

# 18 Modelleren

vwo

## 18.2 Rechthijnige beweging

- 1\* a Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

model		startwaarden in SI eenheden
1	$dx = v \cdot dt$	$v = 5$
2	$x = x + dx$	$x = 0$
3	$t = t + dt$	$t = 0$
		$dt = 0,1$

- b Vul op regel 4 de stopvoorwaarde in.

- 4 Als  $x > 85000$  Dan Stop EindAls

- c Wat moet je aan het model veranderen om dit te bereiken?

- je moet de tijdstap  $dt$  kleiner maken (bijvoorbeeld  $0,01$  s)

- d Leg uit op Peter gelijk heeft.

- Peter heeft geen gelijk, want in de berekening wordt geen rekening gehouden met het aantal significante cijfers

- 2\* a Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

model		startwaarden in SI eenheden
1	Als $t > 3$ Dan $a = 0$ EindAls	$a = 2$
2	$dv = a \cdot dt$	$v = 0$
3	$v = v + dv$	$x = 0$
4	$dx = v \cdot dt$	$t = 0$
5	$x = x + dx$	$dt = 0,01$
6	$t = t + dt$	
7		

- b Vul op regel 7 de stopvoorwaarde in.

- Als  $x > 30$  Dan Stop EindAls

3\*\* a Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

model		startwaarden in SI eenheden
1	Als $t < 2$ Dan $a = a1$ EindAls	$a1 = 3$
2	Als $t > 2$ En $t < 12$ Dan $a = 0$ EindAls	$a2 = -1,5$
3	Als $t > 12$ Dan $a = a2$ EindAls	$v = 0$
4	$dv = a \cdot dt$	$x = 0$
5	$v = v + dv$	$t = 0$
6	$dx = v \cdot dt$	$dt = 0,01$
7	$x = x + dx$	
8	$t = t + dt$	
9	Als $v < 0$ Dan Stop EindAls	

4\*\*\* a Leg uit waarom de luchtweerstand toeneemt als de kat zijn poten spreidt.

- het frontale oppervlakte wordt groter
- de luchtweerstandcoëfficiënt wordt groter

b Leg uit waarom de kat na een tijdje een constante snelheid krijgt.

- de luchtweerstand neemt toe als de snelheid groter wordt
- de zwaartekracht blijft gelijk
- bij een bepaalde snelheid geldt  $F_w = F_z \rightarrow \Sigma F = 0$  en vanaf dan blijft de snelheid constant

c Bereken de constante snelheid die de kat krijgt.

- $\Sigma F = 0 \rightarrow F_z = F_w$
- $m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$
- opzoeken  $c_w = 1,05$  |  $\rho = 1,293 \text{ kg/m}^3$
- $4,2 \cdot 9,81 = \frac{1}{2} \cdot 1,05 \cdot 1,293 \cdot (0,3 \cdot 0,4) \cdot v^2 \rightarrow v = 22,49 = 22 \text{ m/s}$

d Vanaf welke hoogte valt de kat?

- aflezen bij startwaarden:  $x_{\text{begin}} = 20 \text{ m}$

e Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

model		startwaarden in SI eenheden
1	$F_w = 0,5 \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$	$c_w = 1,05$
2	$F_{\text{res}} = m \cdot g + F_w$	$\rho = 1,293$
3	$a = F_{\text{res}} / m$	$A = 0,12$
4	$dv = a \cdot dt$	$m = 4,2$
5	$v = v + dv$	$g = -9,81$
6	$dx = v \cdot dt$	$v = 0$
7	$x = x + dx$	$x = 20$
8	$t = t + dt$	$t = 0$
9	Als $x < 0$ Dan Stop EindAls	$dt = 0,01$

f Voeg aan het model een startwaarde en een modelregel toe om deze warmte te berekenen.

- startwaarde  $W = 0$
- modelregel  $W = W + F_w \cdot dx$

g Voeg aan het model een startwaarde en een modelregel toe om de warmte op deze manier te berekenen.

- startwaarde  $W = 0$
  - modelregel  $W = W + 0,5 \cdot m \cdot (v^2 - (v - dv)^2) - m \cdot g \cdot dx$
- MERK OP  $g$  en  $dx$  zijn negatief

5\*\*\*

a Bereken hoe lang het duurt voordat de vrachtauto stilstaat.

- $\Sigma F = 1,1 \cdot 10^4 + 1,0 \cdot 10^3 = 1,2 \cdot 10^4 \text{ N} \quad | \quad m = 20 \cdot 10^3 \text{ kg} \quad | \quad a = \dots \text{ m/s}^2$
- $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow 1,2 \cdot 10^4 = 2,0 \cdot 10^4 \cdot a \rightarrow a = 0,60 \text{ m/s}^2$
- $\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow \frac{90}{3,6} = 0,6 \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = 41,6667 = 42 \text{ s}$

b Bereken hoeveel meter de vrachtauto tijdens het remmen aflegt.

