

2 Bewegen

2 havo / 2 vwo

2.0 Inhoud

2.1	Plaats, tijd en snelheid	2
	– Wat is bewegen?	2
	– (plaats, tijd)-tabel en (plaats, tijd)-diagram	2
	– Gemiddelde snelheid	3
2.2	Berekenen van afstand, tijd en snelheid	6
	– Formule met afstand, tijd en snelheid	6
	– Snelheid in meter per seconde of in kilometer per uur	6
	– Tijd in seconde of in uur	7
	– Twee bewegende voorwerpen	8
	– Relatieve snelheid	9
	– Samengestelde beweging met constante snelheden	10
	– Waarnemen van beweging	10
2.3	Versnellen en vertragen	12
	– Versnellen en vertragen	12
	– Het (v, t)-diagram	12
	– Versnelling	13
	– De versnelling bepalen uit een (v, t)-diagram	14
	– De gemiddelde snelheid bij een eenparig versnelde beweging	14
2.4	De afstand bepalen uit een (v, t)-diagram	16
	– De afstand bepalen uit een (v, t)-diagram	16
2.5	Vallen	19
	– De valversnelling	19
	– Omhoog geworpen projectiel	19
2.6	Samenvatting	21
	– Grootheden en eenheden	21
	– Weten	21
	– Formules	21
	– Figuren	22

2.1 Plaats, tijd en snelheid

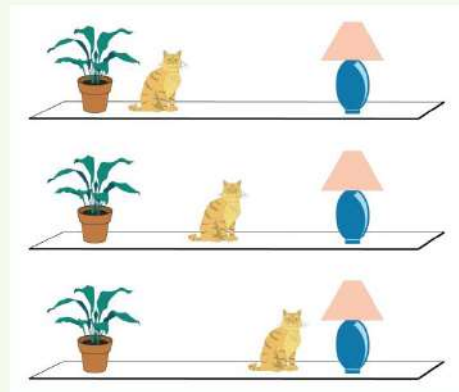
Het zien van bewegende voorwerpen is zo gewoon dat je nauwelijks stilstaat bij wat er gebeurt. Buiten zie je rijdende fietsen, auto's en treinen. Zelf beweeg je ook de hele dag door. Je loopt door de gang of je beweegt alleen je arm. Niet alleen dieren bewegen, ook planten kunnen langzaam bewegen. Zo draait een zonnebloem zijn bloemhoofd steeds naar de zon en sluit een madeliefje zijn bloemblaadjes als het donker wordt. Een wereld waarin niets beweegt zou maar een saaie boel zijn. Als niets verandert weet je niet eens of de tijd wel doorloopt, want hoe zou je dat dan kunnen weten?

Wat is bewegen?

Een voorwerp beweegt als de **plaats** verandert in de **tijd**. Om te bepalen of iets beweegt moet je op verschillende tijdstippen $t_1, t_2, t_3, \dots$ de plaats van het voorwerp $x_1, x_2, x_3, \dots$ meten. Voor de tijdmeting gebruik je een klok en voor de plaatsmeting een liniaal. Het **nulpunt van tijd** is het moment waarop je de klok aanzet. Het **nulpunt van plaats** is de plaats waar de schaalverdeling op je liniaal begint. Je bent vrij om het nulpunt van de tijd en het nulpunt van de plaats te kiezen.

VOORBEELD kat op de vensterbank

Een kat zit op de vensterbank. Op tijdstippen t_1, t_2 en t_3 neem je een foto. De foto op t_1 is het bovenste plaatje, op t_2 het middelste plaatje en op t_3 het onderste plaatje. De plaats van de kat verandert, waaruit blijkt dat de kat tussen t_1 en t_3 heeft bewogen.



Figuur 1 Een kat op een vensterbank.

(plaats, tijd)-tabel en (plaats, tijd)-diagram

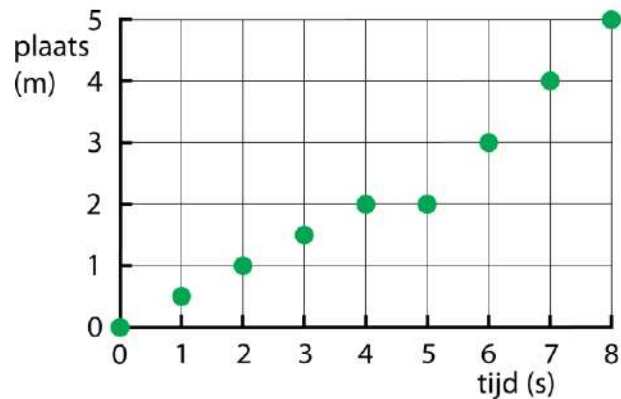
De metingen van de tijd en de plaats kun je het beste ordenen in een tabel. Je maakt dan een (plaats, tijd)-tabel met in de eerste kolom de tijd en in de tweede kolom de plaats.

In een diagram heb je nog meer overzicht dan bij een tabel. Vaak kun je aan een (plaats, tijd)-grafiek meteen zien met wat voor soort beweging je te maken hebt. Op de horizontale as staat de tijd en op de verticale as de plaats.

Tijd (s)	Plaats (m)
0,0	0,0
1,0	0,5
2,0	1,0
3,0	1,5
4,0	2,0
5,0	2,0
6,0	3,0
7,0	4,0
8,0	5,0

Met bovenstaande (plaats, tijd)-tabel correspondeert het (plaats, tijd)-diagram hiernaast.

Figuur 2 Een (plaats, tijd)-diagram.



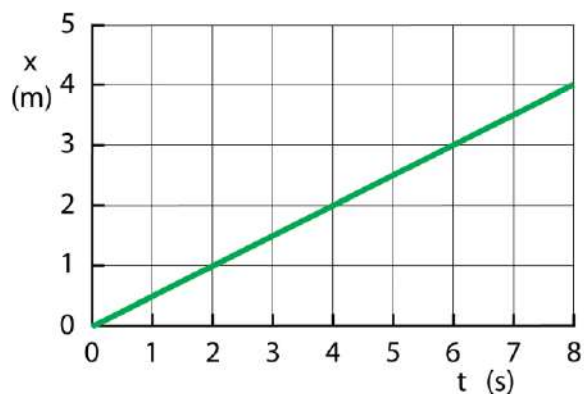
Om niet steeds "plaats" en "tijd" te hoeven schrijven gebruiken we de letter x voor plaats en de letter t voor tijd. Plaats wordt gemeten in meter (m) of in kilometer (km). Tijd wordt gemeten in seconde (s) of in uur (h). [h komt van het Engelse hour](#)

x is de plaats in meter (m) of in kilometer (km)
 t is de tijd in seconde (s) of in uur (h)

Gemiddelde snelheid

Als de snelheid constant is, is de (x, t) -grafiek een rechte lijn. Iedere seconde legt het voorwerp evenveel meter af. In figuur 3 verandert de plaats iedere seconde met 0,5 meter. En omdat op tijdstip nul de plaats ook nul is gaat de grafiek door het punt $(0, 0)$.

Figuur 3 Een (x, t) -diagram van een beweging waarvan de snelheid constant is.



De **gemiddelde snelheid** v_{gem} is de afstand waarover een voorwerp zich verplaatst gedeeld door de tijd die hiervoor nodig is. Je kunt v_{gem} berekenen met:

$$v_{\text{gem}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

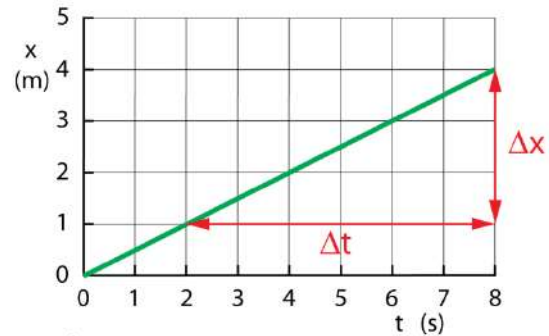
- v_{gem} is de gemiddelde snelheid in meter per seconde (m/s)
- x_1 is de plaats op tijdstip t_1 in meter (m)
- x_2 is de plaats op tijdstip t_2 in meter (m)
- Δx is de verandering van de plaats: $x_2 - x_1$ (m)
- Δt is de verandering van de tijd: $t_2 - t_1$ (s)

De letter v komt van "velocity" wat het woord voor snelheid is in het Engels.

