17 Kwantummechanica vwo

17.2 Het foto-elektrisch effect

1* Maak de volgende berekeningen voor fotonen:

$$5{,}00 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = \frac{5{,}0 \cdot 10^{-19}}{1{,}60218 \cdot 10^{-19}} = 3{,}12075 = 3{,}12\ \text{eV}$$

$$5{,}00 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = \frac{5{,}0 \cdot 10^{-19}}{6{,}62607 \cdot 10^{-34}} = 7{,}54595 \cdot 10^{14} = 7{,}55 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

$$5{,}00 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \leftrightarrow f = 7{,}54595 \cdot 10^{14} \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{2{,}99792 \cdot 10^{8}}{7{,}54595 \cdot 10^{14}} = 397{,}289 \cdot 10^{-7} = 397\ \text{nm}$$

2* Maak de volgende berekeningen voor fotonen:

$$1{,}00\ \text{eV} = 1{,}0 \cdot 1{,}60218 \cdot 10^{-19} = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

$$1{,}00\ \text{eV} \leftrightarrow 1{,}60218 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \rightarrow \frac{1{,}60218 \cdot 10^{-19}}{6{,}62607 \cdot 10^{-34}} = 2{,}417994 \cdot 10^{14} = 2{,}42 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

$$1{,}00\ \text{eV} \leftrightarrow f = 2{,}418 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{2{,}99792 \cdot 10^{8}}{2{,}418 \cdot 10^{14}} = 1{,}23984 \cdot 10^{-6}\ \text{m} = 1{,}24 \cdot 10^{3}\ \text{nm}$$

3* Maak de volgende berekeningen voor fotonen:

$$5{,}00 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 5{,}0 \cdot 6{,}62607 \cdot 10^{-34} = 3{,}313035 \cdot 10^{-19} = 3{,}31 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

$$5{,}00 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} \leftrightarrow 3{,}313035 \cdot 10^{-19} \rightarrow E = \frac{3{,}313035 \cdot 10^{-19}}{1{,}60218 \cdot 10^{-19}} = 2{,}06783 = 2{,}07\ \text{eV}$$

$$5{,}00 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{2{,}99792 \cdot 10^{8}}{5{,}0 \cdot 10^{14}} = 5{,}99584 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 600\ \text{nm}$$

4* Maak de volgende berekeningen voor fotonen:

$$500\ \text{nm} \;\rightarrow\; E = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}99792 \cdot 10^{8}}{5{,}0 \cdot 10^{-7}} = 3{,}97289 \cdot 10^{-19} = 3{,}97 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

$$500\ \text{nm} \leftrightarrow 3{,}87289 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \;\rightarrow\; E = \frac{3{,}97289 \cdot 10^{-19}}{1{,}60218 \cdot 10^{-19}} = 2{,}47967 = 2{,}48\ \text{eV}$$

$$500\ \text{nm} \leftrightarrow 3{,}87289 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \;\rightarrow\; f = \frac{3{,}97289 \cdot 10^{-19}}{6{,}62607 \cdot 10^{-34}} = 5{,}99585 \cdot 10^{14} = 6{,}00 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

5** **a** Toon dit aan.

- $E_f = h \cdot f$
- $c = f \cdot \lambda \;\rightarrow\; f = \dfrac{c}{\lambda}$
- $E_f = h \cdot \dfrac{c}{\lambda} \;\rightarrow\; E_f = \dfrac{h \cdot c}{\lambda}$

b Bepaal de eenheid van de constante van Planck.

- $E_f = \dfrac{h \cdot c}{\lambda} \;\rightarrow\; h = \dfrac{E_f \cdot \lambda}{c}$
- formule opschrijven met eenheden in plaats van grootheden
- $[h] = \dfrac{J \cdot m}{m/s} \;\rightarrow\; [h] = J \cdot s$

c Toon dit aan.

- om van J naar eV te gaan moet je delen door e (elementair ladingskwantum)
- $E_f(J) = \dfrac{h \cdot c}{\lambda} \;\rightarrow\; E_f(eV) = \dfrac{h \cdot c}{e \cdot \lambda}$

d Toon dit aan.

- $E_f(eV) = \dfrac{h \cdot c}{e \cdot \lambda}$
- vul de waarden in voor h, c en e in (Binas 7):

$$E_f(eV) = \frac{6{,}62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}99792 \cdot 10^{8}}{1{,}60218 \cdot 10^{-19} \cdot \lambda} = \frac{1{,}239842 \cdot 10^{-6}}{\lambda} = \frac{1{,}240 \cdot 10^{-6}}{\lambda}$$

- vermenigvuldig met 10^9 omdat λ in nm wordt ingevuld
- $E_f(eV) = \dfrac{1{,}240}{\lambda(nm)}$

6* a** Leg uit waarom de stroomsterkte na een bepaalde spanning niet meer toeneemt.

- als er voldoende spanning is komen alle elektronen die uit de kathode worden vrijgemaakt aan bij de anode

b Waarom is de stroomsterkte niet gelijk aan nul bij een spanning van nul volt?

- de fotonenergie is voldoende om een elektron uit het metaalrooster te verwijderen en kinetische energie mee te geven
- elektronen die de anode bereiken gaan via het externe circuit naar de kathode
- dit wordt waargenomen als fotostroom

c Waarom is de stroomsterkte niet maximaal bij een spanning van nul volt?

- bij nul volt komen niet alle vrijgemaakt elektronen aan bij de anode
- sommige elektronen keren om en gaan terug naar de kathode

d Leg uit waarom dit het geval is.

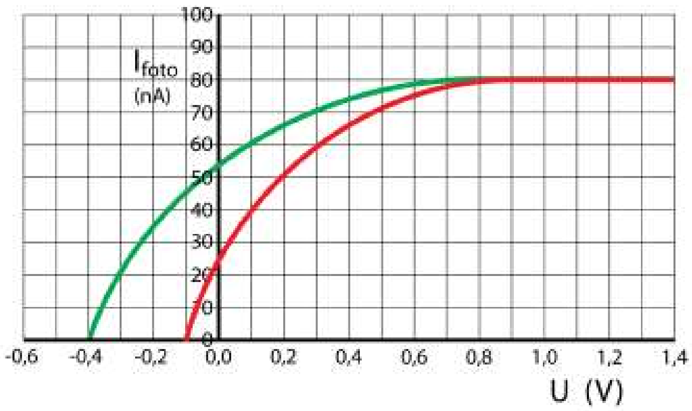
- de negatieve spanning remt de elektronen af
- bij U_{rem} is alle kinetische energie van de fotonen omgezet in elektrische energie

e Bepaal de golflengte van het licht waarmee de kathode is bestraald.

- opzoeken Aluminium: $E_{uit} = 4{,}20\ \text{eV}$
- $E_{foton} = E_{uit} + E_K \quad \text{met} \quad E_K = q \cdot U_{rem} \quad \rightarrow \quad E_{foton} = E_{uit} + q \cdot U_{rem}$
- aflezen: $U_{rem} = -0{,}40\ \text{V}$
- $E_{uit} = 4{,}20\ \text{eV} \quad | \quad q = -e \quad | \quad U_{rem} = -0{,}40\ \text{V} \quad | \quad E_{foton} = \ldots \text{eV}$
- $E_{foton} = 4{,}20 + 0{,}40 = 4{,}60\ \text{eV}$
- $E_{foton} = 4{,}60\ \text{eV} = 4{,}60 \cdot 1{,}60218 \cdot 10^{-19} = 7{,}37003 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$
- $E_{foton} = \dfrac{h \cdot c}{\lambda} \quad \rightarrow \quad 7{,}37003 \cdot 10^{-19} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}9979 \cdot 10^{8}}{\lambda}$
- $\lambda = 2{,}6953 \cdot 10^{-7} = 2{,}7 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$

f Neem figuur 1 over en schets de (I, U)-karakteristiek als het wordt bestraald met ultraviolet licht van 4,30 eV.

- $E_{foton} = 4{,}30\ \text{eV} \quad | \quad E_{uit} = 4{,}20\ \text{eV} \quad | \quad U_{rem} = \ldots \text{V}$
- $E_{foton} = E_{uit} + E_K \quad \text{met} \quad E_K = q \cdot U_{rem} \quad \rightarrow \quad E_{foton} = E_{uit} + q \cdot U_{rem}$
- $E_{foton}(\text{eV}) = E_{uit}(\text{eV}) + U_{rem} \quad \rightarrow \quad 4{,}30 = 4{,}20 + U_{rem} \quad \rightarrow \quad U_{rem} = 0{,}10\ \text{V}$
- hetzelfde aantal fotonen per seconde per m^2 $\rightarrow$ maximale fotostroom is hetzelfde



g Bereken met hoeveel fotonen per seconde de kathode wordt bestraald.

- aflezen: maximale fotostroom is 80 μA → $I = 80 \cdot 10^{-6}$ A
- één ampère is één coulomb per seconde
- aantal elektronen per seconde: $\dfrac{80 \cdot 10^{-6}}{1{,}60218 \cdot 10^{-19}} = 4{,}9932 \cdot 10^{14}$
- dit is 30% van het aantal opvallende fotonen →
  $n = \dfrac{4{,}9932 \cdot 10^{14}}{0{,}3} = 1{,}6644 \cdot 10^{15} = 1{,}7 \cdot 10^{15}$ fotonen per seconde

7*** **a** Zoek de constante van Planck op in Binas.

- $h = 6{,}62607 \cdot 10^{-34}$ J s

b Bereken de energie in joule van een foton van 4,30 eV.

- $1 \text{ eV} = 1{,}60218 \cdot 10^{-19}$ J
- $4{,}30 \text{ eV} = 4{,}30 \cdot 1{,}60218 \cdot 10^{-19} = 6{,}88936 \cdot 10^{-19} = 6{,}89 \cdot 10^{-19}$ J

c Leg uit hoe je de golflengte van een monochromatische lichtbron kunt meten.

- stuur een evenwijdige bundel van het licht door een tralie met een bekend aantal lijnen per mm
- meet op het scherm de afstand tussen de 0^e orde en het 1^e orde maximum
- gebruik de tralieformule en reken de golflengte uit

d Leg uit hoe je met een fotocel de constante van Planck kunt bepalen.

- bestraal een materiaal met een bekende E_{uit} met monochromatisch licht met een bekende golflengte / frequentie / foton energie
- meet U_{rem}
- gebruik $E_{foton} = E_{uit} + q \cdot U_{rem} \quad \rightarrow \quad h \cdot f_{foton} = E_{uit} + q \cdot U_{rem}$
- f_{foton}, E_{uit} , q en U_{rem} zijn bekend → bereken hieruit h

8*** **a** Leid deze formule af.

- $E_{foton} = E_{uit} + q \cdot U_{rem} \quad \rightarrow \quad h \cdot f_{foton} = E_{uit} + q \cdot U_{rem} \quad \rightarrow \quad h \cdot \dfrac{c}{\lambda} = E_{uit} + q \cdot U_{rem}$
- elektron: $q = -e$
- $h = \dfrac{\lambda \cdot (E_{uit} - e \cdot U_{rem})}{c}$

b Leg uit of voor U_{rem} een positieve of negatieve waarde moet worden ingevuld.

- voor U_{rem} moet een negatieve waarde worden ingevuld zodat $q \cdot U_{rem}$ een positief getal is

9**** **a** Hoeveel fotonen worden er per seconde uitgestraald?

- $\lambda = 532 \cdot 10^{-9}$ m | $E_{foton} = \dots$ J
- $E_{foton} = \dfrac{h \cdot c}{\lambda} \rightarrow E_{foton} = \dfrac{6{,}62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}99792 \cdot 10^{8}}{532 \cdot 10^{-9}} = 3{,}73392 \cdot 10^{-19}$ J
- energie per seconde: $E = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ J
- fotonen per seconde: $\dfrac{1{,}5 \cdot 10^{-3}}{3{,}73392 \cdot 10^{-19}} = 4{,}01723 \cdot 10^{15} = 4{,}0 \cdot 10^{15}$ fotonen

b Hoe groot kan stroomsterkte maximaal worden?
HINT één foton levert één elektron op.

- een elektron: $q = -1{,}60218 \cdot 10^{-19}$ C
- stroomsterkte is hoeveelheid lading per seconde
- lading per seconde: $4{,}01723 \cdot 10^{15} \cdot (-1{,}60218 \cdot 10^{-19}) = -6{,}43633 \cdot 10^{-4}$ C s^{-1}
- $I = 6{,}43633 \cdot 10^{-4} = 6{,}4 \cdot 10^{-4}$ A (minteken geeft de richting van de stroom aan)

c Hoeveel energie hebben de elektronen die bij de anode aankomen als U = 2,0 V?

- $E_{foton} = 3{,}73392 \cdot 10^{-19}$ J $= \dfrac{3{,}73392 \cdot 10^{-19}}{1{,}60218 \cdot 10^{-19}} = 2{,}33$ eV
- opzoeken Cs: $E_{uit} = 1{,}94$ eV
- $E_{foton} = E_{uit} + E_K \rightarrow 2{,}33 = 1{,}94 + E_K \rightarrow E_K = 0{,}39$ eV
- de elektronen worden versneld met 2,0 V en krijgen hierdoor 2,39 eV energie

d Met welke snelheid komen de elektronen aan?

- $E_K = 2{,}39$ eV $= 2{,}39 \cdot 1{,}60218 \cdot 10^{-19} = 3{,}82921 \cdot 10^{-19}$ J
- $E_K = 3{,}82921 \cdot 10^{-19}$ J | $m = 9{,}10938 \cdot 10^{-31}$ kg | $v = \dots$ m/s
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow 3{,}82921 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} \cdot 9{,}10938 \cdot 10^{-31} \cdot v^2$
- $v = 9{,}16907 \cdot 10^{5} = 9{,}2 \cdot 10^{5}$ m/s

e Hoe groot is de stroomsterkte die bij U = 0 V wordt gemeten?

- de maximale stroomsterkte is $1{,}5 \cdot 10^{4}$ keer kleiner dan bij vraag b is berekend
- $I_{max} = \dfrac{6{,}43633 \cdot 10^{-4}}{1{,}5 \cdot 10^{4}} = 4{,}29097 \cdot 10^{-8}$ A
- 60% van $I_{max} \rightarrow$ $I_0 = 0{,}6 \cdot 4{,}29097 \cdot 10^{-8} = 2{,}57458 \cdot 10^{-8} = 2{,}6 \cdot 10^{-8}$ A

f Denk je dat Simon gelijk heeft? Leg je antwoord uit.

- van $1{,}5 \cdot 10^{4}$ fotonen levert er maar één nuttige energie op
- een fotocel heeft een zeer laag rendement en kan niet worden gebruikt om elektrische energie te maken

17.3 Deeltjes of golven

1 [*] a Leg uit of de detector een continu signaal of een binair signaal waarneemt.
- een kogeltje valt niet uit elkaar maar komt in zijn geheel aan
- de detector registreert óf geen óf een heel kogeltje
- het signaal is binair

b Leg uit of de detector een continu signaal of een binair signaal waarneemt.
- geluid is een golf
- van een golf wordt de intensiteit bepaald door het kwadraat van de amplitude
- de amplitude kan iedere waarde aannemen
- het signaal is continue

c Leg uit of de detector een continu signaal of een binair signaal waarneemt.
- een elektron valt niet uit elkaar maar komt in zijn geheel aan
- de detector registreert óf geen óf een heel elektron
- het signaal is binair

d Leg uit waaraan je een interferentiepatroon herkent.
- een interferentiepatroon heeft maxima en minima
- het middelste maxima (0^e orde) heeft de grootste intensiteit
- de afstand tussen de maxima is ongeveer constant

e Leg uit of er wel of geen interferentiepatroon ontstaat.
- omdat kogeltjes veel massa hebben zien we geen interferentiepatroon

f Leg uit of er wel of geen interferentiepatroon ontstaat.
- omdat geluid een golf is zien we een interferentiepatroon

g Leg uit of er wel of geen interferentiepatroon ontstaat.
- omdat elektronen weinig massa hebben krijgen ze golfeigenschappen
- we zien een interferentiepatroon

2 [**] a Wat zie je op het scherm? Twee vage strepen opgebouwd uit stippen, of een interferentiepatroon opgebouwd uit stippen.
- elektronen interfereren met elkaar
- je ziet een interferentiepatroon opgebouwd uit stippen

b Wat zie je op het scherm? Twee vage strepen opgebouwd uit stippen, of een interferentiepatroon opgebouwd uit stippen.
- het aantal elektronen dat per seconde aankomt maakt niets uit
- elektronen interfereren met elkaar
- je ziet een interferentiepatroon opgebouwd uit stippen

3*** **a** Bereken de snelheid van de elektronen nadat ze zijn versneld. Gebruik de rustmassa van het elektron.

- elektrische energie wordt kinetische energie
- $q \cdot U = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- elektron: $q = -e = -1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ C | $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg
- $1{,}6022 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}0 \cdot 10^4 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot v^2$ (mintekens van q en U vallen weg)
- $v = 5{,}931 \cdot 10^7 = 5{,}9 \cdot 10^7$ m/s

b Bereken de afstand tussen twee vlak na elkaar afgevuurde elektronen.