- $v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{begin}} - v_{\text{eind}}}{2} \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{25 - 0}{2} = 12,5 \text{ m/s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 12,5 \cdot 41,6667 = 520,83 = 5,2 \cdot 10^2 \text{ m}$

c Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

	model	startwaarden in SI eenheden
1	$F_w = 0,5 \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$	$c_w = 0,82$
1	$F_{\text{res}} = -F_{\text{rem}} - F_{\text{rol}} - F_w$	$\rho = 1,293$
2	$a = F_{\text{res}} / m$	$A = 6$
3	$dv = a \cdot dt$	$m = 20000$
4	$v = v + dv$	$F_{\text{rem}} = 11000$
5	$dx = v \cdot dt$	$F_{\text{rol}} = 1000$
6	$x = x + dx$	$v = 25$
7	$t = t + dt$	$x = 0$
8	Als $v < 0$ Dan Stop EindAls	$t = 0$
		$dt = 0,01$

6\*\*\*

a Bepaal hoeveel procent van zijn energie de bal bij iedere stuit verliest. Vergelijk daartoe de beginhoogte met de hoogte na 1, 2 en 3 stuiten.

- $h_0 = 2,0 \quad | \quad h_1 = 1,25 \quad | \quad h_2 = 0,80 \quad | \quad h_3 = 0,50$

- $\frac{h_1}{h_0} = \frac{1,25}{2} = 0,625$  |  $\frac{h_2}{h_1} = \frac{0,8}{1,25} = 0,64$  |  $\frac{h_3}{h_2} = \frac{0,5}{0,8} = 0,625$

- de bal verliest factor  $1 - 0,625 = 0,375$  in hoogte
- energieverlies per stuit is 37,5%

**b** Leg dit uit.

- als de bal op de grond komt keert de richting van de snelheid om
- geen energieverlies → de snelheid ná de stuit is gelijk aan de snelheid vóór de stuit

**c** Leg uit waarom er geen waarde voor de massa nodig is.

- de valversnelling is onafhankelijk van de massa
- op ieder tijdstip is de snelheid onafhankelijk van de massa

**d** Welke startwaarde moet er worden toegevoegd?

- de stuiterfactor  $f$  moet worden toegevoegd aan het model

**e** Pas modelregel 1 aan om het energieverlies bij een stuit in rekening te brengen.

- Als  $x < 0$  Dan  $v = (f \cdot v^2)^{0,5}$  EindAls

**7\*\*\***

**a** Bepaal met behulp van figuur 3 de snelheid op  $t_1$ .

- teken een lange raaklijn op  $t_1$
- $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow v = \frac{1,4}{(0,54 - 0,25)} = 4,8276 = 4,8 \text{ m/s}$  (marge 0,3 m/s)

**b** Bereken met welke versnelling de sprinkhaan omhoog wordt geduwd vóór de pootjes van de grond loskomen.

- $v_{\text{gem}} = \frac{4,8276}{2} = 2,4138 \text{ m/s}$  |  $s = 0,04 \text{ m}$  |  $t = \dots \text{ s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 0,04 = 2,4138 \cdot t \rightarrow t = 1,65714 \cdot 10^{-2} \text{ s}$
- $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{4,8276}{1,65714 \cdot 10^{-2}} = 291,32 = 2,9 \cdot 10^2 \text{ m/s}^2$

**c** Bereken de gemiddelde versnelling van de sprinkhaan bij zijn val en leg op basis hiervan uit of de sprinkhaan bij zijn val een meetbare luchtweerstand ondervindt.

- aflezen vanaf het hoogste punt →  $x = 1,22 \text{ m}$  |  $t = 0,50 \text{ s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 1,22 = v_{\text{gem}} \cdot 0,5 \rightarrow v_{\text{gem}} = 2,44 \text{ m/s}$
- $v_{\text{eind}} = 2 \cdot v_{\text{gem}} \rightarrow v_{\text{eind}} = 4,88 \text{ m/s}$
- $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{4,88}{0,5} = 9,76 \text{ m/s}^2$
- klein verschil met  $9,81 \text{ m/s}^2$  → geen luchtweerstand

d Bepaal met behulp van figuur 3 de waarde van C als je er vanuit gaat dat er geen energieverliezen zijn.

- $u = 0,040 \text{ m}$  |  $m = 0,0062 \text{ g}$  |  $h = 1,22 \text{ m}$  |  $C = \dots \text{ N/m}$
- BEGIN veerenergie  $E_{\text{veer}} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$  EIND zwaarte-energie  $E_z = m \cdot g \cdot h$
- behoud van energie  $\rightarrow \frac{1}{2} C \cdot u^2 = m \cdot g \cdot h$
- $\frac{1}{2} C \cdot 0,04^2 = 0,0062 \cdot 9,81 \cdot 1,22 \rightarrow C = 92,75 = 93 \text{ N/m}$

e Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

model		startwaarden in SI eenheden
1	Als $x < 0,04$ Dan $F_{\text{res}} = m \cdot g + C \cdot (0,04 - x)$ Anders $F_{\text{res}} = m \cdot g$ EindAls	$m = 0,0062$
2	$a = F_{\text{res}} / m$	$C = 93$
3	$dv = a \cdot dt$	$g = -9,81$
4	$v = v + dv$	$v = 0$
5	$dx = v \cdot dt$	$x = 0$
6	$x = x + dx$	$dt = 0,01$
7	$h = x - 0,04$	
8	$t = t + dt$	
9	Als $h < 0$ Dan Stop EindAls	