Delta is de Griekse hoofdletter d en staat voor "difference" (Engels: verschil of verandering).

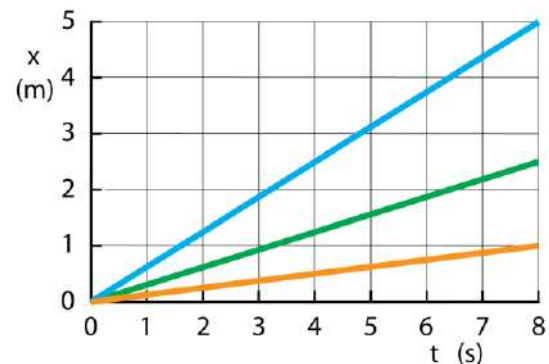
Figuur 4 is het (x, t)-diagram van een beweging met constante snelheid. Om de snelheid te bepalen neem je twee tijdstippen t_1 en t_2 . Omdat de snelheid constant is maakt het niet uit welke twee tijdstippen je kiest. Hoe verder je de punten uit elkaar kiest, hoe nauwkeuriger het resultaat. We kiezen $t_1 = 2$ s en $t_2 = 8$ s.

- aflezen $x_1 = 1$ m en $x_2 = 4$ m
- $\Delta x = 4 - 1 = 3$ m | $\Delta t = 8 - 2 = 6$ s
- $v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3}{6} \rightarrow v_{\text{gem}} = 0,5$ m/s



Figuur 4

Leg je in een korte tijd een grote afstand af dan loopt de grafiek steil en heb je een grote snelheid. De gemiddelde snelheid is de steilheid van de grafiek: $v_{\text{gem}} = \Delta x / \Delta t$.



Figuur 5 Hoe steiler de grafiek is hoe groter de snelheid.

Δx gedeeld door Δt is de **steilheid** van de grafiek. Als in tijdsinterval Δt de verandering van de plaats Δx groot is dan loopt de grafiek steil en is de snelheid groot.

De steilheid $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ van een (x, t)-grafiek is gelijk aan de snelheid.

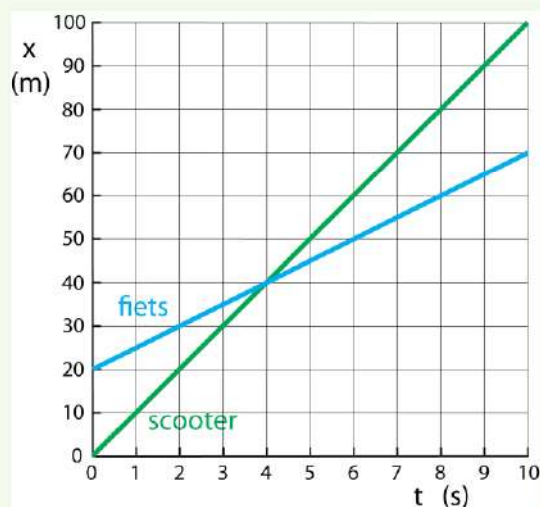
VOORBEELD scooter en fiets aflezen uit een (x, t)-diagram

Een scooter en een fiets rijden in dezelfde richting. Op $t=0$ bevindt de fiets zich 20 m voor de scooter. De (x, t)-grafieken van de scooter en de fiets zie je in figuur 6.

Uit het diagram gaan we drie dingen **bepalen**:

- de snelheid van de scooter
- de snelheid van de fiets
- het tijdstip waarop de scooter de fiets passeert
- het tijdstip waarom de scooter 10 meter voorbij de fiets is
- de afstand die de scooter aflegt om 10 m voorbij de fiets te komen

Figuur 6 (x, t)-diagram van de scooter en de fiets.



Bepaal de snelheid van de scooter.

- aflezen: $\Delta x = 100 \text{ m}$ | $\Delta t = 10 \text{ s}$ $\rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{100}{10} = 10 \text{ m/s}$

Bepaal de snelheid van de fiets.

- aflezen: $\Delta x = 50 \text{ m}$ | $\Delta t = 10 \text{ s}$ $\rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{50}{10} = 5,0 \text{ m/s}$

Bepaal het tijdstip waarop de scooter de fiets passeert.

- als de grafieken elkaar snijden zijn de scooter en de fiets op hetzelfde tijdstip op dezelfde plaats en passeert de scooter de fiets
- aflezen: dit gebeurt op $t = 4,0 \text{ s}$ op 40 meter vanaf het nulpunt

Bepaal op welk tijdstip de scooter 10 meter voorbij de fiets is.

- aflezen: op $t = 6,0 \text{ s}$ is de afstand tussen de scooter en de fiets 10 meter

Bepaal de afstand die de scooter aflegt om 10 m voorbij de fiets te komen.

- aflezen: op $t = 6,0 \text{ s}$ heeft de scooter 60 m afgelegd

2.2 Berekenen van afstand, tijd en snelheid

Formule met afstand, tijd en snelheid

Een (x, t)-grafiek geeft aan hoe een beweging verloopt. Maar het is soms best lastig om precies af te lezen, en je kunt er makkelijk fouten bij maken. Daarom is het slimmer om te gaan rekenen. Zo krijg je een nauwkeuriger antwoord. Voor de gemiddelde snelheid geldt: $v_{\text{gem}} = \Delta x / \Delta t$ en hieruit gaan we een formule maken die handig werkt.

De verandering van de plaats Δx is hetzelfde als de afstand die je aflegt. Daarvoor gebruiken we de letter **s** (die komt van het Engelse woord space = ruimte). En de verandering van de tijd Δt noemen we gewoon tijd **t**. Je krijgt dan:

$$v_{\text{gem}} = \frac{s}{t} \quad \Leftrightarrow \quad s = v_{\text{gem}} \cdot t$$

- **s** is de afstand in meter (m)
- **t** is de tijd in seconde (s)
- v_{gem} is de gemiddelde snelheid in meter per seconde (m/s)

Zoals je ziet kun je dezelfde formule op verschillende manieren schrijven. Bij de tweede manier $s = v_{\text{gem}} \cdot t$ zijn de berekeningen het makkelijkst en daarom gebruik ik die het liefst.

VOORBEELD

Je rent met een snelheid van 3,0 m/s gedurende 600 s.

Bereken de afstand.

$$\bullet \quad s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 3 \cdot 600 \rightarrow s = 1800 \text{ m}$$

Je fietst 2000 m en doet daar 500 s over.

Bereken de gemiddelde snelheid.

$$\bullet \quad s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 2000 = v_{\text{gem}} \cdot 500 \rightarrow v_{\text{gem}} = 2000/500 = 4,0 \text{ m/s}$$

Een boot vaart 6000 m met een snelheid van 5,0 m/s.

Bereken de tijd.

$$\bullet \quad s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 6000 = 5 \cdot t \rightarrow t = 6000/5 = 1200 \text{ s}$$

Snelheid in meter per seconde of in kilometer per uur

Snelheid kun je op verschillende manieren opschrijven:

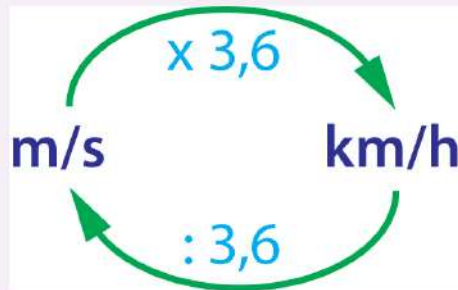
- **m/s** betekent: meter per seconde → hoeveel meter je aflegt in één seconde
- **km/h** betekent: kilometer per uur → hoeveel kilometer je aflegt in één uur

In het dagelijks leven gebruik je meestal **km/h**, zoals bij auto's of fietsen. Maar bij rekenen gebruik je vaak **m/s**, omdat dat makkelijker werkt in sommen.