- per seconde worden 1000 elektronen afgevuurd
- tijd tussen twee elektronen is 0,001 s
- $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow s = 5{,}931 \cdot 10^7 \cdot 0{,}001 = 5{,}931 \cdot 10^4 = 5{,}9 \cdot 10^4$ m

c Beredeneer hoeveel elektronen tegelijkertijd in de opstelling aanwezig zijn.

- de opstelling is veel kleiner dan de berekende afstand bij vraag b
- er is hooguit één elektron aanwezig in de opstelling

4** **a** Leg uit of deze manier van redeneren klopt met de kwantummechanica.

- van de fotonen die bij de ruit aankomen is het onbepaald of ze terugkaatsen of er doorheen gaan
- fotonen gedragen zich heel anders een tennisbal
- het klopt niet met de kwantummechanica

b Leg uit hoe je volgens lichtreflectie volgens kwantummechanica moet beschrijven. Gebruik in je uitleg het woord superpositie.

- als een foton aankomt bij de ruit komen hij in een superpositie van toestanden
- pas nadat een detector voor of achter de ruit het foton heeft geregistreerd is de toestand van het foton vastgesteld

5**** **a** Leg uit hoe in bovenstaande formule het faseverschil δ tussen beide golven interferentie veroorzaakt.

- $h_{12} = h_1 + h_2$
- $(h_1 + h_2)^2 = h_1^2 + h_2^2 + 2h_1 \cdot h_2 \cdot \cos\delta$
- de term $2h_1 \cdot h_2 \cdot \cos\delta$ is verantwoordelijk voor interferentie van golven

b Bereken de maximale en de minimale waarde van $h_{12} = h_1 + h_2$.

- $(h_1 + h_2)^2 = h_1^2 + h_2^2 + 2h_1 \cdot h_2 \cdot \cos\delta$ met δ het faseverschil tussen h_1 en h_2
- $\cos\delta$ varieert tussen -1 en 1
- maximum als $\cos\delta = 1 \rightarrow (h_1 + h_2)^2 = h_1^2 + h_2^2 + 2h_1 \cdot h_2$
- $(h_1 + h_2)^2 = 3^2 + 1^2 + 2 \cdot 3 \cdot 1 = 16 \rightarrow h_{12} = h_1 + h_2 = \sqrt{(h_1 + h_2)^2} = \sqrt{16} = 4$ m

- minimum als $\cos\delta = -1 \quad \rightarrow \quad (h_1 + h_2)^2 = h_1^2 + h_2^2 - 2h_1 \cdot h_2$
- $(h_1 + h_2)^2 = 3^2 + 1^2 - 2 \cdot 3 \cdot 1 = 4 \quad \rightarrow \quad h_{12} = h_1 + h_2 = \sqrt{(h_1 + h_2)^2} = \sqrt{4} = 2\,\mathrm{m}$

c Hoe groot is de maximale en de minimale intensiteit van twee interfererende watergolven die dezelfde amplitude hebben?

- $I_1 = h_1^2$ en $I_2 = h_2^2$ zijn even groot $\rightarrow h_1^2 = h_2^2 = I$ en $h_1 = h_2 = \sqrt{I}$
- maximum: $(h_1 + h_2)^2_{max} = h_1^2 + h_2^2 + 2h_1 \cdot h_2 \quad \rightarrow \quad I_{max} = 2 \cdot I + 2\sqrt{I} \cdot \sqrt{I} = 4 \cdot I$
- minimum: $(h_1 + h_2)^2_{min} = h_1^2 + h_2^2 - 2h_1 \cdot h_2 \quad \rightarrow \quad I_{min} = 2 \cdot I - 2\sqrt{I} \cdot \sqrt{I} = 0$

17.4 Onbepaaldheid

1**

a Weet je nu het oliepeil die de auto had?
- bij de meting is er een beetje olie uit de auto gehaald
- het oliepeil is lager geworden door het verrichten van de meting
- je weet alleen wat het oliepeil was vóór de meting

b Leg uit op welke manier je meetinstrument de uitkomst van de meting beïnvloedt.
- er is olie aan de meetstok blijven hangen

c Leg uit of het meten van het oliepeil een goed voorbeeld is van het onbepaaldheidsprincipe.
- je kunt de peilstok zo dun maken als je wilt
- het is mogelijk om de invloed van de peilstok verwaarloosbaar klein te maken
- dit is dus geen goed voorbeeld van het onbepaaldheidsprincipe

2**

a Leg dit uit met behulp van de onbepaaldheidsrelatie.
- onbepaaldheidsrelatie: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \dfrac{h}{4\pi}$
- $h = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta x \cdot \Delta p \geq 0$
- Δx en Δp kunnen tegelijkertijd een willekeurig kleine waarde hebben
- ook $\Delta x = 0$ en $\Delta p = 0$ is mogelijk, zodat er geen onbepaaldheid is

b Maak een schatting van je onzekerheid in plaats als je fietst met een onzekerheid in snelheid van 0,1 km/h en h = 10 J·s.
- onzekerheid in snelheid is 0,1/3,6 = 0,0278 m/s
- schat massa jij plus fiets is 75 kg $\rightarrow$ $\Delta p = m \cdot \Delta v = 75 \cdot 0{,}0278 = 2{,}1\, kg \cdot m/s$
- $\Delta x \cdot \Delta p \geq \dfrac{h}{4\pi} \quad$ met $\quad h = 10$
- $\Delta x \cdot 2{,}1 \geq \dfrac{10}{4\pi} \quad \rightarrow \quad \Delta x = 0{,}3789 = 0{,}38\ m$

3***

a Toon dit aan. Laat hierbij eerst zien dat de eenheid van energie $kg \cdot \dfrac{m^2}{s^2}$ is.
- $W = F \cdot s \quad \rightarrow \quad J = kg \cdot \dfrac{m}{s^2} \cdot m \quad \rightarrow \quad J = kg \cdot \dfrac{m^2}{s^2}$
- $\Delta x \cdot \Delta p \geq \dfrac{h}{4\pi}$
- eenheden invullen: $m \cdot kg \cdot \dfrac{m}{s} = [h] \quad \rightarrow \quad [h] = kg \cdot \dfrac{m^2}{s}$

- $[h] = kg \cdot \frac{m^2}{s} = kg \cdot \frac{m^2}{s^2} \cdot s \quad \rightarrow \quad [h] = J \cdot s$

b Laat zien hoe de lichtsnelheid, de eenheid van tijd en de constante van Planck een hoeveelheid massa kan aangeven. Gebruik hierbij je antwoord op vraag a.

- $[h] = kg \cdot \frac{m^2}{s} \quad \rightarrow \quad [h] = kg \cdot \frac{m^2}{s^2} \cdot s$
- $h = massa \times snelheid^2 \times tijd$
- vul de constante van Plank in, de lichtsnelheid en de eenheid van tijd en bereken hieruit de massa

4** **a** Bereken de kinetische energie van de kogel.

- $m = 4{,}2 \cdot 10^{-3}$ kg | $v = 975$ m/s | $E_K = \ldots$ J
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $E_K = \frac{1}{2} \cdot 4{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 975^2 \quad \rightarrow \quad E_K = 1{,}9963 \cdot 10^3 = 2{,}0 \cdot 10^3$ J

b Bereken de impuls van de kogel.

- $p = m \cdot v$
- $p = 4{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 975 \quad \rightarrow \quad p = 4{,}095 = 4{,}1$ kg·m/s

c Bereken de snelheid van het blok klei nadat hij de kogel heeft opgevangen.

- wet van behoud van impuls: $\Sigma \vec{p}_{voor} = \Sigma \vec{p}_{na}$
- $\Sigma p_{voor} = \Sigma p_{na} = 4{,}095$ kg·m/s
- $m_{na} = 500 + 4{,}2 = 504{,}2$ gram $= 0{,}5042$ kg
- $0{,}5042 \cdot v = 4{,}095 \quad \rightarrow \quad v = 8{,}1218 = 8{,}1$ m/s

d Bereken de debroglie golflengte van de kogel.

- $m = 4{,}2 \cdot 10^{-3}$ kg | $v = 975$ m/s | $\lambda = \ldots$ m
- debroglie golflengte: $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$
- $\lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{4{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 975} \quad \rightarrow \quad \lambda = 1{,}618 \cdot 10^{-34} = 1{,}6 \cdot 10^{-34}$ m

e Bereken met welke snelheid de kogel moet worden afgeschoten.

- $m = 4{,}2 \cdot 10^{-3}$ kg | $\lambda = 1{,}0 \cdot 10^{-15}$ m | $v = \ldots$ m/s
- $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$
- $1{,}0 \cdot 10^{-15} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{4{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot v} \quad \rightarrow \quad v = 1{,}5776 \cdot 10^{-16} = 1{,}6 \cdot 10^{-16}$ m/s

5** Leid de uitdrukking af voor de kinetische energie van een voorwerp uitgedrukt in de impuls en de massa van het voorwerp.

- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ en $p = m \cdot v$
- $E_K = \dfrac{m^2 \cdot v^2}{2m} = \dfrac{(m \cdot v)^2}{2m}$
- $E_K = \dfrac{p^2}{2m}$

6*** **a** Leg uit waarom dit noodzakelijk is.

- golven hebben de eigenschap dat ze om objecten kleiner dan de golflengte heen buigen
- als de golflengte groter is dan 0,1 nm buigt de golf om het waterstofatoom

b Bereken de snelheid van een elektron met een golflengte van 0,1 nm. Gebruik voor de massa van het elektron de rustmassa: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

- $m = 9{,}10938 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \ \ | \ \ \lambda = 1{,}0 \cdot 10^{-10}\ \text{m} \ \ | \ \ v = \ldots \text{m/s}$
- debroglie golflengte: $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v}$
- $1{,}0 \cdot 10^{-10} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{9{,}10938 \cdot 10^{-31} \cdot v} \rightarrow v = 7{,}2738 \cdot 10^{6} = 7{,}27 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}$

c Is het toegestaan om bij de berekening van de snelheid de rustmassa van het elektron te gebruiken?

- de snelheid is veel kleiner dan de lichtsnelheid
- het is toegestaan om de rustmassa te gebruiken

d Bereken de impuls van een elektron met een golflengte van 100 pm.

- $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \ \ | \ \ \lambda = 1{,}0 \cdot 10^{-10}\ \text{m} \ \ | \ \ p = \ldots \text{kg} \cdot \text{m/s}$
- $\lambda = \dfrac{h}{p} \rightarrow 1{,}0 \cdot 10^{-10} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{p} \rightarrow p = 6{,}626 \cdot 10^{-24} = 6{,}63 \cdot 10^{-24}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$

OOK GOED

- $p = m \cdot v$
- $p = 9{,}10938 \cdot 10^{-31} \cdot 7{,}2738 \cdot 10^{6} = 6{,}626 \cdot 10^{-24} = 6{,}63 \cdot 10^{-24}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$

e Bereken de kinetische energie van een elektron met een golflengte van 100 pm.

- $m = 9{,}10938 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \ \ | \ \ v = 7{,}27382 \cdot 10^{6}\ \text{m/s} \ \ | \ \ E_K = \ldots \text{J}$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $E_K = \frac{1}{2} \cdot 9{,}10938 \cdot 10^{-31} \cdot (7{,}2739 \cdot 10^{6})^2 = 2{,}40987 \cdot 10^{-17} = 2{,}41 \cdot 10^{-17}\ \text{J}$

OOK GOED

- $E_K = \dfrac{p^2}{2m}$

- $E_K = \dfrac{(6,626\cdot10^{-24})^2}{2\cdot9,10938\cdot10^{-31}} = 2,40987\cdot10^{-17} = 2,41\cdot10^{-17}\,J$

f Hoeveel spanning is er nodig?
- elektrische energie wordt kinetische energie $\rightarrow q\cdot U = \frac{1}{2}m\cdot v^2$
- $1,60218\cdot10^{-19}\cdot U = 2,40987\cdot10^{-17} \quad\rightarrow\quad U = 150,412 = 1,50\cdot10^2\ V$

g Wordt een waterstofatoom geïoniseerd door een elektron met een golflengte van 100 pm als het elektron 10% van zijn energie overdraagt?
- $1\,eV = 1,60218\cdot10^{-19}\,J \quad\rightarrow\quad 2,4123\cdot10^{-17}\,J = 150,412\,eV$
- als 10% van de energie wordt overgedragen is er 15 eV beschikbaar
- dit is genoeg om het waterstofatoom te ioniseren

7** **a** Bereken de energie van een foton met een golflengte van 500 nm.
- $\lambda = 500\,nm = 500\cdot10^{-9}\,m \quad|\quad E_{foton} = \ldots J$
- $E_{foton} = h\cdot f \quad en \quad c = f\cdot\lambda \quad\rightarrow\quad E_{foton} = h\cdot\dfrac{c}{\lambda}$
- $E_{foton} = 6,626\cdot10^{-34}\cdot\dfrac{2,9979\cdot10^8}{500\cdot10^{-9}} \quad\rightarrow\quad E_{foton} = 3,9728\cdot10^{-19} = 3,97\cdot10^{-19}\,J$

b Bereken de verwachtingswaarde van de kinetische energie van een elektron met een golflengte van 500 nm.
- $\lambda = 500\,nm = 500\cdot10^{-9}\,m \quad|\quad m_e = 9,109\cdot10^{-31}\,kg \quad|\quad E_K = \ldots J$
- debroglie golflengte: $\lambda = \dfrac{h}{m\cdot v} = \dfrac{h}{p}$
- $500\cdot10^{-9} = \dfrac{6,626\cdot10^{-34}}{p} \quad\rightarrow\quad p = 1,3252\cdot10^{-27}\,kg\,m/s$
- $<E_K> = \dfrac{<p^2>}{2m}$
- $<E_K> = \dfrac{(1,3252\cdot10^{-27})^2}{2\cdot9,109\cdot10^{-31}} = 9,63967\cdot10^{-25} = 9,64\cdot10^{-25}\,J$

8** **a** Bereken bij welke snelheid de debroglie-golflengte van het proton gelijk is aan zijn diameter.
- debroglie golflengte: $\lambda = \dfrac{h}{m\cdot v}$
- rustmassa massa proton: $m_p = 1,672622\cdot10^{-27}\,kg$
- $0,85\cdot10^{-15} = \dfrac{6,626\cdot10^{-34}}{1,672622\cdot10^{-27}\cdot v} \quad\rightarrow\quad v = 4,66052\cdot10^8 = 4,7\cdot10^8\,m/s$

b Leg uit of je antwoord op vraag a realistisch is.

- de berekende snelheid is groter dan de lichtsnelheid
- relativiteitstheorie moet worden gebruikt
- als de lichtsnelheid wordt genaderd neemt de massa toe
- bij de berekening mag de rustmassa m_p niet worden gebruikt

9** **a** Bereken de onzekerheid in de snelheid van het elektron.

- onbepaaldheid in plaats: $\Delta x = 2{,}0\ \text{nm}$ | $m_e = 9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$
- $\Delta x \cdot \Delta p \geq \dfrac{h}{4\pi}$
- $2{,}0 \cdot 10^{-9} \cdot \Delta p \geq \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{4\pi} \rightarrow \Delta p = 2{,}6364 \cdot 10^{-26}\ \text{kg m/s}$
- $\Delta p = m_e \cdot \Delta v \rightarrow m_e \cdot \Delta v = 2{,}6364 \cdot 10^{-26}$
- $9{,}1094 \cdot 10^{-31} \cdot \Delta v = 2{,}6364 \cdot 10^{-26} \rightarrow \Delta v = 2{,}894 \cdot 10^4 = 2{,}9 \cdot 10^4\ \text{m/s}$

10*** **a** Leid deze uitdrukking af.

- debroglie golflengte: $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v} = \dfrac{h}{p} \rightarrow p = \dfrac{h}{\lambda}$
- $E_K = \dfrac{p^2}{2m} = \dfrac{1}{2m} \cdot p^2$
- $E_K = \dfrac{1}{2m} \cdot \left(\dfrac{h}{\lambda}\right)^2 = \dfrac{h^2}{2m \cdot \lambda^2}$

b Bereken de golflengte van deze deeltjes.

- $E_{foton} = h \cdot f \rightarrow E_{foton} = h \cdot \dfrac{c}{\lambda}$
- $E_K = \dfrac{h^2}{2m \cdot \lambda^2}$
- stel aan elkaar gelijk: $h \cdot \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{h^2}{2m_e \cdot \lambda^2}$
- wegstrepen: h en λ $\rightarrow c = \dfrac{h}{2m_e \cdot \lambda} \rightarrow \lambda = \dfrac{h}{2m_e \cdot c}$
- $\lambda = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 9{,}1094 \cdot 10^{-31} \cdot 2{,}9979 \cdot 10^8} = 1{,}213 \cdot 10^{-12}\ \text{m}$

c Bereken de energie van deze deeltjes.

- $E = h \cdot \dfrac{c}{\lambda}$

- $E = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \dfrac{2{,}9979 \cdot 10^{8}}{1{,}213 \cdot 10^{-12}} = 1{,}637 \cdot 10^{-13}\ \text{J}$

11***

a Bereken met welke minimale onbepaaldheid je de impuls van het elektron kunt bepalen.

