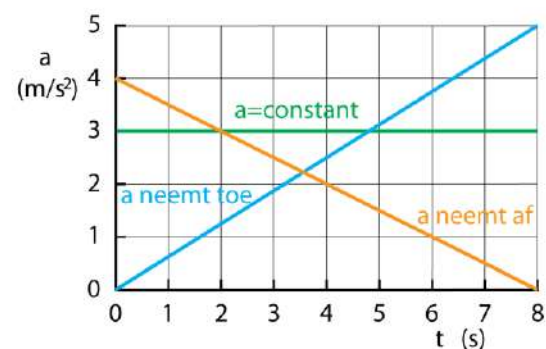
- $\Delta v = a_{\text{gem}} \cdot \Delta t \rightarrow -20 = -0,5 \cdot t \rightarrow t = 40 \text{ s}$

Op welke plaats komt de vrachtauto tot stilstand?

- $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}a \cdot t^2 \rightarrow x = 300 + 20 \cdot 40 - \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 40^2 = 700 \text{ m}$

Het (a, t) -diagram

Als we de versnelling op ieder tijdstip weten kunnen we een diagram maken met de horizontale as de tijd en op de verticale as de versnelling. Zo'n diagram is een (versnellings, tijd)-diagram oftewel een (a, t) -diagram.

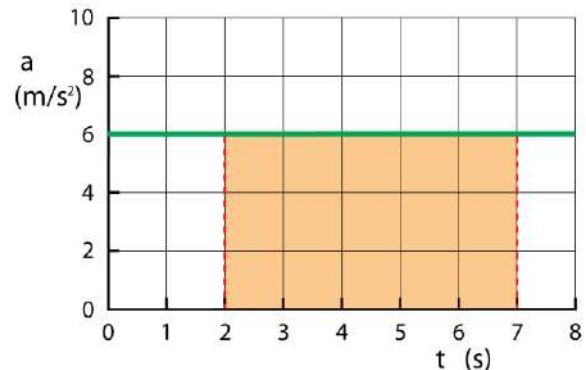


Figuur 43 (a, t) -diagram.

Aan de (a, t) -grafiek kun je zien hoe de versnelling in de tijd verandert. Is de versnelling constant dan is de (a, t) -grafiek een rechte lijn, evenwijdig aan de tijd-as. Als de (a, t) -grafiek een rechte lijn schuin omhoog is dan neemt de versnelling gelijkmatig toe. Bij een rechte lijn omlaag neemt de versnelling gelijkmatig af. Zie figuur 43.

Als de versnelling constant is geldt $\Delta v = a \cdot \Delta t$ en dit betekent dat de oppervlakte tussen de (a, t) -grafiek en de tijd-as gelijk is aan de verandering van de snelheid. In figuur 44 verandert de snelheid tussen $t = 2$ s en $t = 7$ s met $\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow \Delta v = 6 \cdot (7 - 2) = 30$ m/s.

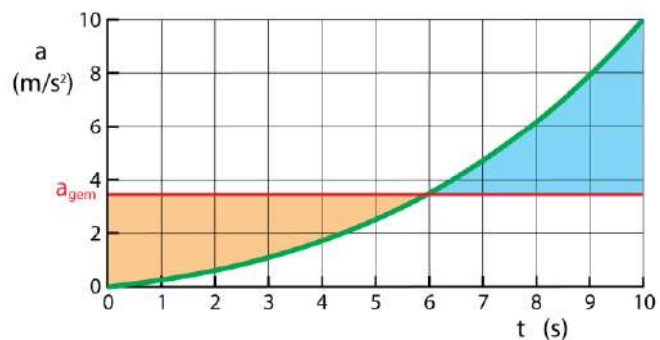
Figuur 44 De oppervlakte onder de (a, t) -grafiek is de verandering van de snelheid.



De verandering van de snelheid is gelijk aan de oppervlakte tussen de (a, t) -grafiek en de tijd-as.