8\*\*\*\*

- a Leg uit wat de functie is van de eerste modelregel.
- in de eerste modelregel wordt de massa van het kruit berekend
- b Waarom staat in de eerste modelregel  $dm \cdot dt$  en welke waarde heeft dit?
- $dm \cdot dt$  is de hoeveelheid kruit dat in één tijdstap verbrandt
  - $dm \cdot dt = 0,04 \cdot 0,01 = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$
- c Leg uit wat de functie is van de tweede modelregel.
- de tweede regel zorgt ervoor dat er alleen stuwkracht is als er nog kruit is
- d Leg uit waarom dit het geval is
- de wrijvingskracht is altijd tegengesteld gericht aan de snelheid
  - is de snelheid positief dan is de wrijvingskracht negatief en omgekeerd
- e Pas de tweede modelregel aan zodat niet de kracht maar het vermogen constant is tijdens de verbrandingsreactie.
- Als  $mk > 0$  Dan  $F_{\text{stuw}} = P/v$  Anders  $F_{\text{stuw}} = 0$  EindAls
- f Leg uit welke startwaarde je moet toevoegen en welke je moet aanpassen.
- toevoegen de startwaarde van P
  - de startwaarde voor v is 0 en bij de berekening  $F_{\text{stuw}} = P/v$  deel je dus door 0 en hierdoor loopt het programma vast
  - verander de startwaarde van v door een klein getal, bijvoorbeeld  $v = 0,1$

9\*\*\*\*

a Bereken de lengte van deel 1.

- gebruik de stelling van Pythagoras met  $x = 80$  m en  $y = 80$  m
- lengte =  $\sqrt{80^2 + 80^2} = 113,137 = 1,1 \cdot 10^2$  m

b Bereken de snelheid van de skiër aan het einde van deel 1

- $\tan \alpha = \frac{1}{1} = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$
- $\Sigma F = F_{z_x} - F_w \rightarrow \Sigma F = 70 \cdot 9,81 \cdot \sin 45 - 100 = 3,9557 \cdot 10^2$  N
- $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow 3,8557 \cdot 10^2 = 70 \cdot a \rightarrow a = 5,50815 \text{ m/s}^2$
- $v_{\text{eind}} = a \cdot t \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} a \cdot t \rightarrow s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$
- $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow 113,137 = \frac{1}{2} \cdot 5,50815 \cdot t^2 \rightarrow t = 6,40936$  s
- $\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow v_{\text{eind}} = 5,50815 \cdot 6,40936 = 35,3037 = 35 \text{ m/s}$

c Bereken de wrijvingskracht in deel 2.

- $F_w = f \cdot F_n$  met  $F_n = F_{z_y} = F_z \cdot \cos \alpha \rightarrow F_w = f \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$
- deel 2:  $\alpha = 0 \rightarrow \cos \alpha = 1$
- $F_w = f \cdot m \cdot g \rightarrow F_w = 0,2 \cdot 70 \cdot 9,81 = 137,34 = 1,4 \cdot 10^2$  N

d Leg uit wat het resultaat van de berekening zonder deze regel zou kunnen zijn.

- in deel 2 werkt alleen de wrijvingskracht
- zonder deze regel kan de beweging omkeren zodat de skiër de helling opgaat

e Bepaal de gebruikte waarde van f.

- tussen 8,1 en 11,8 s bevindt de skiër zich in deel 2
- $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{0 - 30}{13,5 - 7,5} = 5,0 \text{ m/s}^2$
- $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow \Sigma F = 70 \cdot 5,0 = 350$  N
- deel 2:  $\Sigma F = F_w = f \cdot F_n = f \cdot F_z = f \cdot m \cdot g$
- $350 = f \cdot 70 \cdot 9,81 \rightarrow f = 0,51$

Omdat er veel skiërs in deel 3 zijn geweest is de sneeuw daar gladder dan bij de delen 1 en 2.

f Welke grootheid moet er voor deel 3 worden aangepast?

- de (schuif-) wrijvingscoëfficiënt f

g Voeg een startwaarde toe en pas de modelregels 1, 2 en 3 aan om hiermee rekening te houden in het model.

- er moeten twee startwaarden van f worden gegeven f1 en f3
- regel 1: Als  $s < 113$  Dan (hoek=alfa1) En ( $f = f1$ ) EindAls
- regel 2: Als ( $113 < s$ ) En ( $s < 183$ ) Dan (hoek=0) En ( $f = f1$ ) EindAls
- regel 3: Als ( $183 < s$ ) En ( $s < 277$ ) Dan (hoek=alfa3) En ( $f = f3$ ) EindAls

## 18.3 Kromlijnige beweging

1\*\*

a Bereken de horizontale afstand die de bal aflegt.

- $v_{\text{eind}} = a \cdot t \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} a \cdot t \rightarrow s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$
- $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow 5 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 \rightarrow t = 1,00964 \text{ s}$
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = 10 \cdot 1,00964 = 10,0964 = 10 \text{ m}$

b Leg uit waarom de massa geen invloed uitoefent op de beweging.