Stel je gaat 1 meter per seconde. Hoe snel is dat in kilometer per uur? 1 uur = 60 minuten en 1 minuut = 60 seconden. Dus 1 uur = $60 \cdot 60 = 3600$ seconden. Als je 1 meter per seconde rijdt, dan ga je in één uur $1 \cdot 3600 = 3600$ meter = 3,6 km. Dus **1 m/s = 3,6 km/h**.

Als je m/s moet omrekenen naar km/h, vermenigvuldig je met 3,6.

Als je km/h moet omrekenen naar m/s, deel je door 3,6.



Tijd in seconde of in uur

Als je snelheid wilt uitrekenen moet je kiezen uit: 1) meter per seconde of 2) kilometer per uur. Je mag geen minuten gebruiken in de berekening want anders werkt de formule niet. Dus als je tijd in minuten krijgt moet je die eerst omrekenen. 1 minuut = 60 seconden en 1 uur = 60 minuten.

Gebruik je snelheid in m/s → zet minuten om naar seconden.

Gebruik je snelheid in km/h → zet minuten om naar uren.



VOORBEELD

Een boottocht duurt 80 minuten.

Hoeveel seconden is dit?

- één minuut is 60 seconden → 80 minuten is $80 \cdot 60 = 4800$ seconden

Hoeveel uren is dit?

- één uur is 60 minuten → 80 minuten is $80 / 60 = 1,333$ uur

Op het station moet je 12 minuten wachten.

Hoeveel seconden is dit?

- één minuut is 60 seconden → 12 minuten is $12 \cdot 60 = 720$ seconden

Hoeveel uren is dit?

- één uur is 60 minuten → 12 minuten is $12 / 60 = 0,20$ uur

VOORBEELD Eurostar

De Eurostar rijdt in 3 uur en 18 minuten de afstand van 429 km van Amsterdam naar Parijs.



Bereken de gemiddelde snelheid in km/h en in m/s.

- omrekenen $18 \text{ min} = \frac{18}{60} = 0,30 \text{ h}$
- $s = 429 \text{ km} \mid t = 3,3 \text{ h} \mid v_{\text{gem}} = \dots \text{ km/h}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 429 = v_{\text{gem}} \cdot 3,3 \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{429}{3,3} = 130 \text{ km/h}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{130}{3,6} = 36,1 \text{ m/s}$ snelheid in km/h delen door 3,6

De trein vertrekt om 9:50 uur uit Amsterdam.

Hoe laat komt de trein aan in Parijs?

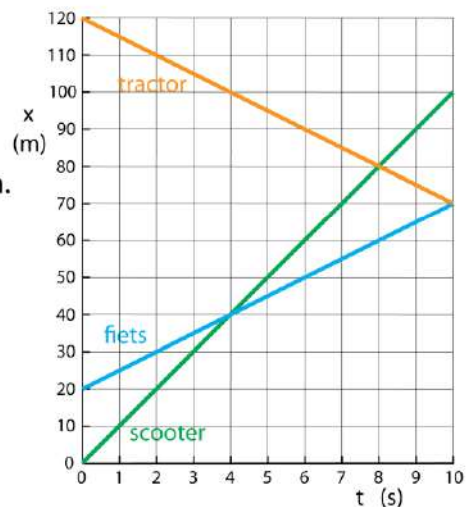
- 9:50 uur = 9 uur + 50 min
- (9 uur + 50 min) + (3 uur + 18 min) = 12 uur + 68 min = 13 uur + 8 min
- de trein komt om 13:08 uur aan in Parijs

Twee bewegende voorwerpen

Soms heb je twee voorwerpen en wil je bijvoorbeeld weten wanneer het ene voorwerp het andere inhaalt. Om dit te berekenen moet je het slim aanpakken. Laten we eens kijken naar het eerdere voorbeeld met de scooter en de fiets. In figuur 7 zie je de (x, t)-grafieken. Je ziet ook de (x, t)-grafiek van een tractor waar ik het later over ga hebben.

Om te bedenken wanneer de fiets door de scooter wordt ingehaald redeneer je als volgt:

- de fiets heeft een snelheid van 5 m/s
- de scooter heeft een snelheid van 10 m/s
- in het begin heeft de fiets een voorsprong van 20 m
- iedere seconde komt de scooter $10 - 5 = 5$ m dichterbij
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 20 = (10 - 5) \cdot t \rightarrow t = 20 / 5 = 4 \text{ s}$



Figuur 7

In figuur 7 zie je ook de (x, t)-grafiek van een tractor. Die grafiek gaat schuin naar beneden en dat komt omdat de tractor de andere kant uit rijdt. Op een bepaald moment komen de scooter en de tractor elkaar tegen. In figuur 7 zie je dat dit na 8 seconden gebeurt. Maar dit kun je ook zelf bedenken:

- de scooter heeft een snelheid van 10 m/s
- de tractor heeft een snelheid van 5 m/s en rijdt de scooter tegemoet
- in het begin is de afstand tussen de tractor en de scooter 120 m
- iedere seconde komt de tractor $10 + 5 = 15$ m dichterbij de scooter
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 120 = 15 \cdot t \rightarrow t = 120 / 15 = 8$ s

Zonder dat je het door hebt heb je iets belangrijks gedaan. Bij het inhalen heb je de snelheid van de scooter en de fiets van elkaar afgetrokken en bij het tegenkomen heb je de snelheden opgeteld. En dat mag! Je gebruikt in je redenering dat snelheid relatief is. Snelheid is een relatie tussen twee voorwerpen. Daar gaan we nu beter naar kijken.

Relatieve snelheid

Snelheid is niet een eigenschap van een voorwerp maar is een relatie tussen twee voorwerpen. Ten opzichte van een waarnemer op het aardoppervlak heeft de tractor een snelheid van -5 m/s en de scooter een snelheid van 10 m/s. Maar kijk je vanaf de scooter dan zie je dat de tractor een snelheid heeft van 15 m/s. Hij komt immers iedere seconde 15 meter dichterbij. Zoals je ziet kun je niet spreken van "de snelheid" van een voorwerp. Altijd moet je erbij zeggen vanuit wie je het bekijkt.

Snelheid is een relatie tussen twee voorwerpen. Waarnemers die ten opzichte van elkaar bewegen zien hetzelfde voorwerp met een andere snelheid.

– snelheden optellen –

Stel je zit in een trein die met 30 km/h langs het perron rijdt. Zie figuur 8. Je zit in de trein en ziet de conducteur naar voren lopen met 5 km/h. Je zus staat op het perron en kijkt ook naar de conducteur en concludeert dat de conducteur met 35 km/h beweegt. De trein rijdt immers met 30 km/h en de conducteur loopt met 5 km/h in de trein. Volgens je zus heeft de conducteur een snelheid van $30 + 5 = 35$ km/h. Loopt de conducteur naar achteren met 5 km/h dan is zijn snelheid volgens je zus $30 - 5 = 25$ km/h. Zoals je ziet kun je snelheden bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken.

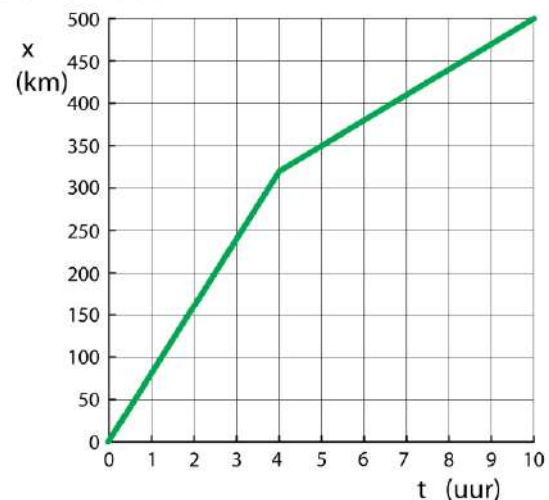
Figuur 8 Relatieve snelheid.