- onbepaaldheid in plaats: $\Delta x = 0{,}20\ \text{nm}$
- $\Delta x \cdot \Delta p \geq \dfrac{h}{4\pi}$
- $0{,}20 \cdot 10^{-9} \cdot \Delta p \geq \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{4\pi} \quad \rightarrow \quad \Delta p = 2{,}6364 \cdot 10^{-25} = 2{,}6 \cdot 10^{-25}\ \text{kg m/s}$

b Bereken met welke minimale onbepaaldheid je de snelheid van het elektron kunt bepalen.

- $m_e = 9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$
- $\Delta p = m_e \cdot \Delta v \quad \rightarrow \quad m_e \cdot \Delta v = 2{,}6364 \cdot 10^{-25}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$
- $9{,}1094 \cdot 10^{-31} \cdot \Delta v = 2{,}6364 \cdot 10^{-25} \quad \rightarrow \quad \Delta v = 2{,}894 \cdot 10^{5} = 2{,}9 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}$

c Vergelijk de snelheid van het gebonden elektron met de onbepaaldheid in deze snelheid en bereken hoeveel procent de onbepaaldheid in snelheid is (de relatieve onzekerheid).

- $E_K = 10\ \text{eV} = 10 \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19} = 1{,}6022 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $1{,}6022 \cdot 10^{-18} = \frac{1}{2} \cdot 9{,}1094 \cdot 10^{-31} \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v = 1{,}8755 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}$
- de relatieve onbepaaldheid in snelheid: $\dfrac{\Delta v}{v} = \dfrac{2{,}894 \cdot 10^{5}}{1{,}8755 \cdot 10^{6}} \cdot 100\% = 15{,}43 = 15\%$

12* Radioactieve schilderijen (vwo 2007-1 PMN)**

4p **a** Bereken de debroglie-golflengte van deze neutronen.

- $E_K = 0{,}025\ \text{eV} = 0{,}025 \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19} = 4{,}00544 \cdot 10^{-21}\ \text{J}$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- opzoeken massa neutron: $m_n = 1{,}6749 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$
- $4{,}00544 \cdot 10^{-21} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}6749 \cdot 10^{-27} \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v = 2187\ \text{m/s}$
- debroglie golflengte: $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v}$
- $\lambda = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{1{,}6749 \cdot 10^{-27} \cdot 2187} = 1{,}8089 \cdot 10^{-10} = 1{,}8 \cdot 10^{-10}\ \text{m}$

3p **b** Leg dit uit.

- als het neutron zich in in de atoomkern bevindt is de onzekerheid in plaats erg klein
- hierdoor wordt de onbepaaldheid in de impuls erg groot
- debroglie golflengte: $\lambda = \frac{h}{p}$
- door de grote onbepaaldheid in de impuls wordt de onzekerheid in de debroglie golflengte erg groot

13*** Wetenschapsquiz (vwo 2000-2)

4p **a** Bereken de spanning over één stuk koperdraad tussen de accu en de lamp in de beschreven situatie.

- zoek op: soortelijke weerstand van koper is $\rho = 17 \cdot 10^{-9}\ \Omega\,\mathrm{m}$
- straal is 1 mm $\rightarrow$ doorsnede is $A = \pi \cdot r^2 = 3{,}1416\ \mathrm{mm}^2 = 3{,}1416 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^2$
- $R = \rho \frac{\ell}{A}$
- $R = 17 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1}{3{,}1416 \cdot 10^{-6}} = 5{,}4113 \cdot 10^{-3}\ \Omega$
- $U = I \cdot R$
- $U = 1 \cdot 5{,}4113 \cdot 10^{-3} = 5{,}4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}$

5p **b** Controleer de opgegeven snelheid van het elektronengas met behulp van de formule I = Q / t .

- I = 1,0 A $\rightarrow$ in 1 seconde passeert er 1 coulomb lading
- de lading van een elektron is $e = 1{,}601766 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$
- in 1 seconde passeren er $\frac{1}{1{,}6021766 \cdot 10^{-19}} = 6{,}2415 \cdot 10^{18}$ elekronen
- per mm^3 zijn er $1 \cdot 10^{20}$ elektronen
- 1 mm lang stukje koperdraad bevat $1 \cdot 10^{20} \cdot 3{,}1416 = 3{,}1416 \cdot 10^{20}$ elektronen
- in 1 seconde legt het elektron $\frac{6{,}2415 \cdot 10^{18}}{3{,}1416 \cdot 10^{20}} = 1{,}9867 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{mm}$ af

  (in $1{,}9867 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{mm}$ draad zitten $1{,}9867 \cdot 10^{-2} \cdot 3{,}1416 \cdot 10^{20} = 6{,}2415 \cdot 10^{18}$ elektronen)
- de snelheid is ongeveer 0,02 mm s^{-1}

2p **c** Controleer dat de elektronen ongeveer een halve dag nodig hebben om van de accu naar de lamp te bewegen.

- $v = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{mm/s} = 2{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m/s}$
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $1 = 2 \cdot 10^{-5} \cdot t \rightarrow t = 5{,}0 \cdot 10^{4}\ \mathrm{s}$
- $t = \frac{5{,}0 \cdot 10^{4}}{3600} = 13{,}9\ \mathrm{h}$ dit is iets meer dan een halve dag

4p **d** Leg met behulp van een berekening met de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg uit of Berrie gelijk heeft.

- onzekerheid in plaats: $\Delta x = 2{,}0\ \text{mm} = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$
- $\Delta x \cdot \Delta p \geq \dfrac{h}{4\pi}$
- $2{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta p \geq \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{4\pi} \quad \rightarrow \quad \Delta p = 2{,}6364 \cdot 10^{-32}\ \text{kg m/s}$
- $\Delta p = m_e \cdot \Delta v \quad \rightarrow \quad m_e \cdot \Delta v = 2{,}6364 \cdot 10^{-32}$
- $9{,}1094 \cdot 10^{-31} \cdot \Delta v = 2{,}6364 \cdot 10^{-32} \quad \rightarrow \quad \Delta v = 2{,}894 \cdot 10^{-2}\ \text{m/s}$
- $\Delta v = 2{,}894 \cdot 10^{-2}\ \text{m/s} = 29\ \text{mm/s}$
- een snelheid van 0,02 mm / s kan niet worden gemeten
- Berry heeft gelijk

2p **e** Leg uit dat bij het gebruik van wisselspanning de driftsnelheid nul is.

- bij wisselspanning bewegen de elektronen heen en weer
- in één cyclus bewegen de elektronen evenveel naar links als naar rechts
- netto is er geen beweging → de driftsnelheid is nul

14*** Interferentie met buckyballen (PMN SE 2001)

3p **a** Toon met behulp van een berekening aan dat de massa van een buckybal $1{,}20 \cdot 10^{-24}$ kg bedraagt.

- een buckybal bestaat uit 60 koolstofatomen
- zoek op: massa koolstofatoom is $12{,}01\,u = 12{,}01 \cdot 1{,}660539 \cdot 10^{-27} = 1{,}9943 \cdot 10^{-26}\ \text{kg}$
- 60 C-atomen: $60 \cdot 1{,}9943 \cdot 10^{-26} = 1{,}1966 \cdot 10^{-24} = 1{,}20 \cdot 10^{-24}\ \text{kg}$

3p **b** Licht zonder berekening toe waarom er tijdens het scoren geen rekening gehouden hoeft te worden met het golfkarakter van de voetbal.

- debroglie golflengte: $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v}$
- van een voetbal is h / (m·v) een erg klein getal
- de golflengte van een voetbal kan niet worden gemeten

3p **c** Bereken de debroglie golflengte van de buckyballen.

- $m = 1{,}20 \cdot 10^{-24}\ \text{kg} \quad | \quad v = 220\ \text{m/s} \quad | \quad \lambda = \ldots\text{m}$
- $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v}$
- $\lambda = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{1{,}20 \cdot 10^{-24} \cdot 220} = 2{,}5098 \cdot 10^{-12} = 2{,}51 \cdot 10^{-12}\ \text{m}$

2p **d** Leg uit waarom in figuur 3 de resultaten met en zonder tralie worden getoond.

- zonder tralie is er geen interferentiepatroon en met tralie wel
- door beide resultaten te vergelijken kun je concluderen dat de aanwezigheid van een tralie noodzakelijk is voor het ontstaan van een interferentiepatroon

5p **e** Bepaal de debroglie golflengte van de buckyballen nogmaals, maar nu met behulp van deze resultaten

- tralieformule: $\sin\alpha = \dfrac{n \cdot \lambda}{d}$ $\quad n = 0, 1, 2, \cdots$ *(n is de orde van de interferentie)*
- d is de afstand tussen de spleten (de tralieconstante) $d = 100\ \text{nm} = 100 \cdot 10^{-9}\ \text{m}$
- aflezen: het eerste orde maximum ligt op een afstand van 30 μm
- de afstand van de tralie tot de detector is 1,25 m
- $\tan\alpha = \dfrac{\text{overstaand}}{\text{aanliggedn}} = \dfrac{30 \cdot 10^{-6}}{1{,}25} = 2{,}4 \cdot 10^{-5}$
- $\alpha = \tan^{-1} 2{,}4 \cdot 10^{-5} = 1{,}375 \cdot 10^{-3}$ graden
- $\sin\alpha = 2{,}4 \cdot 10^{-5}$
- $2{,}4 \cdot 10^{-5} = \dfrac{1 \cdot \lambda}{100 \cdot 10^{-9}} \quad \rightarrow \quad \lambda = 2{,}4 \cdot 10^{-12}\ \text{m}$

15*** Elektronendiffractie

a Toon dit aan.

- elektrische energie wordt kinetische energie: $q \cdot U = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- elektron: $q = e \quad \rightarrow \quad q \cdot U = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v^2 = \dfrac{2e \cdot U}{m}$
- $v = \sqrt{\dfrac{2e \cdot U}{m}}$

b Bij welke snelheid is de debroglie-golflengte van de elektronen gelijk aan de roosterafstand?

- debroglie golflengte: $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v}$
- $0{,}15445 \cdot 10^{-9} = \dfrac{6{,}62607 \cdot 10^{-34}}{9{,}10938 \cdot 10^{31} \cdot v} \quad \rightarrow \quad v = 4{,}709549 \cdot 10^{6} = 4{,}7095 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}$
- LET OP: 5 significante cijfers

c Welke spanning is er nodig om elektronen deze snelheid te geven?

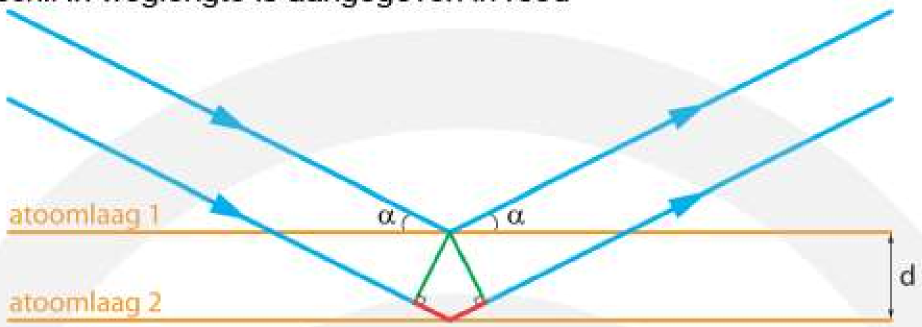
- elektrische energie wordt kinetische energie
- $q \cdot U = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $1{,}602177 \cdot 10^{-19} \cdot U = \frac{1}{2} \cdot 9{,}10938 \cdot 10^{-31} \cdot (4{,}709549 \cdot 10^{6})^2$
- $U = 63{,}052\ \text{V}$ 5 significante cijfers

d Leg dit uit.

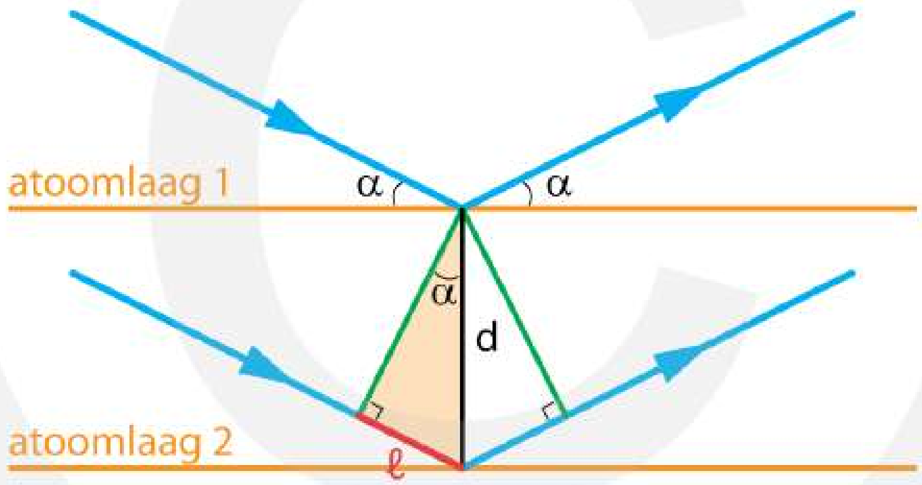
- als het verschil in weglengte gelijk is aan de golflengte loopt de golf die op atoomlaag 2 terugkaatst één golf achter op de golf die op atoomlaag 1 terugkaatst
- het faseverschil is dan 1

e Geef in figuur 2 in de onderste tekening het verschil in weglengte aan tussen de elektronen die bij atoomlaag 1 en elektronen die bij atoomlaag 2 terugkaatsen.

- de invallende elektronen leggen tot de groene streep dezelfde afstand af
- de teruggekaatste elektronen leggen na de groene streep dezelfde afstand af
- het verschil in weglengte is aangegeven in rood



f Leid deze formule af.



- beschouw de oranje driehoek met de aangegeven hoek α
- voor deze driehoek geldt: $\sin\alpha = \frac{\ell}{d} \quad \rightarrow \quad \ell = d \cdot \sin\alpha$
- weglengteverschil $2 \cdot \ell = n \cdot \lambda$ met $n = 1, 2, 3, \ldots$
- invullen $2d \cdot \sin\alpha = n \cdot \lambda$ met $n = 1, 2, 3, \ldots$

g Bereken onder bij welke hoek α elektronen met een golflengte gelijk aan de roosterafstand worden teruggekaatst bij n = 1.

- $\lambda = d \quad | \quad n = 1 \quad | \quad \alpha = \ldots$ graden
- $d = 2d \cdot \sin\alpha \quad \rightarrow \quad 2 \cdot \sin\alpha = 1 \quad \rightarrow \quad \sin\alpha = 0{,}5$
- $\alpha = \sin^{-1} 0{,}5 = 30\,°$

OOK GOED

- $\lambda = 0{,}15445 \cdot 10^{-9}$ m $\quad | \quad d = 0{,}15445 \cdot 10^{-9}$ m $\quad | \quad n = 1 \quad | \quad \alpha = \ldots$ graden
- $0{,}15445 \cdot 10^{-9} = 2 \cdot 0{,}15445 \cdot 10^{-9} \cdot \sin\alpha \quad \rightarrow \quad \sin\alpha = 0{,}5$
- $\alpha = \sin^{-1} 0{,}5 = 30\,°$

17.5 De schrödingervergelijking

GEEN OPGAVEN

17.6 Kwantumdeeltje in een energieput

1** **a** Leg uit waarom dit het geval is.

- voor de kinetische energie geldt: $E = n^2 \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2}$ met $n = 1, 2, 3, \cdots$
- de kinetische energie kan niet gelijk aan nul zijn, want n = 0 is uitgesloten
- het kwantumdeeltje heeft altijd een snelheid

2*** **a** Bereken hoeveel energie het kost om het elektron vanuit de grondtoestand in de eerste aangeslagen toestand te brengen.

- van de grondtoestand naar de eerste aangeslagen toestand: $n = 1 \rightarrow n = 2$
- $\Delta E_{1\to 2} = (2^2 - 1^2) \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2} \rightarrow \Delta E_{1\to 2} = 3 \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2}$
- $m = 9{,}10938 \cdot 10^{-31}$ kg ; $L = 1{,}0 \cdot 10^{-9}$ m
- $\Delta E_{1\to 2} = 3 \cdot \dfrac{(6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}10938 \cdot 10^{-31} \cdot (1{,}0 \cdot 10^{-9})^2} = 1{,}8074 \cdot 10^{-19}$ J
- omrekenen $J \rightarrow eV$: $\Delta E_{1\to 2} = \dfrac{1{,}8074 \cdot 10^{-19}}{1{,}601766 \cdot 10^{-19}} = 1{,}12284 = 1{,}1$ eV

b Toon dit aan.

- $\Delta E_{2\to 3} = (3^2 - 2^2) \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2} \rightarrow \Delta E_{2\to 3} = 5 \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2}$
- $\Delta E_{1\to 2} = 3 \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2}$
- $\Delta E_{2\to 3} = \dfrac{5}{3} \Delta E_{1\to 2}$

3*** **a** Toon dit aan.

- $E_n = n^2 \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2}$ en $E_{n+1} = (n+1)^2 \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2}$
- $E_{n+1} = (n^2 + 2n + 1) \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2} \rightarrow E_{n+1} = n^2 \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2} + (2n+1) \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2}$
- $E_{n+1} = E_n + (2n+1) \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2}$
- $\Delta E_{n\to n+1} = E_{n+1} - E_n = (2n+1) \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2}$

4* a** Leg dit uit.