- de valversnelling is voor ieder voorwerp  $9,81 \text{ m/s}^2$

c Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

model		startwaarden in SI eenheden
	"beweging in de x-richting"	$g = -9,81$
1	$dx = vx \cdot dt$	$vx = 10$
2	$x = x + dx$	$vy = 0$
	"beweging in de y-richting"	$x = 0$
3	$ay = g$	$y = 5$
4	$dvy = ay \cdot dt$	$t = 0$
5	$vy = vy + dvy$	$dt = 0,01$
6	$dy = vy \cdot dt$	
7	$y = y + dy$	
8	$t = t + dt$	
9	Als $y < 0$ Dan Stop EindAls	

d Leg uit of Tom gelijk heeft.

- als hij vanaf 10 m hoogte gooit wordt de valtijd minder dan twee keer zo groot
- de horizontale afstand wordt daardoor ook minder dan twee keer zo groot
- Tom heeft geen gelijk

2\*\*\*

a Leg uit waarom de massa wél invloed uitoefent op de beweging als er luchtweerstand is.

- de resulterende kracht is de zwaartekracht plus de wrijvingskracht
- de versnelling volgt uit  $\Sigma F = m \cdot a$  en is dus afhankelijk van de massa

b Leg uit of Susan, Edmund of geen van beiden gelijk heeft als de beginsnelheid van een zware en een lichte pijl gelijk is.

- de wrijvingskracht is niet afhankelijk van de massa
- als de massa groter is wordt de vertraging door de wrijvingskracht kleiner
- de pijl komt hierdoor verder

c Leg uit of Peter gelijk heeft.

- in het begin wordt de boog gespannen en krijgt de pijl veerenergie
- deze veerenergie wordt omgezet in kinetische energie

- de zware en de lichte pijl starten met even veel kinetische energie
- $E_k = \frac{1}{2}m \cdot v^2$  en bij een grotere massa is de beginsnelheid kleiner
- Peter heeft gelijk

d Leg de functie van deze formules uit.

- 1) berekening van de wrijvingskracht vanwege luchtweerstand
- 2) berekening van de snelheid uit de componenten  $v_x$  en  $v_y$  (Pythagoras)
- 3) berekening van de x- en y-component van de wrijvingskracht

c Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

model		startwaarden in SI eenheden
1	$v = (v_x^2 + v_y^2)^{0,5}$	$c_w = 0,82$
2	$F_w = 0,5 \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$	$\rho = 1,293$
	"beweging in de x-richting"	$A = 0,0002$
3	$F_{wx} = F_w \cdot (v_x / v)$	$m = 0,025$
4	$F_{resX} = -F_{wx}$	$g = -9,81$
5	$a_x = F_{resX} / m$	$v_x = 90$
6	$dv_x = a_x \cdot dt$	$v_y = 0$
7	$v_x = v_x + dv_x$	$x = 0$
8	$dx = v_x \cdot dt$	$y = 50$
9	$x = x + dx$	$t = 0$
	"beweging in de y-richting"	$dt = 0,005$
10	$F_{wy} = F_w \cdot (v_y / v)$	
11	$F_{resY} = m \cdot g - F_{wy}$	
12	$a_y = F_{resY} / m$	
13	$dv_y = a_y \cdot dt$	
14	$v_y = v_y + dv_y$	
15	$dy = v_y \cdot dt$	
16	$y = y + dy$	
17	$t = t + dt$	
18	Als $y < 0$ Dan Stop EindAls	



## 18.4 Trillingen

1\*\*\* a Leg uit of Bart gelijk heeft.

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$  met  $m = 0,10$  kg en  $C = 100 \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{100}} = 0,19869 = 0,20$  s
- aflezen: 5,0 trillingen in 1,0 seconde  $\rightarrow T = 0,20$  s
- Bart heeft gelijk

b Voer deze berekening uit.

- $\Sigma F = -C \cdot x$  en  $\Sigma F = m \cdot a$  geeft  $m \cdot a = -C \cdot x \rightarrow a = \frac{-C}{m} \cdot x$
- de maximale versnelling wordt bereikt bij de minimale uitwijking  $\rightarrow x_{\min} = -0,10$  m
- $a_{\max} = \frac{-C}{m} \cdot x_{\min} \rightarrow a_{\max} = \frac{-100}{0,1} \cdot (-0,1) = 100$  m/s<sup>2</sup>

c Pas het model aan, zodat de berekening stopt na n trillingen.

model		startwaarden in SI eenheden
1	Fres = -C*x	m = 0,1
2	a = Fres / m	C = 100
3	dv = a*dt	v = 0
4	v = v + dv	x = 0,1
5	dx = v*dt	n = 4
6	x = x + dx	T = 2*Pi*(m/C)^0,5
7	t = t + dt	t = 0
8	Als t > n*T Dan Stop EindAls	dt = 0,0002

2\*\*\* a Controleer of  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$  voor beide periodieke bewegingen gebruikt kan worden.