Het klinkt allemaal erg logisch en dat is het ook. Maar wat als je in de trein een lichtstraal naar voren laat schijnen. Jij ziet dat het licht naar voren gaat met de lichtsnelheid en dan moet je zus dus het licht zien bewegen met de lichtsnelheid plus de snelheid van de trein. Maar dat is niet zo. Net als jij ziet ook je zus het licht met de lichtsnelheid. Dit is heel raar en er moet een theorie zijn die hier rekening mee houdt. Dat is de relativiteitstheorie van de beroemde natuurkundige Albert Einstein.

Samengestelde beweging met constante snelheden

Een samengestelde beweging bestaat uit twee of meer opeenvolgende bewegingen. Bij het maken van berekeningen moet je de tijd en de afstand verdelen en voor ieder deel een aparte berekening maken. Daarna tel je de resultaten bij elkaar op. In het eenvoudigste geval is een beweging samengesteld uit twee constante snelheden die elkaar opvolgen. In figuur 9 zie je de (x, t)-grafiek van een samengestelde beweging met constante snelheden. De eerste 4,0 uur rijd je met 80 km/h en daarna 6,0 uur met 30 km/h.



Figuur 9

Omdat je 500 km in 10 uur aflegt is je gemiddelde snelheid $v_{\text{gem}} = 500 / 10 = 50$ km/h. En dat is dus NIET het gemiddelde van 80 en 30 want dan kom je op 55 km/h. Let dus goed op dat je bij de berekening van de gemiddelde snelheid van een samengestelde beweging de totale afstand deelt door de totale tijd.

VOORBEELD naar school fietsen

Je woont 9,0 km van school. Om 7:30 uur vertrek je en je wil om 8:15 uur aankomen. De eerste 30 minuten rijd je met 10 km/h. Dan merk je dat je te langzaam fietst om op tijd te komen. Je moet dus harder gaan fietsen.

Bereken hoe hard je moet gaan fietsen om niet te laat te komen.

- DEEL 1 $s_1 = v_{\text{gem1}} \cdot t_1 \rightarrow s_1 = 10 \cdot 0,5 = 5,0$ km afstand van deel 1
- DEEL 2 $s_{\text{tot}} = s_1 + s_2 \rightarrow 9 = 5 + s_2 \rightarrow s_2 = 4,0$ km afstand van deel 2
- DEEL 2 $t_{\text{tot}} = t_1 + t_2 \rightarrow 0,75 = 0,50 + t_2 \rightarrow t_2 = 0,25$ h tijd voor deel 2
- DEEL 2 $4 = v_{\text{gem2}} \cdot 0,25 \rightarrow v_{\text{gem2}} = 4 / 0,25 = 16$ km/h

Waarnemen van beweging

Om een beweging waar te nemen zijn er verschillende methoden. Als iets langzaam beweegt kun je gewoon met stopwatch en liniaal werken, maar bij een snelle beweging lukt dit niet en moet je iets anders verzinnen. Hieronder een paar mogelijkheden.

– filmen –

Bij het filmen wordt 30 keer per seconde een foto gemaakt. Film je een bewegend voorwerp dan leg je 30 keer per seconde de tijd en de plaats vast. Om uit de beelden de afstand te bepalen kun je een liniaal op de achtergrond mee filmen. Je kunt ook het voorwerp opmeten, zodat je weet hoe groot het is. Is het beeldje op de film bijvoorbeeld 100 keer

verkleind dan weet je dat je alles met 100 moet vermenigvuldigen om de werkelijke afstanden te vinden. Beweegt iets heel snel dan kun je een slow-motion filmpje maken met bijvoorbeeld 240 of 1200 beeldjes per seconde. Tegenwoordig zijn er hogesnelheids-camera's die tot meer dan een miljoen beelden per seconde maken.



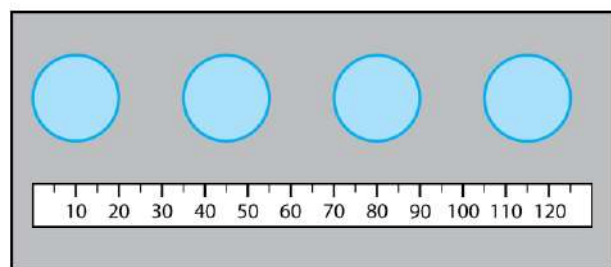
Figuur 10 Film van een sprintende cheeta (jachtluipaard).

– stroboscopische foto –

Bij een stroboscopische foto maak je de kamer donker en neem je één foto. De sluiters van je fotocamera zet je bijvoorbeeld één seconde open. In die seconde geef je lichtflitsen in een vast ritme. Je kunt bijvoorbeeld 4 flitsen per seconde geven. Op de foto zie je nu 4 keer het voorwerp, steeds een beetje verschoven. Als je weet hoe groot het voorwerp is kun je de verandering van de plaats bepalen. Je kunt ook een liniaal op de voorgrond leggen.

Stoboscopische foto:

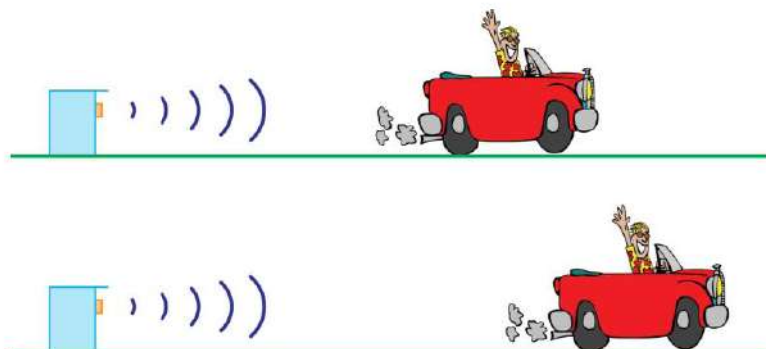
- maak de kamer donker
- zet de sluiters van je fotocamera open
- geef lichtflitsen in een vast ritme



Figuur 11 Stroboscopische foto van een bewegende bal.

– echo met geluid of met licht –

Bij een echo gebruik je een luidspreker die korte geluidspulsen uitzendt. Het geluid kaatst tegen het bewegende voorwerp en komt terug in een microfoon. Je meet hoelang de puls erover doet om heen en weer te gaan. Hieruit bereken je de afstand. Na een tijdje geef je een nieuwe geluidspuls en meet je opnieuw hoelang de puls erover doet. Als de afstand groter is geworden duurt het langer voordat je de echo hoort. Is het dichterbij gekomen dan hoor je de echo eerder. Als het voorwerp snel beweegt kun je in plaats van geluid ook radarpulsen geven, want radargolven bewegen een miljoen keer sneller dan geluid. Langs de snelweg wordt deze methode vaak gebruikt. Zie figuur 12.



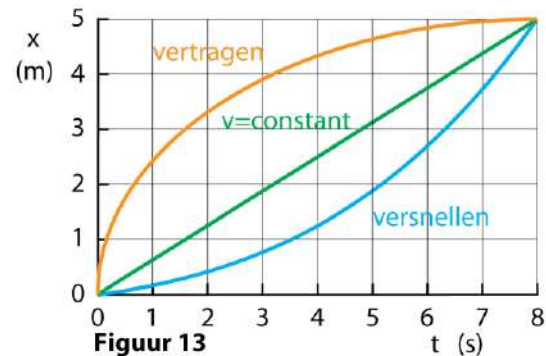
Figuur 12 Snelheid meten met een echo van radargolven.

2.3 Versnellen en vertragen

Versnellen en vertragen

Tot nu toe hebben we situaties bekeken waarbij de snelheid constant is, maar dat is lang niet altijd het geval. Als het stoplicht op groen springt vertrek je uit stilstand en wordt je snelheid steeds groter. En als je daarna afremt wordt je snelheid steeds kleiner.