Ook als de versnelling niet constant is kun je de verandering van de snelheid bepalen met het oppervlakte onder de (a, t) -grafiek. Je kunt hokjes tellen of a_{gem} schatten. In figuur 45 trek je een horizontale lijn, waarbij het oranje oppervlak gelijk is aan het blauwe oppervlak. Hiermee vind je $a_{\text{gem}} = 3,5$ m/s² waaruit volgt:

$$\Delta v = a_{\text{gem}} \cdot \Delta t \rightarrow \Delta v = 3,5 \cdot 10 = 35 \text{ m/s}.$$

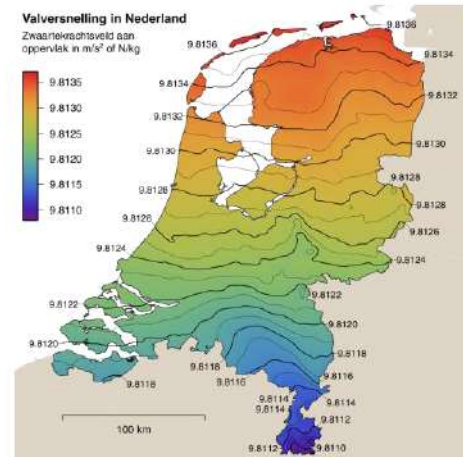


Figuur 45 Door a_{gem} te schatten vind je Δv .

2.5 Vallen

De valversnelling

Met het vallen van voorwerpen kom je al vroeg in aanraking. Als je leert lopen gaat dat met vallen en opstaan. Over vallen bestaat een groot misverstand, want veel mensen denken dat zware voorwerpen met een grotere snelheid vallen dan lichte, maar dat is helemaal niet zo. Als we de luchtweerstand buiten beschouwing laten vallen alle voorwerpen met dezelfde versnelling. Op aarde is deze valversnelling $9,81 \text{ m/s}^2$. Omdat de aarde niet perfect bolvormig is zijn er kleine verschillen. Aan de evenaar is de valversnelling $9,78$ en aan de polen $9,83 \text{ m/s}^2$.



Figuur 46 De valversnelling in Nederland.

Voorwerpen vallen op aarde met een versnelling van $9,81 \text{ m/s}^2$.

LET OP alleen als luchtweerstand geen merkbare invloed heeft.

Het symbool voor versnelling is a van "acceleration" (Engels) maar voor de valversnelling maken we een uitzondering en gebruiken we de letter g van "gravitation". Je gaat $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ nog vaak tegenkomen en dan weet je onmiddellijk dat het over vallen op aarde gaat. Op andere hemellichamen is de valversnelling verschillend. Op de maan is de valversnelling $1,62 \text{ m/s}^2$ en op mars $3,74 \text{ m/s}^2$.

VOORBEELD de diepte van een put meten

Om de diepte van een put te meten laat je een steentje vallen. Na $1,63 \text{ s}$ hoor je de klap op de bodem. De tijd die het geluid erover doet om van de bodem naar je oor te komen is verwaarloosbaar. Luchtweerstand wordt verwaarloosd.

Bereken de diepte van de put.

- $a = 9,81 \text{ m/s}^2 \quad | \quad t = 1,63 \text{ s} \quad | \quad s = \dots \text{ m}$
- $\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow \Delta v = 9,81 \cdot 1,63 = 16 \text{ m/s}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} v_{\text{eind}} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8 \text{ m/s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 8 \cdot 1,63 = 13 \text{ m}$

OOK GOED

- gebruik $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot 1,63^2 \rightarrow s = 13 \text{ m}$

LET OP vanwege luchtweerstand is de versnelling kleiner en is de put minder diep.

VOORBEELD vallende appel

Uit een 10 m hoge boom valt een appel. Luchtweerstand wordt verwaarloosd.

Hoelang is de appel aan het vallen?

- $s=10\text{ m} \mid a=9,81\text{ m/s}^2 \mid t=\dots\text{ s}$
- $s=\frac{1}{2}a \cdot t^2 \rightarrow 10=\frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 \rightarrow t=1,42784=1,4\text{ s}$

Met welke snelheid komt de appel op de grond?

- $a=9,81\text{ m/s}^2 \mid t=1,42784\text{ s} \mid v_{\text{eind}}=\dots\text{ m/s}$
- $\Delta v=a \cdot \Delta t \rightarrow \Delta v=9,81 \cdot 1,42784=14\text{ m/s} \quad \Delta v = v_{\text{eind}} \text{ want } v_{\text{begin}} = 0\text{ m/s}$

Omhoog geworpen projectiel

Als je een voorwerp omhoog gooit vertraagt het met $-9,81\text{ m/s}^2$. Het is niet toevallig dat de vertraging omhoog even groot is als de versnelling omlaag. De zwaartekracht is verantwoordelijk voor zowel de vertraging als de versnelling.