- de golffuncties zien eruit als staande golven op een sneer
- bij de uiteinden altijd een knoop en tussen twee knopen altijd een buik
- als n met 1 toeneemt komt er een knoop en een buik bij

b Toon dit aan.

- $\lambda = \dfrac{2 \cdot L}{n} \rightarrow L = \dfrac{n \cdot \lambda}{2} \rightarrow L^2 = \dfrac{n^2 \cdot \lambda^2}{4}$
- $E = n^2 \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2}$
- $E = n^2 \cdot \dfrac{h^2}{8m} \cdot \dfrac{4}{n^2 \cdot \lambda^2}$ (n^2 wegstrepen en factor 4 wegstrepen)
- $E = \dfrac{h^2}{2m \cdot \lambda^2}$

5** a** Toon dit aan.

- $\Psi(x) = \sqrt{\dfrac{2}{L}} \cdot \sin\left(\dfrac{n \cdot \pi}{L} \cdot x\right)$ met $n = 1, 2, 3, \cdots$
- $\sin\left(\dfrac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$ is een functie die zich herhaalt als x toeneemt met λ
- $\dfrac{2\pi}{\lambda} \cdot x = \dfrac{n \cdot \pi}{L} \cdot x \rightarrow \dfrac{2}{\lambda} = \dfrac{n}{L}$
- $\lambda = \dfrac{2 \cdot L}{n}$ met $n = 1, 2, 3, \cdots$

6* a** Leg uit of de beweringen voor het kwantumdeeltje juist zijn:
- – Bewering 1 is *waar / niet waar* omdat ....
- – Bewering 2 is *waar / niet waar* omdat ....

- de golffunctie van de eerste aangeslagen toestand heeft een knoop bij de randen én in het midden van de put
- de kans om het deeltje aan te treffen is het kwadraat van de golffunctie
- de kans om het deeltje in het midden van de put aan te treffen is nul → 1 is waar
- de kans om het deeltje bij de randen van de put aan te treffen is nul → 2 is waar

b Leg uit of de beweringen voor het steentje juist zijn:
- – Bewering 1 is *waar / niet waar* omdat ....
- – Bewering 2 is *waar / niet waar* omdat ....

- de schrödingervergelijking geldt ook voor een steentje
- ook voor een steentje zijn beide beweringen waar

7** **a** Leg uit of je het kwantumdeeltje op deze plaatsen kunt aantreffen.

- $\Psi = 0 \;\rightarrow\; \Psi^2 = 0$
- de kans om het deeltje op plaats x aan te treffen gelijk aan nul

b Leg uit of het kwantumdeeltje zo'n plaats in de put kan passeren.

- het kwantumdeeltje kan zo'n plaats passeren omdat het kwantumdeeltje een onbepaaldheid heeft in de plaats
- je mag een kwantumdeeltje niet opvatten als een voorwerp dat zich op een bepaalde plaats bevindt

c Is er een tegenspraak tussen je antwoorden op de vragen a en b?

- de onbepaaldheidsrelatie zorg ervoor dat de plaats van het kwantumdeeltje niet exact kan worden bepaald
- dit zorgt ervoor dat er geen tegenspraak is tussen de antwoorden op a en b

8*** **a** Bereken de energie in eV van de laagste drie toestanden: n=1, n=2 en n=3.

- $m_e = 9{,}10938 \cdot 10^{-31}$ kg | $L = 0{,}10 \cdot 10^{-9}$ m | $E_1 = \ldots$ J
- $E_1 = 1 \cdot \dfrac{(6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}10938 \cdot 10^{-31} \cdot (0{,}10 \cdot 10^{-9})^2} = 6{,}024542 \cdot 10^{-18}$ J
- Joule $\rightarrow$ eV: $E_1 = \dfrac{6{,}024542 \cdot 10^{-18}}{1{,}601766 \cdot 10^{-19}} = 37{,}6022 = 38$ eV
- $E_2 = 2^2 \cdot E_1 = 4 \cdot E_1 = 4 \cdot 37{,}6022 = 150{,}4 = 1{,}5 \cdot 10^2$ eV
- $E_3 = 3^2 \cdot E_1 = 9 \cdot E_1 = 9 \cdot 37{,}6022 = 338{,}4 = 3{,}4 \cdot 10^2$ eV

b Bereken de golflengte van het foton dat wordt uitgezonden als het elektron in deze put terugvalt van de toestand met n = 2 naar de toestand met n = 1.

- $\Delta E_{2\rightarrow1} = E_2 - E_1 = 150{,}4 - 37{,}6 = 112{,}8$ eV
- $\Delta E_{2\rightarrow1} = 112{,}8 \cdot 1{,}60218 \cdot 10^{-19} = 1{,}80726 \cdot 10^{-17}$ J
- $E_{foton} = \dfrac{h \cdot c}{\lambda} \;\rightarrow\; 1{,}80726 \cdot 10^{-17} = \dfrac{6{,}62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}99792 \cdot 10^{8}}{\lambda}$
- $\lambda = 1{,}09915 \cdot 10^{-8} = 1{,}1 \cdot 10^{-8}$ m

c Bereken de golflengte van het foton dat wordt uitgezonden als het elektron in deze put terugvalt van de toestand met n = 3 naar de toestand met n = 1.

- $\Delta E_{3\rightarrow1} = E_3 - E_1 = 338{,}4 - 37{,}6 = 300{,}8$ eV
- $\Delta E_{3\rightarrow1} = 300{,}8 \cdot 1{,}60218 \cdot 10^{-19} = 4{,}81936 \cdot 10^{-17}$ J
- $E_{foton} = \dfrac{h \cdot c}{\lambda} \;\rightarrow\; 4{,}81936 \cdot 10^{-17} = \dfrac{6{,}62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}99792 \cdot 10^{8}}{\lambda}$
- $\lambda = 4{,}1218 \cdot 10^{-9} = 4{,}1 \cdot 10^{-9}$ m

d Bereken de golflengte van het foton dat wordt uitgezonden als het elektron in deze put terugvalt van de toestand met n = 3 naar de toestand met n = 2.

- $\Delta E_{3\to2} = E_3 - E_1 = 338{,}4 - 150{,}4 = 188 \text{ eV}$
- $\Delta E_{3\to1} = 188 \cdot 1{,}60218 \cdot 10^{-19} = 3{,}0121 \cdot 10^{-17} \text{ J}$
- $E_{foton} = \dfrac{h \cdot c}{\lambda} \quad \to \quad 3{,}0121 \cdot 10^{-17} = \dfrac{6{,}62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}99792 \cdot 10^{8}}{\lambda}$
- $\lambda = 6{,}59488 \cdot 10^{-9} = 6{,}6 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

e Vergelijk je antwoord op vraag d met de waarde voor waterstof die je in Binas vindt en geef een verklaring voor het verschil.

- de Balmer reeks is lichtbaar licht met fotonen van ongeveer 2 eV
- de energie in een oneindig diepe energieput is ruim 100 keer groter
- verschillen met het waterstofatoom zijn:
  - in het waterstofatoom heeft het elektron potentiële energie
  - de afmeting van de put neemt bij het waterstofatoom toe in een aangeslagen toestand (zie paragraaf 17.8)

9**

a Bereken de kinetische energie van het neutron in de grondtoestand uitgedrukt in elektronvolt.

- $m_n = 1{,}6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad | \quad L = 10^{-15} \text{ m} \quad | \quad E_K = \ldots \text{J}$
- grondtoestand: $E = n^2 \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2} \quad \text{met} \quad n = 1$
- $E = \dfrac{(6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 1{,}6749 \cdot 10^{-27} \cdot (1{,}0 \cdot 10^{-15})^2} = 3{,}2766 \cdot 10^{-11} \text{ J}$
- omrekenen J → eV: $E = \dfrac{3{,}2766 \cdot 10^{-11}}{1{,}60218 \cdot 10^{-19}} = 2{,}04509 \cdot 10^{8} = 2{,}0 \cdot 10^{8} \text{ eV}$

b Bereken de snelheid van het neutron in de grondtoestand.

- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $3{,}2766 \cdot 10^{-11} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}6749 \cdot 10^{-27} \cdot v^2$
- $v^2 = 3{,}9126 \cdot 10^{16} \quad \to \quad v = 1{,}978 \cdot 10^{8} = 2{,}0 \cdot 10^{8} \text{ m/s}$

MERK OP: dit is 2/3 van de lichtsnelheid, dus rustmassa mag niet worden gebruikt

10**** Elektronen tussen nanodraden (vwo 2008-1 PMN, aangepast)

3p **a** Bepaal met behulp van figuur 1 hoeveel vrije elektronen elk platina-atoom gemiddeld aan het germaniumoppervlak levert.

- in figuur 1 zie je 5 rijen met 9 paren platina-atomen → $5 \cdot 18 = 90$ Pt atomen
- figuur1: $\text{oppervlakte} = 8 \cdot 8 = 64 \text{ nm}^2$
- 0,75 vrije elektronen per nm² → $0{,}75 \cdot 64 = 48$ vrije elektronen
- aantal vrije elektronen per atoom: $\dfrac{48}{90} = 0{,}5333 = 0{,}53$

3p **b** Bereken de golflengte die dit foton daartoe moet hebben.

- $\Delta E = 0{,}160 - 0{,}040 = 0{,}120$ eV
- eV → J: $0{,}120 \text{ eV} = 0{,}120 \cdot 1{,}601766 \cdot 10^{-19} = 1{,}922119 \cdot 10^{-20}$ J
- $E_{foton} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$
- $1{,}922119 \cdot 10^{-20} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{2{,}9979 \cdot 10^{8}}{\lambda}$
- $\lambda = 1{,}033447 \cdot 10^{-5} = 1{,}0 \cdot 10^{-5}$ m

4p **c** Laat zien dat de onderlinge verhoudingen van de energieën van de drie pieken inderdaad kloppen met wat het ééndimensionale doosjesmodel voorspelt.

- $E = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$ met $n = 1, 2, 3, \cdots$
- vergelijk de $n = 1$ en de $n = 2$ toestanden voor $L = 2{,}4$ nm
- verhouding: $E_2 = 4 \cdot E_1$ → aflezen in figuur 2 $0{,}160 = 4 \cdot 0{,}040$ → klopt
- vergelijk $n = 1$ toestanden bij $L = 1{,}6$ en $L = 2{,}4$ nm
- verhouding: $\left(\frac{1}{1{,}6}\right)^2 : \left(\frac{1}{2{,}4}\right)^2 = 0{,}3906 : 0{,}1736 = 2{,}25$
- $0{,}040 \cdot 2{,}25 = 0{,}090$ → aflezen in figuur 2 → klopt

3p **d** Verklaar met het ééndimensionale doosjesmodel:
1 Waarom binnen het energiebereik in figuur 3 slechts twee pieken passen.
2 Waarom voor alle overige energieën in figuur 3 de bezettingskans nul is.

VRAAG 1

- $E = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$ met $n = 1, 2, 3, \cdots$
- $n = 1$: $E_1 = \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$
- $E_2 = 4 \cdot E_1$ en $E_3 = 9 \cdot E_1$
- $E_1 = 0{,}040$ eV | $E_2 = 4 \cdot 0{,}040 = 0{,}160$ eV | $E_3 = 9 \cdot 0{,}040 = 0{,}360$ eV
- de energieschaal loopt maar tot 0,3 eV en de 0,36 piek is daarom niet te zien

VRAAG 2

- alleen de energieniveaus $E = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$ met $n = 1, 2, 3, \cdots$ komen voor

3p **e** Leg met behulp van figuur 4 uit dat beide conclusies (1 en 2) niet juist zijn.
CONCLUSIE 1

- de golffunctie met n=1 heeft een maximum in het midden van de doos
- de kans om het elektron in het midden van de doos aan te treffen is het grootst
- dat is hier niet het geval → conclusie 1 is fout

CONCLUSIE 2

- de golffunctie met n=2 is nul in het midden van de doos

- de kans om het elektron in het midden van de doos aan te treffen is nul
- dat is hier niet het geval $\rightarrow$ conclusie 2 is fout

11**** Diamant (vwo 2004 PMN SE)

2p **a** Laat door een berekening zien dat de ribbe van de kubus in figuur 1b gelijk is aan 0,178 nm.

- voor een kubus geldt: $\text{lichaamsdiagonaal} = \sqrt{r^2 + r^2 + r^2} = \sqrt{3r^2}$ (r = lengte ribbe)
- $\text{lichaamsdiagonaal} = \sqrt{3 \cdot 0{,}178^2} = 0{,}3083\ \text{nm}$
- figuur 1b: bindingslengte is de helft van de lichaamsdiagonaal
- bindingslengte = 0,3083 / 2 = 0154 nm KLOPT

3p **b** Bereken met behulp van de gegeven ribbe de dichtheid van diamant.

- ribbe = 0,178 nm $\rightarrow$ $\text{volume} = (0{,}178 \cdot 10^{-9})^3 = 5{,}639752 \cdot 10^{-30}\ \text{m}^3$
- per m^3 zijn er $\dfrac{1}{5{,}639752 \cdot 10^{-30}} = 1{,}7731276 \cdot 10^{29}$ kubussen
- één atoom per kubus $\rightarrow$ $1{,}7731276 \cdot 10^{29}$ atomen
- zoek op: massa C-atoom: $12{,}01\text{u} = 12{,}01 \cdot 1{,}6605389 \cdot 10^{-27} = 1{,}994307 \cdot 10^{-26}\ \text{kg}$
- massa per m^3: $1{,}994307 \cdot 10^{-26} \cdot 1{,}7731276 \cdot 10^{29} = 3{,}536 \cdot 10^3$
- $\rho = \dfrac{m}{V}$ $\rightarrow$ $\rho = \dfrac{3{,}536 \cdot 10^3}{1} = 3{,}536 \cdot 10^3 = 3{,}54 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$

3p **c** Toon aan dat b gegeven wordt door $b = -\dfrac{4a}{L_0}$

- $E_d = \dfrac{2a}{L^2} + \dfrac{b}{L}$
- differentieer naar L (bereken de afgeleide): $\dfrac{dE}{dL} = -2 \cdot \dfrac{2a}{L^3} - \dfrac{b}{L^2}$
- minimum: $\dfrac{dE}{dL} = 0$
- $-2 \cdot \dfrac{2a}{L_0^3} - \dfrac{b}{L_0^2} = 0$ $\rightarrow$ $\dfrac{b}{L_0^2} = \dfrac{-4a}{L_0^3}$
- vermenigvuldig links en rechts met L_0^2 $\rightarrow$ $b = \dfrac{-4a}{L_0}$

5p **d** Laat door een berekening zien dat de totale toename van de energie van alle bindingen in de diamant gelijk is aan 1,8·10² J.

- $L_0 = 0{,}154 \cdot 10^{-9}$ | $a = 6{,}02 \cdot 10^{-38}\ \text{J} \cdot \text{m}^2$ | $E_d = \ldots\ \text{J}$

ZONDER DRUK: $L = L_0 \rightarrow$ $E_d = \dfrac{2a}{L_0^2} - \dfrac{4a}{L_0^2} = -\dfrac{2a}{L_0^2}$

- $E_d = -\dfrac{2 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{-38}}{(0{,}154 \cdot 10^{-9})^2} = -5{,}07674144 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$
- $3{,}5 \cdot 10^{23}$ bindingen $\rightarrow$ $E_{tot} = 3{,}5 \cdot 10^{23} \cdot -5{,}07674144 \cdot 10^{-18} = -1{,}7768595 \cdot 10^6\ \text{J}$

MET DRUK: $E_d = \dfrac{2a}{L^2} - \dfrac{4a}{L \cdot L_0}$

- $L = 0{,}99 \cdot L_0 = 0{,}99 \cdot 0{,}154 \cdot 10^{-9} = 0{,}15246 \cdot 10^{-9}$ m
- $E_d = \dfrac{2 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{-38}}{(0{,}15246 \cdot 10^{-9})^2} - \dfrac{4 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{-38}}{0{,}15246 \cdot 10^{-9} \cdot 0{,}154 \cdot 10^{-9}}$
- $E_d = 5{,}17981986 \cdot 10^{-18} - 1{,}02560433 \cdot 10^{-17} = -0{,}507622344 \cdot 10^{-18}$
- $3{,}5 \cdot 10^{23}$ bindingen $\rightarrow E_{tot} = 3{,}5 \cdot 10^{23} \cdot -5{,}07622344 \cdot 10^{-18} = -1{,}77666782 \cdot 10^{6}$ J
- verschil: $\Delta E_{tot} = -1{,}77666782 \cdot 10^{6} + 1{,}7768595 \cdot 10^{6} = 1{,}81296 \cdot 10^{2} = 1{,}8 \cdot 10^{2}$ J

3p **e** Toon met behulp van een berekening aan dat de druk volgens het gebruikte model niet meer dan 10% afwijkt van de gemeten waarde.

- $V = 1{,}0\ cm^3 = 1{,}0 \cdot 10^{-6}\ m^3$
- $\Delta E = \frac{1}{2} p \cdot \Delta V$ met $p = 1{,}3 \cdot 10^{10}$ Pa
- $\Delta V = 0{,}03 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-6} = 3{,}0 \cdot 10^{-8}\ m^3$
- $\Delta E = \frac{1}{2} \cdot 1{,}3 \cdot 10^{10} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-8} = 1{,}95 \cdot 10^{2}$ J
- procentuele afwijking: $\dfrac{195 - 181}{181} \cdot 100\% = 7{,}7\%$ en dit is minder dan 10%

12**** Het spectrum van langgerekte moleculen (vwo 2001 PMN SE)

3p **a** Laat zien met welke waarden van n_x, n_y en n_z de getekende energieën overeenkomen.