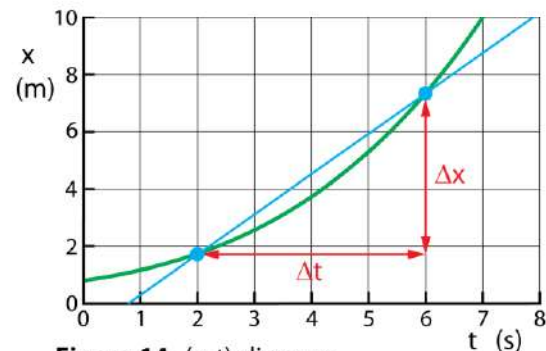
Bij een constante snelheid is de (x, t) -grafiek een rechte lijn. Bij een **versnelde beweging** wordt de afstand in één seconde steeds groter, waardoor de grafiek omhoog buigt. Bij een **vertraagde beweging** wordt de afstand in één seconde steeds kleiner, waardoor de grafiek omlaag buigt. Zie figuur 13.



Figuur 13

versnellen	→	de snelheid wordt groter
vertragen	→	de snelheid wordt kleiner

Om de gemiddelde snelheid tussen t_1 en t_2 te bepalen moet je de steilheid berekenen van de lijn die door de punten (t_1, x_1) en (t_2, x_2) gaat. Hierbij moet je Δx delen door Δt . Zie figuur 14. In dit geval is v_{gem} tussen $t = 2$ s en $t = 6$ s gelijk aan $v_{\text{gem}} = \frac{7,3 - 1,7}{6 - 2} = 1,4 \text{ m/s}$

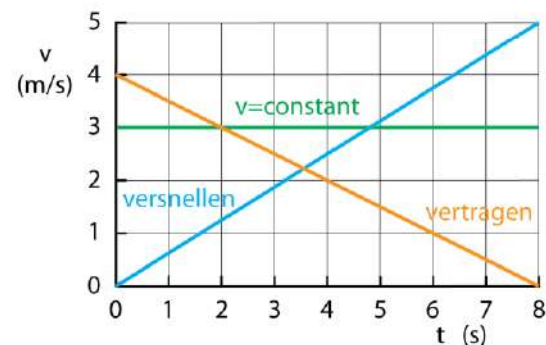


Figuur 14 (x, t) -diagram.

Het (v, t) -diagram

Als je de snelheid op ieder tijdstip weet kun je een diagram maken met de horizontale as de tijd en op de verticale as de snelheid. Zo'n diagram is een (snelheid, tijd)-diagram, een (v, t) -diagram.

Aan de (v, t) -grafiek kun je zien hoe de snelheid verandert. Is de snelheid constant dan is de (v, t) -grafiek een rechte lijn, evenwijdig aan de tijd-as. De (v, t) -grafiek van een versnelde beweging is een rechte lijn schuin omhoog. De (v, t) -grafiek van een vertraagde beweging is een rechte lijn schuin omlaag. Zie figuur 15.



Figuur 15 (v, t) -diagram.

Versnelling

De versnelling is de verandering van de snelheid gedeeld door de tijd.

$$a_{\text{gem}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- a_{gem} is de gemiddelde versnelling in meter per seconde kwadraat (m/s^2)
- v_1 is de snelheid op tijdstip t_1 in meter per seconde (m/s)
- v_2 is de snelheid op tijdstip t_2 in meter per seconde (m/s)
- Δv is de verandering van de snelheid in meter per seconde (m/s)
- Δt is de verandering van de tijd in seconde (s)

Δv gedeeld door Δt is de **steilheid** van de grafiek. Als in tijdsinterval Δt de verandering van de snelheid Δv groot is dan loopt de grafiek steil en is de versnelling groot.

De steilheid $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ van een (v, t) -grafiek is gelijk aan de versnelling.

De verandering van de tijd Δt noemen we gewoon tijd **t**. Je krijgt dan:

$$a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{t} \quad \leftrightarrow \quad \Delta v = a_{\text{gem}} \cdot t$$

- a_{gem} is de gemiddelde versnelling in meter per seconde kwadraat (m/s^2)
- Δv is de verandering van de snelheid in meter per seconde (m/s)
- **t** is de tijd in seconde (s)

Zoals je ziet kun je dezelfde formule op verschillende manieren schrijven. Bij de tweede manier $\Delta v = a_{\text{gem}} \cdot t$ zijn de berekeningen het makkelijkst en daarom gebruik ik die het liefst.

De versnelling geeft aan hoeveel de snelheid verandert per seconde. Als de versnelling constant is neemt de snelheid iedere seconde evenveel toe. De beweging is dan **eenparig versneld**, en je spreekt dan van een **eenparig versnelde beweging**. Bij een vertraging wordt je snelheid steeds kleiner. Een vertraging is een **negatieve versnelling**, want elke seconde gaat er iets van de snelheid af. Met de formule voor de versnelling kun je de eenheid van de versnelling afleiden.

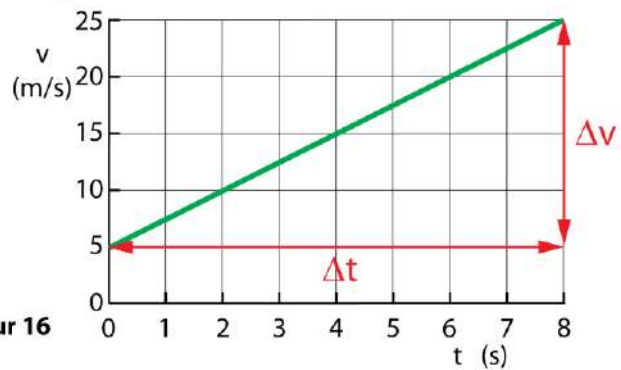
$$a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow [a_{\text{gem}}] = \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \text{m/s}^2$$

De eenheid van versnelling is meter per seconde kwadraat (m/s^2).

De versnelling bepalen uit een (v, t)-diagram

Als de versnelling niet verandert is de (v, t)-grafiek is een rechte lijn. De steilheid van deze lijn is de versnelling. Zie figuur 16.

$$a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a_{\text{gem}} = \frac{25-5}{8} = 2,5 \text{ m/s}^2$$



Figuur 16

VOORBEELD versnelling uit een (v, t)-diagram

In figuur 17 zie je het (v, t)-diagram van een lift.

Bepaal de versnelling tussen t = 0 s en t = 15 s.

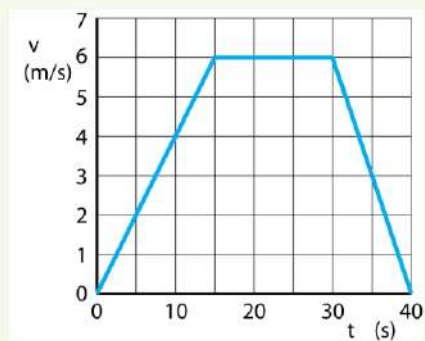
- $a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a_{\text{gem}} = \frac{6-0}{15} = 0,4 \text{ m/s}^2$

Bepaal de versnelling tussen t = 15 s en t = 30 s.

- $a_{\text{gem}} = \frac{6-6}{15} = 0,0 \text{ m/s}^2$

Bepaal de versnelling tussen t = 30 s en t = 40 s.

- $a_{\text{gem}} = \frac{0-6}{10} = -0,6 \text{ m/s}^2$ a_{gem} is negatief, want de snelheid neemt af



Figuur 17

De gemiddelde snelheid bij een eenparig versnelde beweging

Als de versnelling constant is kun je de gemiddelde snelheid gemakkelijk uitrekenen. Op t_1 is de snelheid v_1 en op t_2 is de snelheid v_2 . Als de versnelling constant is, is de gemiddelde snelheid het gemiddelde van v_1 en v_2 .

$$v_{\text{gem}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

LET OP alleen gebruiken als de versnelling constant is.

Vaak is de snelheid aan het begin of aan het einde nul. In dat geval geldt:

$$v_{\text{begin}} = 0 \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} v_{\text{eind}}$$

$$v_{\text{eind}} = 0 \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} v_{\text{begin}}$$

VOORBEELD optrekkende motor

Een motor trekt op uit stilstand met een constante versnelling en heeft na 100 meter een snelheid van 40 m/s.

Na hoeveel tijd heeft de motor 100 meter afgelegd?

- $v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} \cdot 40 = 20 \text{ m/s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 100 = 20 \cdot t \rightarrow t = 5,0 \text{ s}$

Hoe groot is de versnelling van de motor?