- trilling:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{0,02}{1000}} = 0,028$  s
- aflezen: 36 trillingen in 1,0 s  $\rightarrow T = \frac{1}{36} = 0,028$  s
- verandering van de amplitude:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{0,02}{50}} = 0,1257$  s
- aflezen: 0,5 "trilling in 0,58 s  $\rightarrow 0,5 \cdot T = 0,58 \rightarrow T = 1,16$  s
- conclusie: voor de trilling (snelle beweging) kan  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$  worden gebruikt maar voor de verandering van de amplitude niet

# Examenvragen vwo

## Championon

- 2p **a** Bereken de snelheid die Hannes zonder luchtweerstand na 13 s zou hebben.
- gebruik  $\Delta v = a \cdot \Delta t$  met  $a = g = 9,91 \text{ m/s}^2$  1
  - $\Delta v = 9,81 \cdot 13 = 127,53 = 1,3 \cdot 10^2 \text{ m/s}$  1
- 4p **b** Vul de ontbrekende modelregel in en indien nodig een startwaarde en geef een toelichting bij je antwoord.
- gebruik  $\text{Opp} = \text{Opp} + d\text{Opp}$  1
  - inzicht: in 3,8 s zitten 38 tijdstappen 1
  - $d\text{Opp} = \frac{42,6 - 0,8}{38} = 1,1$  1
  - startwaarde:  $d\text{Opp} = 1,1$  en modelregel als  $t > 13$  dan  $\text{Opp} = \text{Opp} + d\text{Opp}$  1
- 4p **c** Toon aan dat deze waarde overeenkomt met de maximale waarde die uit figuur 3 is af te lezen.
- de maximale vertraging vlak na het openen op  $t = 13 \text{ s}$  moet worden bepaald 1
  - raaklijn na  $t = 13 \text{ s} \rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a_{\text{max}} = \frac{60 - 0}{14,5 - 12,9} = 38 \text{ m/s}^2$  (marge  $5 \text{ m/s}^2$ ) 1
  - inzicht  $\Sigma F = F_{W \text{ max}} - F_z = m \cdot a_{\text{max}}$  1
  - $F_{W \text{ max}} - 91 \cdot 9,81 = 91 \cdot 38 \rightarrow F_{W \text{ max}} = 4,35 \cdot 10^3 \text{ N} \rightarrow$  dus overeenstemming 1
- 4p **d** Bepaal deze arbeid en toon aan dat deze overeenstemt met de arbeid die uit het snelheidsverloop in figuur 2 volgt.
- oppervlakte is ongeveer 1,3 hokjes 1
  - $W = 1,3 \cdot 100 \cdot 1000 = 1,3 \cdot 10^5 \text{ J}$  (marge  $0,2 \cdot 10^5 \text{ J}$ ) 1
  - aflezen:  $v_{\text{begin}} = 54 \text{ m/s}$  en  $v_{\text{eind}} = 7,5 \text{ m/s}$  1
  - $W = \Delta E_k = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{begin}}^2 \rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 7,5^2 - \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 54^2 = -1,3 \cdot 10^5 \text{ J}$  1  
(minteken omdat de kinetische energie afneemt door de wrijvingskracht)

## Sojoez

- 3p **a** Bereken de hoogte die de Sojoez na 120 s heeft.
- inzicht  $v_{\text{gem}} = \frac{0 + 1250}{2} = 625 \text{ m/s}$  1
  - gebruik  $s = v_{\text{gem}} \cdot t$  1
  - $s = 625 \cdot 120 = 7,5 \cdot 10^4 \text{ m}$  1
- 4p **b** Beredeneer aan de hand van de modelregels of de versnelling van de Sojoez volgens dit model gedurende de eerste 120 s toeneemt, afneemt of gelijk blijft.
- inzicht dat  $m$  afneemt, want brandstof wordt verbruikt 1
  - inzicht  $F_z$  neemt af  $\rightarrow \Sigma F = F_{\text{stuw}} - F_z$  neemt toe 1

- inzicht  $a = \frac{\Sigma F}{m}$  1

- $\Sigma F$  wordt groter én  $m$  wordt kleiner  $\rightarrow a$  wordt groter 1

2p c Bereken de hoek die de Sojoez op dat moment maakt met het aardoppervlak.

- inzicht  $\sin \alpha = \frac{v_{\text{verticaal}}}{v}$  1

- $\sin \alpha = \frac{1,3 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^3} \rightarrow \alpha = 60^\circ$  1

4p d Bereken de snelheid van het ruimtestation.

- $F_G = F_{\text{mpz}} \rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$  1

- $r = r_{\text{aarde}} + h \rightarrow r = 6,371 \cdot 10^6 + 4,0 \cdot 10^5 = 6,771 \cdot 10^6 \text{ m}$  1

- $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \mid M = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \mid r_{\text{aarde}} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$  1

- $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,771 \cdot 10^6}} = 7,6723 \cdot 10^3 = 7,67 \cdot 10^3 \text{ m/s}$  1

## Kanaalspringer

3p a Bereken welke beginsnelheid nodig is om van 9000 m hoogte 33 km ver te komen.