$E = (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \cdot \dfrac{h^2}{8mL^2}$ met $\dfrac{h^2}{8mL^2} = 1\,eV$

- $E[eV] = (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$
- $E_{111} = (1^2 + 1^2 + 1^2) = 3$ eV
- $E_{211} = (2^2 + 1^2 + 1^2) = 6$ eV
- $E_{221} = (2^2 + 2^2 + 1^2) = 9$ eV
- $E_{311} = (3^2 + 1^2 + 1^2) = 11$ eV
- $E_{222} = (2^2 + 2^2 + 2^2) = 12$ eV

3p **b** Leg uit dat het spectrum dat hoort bij deze energieniveaus verschilt van het spectrum van een deeltje in een ééndimensionale doos.

- voor een ééndimensionale doos geldt: $E = n^2 \cdot \dfrac{h^2}{8mL^2}$ met $\dfrac{h^2}{8mL^2} = 1\,eV$
- $E_1 = 1^2 = 1$ eV
- $E_2 = 2^2 = 4$ eV
- $E_3 = 3^2 = 9$ eV
- $E_4 = 4^2 = 16$ eV
- $E_5 = 5^2 = 25$ eV
- dit zijn andere waarden dan 3, 6, 9, 11 en 12 eV

- ook de verhouding tussen de energiewaarden is anders
  - kubische doos 3 : 6 : 9 : 11 : 12
  - ééndimensionale doos 1 : 4 : 9 : 16 : 25

3p **c** Leid deze formule af.

- voor een doos met drie verschillende lengtes geldt: $E=\left(\frac{n_x^2}{L_x^2}+\frac{n_y^2}{L_y^2}+\frac{n_z^2}{L_z^2}\right)\cdot\frac{h^2}{8m}$
- vul in: $L_x = L$ | $L_y = 0{,}1\cdot L$ | $L_z = 0{,}1\cdot L$
- $E=\left(\frac{n_x^2}{L^2}+\frac{n_y^2}{0{,}01\cdot L^2}+\frac{n_z^2}{0{,}01\cdot L^2}\right)\cdot\frac{h^2}{8m}$
- $E=\left(\frac{n_x^2}{L^2}+\frac{100\cdot n_y^2}{L^2}+\frac{100\cdot n_z^2}{L^2}\right)\cdot\frac{h^2}{8m}=(n_x^2+100\cdot n_y^2+100\cdot n_z^2)\cdot\frac{h^2}{8mL^2}$

3p **d** Bereken voor dit systeem de energieën van de vijf laagste (verschillende) energieniveaus uitgedrukt in elektronvolt.

- $E=(n_x^2+100\cdot n_y^2+100\cdot n_z^2)$ met $\frac{h^2}{8mL^2}=1$
- $E_{111}=(1^2+100+100)=201\text{ eV}$
- $E_{211}=(2^2+100+100)=204\text{ eV}$
- $E_{311}=(3^2+100+100)=209\text{ eV}$
- $E_{411}=(4^2+100+100)=216\text{ eV}$
- $E_{511}=(5^2+100+100)=225\text{ eV}$

3p **e** Bereken bij welke minimale frequentie er voor het eerst verschillen optreden.

- er treedt een verschil op als n_y of n_z van 1 naar 2 verandert
- $E_{17-1-1}=(17^2+100+100)=489\text{ eV}$
- $E_{18-1-1}=(18^2+100+100)=524\text{ eV}$
- $E_{121}=(1^2+100\cdot 2^2+100)=501\text{ eV}$
- 489 eV wordt opgevolgd door 501 eV
- bij 489 eV treedt het eerste verschil op
- $489\text{ eV}=489\cdot 1{,}6022\cdot 10^{-19}=7{,}835\cdot 10^{-17}\text{ J}$
- $E_{foton}=h\cdot f$
- $7{,}835\cdot 10^{-17}=6{,}626\cdot 10^{-34}\cdot f \quad\rightarrow\quad f=1{,}1824\cdot 10^{17}=1{,}18\cdot 10^{17}\text{ Hz}$

13*** Koolstof nanobuisje (PMN SE 2002)

2p **a** Leg uit waardoor de energieniveaus bij een kort nanobuisje verder uit elkaar liggen dan bij een lang buisje.

- voor de energie geldt: $E=n^2\cdot\frac{h^2}{8mL^2}$
- de energie is omgekeerd evenredig met het kwadraat van de lengte
- als L kleiner wordt neemt de afstand tussen de energieniveaus toe

2p **b** Hoe blijkt uit figuur 2 dat het ééndimensionale deeltje-in-een-doos model een goede benadering is van de elektronen in een nanobuisje?

- uit de figuur blijkt dat de kans om een elektron aan te treffen groot is op plekken die (diagonale) lijnen lijken te vormen
- deze lijnen zijn vergelijkbaar met een ééndimensionaal doosje

4p **c** Toon met behulp van een berekening aan dat de energie die hoort bij de grondtoestand van dit nanobuisje gelijk is aan 0,4 meV.

- $n = 1 \quad | \quad L = 30\text{ nm} = 30 \cdot 10^{-9}\text{ m} \quad | \quad m = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\text{ kg} \quad | \quad E = \ldots\text{eV}$
- $E = n^2 \cdot \dfrac{h^2}{8mL^2}$
- $E = 1^2 \cdot \dfrac{(6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot (30 \cdot 10^{-9})^2} \rightarrow E = 6{,}694 \cdot 10^{-23}\text{ J}$
- $E = \dfrac{6{,}694 \cdot 10^{-23}}{1{,}602177 \cdot 10^{-19}} = 4{,}178 \cdot 10^{-4} = 4{,}2 \cdot 10^{-4}\text{ eV} = 0{,}42\text{ meV}$

3p **d** Leg uit dat het in figuur 3 om een hogere aangeslagen toestand gaat.

- voor de grondtoestand geldt: $L = \frac{1}{2}\lambda$
- er is dan maar één buik in het midden van de doos
- we zien hier veel meer buiken
- er is dus sprake van een hogere aangeslagen toestand

2p **e** Bereken om welke aangeslagen toestand het gaat.

- de toestandsfunctie van het elektron is een staande golf met knopen bij de uiteinden
- er geldt: $L = n \cdot \dfrac{\lambda}{2}$ met $n = 1, 2, 3, \cdots$
- $L = 30 \cdot 10^{-9}\text{ m} \quad | \quad \lambda = 0{,}66 \cdot 10^{-9}\text{ m} \quad | \quad n = \ldots$
- $L = n \cdot \dfrac{\lambda}{2}$ met $n = 1, 2, 3, \cdots$
- $30 \cdot 10^{-9} = n \cdot \dfrac{0{,}66 \cdot 10^{-9}}{2} \rightarrow n = 90{,}9 = 91$

2p **f** Bereken de bijbehorende waarde van de kinetische energie van het elektron uitgedrukt in elektronvolt.

- $\lambda = 0{,}66 \cdot 10^{-9}\text{ m} \quad | \quad m = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$
- $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v} = \dfrac{h}{p}$
- $0{,}66 \cdot 10^{-9} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{p} \rightarrow p = 1{,}0039 \cdot 10^{-24}\text{ kg m/s}$
- $E_K = \dfrac{p^2}{2m} \rightarrow E_K = \dfrac{(1{,}0039 \cdot 10^{-24})^2}{2 \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31}} = 5{,}532 \cdot 10^{-19}\text{ J}$
- $E = \dfrac{5{,}5324 \cdot 10^{-19}}{1{,}602177 \cdot 10^{-19}} = 3{,}453 = 3{,}5\text{ eV}$

17.7 Harmonische oscillator

GEEN OPGAVEN

17.8 Het waterstofatoom

1[**] **a** Hoeveel verschillende energiesprongen kunnen er worden gemaakt?
- van ieder niveau gaat er een sprong omhoog naar ieder ander niveau
- – van niveau 0,0 zijn er 4 sprongen omhoog
- – van niveau 4,2 zijn er 3 sprongen omhoog
- – van niveau 5,1 zijn er 2 sprongen omhoog
- – van niveau 7,4 is er 1 sprong omhoog
- totaal aantal sprongen omhoog is $4+3+2+1=10$
- voor iedere sprong omhoog is er ook een sprong omlaag
- in totaal zijn er 20 verschillende energiesprongen

b Hoeveel lijnen heeft het emissiespectrum van dit atoom?
- het emissiespectrum heeft 10 lijnen

c Leg uit bij welke overgang de uitgezonden straling de grootste golflengte heeft.
- grootste golflengte hoort bij kleinste energie
- overgang van 4,2 naar 5,1 eV heeft de kleinste energie

d Bereken de grootst mogelijke golflengte.
- 4,2 naar 5,1 eV $\rightarrow$ $5{,}1-4{,}2=0{,}90\text{ eV}=0{,}90\cdot 1{,}60218\cdot 10^{-19}=1{,}44196\cdot 10^{-19}\text{ J}$
- $E_{foton}=\dfrac{h\cdot c}{\lambda} \rightarrow 1{,}44196\cdot 10^{-19}=\dfrac{6{,}626\cdot 10^{-34}\cdot 2{,}99792\cdot 10^{8}}{\lambda}$
- $\lambda=1{,}37758\cdot 10^{-6}=1{,}4\cdot 10^{-6}\text{ m}$

e Leg uit bij welke overgang de uitgezonden straling de kleinste golflengte heeft.
- kleinste golflengte $\rightarrow$ grootste energie
- overgang van 0,0 naar 8,9 heeft grootste energie

f Bereken de kleinst mogelijke golflengte.
- $E_{foton}[\text{eV}]=\dfrac{h\cdot c}{e\cdot\lambda}$
- $8{,}9=\dfrac{6{,}62607\cdot 10^{-34}\cdot 2{,}99792458\cdot 10^{8}}{1{,}6021765\cdot 10^{-19}\cdot\lambda}$
- $\lambda=1{,}39308\cdot 10^{-7}=1{,}4\cdot 10^{-7}\text{m}$

2[**] **a** Bereken de energie in joule die nodig om een elektron uit de buitenste schil van Na en van Mg te verwijderen.
- Na: 5,14 eV $\rightarrow 5{,}14\cdot 1{,}60218\cdot 10^{-19}=8{,}23519\cdot 10^{-19}=8{,}24\cdot 10^{-19}\text{J}$
- Mg: 7,65 eV $\rightarrow 7{,}65\cdot 1{,}60218\cdot 10^{-19}=1{,}22567\cdot 10^{-18}=1{,}23\cdot 10^{-18}\text{J}$

b Breken de golflengte van het licht dat nodig is om een Na atoom te ioniseren.

- $E_{foton}[eV] = \dfrac{h \cdot c}{e \cdot \lambda}$
- $5,14 = \dfrac{6,62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2,99792458 \cdot 10^{8}}{1,6021765 \cdot 10^{-19} \cdot \lambda} \quad \rightarrow \quad \lambda = 2,41 \cdot 10^{-7}\ m$

c Breken de golflengte van het licht dat nodig is om een Mg atoom te ioniseren.

- $E_{foton}[eV] = \dfrac{h \cdot c}{e \cdot \lambda}$
- $7,65 = \dfrac{6,62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2,99792458 \cdot 10^{8}}{1,6021765 \cdot 10^{-19} \cdot \lambda} \quad \rightarrow \quad \lambda = 1,62 \cdot 10^{-7}\ m$

d Bereken de golflengte van het licht dat nodig is om van een Na^{+} ion een elektron te verwijderen zodat een Na^{2+} ion ontstaat.

- $E_{foton}[eV] = \dfrac{h \cdot c}{e \cdot \lambda}$
- $47,29 = \dfrac{6,62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2,99792458 \cdot 10^{8}}{1,6021765 \cdot 10^{-19} \cdot \lambda} \quad \rightarrow \quad \lambda = 2,622 \cdot 10^{-8}\ m$

e Bereken de frequentie van het licht dat nodig is om van een Mg^{+} ion een elektron te verwijderen zodat een Mg^{2+} ion ontstaat.

- $E_{foton}[eV] = \dfrac{h \cdot c}{e \cdot \lambda}$
- $15,04 = \dfrac{6,62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2,99792458 \cdot 10^{8}}{1,6021765 \cdot 10^{-19} \cdot \lambda} \quad \rightarrow \quad \lambda = 8,244 \cdot 10^{-8}\ m$

f Beredeneer bij welke chemische reactie in dat geval de meeste energie vrijkomt.

- bij de vorming van Na_2O worden twee Na atomen geïoniseerd
- dit kost $2 \cdot 5,14 = 10,28\ eV$
- bij de vorming van MgO wordt één Mg atoom dubbel geïoniseerd tot Mg^{2+}
- dit kost $7,65 + 15,04 = 22,69\ eV$
- we gaan ervan uit dat de vorming van een O^{2-} ion en het aangaan van een chemische binding een vaste hoeveelheid energie oplevert
- we verwachten dat bij de vorming van Na_2O de meeste energie vrijkomt

3**. **a** Leg uit welke kleur dit licht heeft.

- zie spectrum in boek $\rightarrow$ 668 nm is rood licht

b Bereken de energie van de uitgezonden fotonen uitgedrukt in joule.

- $c = \lambda \cdot f$
- $2,99792458 \cdot 10^{8} = 668 \cdot 10^{-9} \cdot f \quad \rightarrow \quad f = 4,4879 \cdot 10^{14}\ Hz$
- $E_{foton} = h \cdot f \quad \rightarrow \quad E_{foton} = 6,626 \cdot 10^{34} \cdot 4,4879 \cdot 10^{14} = 2,97372 \cdot 10^{-19} = 2,97 \cdot 10^{-19}\ J$

c Bereken de energie van de uitgezonden fotonen uitgedrukt in elektronvolt.

- $1\,eV = 1{,}60218 \cdot 10^{-19}$ J
- $E_{foton} = \dfrac{2{,}97372 \cdot 10^{-19}}{1{,}60218 \cdot 10^{-19}} = 1{,}85605 = 1{,}86$ eV

d Bereken hoeveel fotonen met λ = 668 nm er per seconde op het netvlies moeten vallen om het licht te kunnen zien.

- $E_{foton} = 2{,}97372 \cdot 10^{-19}$ J
- $P = 1{,}7 \cdot 10^{-18}$ W $\rightarrow$ $1{,}7 \cdot 10^{-18}$ joule per seconde
- aantal fotonen per seconde: $\dfrac{1{,}7 \cdot 10^{-18}}{2{,}97372 \cdot 10^{-19}} = 5{,}71675 = 5{,}7$ fotonen per seconde

4* a** Bepaal de kleur van het licht dat een neonlaser uitzendt.

- $6{,}32816 \cdot 10^{-7}$ m $= 632{,}816$ nm $\rightarrow$ rood licht

b Bepaal met welke overgang het uitgezonden licht correspondeert.

- $E_{foton} = \dfrac{h \cdot c}{\lambda} \rightarrow E_{foton} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}99792 \cdot 10^{8}}{6{,}32816 \cdot 10^{-7}} = 3{,}13906 \cdot 10^{-19}$ J
- $E_{foton} = \dfrac{3{,}13906 \cdot 10^{-19}}{1{,}60218 \cdot 10^{-19}} = 1{,}95929 = 1{,}96$ eV
- $20{,}7 - 18{,}7 = 2{,}0$ eV
- de overgang van 20,7 naar 18,7 komt het dichts in de buurt

c Bereken de minimale en de maximale golflengte van het licht dat door een HeNe laser wordt uitgezonden. Let op: gebruik minimaal 7 significante cijfers!

- $c = f \cdot \lambda \rightarrow 2{,}99792458 \cdot 10^{8} = f \cdot 6{,}32816 \cdot 10^{-7} \rightarrow f = 4{,}73743486 \cdot 10^{14}$ Hz
- $1{,}5$ Ghz $= 1{,}5 \cdot 10^{9}$ Hz
- $f_{min} = 4{,}73743486 \cdot 10^{14} - 1{,}5 \cdot 10^{9} = 4{,}73741986 \cdot 10^{14}$ Hz
- $f_{max} = 4{,}73743486 \cdot 10^{14} + 1{,}5 \cdot 10^{9} = 4{,}73744986 \cdot 10^{14}$ Hz
- $\lambda_{minimaal} = \dfrac{c}{f_{maximaal}} \rightarrow \lambda_{minimaal} = \dfrac{2{,}99792458 \cdot 10^{8}}{4{,}73744986 \cdot 10^{14}} = 6{,}32813996 \cdot 10^{7}$ m
- $\lambda_{maximaal} = \dfrac{c}{f_{minimaal}} \rightarrow \lambda_{maximaal} = \dfrac{2{,}99792458 \cdot 10^{8}}{4{,}73741986 \cdot 10^{14}} = 6{,}32818004 \cdot 10^{7}$ m

d Bereken hoeveel procent de frequentiespreiding is.