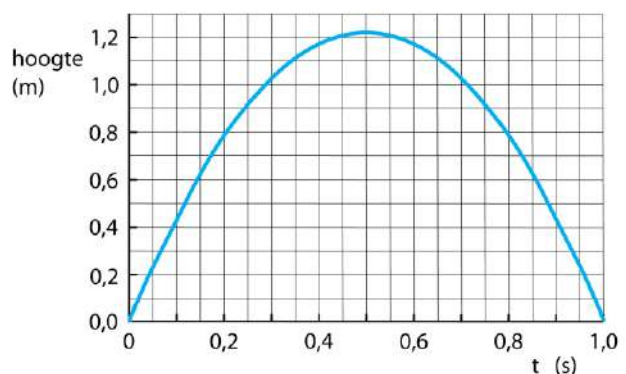
Bij een worp omhoog vertraagt ieder voorwerp met $g = -9,81\text{ m/s}^2$.

De vertraging van $-9,81\text{ m/s}^2$ begint vlak nadat het projectiel loskomt. Op het hoogste punt keert de richting om en is de snelheid nul. Daarna valt het met $g = 9,81\text{ m/s}^2$.

Op het hoogste punt keert de richting van de beweging om en is de snelheid nul.

Het (x, t) -diagram van een omhoog geworpen voorwerp is een parabool. Zie figuur 47. Het projectiel beweegt gedurende 0,50 s omhoog met een vertraging van $-9,81\text{ m/s}^2$. Daarna valt het in 0,50 s omlaag met een versnelling van $9,81\text{ m/s}^2$.

Figuur 47 (x, t) -diagram van een omhoog geworpen projectiel.



Om uit het (x, t) -diagram het (v, t) -diagram te krijgen moet je v_{begin} en v_{eind} weten.

Omhoog

$$\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}} = -9,81 \cdot 0,5 = -4,9\text{ m/s} \rightarrow 0 - v_{\text{begin}} = -4,9 \rightarrow v_{\text{begin}} = 4,9\text{ m/s}$$

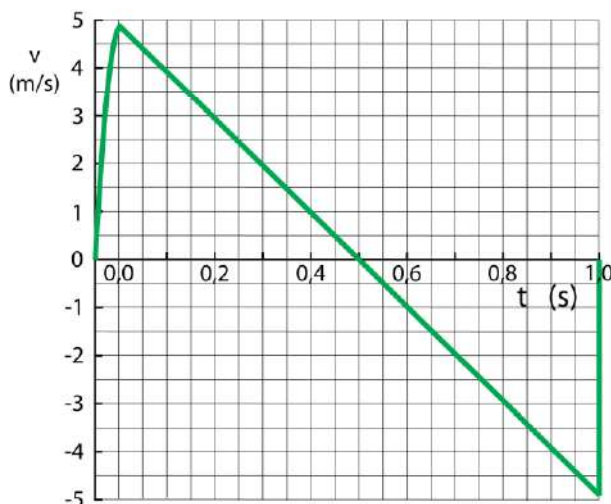
Omlaag

$$\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}} = -9,81 \cdot 0,5 = -4,9\text{ m/s} \rightarrow v_{\text{eind}} - 0 = -4,9 \rightarrow v_{\text{eind}} = -4,9\text{ m/s}$$

tijd omhoog	=	tijd omlaag
beginsnelheid omhoog	=	eindsnelheid omlaag

LET OP alleen als luchtweerstand verwaarloosd mag worden.

Figuur 48 is het (v, t)-diagram voor een omhoog geworpen projectiel met een beginsnelheid van 4,9 m/s.



Figuur 48 (v, t)-diagram van een omhoog geworpen projectiel. Op $t=0$ komt het projectiel los. Vlak voor $t=0$ wordt het gedurende 0,05 s versneld.

VOORBEELD een omhoog geworpen appel

Je gooit een appel recht omhoog met een beginsnelheid van 14 m/s. De hoogte waarop de appel loskomt van je hand nemen we als nulpunt.

Hoe hoog komt de appel ?

- $\Delta v = v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}} \rightarrow \Delta v = 0 - 14 = -14 \text{ m/s}$
- $\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow -14 = -9,81 \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = 1,4271 \text{ s}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{begin}} + v_{\text{eind}}}{2} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{14 + 0}{2} = 7 \text{ m/s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 7 \cdot 1,4271 = 10 \text{ m}$

Op welk tijdstip valt de appel op de grond?