- $v_{\text{eind}} = a \cdot t \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} a \cdot t \rightarrow s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$

- gebruik  $s_{\text{verticaal}} = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow 9000 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 \rightarrow t = 42,8353$  1

- gebruik  $s_{\text{horizontaal}} = v_{\text{gem}} \cdot t$  1

- $33 \cdot 10^3 = v_{\text{gem}} \cdot 42,8353 \rightarrow v_{\text{gem}} = 7,70393 \cdot 10^2 = 7,7 \cdot 10^2 \text{ m/s}$  1

2p b Leg dit uit.

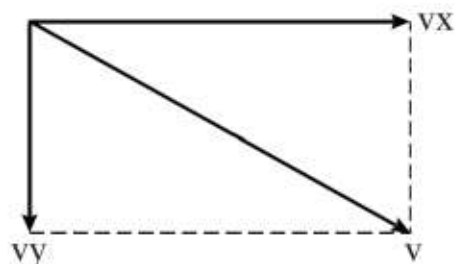
- constatering dat de baan gekromd is 1

- de snelheid verandert van richting  $\rightarrow$  een resulterende kracht is vereist 1

2p c Leg met behulp van een vectortekening uit wat er in de tweede modelregel wordt uitgerekend. **HINT met sqrt wordt de (vierkants-) wortel bedoeld (En. square root).**

- inzicht dat de stelling van Pythagoras wordt gebruikt 1

- teken  $v_x$ ,  $v_y$  en  $v$  1



- 3p **d** Bepaal met behulp van figuur 2 de startwaarde voor k.
- aflezen: op 7,9 km hoogte  $\rho = 0,51 \text{ kg m}^{-3}$  1
  - gebruik  $\rho = 1,22 \cdot e^{-\frac{h}{k}}$  met  $h = 7,9 \cdot 10^3 \text{ m}$  1
  - $0,51 = 1,22 \cdot e^{-\frac{7,9 \cdot 10^3}{k}} \rightarrow \ln\left(\frac{0,51}{1,22}\right) = -\frac{7,9 \cdot 10^3}{k} \rightarrow k = 9,0576 \cdot 10^3 = 9,1 \cdot 10^3 \text{ m}$  1
- 4p **e** Geef de modelregels 9 en 13.
- regel 9:  $F_x = F_{x\_lift} - F_{x\_wrijving}$  1
  - plus- en mintekens in regel 9 juist 1
  - regel 13:  $F_y = F_z - F_{y\_lift} - F_{y\_wrijving}$  1
  - plus- en mintekens in regel 13 juist 1
- 4p **f** Bepaal de afgelegde weg van de springer door de lucht tot het moment waarop hij de parachute opent. Gebruik daartoe één van de diagrammen.
- inzicht dat de (v, t)-grafiek gebruikt moet worden 1
  - inzicht dat de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek bepaald moet worden 1
  - oppervlak benaderen met een driehoek plus een rechthoek:  
 $s = 65 \cdot 430 + \frac{1}{2}(95 - 65) \cdot 430 = 3,44 \cdot 10^4 = 3,4 \cdot 10^4 \text{ m}$  (marge  $3 \cdot 10^3 \text{ m}$ ) 2

## Trekkertrek

- 3p **a** Ga na met behulp van figuur 2 of deze poging een 'full pull' opleverde.
- inzicht dat de afstand gelijk is aan de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek 1
  - schat:  $v_{gem} = 4,8 \text{ m/s}$  (marge 0,3 m/s) 1
  - $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow s = 4,8 \cdot 18,8 = 90,24 \text{ m}$  dus geen full pull 1
- 5p **b** Bepaal met behulp de figuren 2 en 4 de grootte van de aandrijfkracht van de wielen van de tractor bij de start.
- figuur 2 op  $t=0$ :  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{8,5}{6,0} = 1,42 \text{ m/s}^2$  1
  - gebruik:  $\Sigma F = m \cdot a$  met  $m = 16,5 \cdot 10^3 \text{ kg}$  1
  - inzicht:  $\Sigma F = F_{trek} - F_w$  1
  - figuur 3 op  $t=0$ :  $F_w = 15 \cdot 10^3 \text{ N}$  1
  - $F_{trek} = m \cdot a + F_w \rightarrow F_{trek} = 16,5 \cdot 10^3 \cdot 1,42 + 15 \cdot 10^3 = 3,843 \cdot 10^4 = 3,8 \cdot 10^4 \text{ N}$  1
- 4p **c** Voer de volgende opdrachten uit:
- Bepaal de waarde van de grootheid kettingfactor met behulp van figuur 4.
  - Geef de startwaarde  $F_0$ .
  - Bepaal de startwaarde  $c$ .
  - na 84 m (marge 2 m) neemt  $F_w$  niet meer toe en is het blok 6,8 m verschoven 1
  - kettingfactor is  $\frac{6,8}{84} = 8,095 \cdot 10^{-2}$  1
  - aflezen  $F_0$  is  $15 \cdot 10^3 \text{ N}$  1

- inzicht:  $c = \frac{F_w - F_0}{m_{\text{blok}} \cdot x_{\text{blok}}} \rightarrow c = \frac{56 \cdot 10^3 - 15 \cdot 10^3}{5000 \cdot 6,8} = 1,2$  1