- $\Delta f = 3{,}0 \cdot 10^{9}$ en $f = 4{,}73743 \cdot 10^{14}$
- $\dfrac{\Delta f}{f} = \dfrac{3{,}0 \cdot 10^{9}}{4{,}73743 \cdot 10^{14}} = 6{,}33255 \cdot 10^{-6} = 6{,}3 \cdot 10^{-4}\%$

5*** **a** Wat kun je zeggen over de kleur van de lichtbundel?

- 500 nm is blauwgroen licht | 600 nm is oranjerood licht
- er komt ook geel licht in de bundel voor
- de lichtbundel heeft niet een bepaalde kleur

b Bepaal hoeveel lijnen er in het absorptiespectrum te zien zijn.

- $E = \frac{h \cdot f}{\lambda}$
- 600 nm: $E = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{600 \cdot 10^{-9}} = 3{,}311 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = \frac{3{,}311 \cdot 10^{-19}}{1{,}6022 \cdot 10^{-19}} = 2{,}07\ \text{eV}$
- 500 nm: $E = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{500 \cdot 10^{-9}} = 3{,}973 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = \frac{3{,}973 \cdot 10^{-19}}{1{,}6022 \cdot 10^{-19}} = 2{,}48\ \text{eV}$
- de volgende overgangen zijn mogelijk:
  - van 0,0 naar 2,2 eV
  - van 2,2 naar 4,5 eV

c Leg uit waarom dit het geval is.

- vrijwel alle elektronen bevinden zich in de grondtoestand E = 0,0 eV
- de overgang van 0,0 naar 2,2 eV kan eenvoudig worden gemaakt
- de overgang van 2,2 naar 4,5 eV is moeilijker omdat er eerst een elektron naar het 2,2 niveau moet worden gebracht
- de lijn bij 2,2 eV is daarom sterker dan de lijn bij 2,3 eV

6*** **a** Bereken C voor de overgang van n = 1 naar n = 2

- $\Delta E = C \cdot \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2}\right)$
- $\Delta E = 10{,}20\ \text{eV} = 1{,}63422 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$
- $1{,}63422 \cdot 10^{-18} = C \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \rightarrow 1{,}63422 \cdot 10^{-18} = C \cdot \frac{3}{4}$
- $C = 2{,}17896 \cdot 10^{-18} = 2{,}18 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$ (een kwantumgetal heeft geen eenheid)

b Bereken C voor de overgang van n = 2 naar n = 3

- $\Delta E = 12{,}09 - 10{,}20 = 1{,}89\ \text{eV} = 3{,}02812 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$
- $3{,}02812 \cdot 10^{-19} = C \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \rightarrow 3{,}02812 \cdot 10^{-19} = C \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right)$
- $C = 2{,}18024 \cdot 10^{-18} = 2{,}18 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$

c Bereken C voor de overgang van n = 1 naar n = 3

- $\Delta E = 12{,}09\ \text{eV} = 1{,}93703 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$
- $1{,}93703 \cdot 10^{-18} = C \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right) \rightarrow 1{,}93703 \cdot 10^{-18} = C \cdot \frac{8}{9}$
- $C = 2{,}17916 \cdot 10^{-18} = 2{,}18 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$

d Leg met behulp van de formule uit dat de waarde van C overeenkomt met de ionisatie-energie.

- $\Delta E = C \cdot \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right)$
- ioniseren n=∞ $\rightarrow$ van n=1 naar n=∞
- $\Delta E = C \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \rightarrow \Delta E = C$

e Controleer dat C overeenkomt met 13,60 eV

- $13{,}60 \text{ eV} = 2{,}17896 \cdot 10^{-18} = 2{,}179 \cdot 10^{-18} \text{ J}$
- dit is gelijk aan C

f Bereken de golflengten en frequenties van deze spectraallijnen met drie significante cijfers.

- $E_{foton}[eV] = \frac{h \cdot c}{e \cdot \lambda} \rightarrow E_{foton}[eV] = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}99792 \cdot 10^{8}}{1{,}60218 \cdot 10^{-19} \cdot \lambda} = \frac{1{,}23982 \cdot 10^{-6}}{\lambda}$
- **n=2 naar n=3**
- $\Delta E = 12{,}0888 - 10{,}2002 = 1{,}8886 \text{ eV}$
- $1{,}8886 = \frac{1{,}23982 \cdot 10^{-6}}{\lambda} \rightarrow \lambda = 6{,}56476 \cdot 10^{-7} \text{ m} \rightarrow \lambda = 656 \text{ nm}$
- $f = \frac{c}{\lambda} \rightarrow f = \frac{2{,}99792 \cdot 10^{8}}{6{,}56476 \cdot 10^{-7}} = 4{,}56669 \cdot 10^{14} = 4{,}57 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$
- **n=2 naar n=4**
- $\Delta E = 12{,}7497 - 10{,}2002 = 2{,}5495 \text{ eV}$
- $2{,}5495 = \frac{1{,}23982 \cdot 10^{-6}}{\lambda} \rightarrow \lambda = 4{,}86299 \cdot 10^{-7} \text{ m} \rightarrow \lambda = 486 \text{ nm}$
- $f = \frac{c}{\lambda} \rightarrow f = \frac{2{,}99792 \cdot 10^{8}}{4{,}86299 \cdot 10^{-7}} = 6{,}16476 \cdot 10^{14} = 6{,}16 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$
- **n=2 naar n=5**
- $\Delta E = 13{,}0560 - 10{,}2002 = 2{,}8558 \text{ eV}$ (zoek op in Binas)
- $2{,}8558 = \frac{1{,}23982 \cdot 10^{-6}}{\lambda} \rightarrow \lambda = 4{,}34141 \cdot 10^{-7} \text{ m} \rightarrow \lambda = 434 \text{ nm}$
- $f = \frac{c}{\lambda} \rightarrow f = \frac{2{,}99792 \cdot 10^{8}}{4{,}34141 \cdot 10^{-7}} = 6{,}90541 \cdot 10^{14} = 6{,}91 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

g Bereken hoe groot hun snelheid hiervoor minstens moet zijn.

- ionisatie energie is $13{,}60 \text{ eV} = 2{,}17896 \cdot 10^{-18} \text{ J}$
- E_K van ieder atoom moet $2{,}17896 \cdot 10^{-18}$ J zijn
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ met $m_{proton} = 1{,}67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ (Binas 7)
- $2{,}17896 \cdot 10^{-18} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}67262 \cdot 10^{-27} \cdot v^2 \rightarrow v = 5{,}10436 \cdot 10^{4} = 5{,}104 \cdot 10^{4} \text{ m s}^{-1}$

h Bereken bij welke temperatuur waterstofgas wordt geïoniseerd.

- $E_K = 2{,}17896 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

- $E_K = \frac{3}{2} k_B \cdot T$ met $k_B = 1{,}38066 \cdot 10^{-23}\ J\ K^{-1}$
- $2{,}17896 \cdot 10^{-18} = \frac{3}{2} \cdot 1{,}38066 \cdot 10^{-23} \cdot T \rightarrow T = 1{,}052 \cdot 10^5\ K$

7* a** Bereken hoeveel fotonen de laser per seconde uitzendt.

- $\lambda = 10{,}6\text{mm} = 10{,}6 \cdot 10^{-6}\ m$
- $E_{foton} = \dfrac{h \cdot c}{\lambda} \rightarrow E_{foton} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}99792 \cdot 10^8}{10{,}6 \cdot 10^{-6}} = 1{,}87398 \cdot 10^{-20}\ J$
- 150 W = 150 joule per seconde
- fotonen per seconde $\dfrac{150}{1{,}87398 \cdot 10^{-20}} = 8{,}00434 \cdot 10^{21} = 8{,}00 \cdot 10^{21}\ s^{-1}$

b Bereken het rendement van de CO_2 laser.

- elektrisch vermogen $P = U \cdot I \rightarrow P = 380 \cdot 18 = 6840\ W$
- rendement: $\eta = \dfrac{150}{6840} \cdot 100\% = 2{,}193 = 2{,}2\%$

+ c Bereken de tijd die nodig is om het ijzer onder de laserspot te laten smelten.

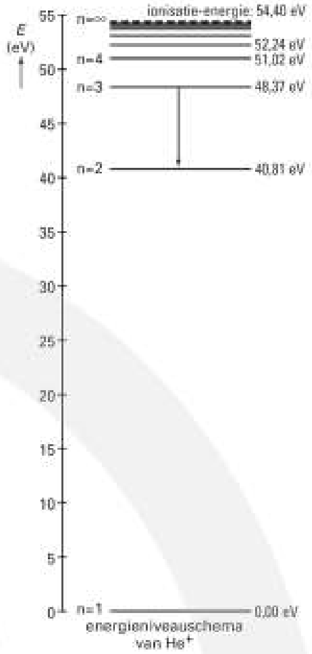
- volume $V = \pi \cdot r^2 \cdot d \rightarrow V = \pi \cdot (2{,}5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-3} = 1{,}9635 \cdot 10^{-8}\ m^3$
- $\rho_{ijzer} = 7{,}87 \cdot 10^3\ kg\ m^{-3}$
- $m = \rho \cdot V \rightarrow m = 7{,}87 \cdot 10^3 \cdot 1{,}9635 \cdot 10^{-8} = 1{,}54527 \cdot 10^{-4}\ kg$
- temperatuur stijgt van 293 naar 1811 K $\rightarrow \Delta T = 1518\ K$
- één kg ijzer naar het smeltpunt verwarmen kost $460 \cdot 1518 = 6{,}982 \cdot 10^5\ J$
- één kg ijzer laten smelten kost 276 kJ = $2{,}76 \cdot 10^5 J$
- één kg ijzer opwarmen en smelten: $6{,}982 \cdot 10^5 + 2{,}76 \cdot 10^5 = 9{,}7428 \cdot 10^5\ J$
- $1{,}54527 \cdot 10^{-4}$ kg aanwezig $1{,}54527 \cdot 10^{-4} \cdot 9{,}7428 \cdot 10^5 = 1{,}50553 \cdot 10^2\ J$
- $E = P \cdot t$ met $P = 150\ W$
- $1{,}50553 \cdot 10^2 = 150 \cdot t \rightarrow t = 1{,}00368 = 1{,}00\ s$

8* Geïoniseerd helium (2003-1 Na12, PMN**

2p **a** Welke relatie is dit? Geef de getalwaarde in deze relatie in drie significante cijfers.

- vergelijk de evereenkomstige energieniveas
- opzoeken in Binas → H-atoom: n=1 → n=2 $\Delta E = 10{,}2002$ eV
- aflezen in figuur → He^+-atoom: n=1 → n=2 $\Delta E = 40{,}81$ eV
- $\dfrac{40{,}81}{10{,}2002} = 4{,}00$
- de energiewaarden van He^+ zijn allemaal een factor 4,00 groter dan die van H

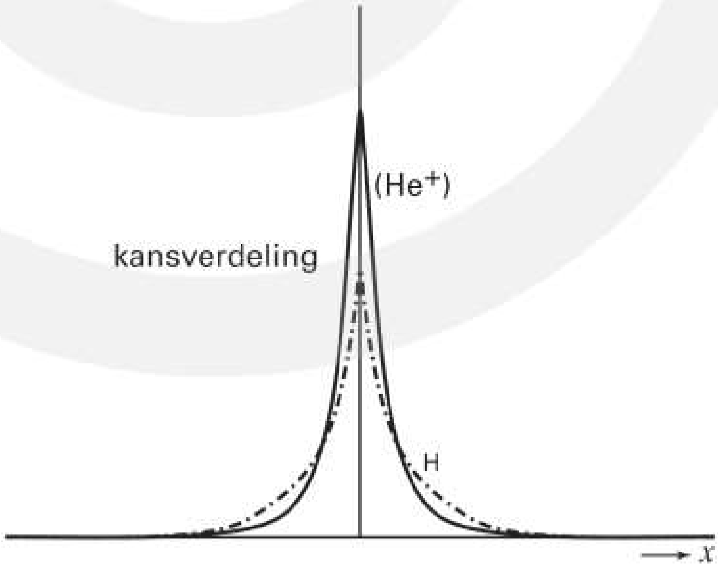
4p **b** Bepaal aan de hand van een berekening bij welke energieovergang uit figuur 1 deze lijn hoort en geef deze overgang met een pijl aan in de figuur.



- $\lambda = 164{,}0 \text{ nm}$
- $E_{foton} = h \cdot f = h \cdot \dfrac{c}{\lambda}$
- $E_{foton} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \dfrac{2{,}9979 \cdot 10^{8}}{164 \cdot 10^{-9}} = 1{,}21225 \cdot 10^{-18} \text{ J}$
- $E = \dfrac{1{,}21225 \cdot 10^{-18}}{1{,}602177 \cdot 10^{-19}} = 7{,}560 \text{ eV}$
- emissie $\rightarrow$ er wordt een foton uitgezonden
- overgang van $n = 3 \quad \rightarrow \quad n = 2$
- geef aan in de figuur

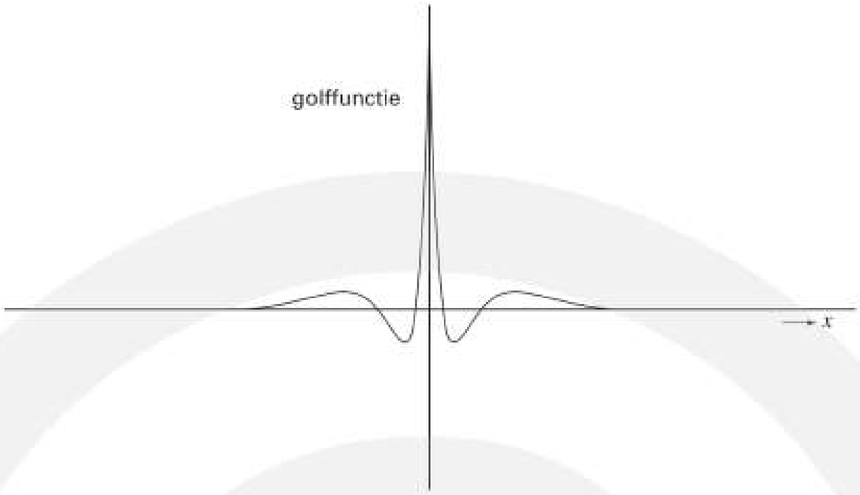
4p **c** Schets in figuur 2b een dergelijke grafiek voor de grondtoestand van het heliumion en leg uit waarin de kansverdelingen voor H en He+ verschillen.

- de grafiek van He^+ heeft dezelfde vorm als die van H
- bij het He^+ ion is de ionisatie-energie ($He^+ \rightarrow He^{2+} + e$) vier keer zo groot als die van H^+ (54,40 eV versus 13,6 eV)
- bij het He^+ ion bevindt het elektron zich gemiddeld dichter bij de kern
- de kans om het elektron dichter bij de kern aan te treffen is groter dan bij H
- de kans om het elektron verder van de kern aan te treffen is kleiner dan bij H
- maak een schets



3p **d** Leg uit bij welk energieniveau deze kansverdeling hoort en schets in figuur 3b de bijbehorende golffunctie.

- in figuur 3a zie je 3 maxima (buiken) in de kansverdeling
- figuur 3a is een toestand van het 3e energieniveau (n=3)
- tussen twee maxima ligt een minimum (knoop)
- schets de golffunctie



9*** Natuurconstanten (vwo 2004-2 Na12 PMN)

3p **a** Laat met een berekening zien dat de gegeven waarde van α zowel wat betreft getalwaarde als wat betreft significantie in overeenstemming is met de benodigde gegevens van het informatieboek Binas.

- $\alpha = \dfrac{1}{2\cdot 8{,}85419\cdot 10^{-12}}\cdot\dfrac{(1{,}602176565\cdot 10^{-19})^2}{6{,}62606957\cdot 2{,}99792458\cdot 10^8} = 0{,}00729735$
- $\varepsilon_0 = 8{,}85419\cdot 10^{-12}\ \mathrm{C\ V^{-1}\ m^{-1}}$ heeft 6 significante cijfers
- antwoord heeft ook in 6 significante cijfers

3p **b** Ga met een eenhedenbeschouwing na of α een eenheid heeft.

- $\alpha = \dfrac{1}{2\varepsilon_0}\cdot\dfrac{e^2}{hc}$
- formule opschrijven met eenheden $[\alpha] = \dfrac{V\cdot m}{C}\cdot\dfrac{C^2\cdot s}{J\cdot s\cdot m}$
- wegstepen $[\alpha] = \dfrac{V\cdot m}{C}\cdot\dfrac{C^2\cdot s}{J\cdot s\cdot m}$
- $[\alpha] = \dfrac{V\cdot C}{J}$
- elektrische energie: $E = Q\cdot U$ opschrijven met eenheden: $J = C\cdot V$
- invullen $[\alpha] = \dfrac{V\cdot C}{C\cdot V} \rightarrow [\alpha] = 1$
- α heeft geen eenheid

2p **c** Bereken de waarde van E_{32}.

- $E_{32} = E_3\left(1 - \dfrac{\alpha^2}{6}\right)$
- $E_{32} = 12{,}0888\cdot\left(1 - \dfrac{0{,}00729735^2}{6}\right) = 12{,}0886927 = 12{,}0887\ \mathrm{eV}$

4p **d** Bereken de lijnbreedte $\Delta\lambda$.