- $\Delta v = a_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 40 = a_{\text{gem}} \cdot 5 \rightarrow a_{\text{gem}} = 8,0 \text{ m/s}^2$

VOORBEELD afstand nodig om tot stilstand te komen

Een auto rijdt met 30 m/s over de snelweg en moet remmen voor een stilstaande file. Zijn vertraging is 3,0 m/s².

Hoe groot is de gemiddelde snelheid van de auto tijdens het remmen?

- $v_{\text{gem}} = \frac{v_1 + v_2}{2} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{30 + 0}{2} = 15 \text{ m/s}$

Hoelang duurt het afremmen?

- $\Delta v = a_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 30 = 3,0 \cdot t \rightarrow t = 10 \text{ s}$

Hoeveel afstand legt de auto tijdens het remmen af?

- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 15 \cdot 10 = 150 \text{ m}$

2.4 De afstand bepalen uit een (v, t)-diagram

De afstand bepalen uit een (v, t)-diagram

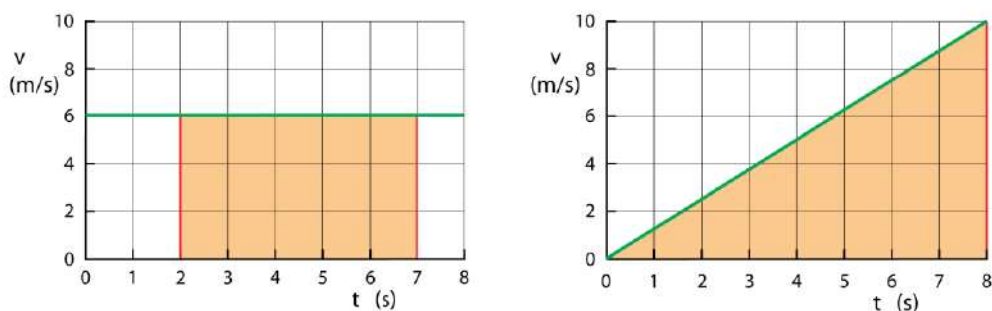
Uit een (v,t)-diagram kun je de afstand niet aflezen, want je weet alleen de snelheid. Toch is het mogelijk om uit een (v, t)-diagram de afstand te bepalen.

De afstand is gelijk aan de oppervlakte tussen de (v, t)-grafiek en de tijdas.

Bij een constante snelheid is de (v, t)-grafiek een horizontale rechte lijn. De oppervlakte tussen deze lijn en de tijdas is een rechthoek, waarvan je de oppervlakte kunt uitrekenen. In figuur 18 (links) is de snelheid 6,0 m/s en leg je tussen $t = 2,0$ s en $t = 7,0$ s een afstand af van $s = 6 \cdot (7-2) = 30$ meter.

Ook als de versnelling constant is kun je de oppervlakte tussen de (v, t)-grafiek en de tijdas uitrekenen. Dit oppervlak heeft de vorm van een driehoek. In figuur 18 (rechts) is de versnelling constant en leg je tussen $t = 0,0$ s en $t = 8,0$ s een afstand af van $\frac{1}{2} \cdot \text{hoogte} \cdot \text{basis}$ $s = \frac{1}{2} \cdot v_{\text{eind}} \cdot t_{\text{eind}} \rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 = 40$ meter.

Figuur 18



VOORBEELD afstand uit een (v, t)-diagram bepalen

In figuur 19 zie je het (v, t)-diagram van een lift.

Bepaal de afstand tussen $t = 0$ en $t = 3$ s.

- oppervlakte driehoek is $\frac{1}{2} \cdot \text{hoogte} \times \text{basis}$
- oppervlakte is $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3 = 15 \rightarrow$ de afstand is 15 meter

Bepaal de afstand tussen $t = 3$ en $t = 8$ s.

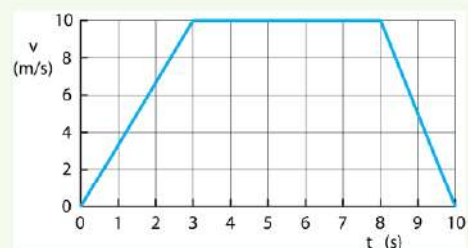
- oppervlakte rechthoek is $10 \cdot 5 = 50 \rightarrow$ de afstand is 50 meter

Bepaal de afstand tussen $t = 8$ en $t = 10$.

- oppervlakte driehoek is $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2 = 10 \rightarrow$ de afstand is 10 meter

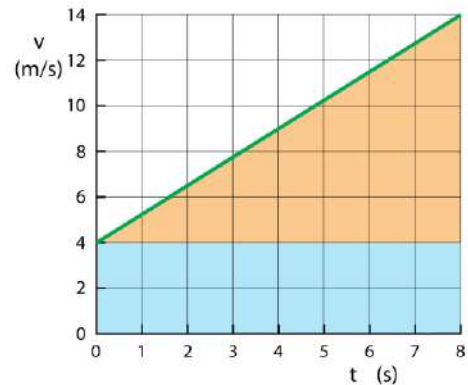
Bepaal de totale afstand die de lift heeft afgelegd.

- de afstand is $15 + 50 + 10 = 75$ m



Figuur 19

Bij een eenparig versnelde beweging is de snelheid aan het begin niet altijd nul. Stel je rijdt op een scooter en wil iemand inhalen. Dan heb je al een snelheid en ga je harder rijden. In figuur 20 zie je het (v, t) -diagram van zo'n beweging. Ook in dit geval is de oppervlakte onder de (v, t) -grafiek gelijk aan de afstand.



Figuur 20 Eenparig versnelde beweging met beginsnelheid.

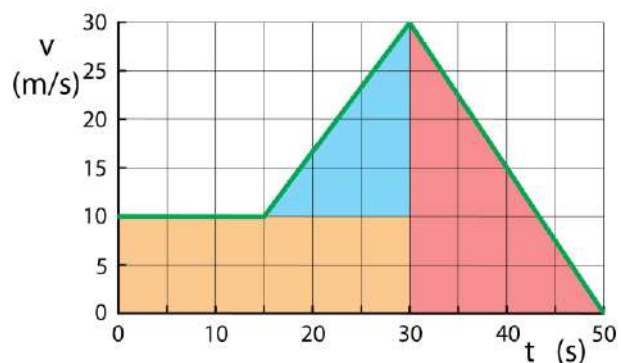
VOORBEELD afstand uit (v, t) -diagram met beginsnelheid

In figuur 20 zie je het (v, t) -diagram van een scooter. Op $t = 0$ s heeft de scooter een snelheid van $4,0$ m/s. Dan begint hij te versnellen. Na 8 seconden is zijn snelheid toegenomen tot 14 m/s.

Hoeveel afstand legt de scooter in deze 8 seconden af?

- oppervlakte rechthoek is $4 \cdot 8 = 32$
- oppervlakte driehoek is $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 = 40$
- de afstand is $32 + 40 = 72$ m

Als de oppervlakte onder de (v, t) -grafiek uit rechthoeken en driehoeken bestaat kun je de afstand uitrekenen. In figuur 21 zie je een voorbeeld. In dit geval is de oppervlakte en dus de afstand gelijk aan:
 $s = 10 \cdot 30 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 20$
 $s = 300 + 150 + 300 = 750$ m



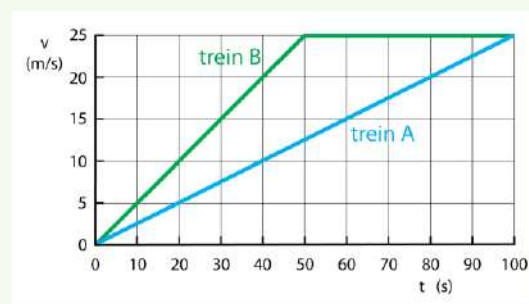
Figuur 21 Afstand uit een (v, t) -diagram.

VOORBEELD twee treinen

Figuur 22 is het (v, t) -diagram van twee treinen A en B.

Hoe groot is de versnelling van trein A en trein B in de eerste 50 s.