- 2p **d** Kies voor de twee waarden van mblok de bijpassende kettingfactor.
- blok van 6,0 ton  $\rightarrow$  kettingfactor 0,12 (want  $x_{\text{max}}$  is net iets meer dan 100 m) 1
  - blok van 7,0 ton  $\rightarrow$  kettingfactor 0,09 (want  $x_{\text{max}}$  is net iets meer dan 100 m) 1

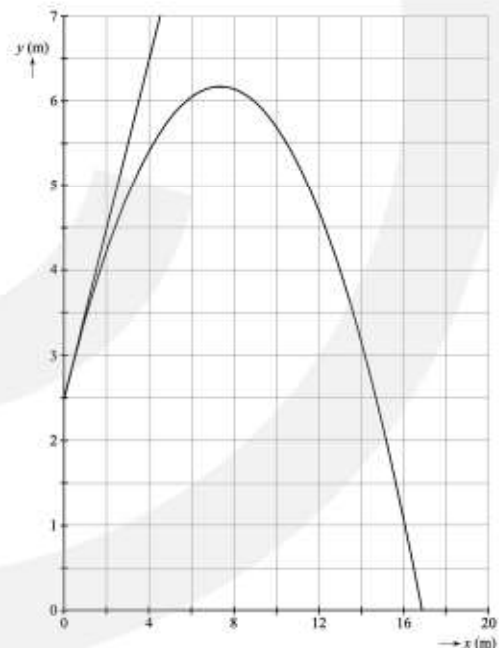
## Kogelstoten

- 3p **a** Bereken hoe ver de kogel komt als hij van die hoogte horizontaal wordt weggestoten.

- $v_{\text{eind}} = a \cdot t \rightarrow v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} a \cdot t \rightarrow s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$  1
- gebruik  $s_{\text{verticaal}} = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow 2,5 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 \rightarrow t = 0,71392$  1
- gebruik  $s_{\text{horizontaal}} = v_{\text{gem}} \cdot t$  1
- $s_{\text{horizontaal}} = 12 \cdot 0,71392 = 8,56706 = 8,6$  m 1

- 3p **b** Toon met behulp van figuur 2 aan dat de stoothoek inderdaad  $45^\circ$  is.

- inzicht dat de richting wordt bepaald door de raaklijn op  $t = 0$  1
- inzicht dat de helling van de raaklijn gelijk is aan  $\tan \alpha$  1
- $\tan \alpha = \frac{6,5 - 2,5}{4} = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$  1



- 3p **c** Voer de volgende opdrachten uit:

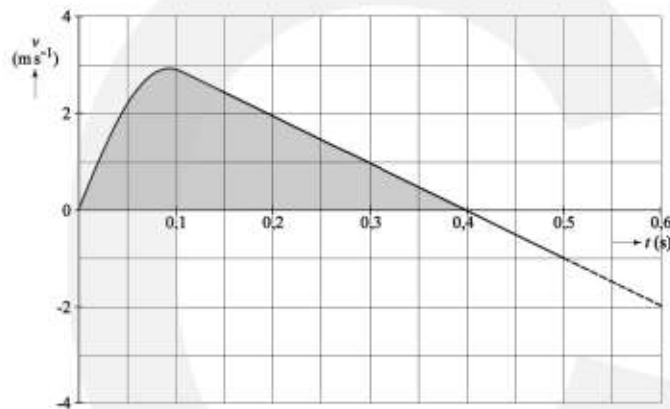
- Geef aan waarom er geen modelregel voor  $v_x$  is.
- Vul de modelregel voor  $v_y$  aan.
- Vul de stopvoorwaarde aan.
- inzicht dat de snelheid in de x-richting constant is 1
- modelregel:  $v_y = v_y - g \cdot dt$  1
- stopvoorwaarde:  $y < 0$  of  $y \leq 0$  1

- 2p **d** Beredeneer in welke figuur t op de horizontale as staat.

- inzicht: bij een grotere hoogte duurt het langer voordat de kogel de grond raakt 1
- dus in figuur a staat t op de horizontale as 1