- 656,42 nm hoort bij de grootste energie overgang
- 656,42 nm is de kleinst mogelijke waarde van de golflengte
- de grootste golflengte hoort bij de kleinste energiesprong
- kleinste energiesprong $\Delta E = 12{,}0886 - 10{,}2002 = 1{,}8884$ eV
- $\Delta E = 1{,}8884 \cdot 1{,}602176565 \cdot 10^{-19} = 3{,}02555 \cdot 10^{-19}$ J
- $E = h \cdot f = h \cdot \dfrac{c}{\lambda}$
- $3{,}02555 \cdot 10^{-19} = 6{,}62607 \cdot 10^{-34} \cdot \dfrac{2{,}99792458 \cdot 10^{8}}{\lambda} \rightarrow \lambda = 656{,}5568 \cdot 10^{-9}$ m
- $\Delta\lambda = 656{,}56 - 656{,}42 = 0{,}14$ nm

10**** Atomen en fotonen (VWO 1992-1)

3p **a** Bereken de energie van dit foton.

- $\lambda = 589{,}6 \cdot 10^{-9}$ m
- $E_{foton} = h \cdot f = h \cdot \dfrac{c}{\lambda}$
- $E_{foton} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \dfrac{2{,}9979 \cdot 10^{8}}{589{,}6 \cdot 10^{-9}} = 3{,}369 \cdot 10^{-19}$ J

4p **b** Bereken de impuls van een foton van licht met een golflengte van 589,6 nm.

- zoek op: massa $^{23}_{11}Na$ atoom = 22,98977 u
- $22{,}98977\ u = 22{,}98977 \cdot 1{,}660539 \cdot 10^{-27} = 3{,}81754 \cdot 10^{-26}$ kg
- $p = m \cdot v$
- $p = 3{,}81754 \cdot 10^{-26} \cdot 0{,}0294 = 1{,}122357 \cdot 10^{-27}$ kg m / s
- $\Sigma\vec{p}_{voor} = \Sigma\vec{p}_{na} \rightarrow$ de impuls van het foton is door het Na-atoom overgenomen
- de impuls van het foton is $1{,}12 \cdot 10^{-27}$ kg m / s

3p **c** Bereken $E_{foton} - E_{1\rightarrow2}$.

- het verschil $E_{foton} - E_{1\rightarrow2}$. is gelijk aan de kinetische energie van net Na-atoom
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $E_K = \frac{1}{2} \cdot 3{,}81754 \cdot 10^{-26} \cdot 0{,}0294^2 = 1{,}64986 \cdot 10^{-29} = 1{,}65 \cdot 10^{-29}$ J

3p **d** Leg uit of men de golflengte van de lichtbundel die gebruikt wordt voor het afremmen van de atomen moet instellen op iets meer danwel op iets minder dan 589,6 nm.

- de Na-atomen bewegen naar de bron $\rightarrow$ dopplereffect geeft een hogere frequentie
- voor het aanslaan en afremmen is de frequentie te hoog
- de frequentie van de bron moet omlaag $\rightarrow$ de golflengte moet dus groter worden

17.9 Spin

GEEN OPGAVEN

17.10 Moleculen en vaste stoffen

GEEN OPGAVEN

17.11 Tunnelen

1[****] **a** Toon dit aan.

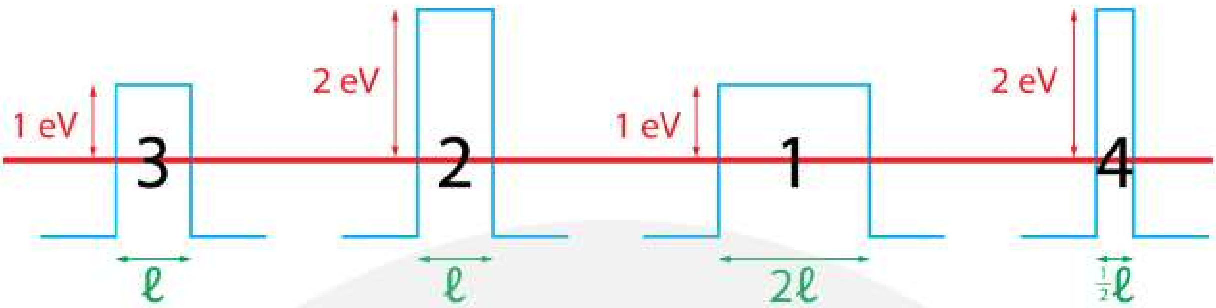
- kansverdeling: $\Psi = \Psi_0 \cdot e^{-x/d_e} \quad \rightarrow \quad \Psi^2 = \Psi_0^2 \cdot e^{-2x/d_e}$
- dikte L: $\Psi^2 = \Psi_0^2 \cdot e^{-2L/d_e}$
- vul in: $\hbar = \dfrac{h}{2\pi} \quad \rightarrow \quad d_e = \dfrac{h}{2\pi \cdot \sqrt{2m \cdot (V-E)}} = \dfrac{\hbar}{\sqrt{2m \cdot (V-E)}}$
- $\dfrac{-2L}{d_e} = -2L \cdot \dfrac{\sqrt{2m \cdot (V-E)}}{\hbar} = -2L \cdot \sqrt{\dfrac{2m \cdot (E-V)}{\hbar^2}} \quad = \quad -2G \cdot L$
- $\Psi^2 = \Psi_0^2 \cdot e^{-2G \cdot L}$

b Leg uit waar de tunnelkans het meest gevoelig voor is:
- de massa van het kwantumdeeltje
- de hoogte van de energie barrière (E –V)
- de dikte van de energie barrière L

- $P = e^{-2G \cdot L} \quad$ met $\quad G = \sqrt{\dfrac{2m \cdot (E-V)}{\hbar^2}}$
- de exponent $-2G \cdot L$ is afhankelijk van $\sqrt{m}$ van $\sqrt{E-V}$ en van L
- omdat van L niet de wortel wordt genomen is de afhankelijkheid van L het grootst

c Zet de barrières op volgorde van kleinste tunnelkans naar grootste tunnelkans.

- tunnelkans: $P = e^{-2G \cdot L} \quad$ met $\quad G = \sqrt{\dfrac{2m \cdot (E-V)}{\hbar^2}}$
- de exponent hang af van het product $\left(\sqrt{E-V}\right) \cdot L$
- stel $\ell = 1$ en beschouw $\left(\sqrt{E-V}\right) \cdot L$
- $E-V=1 \quad$ en $\quad L=1 \quad \rightarrow \quad \left(\sqrt{E-V}\right) \cdot L = 1$
- $E-V=2 \quad$ en $\quad L=1 \quad \rightarrow \quad \left(\sqrt{E-V}\right) \cdot L = \sqrt{2} = 1{,}4$
- $E-V=1 \quad$ en $\quad L=2 \quad \rightarrow \quad \left(\sqrt{E-V}\right) \cdot L = 2$
- $E-V=2 \quad$ en $\quad L=\frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \left(\sqrt{E-V}\right) \cdot L = \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0{,}7$
- hoe groter $\left(\sqrt{E-V}\right) \cdot L$ is hoe kleiner de tunnelkans
- tunnelkans van klein naar groot (1 is het kleinst en 4 is het grootst)



d Bereken de tunnelkans.

- $m = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg | $E_K = 4{,}0$ eV | $V = 8{,}0$ eV | $L = 0{,}10 \cdot 10^{-9}$m
- $P = e^{-2G \cdot L}$ met $G = \sqrt{\dfrac{2m \cdot (E-V)}{\hbar^2}}$ waarin $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$
- $E - V = 8 - 4 = 4 \text{ eV} = 4 \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19} = 6{,}4088 \cdot 10^{-19}$ J
- $G = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot 6{,}4088 \cdot 10^{-19}}{(6{,}626 \cdot 10^{-34} / 2\pi)^2}} = 1{,}0246 \cdot 10^{10}$
- $P = e^{-2G \cdot L} \rightarrow P = e^{-2 \cdot 1{,}026 \cdot 10^{10} \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-9}} \rightarrow P = e^{-2{,}052} = 0{,}12848 = 0{,}13$

e Bereken de kinetische energie van dit elektron.

- $m = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg | $V = 10$ eV | $L = 0{,}50 \cdot 10^{-9}$m | $P = 0{,}01$ | $E_K = \ldots$eV
- $P = e^{-2G \cdot L} \rightarrow 0{,}01 = e^{-2 \cdot G \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-9}} \rightarrow G = \dfrac{\ln 0{,}01}{-2 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-9}} = 4{,}60517 \cdot 10^9$
- $G = 4{,}60517 \cdot 10^9 = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot (E-V)}{(6{,}626 \cdot 10^{-34} / 2\pi)^2}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot (E-V)}{1{,}112 \cdot 10^{-68}}}$
- $E - V = 1{,}2945 \cdot 10^{-19} \text{ J} \rightarrow E - V = \dfrac{1{,}2945 \cdot 10^{-19}}{1{,}60218 \cdot 10^{-19}} = 0{,}80796$ eV
- $E_K = 10 - 0{,}80796 = 9{,}192 = 9{,}2$ eV

f Bereken de dikte L van deze barrière.

- $m = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg | $E - V = 3 \text{ eV} = 4{,}8066 \cdot 10^{-19}$ J | $P = 0{,}02$ | $L = \ldots$m
- $G = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot 4{,}8066 \cdot 10^{-19}}{(6{,}626 \cdot 10^{-34} / 2\pi)^2}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot 4{,}8066 \cdot 10^{-19}}{1{,}112 \cdot 10^{-68}}} = 8{,}874 \cdot 10^9$
- $P = e^{-2G \cdot L} \rightarrow 0{,}02 = e^{-2 \cdot 8{,}874 \cdot 10^9 \cdot L}$
- links en recht natuurlijke logaritme nemen (ln knop op je rekenmachine)
- $-3{,}912 = -2 \cdot 8{,}874 \cdot 10^9 \cdot L \rightarrow L = 2{,}2 \cdot 10^{-10}$ m

2*** Kernfusie in de zon (vwo 2007-1 Na12 PMN)

3p **a** Toon met een berekening aan dat bij een plasmatemperatuur in de orde van 10^{10} K de protonen volgens de klassieke natuurkunde gemiddeld voldoende kinetische energie hebben om met elkaar te kunnen fuseren.

- $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$ | $T = 10^{10}\ \mathrm{K}$ | $E_K = \ldots\ \mathrm{eV}$
- $E_K = \frac{3}{2} k \cdot T \;\rightarrow\; E_K = \frac{3}{2} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{10} = 2{,}07 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}$
- $E_K = \dfrac{2{,}07 \cdot 10^{-13}}{1{,}6022 \cdot 10^{-19}} = 1{,}29 \cdot 10^{6}\ \mathrm{eV}$
- dit is meer dan 1 MeV → er is voldoende energie

3p **b** Leg met behulp van het begrip golffunctie uit waarom er in werkelijkheid meer fusies plaatsvinden dan volgens de klassieke natuurkunde verwacht mag worden.

- de onbepaaldheidsrelatie zorg ervoor dat de golffuncties van de protonen elkaar overlappen
- hierdoor is de kans groter dat ze elkaar dicht genoeg naderen
- er vinden meer fusies plaats dan klassiek mag worden verwacht

3p **c** Leg uit waarom de energie van een elektron in een bepaald energieniveau van het deeltjes-in-een-doos-model toeneemt wanneer de zwaartekracht de doos in elkaar drukt.

- deeltjes-in-een-doos-model geeft $E = n^2 \cdot \dfrac{h^2}{8mL^2}$
- als de ster krimpt wordt L kleiner waardoor de energie toeneemt

3*** Alfaverval

a Leg uit hoe je met het model van Gamow kunt verklaren dat alfaverval waarbij α-deeltjes met veel energie worden uitgestraald een kleine halveringstijd hebben.

- als E_α groter wordt neemt de barrièrehoogte E_P-E_K af
- volgens figuur 1 neemt dan ook de barrièredikte af
- zowel de barrièrehoogte als de barrièredikte nemen af
- de tunnelkans neemt toe → de halveringstijd neemt af

b Leg uit of de gegevens van de tabel kwalitatief in overeenstemming zijn met het model van Gamow.

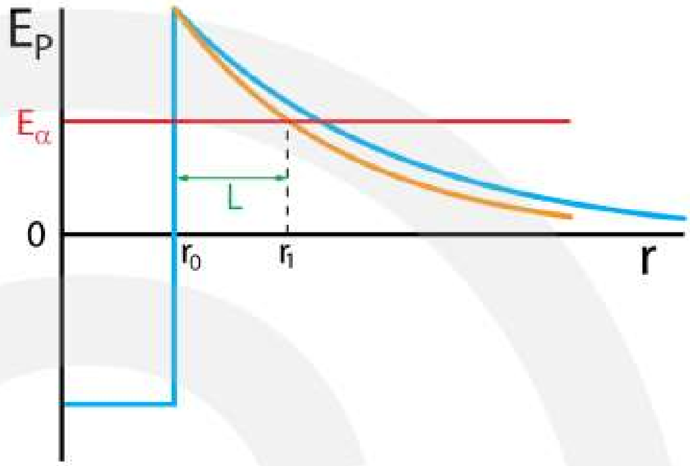
- hoe groter de energie van het α-deeltje is hoe kleiner de halveringstijd
- er is overeenstemming met het model van Gamow

c Geef hiervoor een verklaring.

- isotopen met een groter massagetal hebben een grotere atoomkern
- deeltje-in-een-put $E = n^2 \cdot \dfrac{h^2}{8mL^2}$
- m wordt groter → E wordt kleiner

d Leg met behulp van een schets van de afstoting uit of de tunnelkans voor een moederkern met een laag atoomnummer kleiner of groter is dan voor een moederkern met een hoog atoomnummer.

- laag atoomnummer → afstoting is kleiner → oranje curve
- de barrièredikte neem af
- de tunnelkans neemt toe



e Vergelijk de halveringstijden van het α-verval van radon (Rn) en uranium (U) en leg uit of dit in overeenstemming is met het model van Gamow.

- de halveringstijden van radon (Rn = element 86) zijn veel kleiner dan die van uranium (U = element 92)
- Gamow: elementen met een laag atoomnummer hebben een grotere tunnelkans
- er is overeenstemming met het model van Gamow

Examenvragen vwo

Opbrengst van het foto-elektrische effect (aangepast)

2p **a** Beantwoord de volgende vragen:
- Hoe is dit te zien in figuur 2?
- Waarom bereiken bij een lagere spanning niet alle vrijgemaakte elektronen de anode?

- inzicht dat de stroomsterkte gelijk blijft als de spanning stijgt 1
- inzicht dat de kathode een positieve lading krijgt, die de elektronen aantrekt 1

OOK GOED
- inzicht dat de stroomsterkte gelijk blijft als de spanning stijgt 1
- de elektronen verlaten de kathode in verschillende richtingen en bij een lage spanning komen ze niet allemaal aan op de anode 1

3p **b** Leid formule (2) af met behulp van formule (1) en formules in Binas.
- inzicht $I_{max} = n_e \cdot e \;\rightarrow\; I_{max} = \eta_Q \cdot n_f \cdot e$ 1
- inzicht $P_{licht} = n_f \cdot E_f \;\rightarrow\; n_f = \dfrac{P_{licht}}{E_f}$ 1
- $I_{max} = \eta_Q \cdot n_f \cdot e$ en $n_f = \dfrac{P_{licht}}{E_f} \;\rightarrow\; I_{max} = \eta_Q \cdot \dfrac{P_{licht}}{E_f} \cdot e \;\rightarrow\; I_{max} = \dfrac{\eta_Q\, e}{E_f} P_{licht}$ 1

3p **c** Bepaal het quantumrendement η_Q van deze fotokathode.
- $E_f = \dfrac{h \cdot c}{\lambda} \;\rightarrow\; E_f = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}}{410 \cdot 10^{-9}} = 4{,}845 \cdot 10^{-19}$ J 1
- gebruik $I_{max} = \dfrac{\eta_Q\, e}{E_f} P_{licht}$ met $I_{max} = 5{,}5 \cdot 10^{-8}$ A 1
- $5{,}5 \cdot 10^{-8} = \eta_Q \cdot \dfrac{1{,}6022 \cdot 10^{-19}}{4{,}854 \cdot 10^{-19}} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-3} \;\rightarrow\; \eta_Q = 5{,}5 \cdot 10^{-5}$ 1

2p **d** Leg uit waarom.
- als de foton-energie lager is dan een bepaalde waarde treedt het foto-elektrische effect niet op 1
- de energie van één foton moet voldoende zijn om een elektron vrij te maken 1

3p **e** Bereken met behulp van tabel 1 het quantumrendement η_Q van de fotokathode.
- de rendementen van de deelprocessen moeten worden vermenigvuldigd 1
- bij de stappen 1, 3 en 4b moet het complementaire percentage worden gebruikt 1
- $\eta_Q = (1-0{,}4) \cdot 0{,}83 \cdot (1-0{,}8) \cdot 0{,}04 \cdot (1-0{,}99) = 4 \cdot 10^{-5}$ 1

3p **f** Leid de eenheid van k af.
- inzicht dat η_Q geen eenheid heeft (want een verhouding) 1
- inzicht dat $(E_f - W_u)^2$ de eenheid eV^2 heeft 1
- k heeft als eenheid eV^{-2} 1

4p **g** Voer de volgende opdrachten uit:
– Toon aan dat de fotokathode van koper is. Gebruik hierbij Binas.
– Bepaal de waarde van de constante k.