- tijd omhoog is 1,4271 s = tijd omlaag
- TOTAAL = $t_{\text{omhoog}} + t_{\text{omlaag}} = 1,4271 + 1,4271 = 2,8542 = 2,9 \text{ s}$

Met welke snelheid valt de appel op de grond?

- beginsnelheid omhoog = eindsnelheid omlaag
- eindsnelheid omlaag is -14 m/s minteken vanwege de andere richting

2.6 Samenvatting

Grootheden en eenheden

- x is de plaats in meter (m)
- Δx is de verandering van de plaats $x_{\text{nieuw}} - x_{\text{oud}}$ in meter (m)
- s is de afstand in meter (m) gelijk aan Δx
- t is de tijd in seconde (s) of in uur, h
- Δt is de verandering van de tijd $t_{\text{nieuw}} - t_{\text{oud}}$ in seconde (s) of in uur h
- v_{gem} is de gemiddelde snelheid in meter per seconde (m/s) of in km/h
- v is de snelheid op één moment
- Δv is de verandering van de snelheid $v_{\text{nieuw}} - v_{\text{oud}}$ (m/s)
- a is de versnelling in meter per seconde kwadraat (m/s²)

Weten

- eenparig rechtlijnige beweging $\rightarrow v = \text{constant}$ zowel grootte als richting
- $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$
- versnellen $\rightarrow$ de snelheid wordt groter in de tijd
vertragen $\rightarrow$ de snelheid wordt kleiner in de tijd
- v_{gem} is de gemiddelde snelheid
 v is de snelheid op één moment
- De snelheid op tijdstip t is gelijk aan de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de (x, t) -grafiek op tijdstip $t \rightarrow v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} \leftrightarrow v = \frac{dx}{dt}$.
- Bij een eenparig versnelde beweging is de versnelling constant.
- versnellen $\rightarrow a$ is positief a is in de richting van de beweging
vertragen $\rightarrow a$ is negatief a is tegen de richting van de beweging
- De eenheid van versnelling is meter per seconde kwadraat (m/s²).
- De versnelling op tijdstip t is gelijk aan de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de (v, t) -grafiek op tijdstip $t \rightarrow a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} \leftrightarrow a = \frac{dv}{dt}$.
- De afstand is gelijk aan de oppervlakte tussen de (v, t) -grafiek en de tijdas.
- De verandering van de snelheid is gelijk aan de oppervlakte tussen de (a, t) -grafiek en de tijdas.
- De valversnelling op aarde is $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Formules

$$v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta x = v_{\text{gem}} \cdot \Delta t \rightarrow s = v_{\text{gem}} \cdot t$$

$$s = \Delta x \text{ en } t = \Delta t$$

$$v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} \leftrightarrow v = \frac{dx}{dt}$$

richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de (x, t)-grafiek

$$a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta v = a_{\text{gem}} \cdot \Delta t$$

$$a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} \leftrightarrow a = \frac{dv}{dt}$$

richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de (v, t)-grafiek

$$v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{begin}} + v_{\text{eind}}}{2}$$

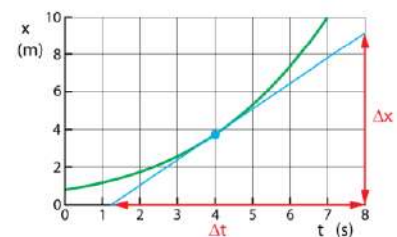
alleen bij een eenparig versnelde beweging $\rightarrow a = \text{constant}$

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

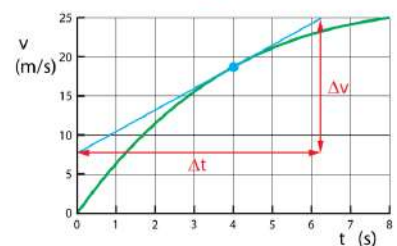
alleen bij een eenparig versnelde beweging met $v_{\text{begin}} = 0$ of $v_{\text{eind}} = 0$

Diagrammen

Een (x, t)-diagram geeft op ieder tijdstip de plaats. De richtingscoëfficiënt van de raaklijn op tijdstip t is de snelheid op dat tijdstip.



Een (v, t)-diagram geeft op ieder tijdstip de snelheid. De richtingscoëfficiënt van de raaklijn op tijdstip t is de versnelling op dat tijdstip.



De oppervlakte tussen de (v, t)-grafiek en de tijd-as geeft de afstand.