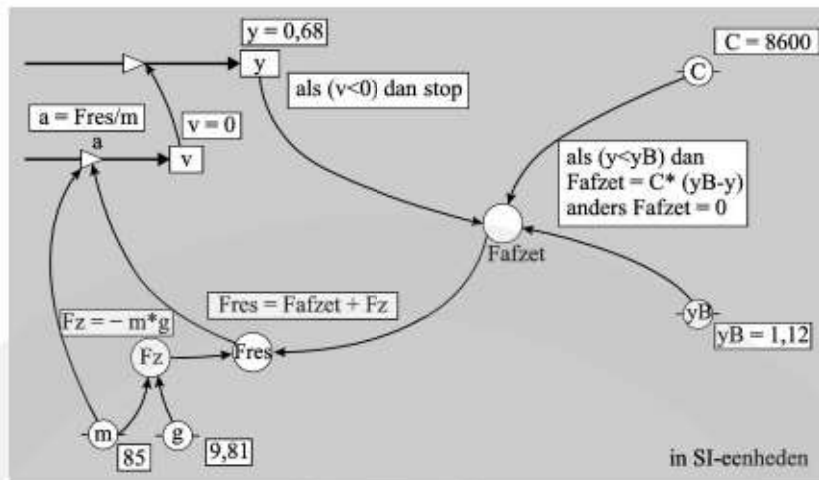
## Een sprong bij volleybal

- 4p **a** Bepaal met behulp van figuur 2 de maximale afzetkracht op de volleyballer.
- raaklijn tekenen op  $t=0$ :  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{4,0}{0,080} = 50 \text{ m/s}^2$  (marge  $5 \text{ m/s}^2$ ) 1
  - $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow \Sigma F = 75 \cdot 50 = 3750 \text{ N}$  1
  - inzicht  $\Sigma F = F_{\text{afzet}} - F_Z$  1
  - $3750 = F_{\text{afzet}} - 75 \cdot 9,81 \rightarrow F_{\text{afzet}} = 4485,75 = 4,5 \cdot 10^3 \text{ N}$  1
- 3p **b** Bepaal met behulp van figuur 2 het hoogteverschil van het zwaartepunt van de volleyballer tussen het begin van de afzet en het hoogste punt.
- oppervlakte onder de grafiek bepalen 1
  - beweging tot het hoogste punt vindt plaats tussen  $t=0$  en  $t=0,4 \text{ s}$  1
  - oppervlakte is  $0,64 \text{ m}$  (marge  $0,03 \text{ m}$ ) 1



- 3p **c** Vul het model zo aan dat aan bovenstaande eisen wordt voldaan. (Gebruik figuur 4a of figuur 4b)
- als  $y < y_B$  geldt:  $F_{\text{afzet}} = C \cdot (y_B - y)$  1
  - $F_{\text{afzet}} = 0$  voor  $y > y_B$  (groter of gelijk is goed) 1
  - stopvoorwaarde is  $v < 0$  (kleiner of gelijk is goed) 1

model	startwaarden (in SI-eenheden)
$F_z = -m \cdot g$ als ( $y < y_B$ ) dan $F_{\text{afzet}} = C \cdot (y_B - y)$ anders $F_{\text{afzet}} = 0$ eindals $F_{\text{res}} = F_{\text{afzet}} + F_z$ $a = F_{\text{res}} / m$ $v = v + a \cdot dt$ $y = y + v \cdot dt$ $t = t + dt$ als ( $v < 0$ ) dan stop eindals	$t = 0$ $dt = 0,001$  $y = 0,68$ $v = 0$ $m = 85$ $g = 9,81$ $C = 8600$ $y_B = 1,12$



2p **d** Welke formule voor de afzetenergie  $E_{afzet}$  moet de wetenschapper hiervoor aan het model toevoegen? Gebruik hiervoor de grootheden uit het model.

- inzicht  $E_{veer} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$

1

- noteer  $E_{afzet} = \frac{1}{2} C \cdot (y_B - y)^2$

1

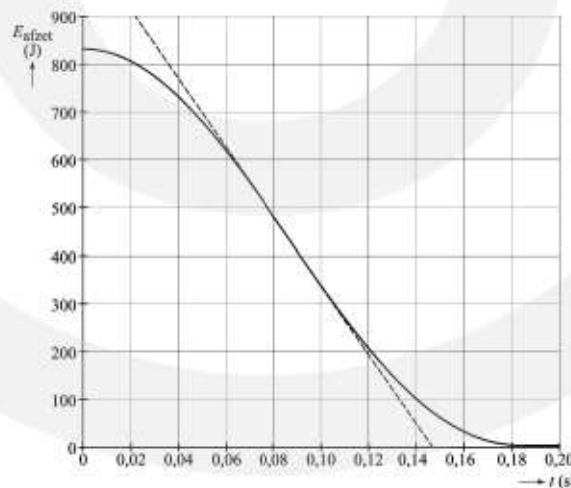
2p **e** Bepaal met behulp van figuur 5 op welk tijdstip het vermogen van de springer maximaal is.

- inzicht dat het vermogen correspondeert met de helling van (de raaklijn aan) de grafiek

1

- de helling is maximaal op  $t = 0,09$  s (marge 0,03 s)

1



4p **f** Voer de volgende opdrachten uit:

- Bepaal in figuur 6 de grootte van de kinetische energie op  $t = 0,18$  s.
- Teken in figuur 6 het verloop van de kinetische energie tegen de tijd.

- inzicht:  $E_{tot} = E_Z + E_{afzet} + E_K$

1

- inzicht op  $t = 0,52$  s bevindt de volleyballer zich op het hoogste punt  $\rightarrow E_K = 0$  en  $E_{afzet} = 0 \rightarrow E_{tot} = E_Z = 1400$  J

1

- op  $t = 0,18$  s geldt  $E_K = E_{tot} - E_Z - E_{afzet} = 1400 - 920 - 0 = 480$  J (marge 20 J)

1

- teken de grafiek met  $E_K = 0$  bij  $t = 0$  s en  $t = 0,52$  s en  $E_K = 480$  J bij  $t = 0,18$  s

1