- versnelling trein A:
 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{12,5}{50} = 0,25 \text{ m/s}^2$
- versnelling trein B:
 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{25}{50} = 0,50 \text{ m/s}^2$



Figuur 22

Welke afstanden hebben trein A en trein B afgelegd op $t = 50$ s?

- afstand trein A: $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 50 = 250 \rightarrow s = 250 \text{ m}$
- afstand trein B: $\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 50 = 500 \rightarrow s = 500 \text{ m}$

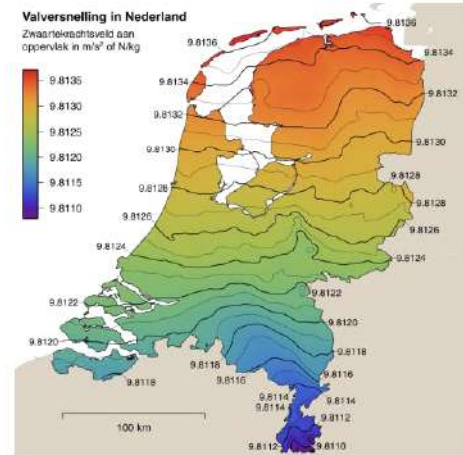
Bepaal de afstand tussen trein A en trein B op $t = 100$ s.

- afstand trein A: $\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 100 = 1250 \rightarrow s = 1250 \text{ m}$
- afstand trein B: $\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 50 + 25 \cdot 50 = 625 + 1250 \rightarrow s = 1875 \text{ m}$
- afstand tussen A en B: $1875 - 1250 = 625 \text{ m}$

2.5 Vallen

De valversnelling

Met het vallen van voorwerpen kom je al vroeg in aanraking. Als je leert lopen gaat dat met vallen en opstaan. Over vallen bestaat een groot misverstand, want veel mensen denken dat zware voorwerpen met een grotere snelheid vallen dan lichte, maar dat is helemaal niet zo. Als we de luchtweerstand buiten beschouwing laten vallen alle voorwerpen met dezelfde versnelling. Op aarde is deze valversnelling $9,81 \text{ m/s}^2$. Omdat de aarde niet perfect bolvormig is zijn er kleine verschillen. Aan de evenaar is de valversnelling $9,78 \text{ m/s}^2$ en aan de polen $9,83 \text{ m/s}^2$.



Figuur 23 De valversnelling in Nederland.

Voorwerpen vallen op aarde met een versnelling van $9,81 \text{ m/s}^2$.

Het symbool voor versnelling is a van "acceleration" (Engels) maar voor de valversnelling maken we een uitzondering en gebruiken we de letter g van "gravitation". Je gaat $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ nog vaak tegenkomen en dan weet je onmiddellijk dat het over vallen op aarde gaat. Andere hemellichamen hebben een andere valversnelling dan die op aarde. Op de maan is de valversnelling $1,62 \text{ m/s}^2$ en op mars $3,74 \text{ m/s}^2$.

VOORBEELD de diepte van een put meten

Om de diepte van een put te bepalen laat je een steentje vallen. Na $1,63 \text{ s}$ hoor je de klap op de bodem. De tijd die het geluid erover doet om van de bodem naar je oor te komen is verwaarloosbaar. Luchtweerstand wordt verwaarloosd.

Bereken de diepte van de put.

- $a = 9,81 \text{ m/s}^2 \quad | \quad t = 1,63 \text{ s} \quad | \quad s = \dots \text{ m}$
- $\Delta v = a \cdot t \rightarrow \Delta v = 9,81 \cdot 1,63 = 16 \text{ m/s}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} v_{\text{eind}} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8 \text{ m/s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 8 \cdot 1,63 = 13 \text{ m}$

Omhoog geworpen projectiel

Als je een voorwerp omhoog gooit vertraagt het met $-9,81 \text{ m/s}^2$. Het is niet toevallig dat de vertraging omhoog even groot is als de versnelling omlaag. De zwaartekracht is verantwoordelijk voor zowel de vertraging als de versnelling.

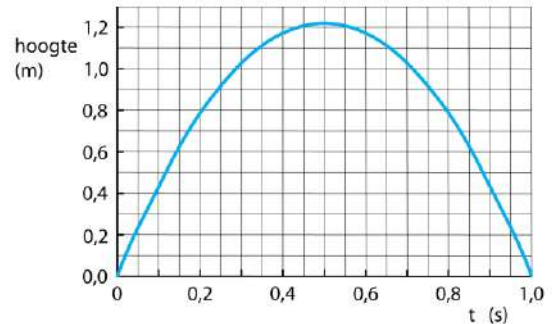
Bij een worp omhoog vertraagt ieder voorwerp met $g = -9,81 \text{ m/s}^2$.

De vertraging van $-9,81 \text{ m/s}^2$ begint onmiddellijk nadat het projectiel loskomt. Op het hoogste punt keert de richting om en is de snelheid nul. Daarna valt het met $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Op het hoogste punt keert de richting van de beweging om en is de snelheid nul.

Het (x, t) -diagram van een omhoog geworpen voorwerp is een parabool. Zie figuur 24. Het projectiel beweegt gedurende $0,50 \text{ s}$ omhoog met een vertraging van $-9,81 \text{ m/s}^2$. Daarna valt het in $0,50 \text{ s}$ omlaag met een versnelling van $9,81 \text{ m/s}^2$.

Figuur 24 (x, t) -diagram van een omhoog geworpen projectiel.



Als de luchtweerstand mag worden verwaarloosd geldt:

$$\begin{aligned} \text{tijd omhoog} &= \text{tijd omlaag} \\ \text{beginsnelheid omhoog} &= \text{eindsnelheid omlaag} \end{aligned}$$

VOORBEELD een omhoog geworpen appel

Je gooit een appel recht omhoog met een beginsnelheid van 14 m/s . De hoogte waarop de appel loskomt van je hand nemen we als nulpunt.

Hoe hoog komt de appel?

- $\Delta v = v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}} \rightarrow \Delta v = 0 - 14 = -14 \text{ m/s}$
- $\Delta v = a \cdot t \rightarrow -14 = -9,81 \cdot t \rightarrow t = 1,4271 \text{ s}$
- $v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{begin}} + v_{\text{eind}}}{2} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{14 + 0}{2} = 7 \text{ m/s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 7 \cdot 1,4271 = 10 \text{ m}$

Op welk tijdstip valt de appel op de grond?

- tijd omhoog is $1,4271 \text{ s}$ = tijd omlaag
- TOTAAL $t_{\text{omhoog}} + t_{\text{omlaag}} = 1,4271 + 1,4271 = 2,8542 \text{ s}$

Met welke snelheid valt de appel op de grond?

- beginsnelheid omhoog = eindsnelheid omlaag
- eindsnelheid omlaag is -14 m/s minteken vanwege de andere richting

2.6 Samenvatting

Grootheden en eenheden

- x is de plaats in meter (m)
- Δx is de verandering van de plaats $x_{\text{nieuw}} - x_{\text{oud}}$ in meter (m)
- s is de afstand in meter (m) gelijk aan Δx
- t is de tijd in seconde (s) of in uur, h
- Δt is de verandering van de tijd $t_{\text{nieuw}} - t_{\text{oud}}$ in seconde (s) of in uur, h
- v_{gem} is de gemiddelde snelheid in meter per seconde (m/s) of in km/h
- Δv is de verandering van de snelheid $v_{\text{nieuw}} - v_{\text{oud}}$ (m/s)
- a is de versnelling in meter per seconde kwadraat (m/s²)
- g is de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m/s²)

Weten

- een kilometer (km) is 1000 meter (m)
- $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$
- een uur heeft 60 minuten | een minuut heeft 60 seconden
- versnellen $\rightarrow$ de snelheid wordt groter
vertragen $\rightarrow$ de snelheid wordt kleiner
- v_{gem} is de gemiddelde snelheid | a_{gem} is de gemiddelde versnelling
- bij een eenparig versnelde beweging is de versnelling constant
- versnellen $\rightarrow$ a is positief a is in de richting van de beweging
vertragen $\rightarrow$ a is negatief a is tegen de richting van de beweging
- de eenheid van versnelling is meter per seconde kwadraat (m/s²)
- de afstand is gelijk aan de oppervlakte tussen de (v, t)-grafiek en de tijdas
- de valversnelling op aarde is $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Formules

$$v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta x = v_{\text{gem}} \cdot \Delta t \rightarrow s = v_{\text{gem}} \cdot t \quad \text{color: blue; } s = \Delta x \text{ en } t = \Delta t$$