- bij 275 nm is het quantumrendement nul → grensgolflengte koper is 277 nm 1
- aflezen één punt, bijvoorbeeld $\lambda = 230\text{ nm}$ en $\eta_Q = 4{,}0\cdot10^{-4}$ 1
- $E_f(\text{eV}) = \dfrac{h\cdot c}{e\cdot\lambda} \rightarrow E_f = \dfrac{6{,}626\cdot10^{-34}\cdot2{,}998\cdot10^{8}}{1{,}6022\cdot10^{-19}\cdot230\cdot10^{-9}} = 5{,}39\text{ eV}$ 1
- $\eta_Q = k(E_f - W_u)^2 \rightarrow 4{,}0\cdot10^{-4} = k\cdot(5{,}39-4{,}48)^2 \rightarrow k = 4{,}83\cdot10^{-4} = 4{,}8\cdot10^{-4}$ 1

Trillingen binnen een molecuul

3p **a** Voer die berekening uit.

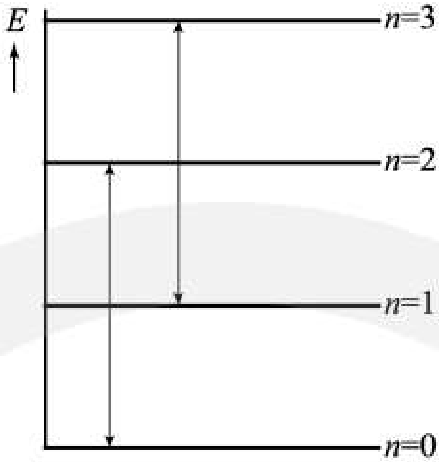
- gebruik $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}}$ en $f = \dfrac{1}{T}$ 1
- $m = 1{,}673\cdot10^{-27}\text{ kg}$ (massa van het H-atoom) 1
- $\dfrac{1}{6{,}92\cdot10^{13}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{1{,}673\cdot10^{-27}}{C}} \rightarrow C = 3{,}16277 = 3{,}16\cdot10^{2}\text{ N m}^{-1}$ 1

3p **b** Voer de volgende opdrachten uit:
– Geef aan waarom P(u) een minimum heeft voor u = 0 en maximaal is voor $u \rightarrow \pm A$.
– Leg uit hoe de waarschijnlijkheidsverdeling P(u) in breedte en hoogte verandert als de totale energie van het systeem groter wordt.

- de verblijftijd is klein daar waar de snelheid groot is 1
- bij meer energie neemt de amplitude toe → de verdeling wordt breder 1
- het totale oppervlak onder de grafiek blijft gelijk aan 1 dus P(u) wordt kleiner 1

4p **c** Voer de volgende opdrachten uit:
– Leg uit hoe uit figuur 2 volgt dat de afstand tussen de energieniveaus in figuur 3 constant is.
– Bepaal de waarde $\Delta E = E_1 - E_0$ in eV.
– Teken in figuur 3 een overgang die hoort bij lijn B van figuur 2.

- $f_A = 0{,}69\cdot10^{14}$ | $f_B = 1{,}38\cdot10^{14} = 2\cdot f_A$ | $f_C = 2{,}07\cdot10^{14} = 3\cdot f_A$
  de afstand tussen de frequenties is gelijk 1
- inzicht $\Delta E = h\cdot f_A$ 1
- $\Delta E = 6{,}626\cdot10^{-34}\cdot0{,}69\cdot10^{14} = 4{,}572\cdot10^{-20}\text{ J} \rightarrow \Delta E = \dfrac{4{,}572\cdot10^{-20}}{1{,}6022\cdot10^{-19}} = 0{,}29\text{ eV}$ 1
- teken overgang $n=0 \leftrightarrow n=2$ of $n=1 \leftrightarrow n=3$ 1



3p **d** Voer de volgende opdrachten uit:

– Geef aan hoe in het quantummodel van een energieput met oneindig hoge wanden de energieniveaus ten opzichte van elkaar liggen.
– Geef aan hoe in het quantummodel van een (elektron in een) vrij waterstofatoom de energieniveaus ten opzichte van elkaar liggen.
– Geef aan waarom beide modellen niet kunnen gelden voor HI.

- bij een oneindig diepe energieput liggen de energieniveaus voor grotere n steeds verder uit elkaar 1
- bij een waterstofatoom liggen de energieniveaus voor grotere n steeds dichter bij elkaar 1
- de energieniveaus in figuur 3 liggen op gelijke afstand, dus niet in overeenstemming met de modellen 1

2p **e** Leg dit uit met behulp van de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg.

- als het H-atoom stilstaat geldt: $\Delta x = 0$ en $\Delta p = 0$ 1
- als één van beide nul is geldt de onbepaaldheidsrelatie niet meer 1

Buiging bij een enkelspleet

3p **a** Leg uit waarom in de punten A en B de lichtintensiteit nul is. Gebruik hierbij het begrip interferentie.

- er is een verschil in weglengte waardoor er een faseverschil optreedt 1
- als het verschil in weglengte ½λ is geldt: $\Delta\varphi = \frac{1}{2}$ 1
- bij A en B is dit het geval en treedt er destructieve interferentie op 1

3p **b** Bereken de grootte van hoek α.

- inzicht $\sin\alpha = \dfrac{p_x}{p}$ 1
- $p = \dfrac{h}{\lambda} \rightarrow p = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{632{,}8 \cdot 10^{-9}} = 1{,}047 \cdot 10^{-27}\ \text{kg m s}^{-1}$ 1
- $\sin\alpha = \dfrac{1{,}33 \cdot 10^{-29}}{1{,}047 \cdot 10^{-27}} \rightarrow \alpha = 0{,}728^\circ$ 1

4p **c** Voer de volgende opdrachten uit:
- Bereken de minimale waarde van Δx in dit geval volgens de onbepaaldheids-relatie van Heisenberg.
- Geef aan of deze waarde van Δx betrekking heeft op de breedte van de spleet of op de afstand AB op het scherm.
- Leg uit wat er met de afstand AB gebeurt als de spleetbreedte kleiner wordt en de afstand van de spleet tot het scherm gelijk blijft.

- gebruik $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$ met $\Delta p = 1{,}33 \cdot 10^{-29}\ \text{kg m s}^{-1}$ 1
- $\Delta x \cdot 1{,}33 \cdot 10^{-29} \geq \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{4\pi} \rightarrow \Delta x \geq 3{,}96 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$ 1
- Δp ontstaat in de spleet dus Δx heeft betrekking op de breedte van de spleet 1
- spleetbreedte kleiner $\rightarrow$ Δx wordt kleiner $\rightarrow$ $\Delta p = p_x$ wordt groter $\rightarrow$ afstand AB wordt groter 1

Sirius B als Quantumsysteem

2p **a** Bereken de temperatuur van Sirius B.

- gebruik $\lambda_{max} = \frac{k_W}{T}$ 1
- $115 \cdot 10^{-9} = \frac{2{,}89777 \cdot 10^{-3}}{T} \rightarrow T = 2{,}5198 \cdot 10^{4} = T = 2{,}52 \cdot 10^{4}\ \text{K}$ 1

3p **b** Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef de reden dat het aantal elektronen N_e in Sirius B de helft is van het aantal kerndeeltjes.
- Laat hiermee en met de gegevens uit het artikel met een berekening zien dat de orde van grootte van N_e klopt.

- alle kernen hebben evenveel protonen als neutronen en er zijn evenveel elektronen als protonen 1
- aantal kerndeeltjes in de zon is $\frac{M_{zon}}{u} = \frac{2{,}0 \cdot 10^{30}}{1{,}66 \cdot 10^{-27}} = 1{,}2 \cdot 10^{57}$ 1
- aantal kerndeeltjes is $N_e = \frac{1{,}2 \cdot 10^{57}}{2} = 6 \cdot 10^{56} \rightarrow$ klopt met het gegeven aantal 1

2p **c** Toon aan met een berekening dat dan geldt: $d = 1 \cdot 10^{-12}$ m.

- volume per elektron $V = \frac{8{,}1 \cdot 10^{20}}{6{,}0 \cdot 10^{56}} = 1{,}35 \cdot 10^{-36}$ 1
- $V = d^3 \rightarrow 1{,}35 \cdot 10^{-36} = d^3 \rightarrow d = 1{,}1 \cdot 10^{-12}$ 1

3p **d** Voer de volgende opdrachten uit:
- Leid deze formule af.
- Bereken de minimale debroglie-golflengte van elektronen in Sirius B.

- inzicht dat bij een energieput geldt: $L = n \cdot \frac{1}{2}\lambda \quad \rightarrow \quad \lambda = \dfrac{2 \cdot L}{n}$ 1
- gebruik $\lambda_B = \dfrac{2 \cdot L}{n}$ met $n = 8{,}4 \cdot 10^{18}$ 1
- $\lambda_B = \dfrac{2 \cdot 5{,}8 \cdot 10^{6}}{8{,}4 \cdot 10^{18}} = 1{,}38095 \cdot 10^{-12} = 1{,}4 \cdot 10^{-12}$ m 1

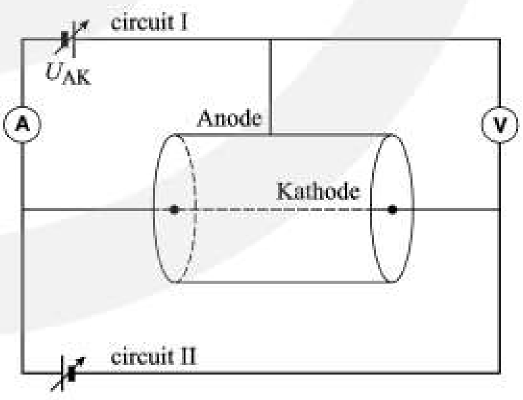
3p **e** Voer daartoe de volgende opdrachten uit:
- Geef de reden dat de totale quantumfysische kinetische energie $E_{k,Q}$ toeneemt als de straal van Sirius B kleiner wordt.
- Geef aan wat dit betekent voor een mogelijke ineenstorting van Sirius B.
- Bepaal met behulp van figuur 1 de straal van Sirius B die uit dit model volgt.

- de energieën in een energieput nemen toe als de put kleiner wordt 1
- bij ineenstorting wordt de put kleiner en dit kost dus veel energie 1
- bij de minimale energie is de situatie stabiel $\rightarrow$ E_{tot} is minimaal bij $r = 6 \cdot 10^{6}$ m 1

Elektronen uit metaal 'stoken'

3p **a** Voer de volgende opdrachten uit:
- Teken in figuur 1 een stroommeter die de stroom tussen de anode en de kathode meet.
- Teken een spanningsmeter om de spanning U_{AK} te meten.
- Geef aan op welke manier men de temperatuur van de gloeidraad in de schakeling verandert.

- de stroommeter opgenomen in circuit I 1
- de spanningsmeter over de bron U_{AK} of over de anode en de kathode 1
- de spanning in circuit II bepaalt de stroomsterkte door de gloeidraad en daarmee de temperatuur 1



2p **b** Leg uit waarom I_{AK} bij grotere waarden van de spanning U_{AK} niet meer toeneemt.
- boven een bepaalde spanning bereiken alle vrijkomende elektronen de anode 1
- de stroomsterkte kan in dat geval niet verder stijgen 1

4p **c** Voer de volgende opdrachten uit:
- Leg uit in welke figuur de planck-kromme met dezelfde temperatuur als de gloeidraad staat.
- Bepaal de temperatuur van de gloeidraad.

- de verzwakking is onafhankelijk van de golflengte → verticale verschuiving 1
- alleen in figuur 3b is λmax in beide grafieken hetzelfde → figuur 3b voldoet 1
- gebruik $\lambda_{max} = \dfrac{k_W}{T}$ 1
- $\lambda_{max} = 1150 \cdot 10^{-9} = \dfrac{2{,}89777 \cdot 10^{-3}}{T} \quad \rightarrow \quad T = 2{,}5198 \cdot 10^{3} = 2{,}5 \cdot 10^{3}\ K$ 1

3p **d** Bepaal met behulp van figuur 4 de grootte van de reflectiecoëfficiënt r.
- een punt op de grafiek aflezen: bijvoorbeeld $T = 3000\ K$ en $J = 1{,}5 \cdot 10^{5}\ A\ m^{-2}$ 1
- gebruik $J = \dfrac{I}{A} = (1-r) \cdot C_0 \cdot T^2 \cdot e^{\left(\frac{-W_u}{k_B T}\right)}$ met $k_B = 1{,}38065 \cdot 10^{-23}\ J K^{-1}$ 1
- $1{,}5 \cdot 10^{5} = (1-r) \cdot 1{,}2 \cdot 10^{6} \cdot (3000)^2 \cdot e^{\left(\frac{-7{,}29 \cdot 10^{-19}}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 3000}\right)} \quad \rightarrow \quad r = 0{,}40$ 1

3p **e** Voer de volgende opdrachten uit:
  – Ga met een schatting na of dit effect van de coating bij T = 2000 K een quantumverschijnsel zou kunnen zijn.
  – Leg uit of dit effect sterker is bij lagere temperaturen.
- $T = 2000\ K \rightarrow \lambda_B = \dfrac{7{,}45 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{2000}} = 1{,}66587 \cdot 10^{-9} = 1{,}7 \cdot 10^{-9}\ m$ 1
- dit is vergelijkbaar met de dikte van moleculen → quantumverschijnsel mogelijk 1
- bij lagere temperatuur wordt λ_B groter → quantumeffect wordt sterker 1

2p **f** Geef aan, aan welke eisen beide grootheden moeten voldoen om de emissie-kans bij lagere temperaturen zo groot mogelijk te maken.
- de dikte moet klein zijn om een grote de tunnelkans (emissie-kans) te krijgen 1
- bij lagere uittree-energie is de barrièrehoogte kleiner → grotere tunnelkans 1

Water uit de ruimte (aangepast)

5p **a** Bereken met welke snelheid de komeet op de aarde aankomt.
- inzicht $E_{tot} = E_K + E_G$ met $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ en $E_G = -G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r}$ 1
- opzoeken $M_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ en $r_{aarde} = 6{,}371 \cdot 10^{6}\ m$ 1
- $E_{tot} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{4} \cdot (50 \cdot 10^{3})^2 - 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{1{,}2 \cdot 10^{4} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{(6{,}371 \cdot 10^{6} + 0{,}1 \cdot 10^{6})} = 1{,}426 \cdot 10^{13}\ J$ 1
- op aarde $E_{tot} = 0{,}002 \cdot 1{,}426 \cdot 10^{13} = 2{,}852 \cdot 10^{10}\ J$ 1
- $2{,}852 \cdot 10^{10} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{4} \cdot v^2 - 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{1{,}2 \cdot 10^{4} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}371 \cdot 10^{6}} \rightarrow$

  $v = 1{,}2 \cdot 10^{4}\ m/s$ 1

2p **b** Geef in de tabel met een kruisje voor elk deel van het spectrum aan, of daarmee de chemische samenstelling of de temperatuur van de komeet te bepalen is, of geen van beide.

deel van het spectrum	chemische samenstelling van de komeet	temperatuur van de komeet	geen van beide
lijnen	X		
continu		X	

- rij 1 goed 1
- rij 2 goed 1

4p **c** Voer de volgende opdrachten uit:
– Bepaal met behulp van figuur 2 de verhouding van de waarden van W bij 10 K en bij 2100 K.
– Leg hiermee uit dat theorie 1 geen goede verklaring geeft voor het ontstaan van water bij 10 K.

- aflezen W bij 10 K: $\frac{1}{T} = 0{,}10 \rightarrow W = 10^{-90}$ (tussen 10^{-88} en 10^{-92}) 1
- aflezen W bij 2100 K: $\frac{1}{T} = 4{,}76 \cdot 10^{-4} \rightarrow W = 10^{0} = 1$ (tussen 10^{-2} en 10^{+2}) 1
- de verhouding tussen de twee aarden van W is 10^{90} 1
- bij 10 K is W zo klein dat theorie 1 geen goede verklaring geeft voor het ontstaan van water bij 10 K 1

3p **d** Leg met behulp van deze formule en met figuur 1 uit of er onder deze omstandigheden een redelijke kans is op het quantum-tunneleffect.

- gebruik $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi\, m\, k_B T}}$ met $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ en $k_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J\,K^{-1}}$ 1
- $\lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2\pi \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 10}} = 5{,}5 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}$ 1
- dit is vergelijkbaar met $a = 10^{-10}$ m $\rightarrow$ er is een redelijke kans op tunnelen 1

2p **e** Leg uit of de kans dat het quantum-tunneleffect optreedt met deuteriumkernen groter of kleiner is dan met waterstofkernen.
- inzicht dat de massa van het tunnelende deeltje groter wordt 1
- bij een grotere massa is de tunnelkans kleiner 1

2p **f** Leg uit of Tim gelijk heeft.
- vlak na het tunnelen (NIET bij het tunnelen) verliest het proton energie 1
- de barrière voor het terug-tunnelen wordt groter en de tunnelkans dus kleiner 1

2p **g** Leg uit dat Ewine gelijk heeft.
- inzicht dat de temperatuur laag moet zijn om λ voldoende groot te maken 1
- inzicht dat het heelal afkoelt en dat de temperatuur intussen minder is dan 10 K 1