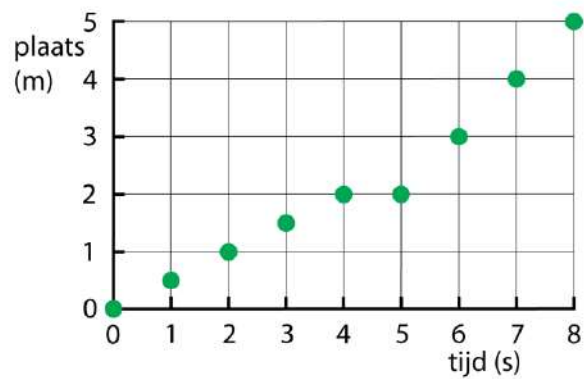
$$a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta v = a_{\text{gem}} \cdot t \quad \text{color: blue; } t = \Delta t$$

$$v_{\text{gem}} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \text{color: blue; alleen bij een eenparig versnelde beweging } \rightarrow a = \text{constant}$$

Figuren

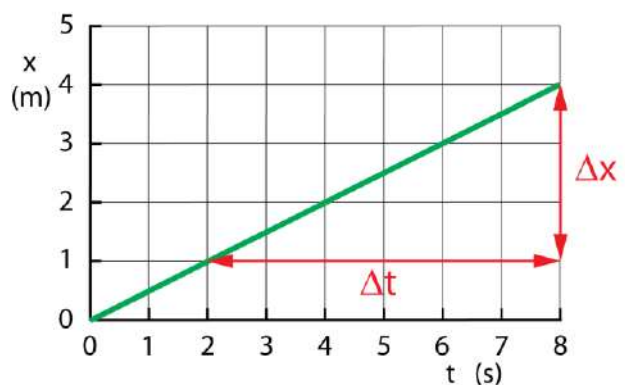
Tijd (s)	Plaats (m)
0,0	0,0
1,0	0,5
2,0	1,0
3,0	1,5
4,0	2,0
5,0	2,0
6,0	3,0
7,0	4,0
8,0	5,0

Een (plaats, tijd)-tabel.

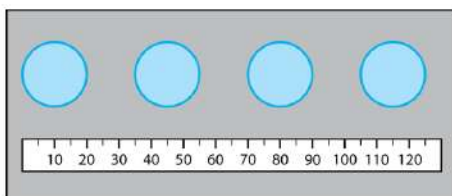


Een (plaats, tijd)-diagram.

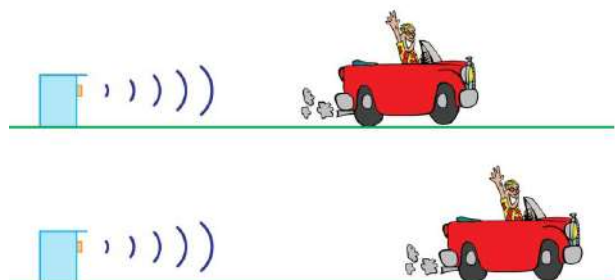
Als de snelheid constant is, is de grafiek een rechte lijn. De (gemiddelde) snelheid bepaal je door Δx en Δt af te lezen en dan $v_{\text{gem}} = \Delta x / \Delta t$ uit te rekenen.

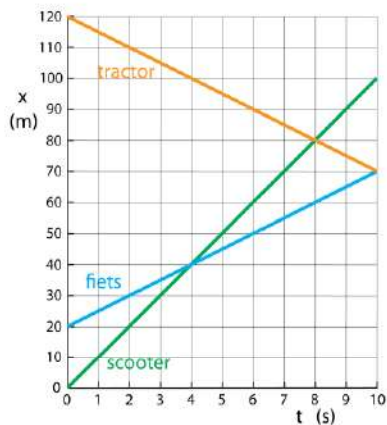


Je mag nooit minuten invullen in een formule. Voor een snelheid in meter per seconde vul je de tijd in seconden in. Voor een snelheid in kilometer per uur vul je de tijd in uren in.

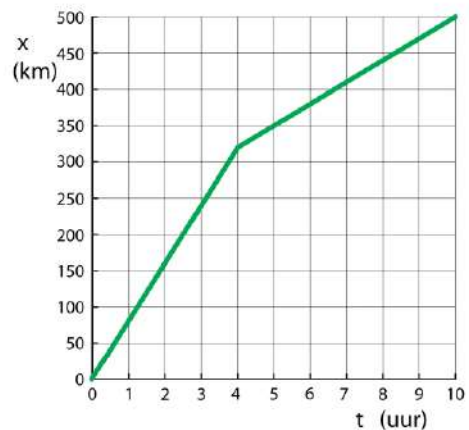


Beweging kun je meten door een filmpje te maken, met een stroboscopische foto of door een echo met geluid of licht.

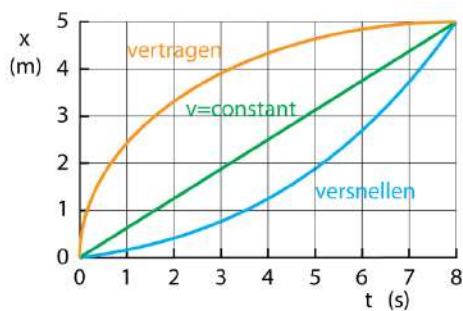




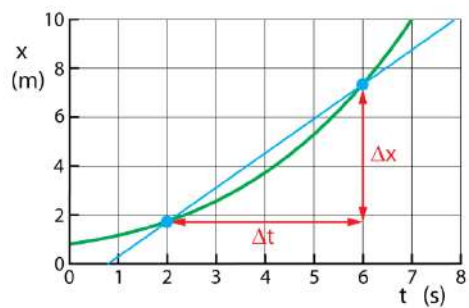
Je kunt de beweging van meerdere voorwerpen in één diagram tekenen.



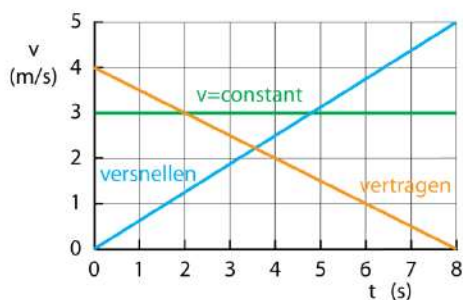
Als de snelheid verandert zie je dat de steilheid van de grafiek verandert.



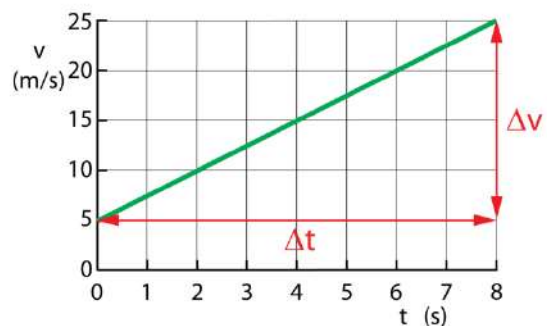
Bij een versnelling en een vertraging is de (x, t) -grafiek een kromme lijn.



De gemiddelde snelheid tussen twee tijdstippen bepaal je door de verandering van de plaats Δx en de verandering van de tijd Δt af te lezen en dan $v_{\text{gem}} = \Delta x / \Delta t$ uit te rekenen.



Bij een (v, t) -diagram staat de tijd op de horizontale as en de snelheid op de verticale as.



Als de versnelling constant is, is de (v, t) -grafiek een rechte lijn. De (gemiddelde) versnelling bepaal je door Δv en Δt af te lezen en dan $a_{\text{gem}} = \Delta v / \Delta t$ uit te rekenen.

Bij een (v, t) -diagram bepaal je de afstand door de oppervlakte tussen de grafiek en de tijd-as uit te rekenen.

