18 Modelleren

vwo

18.2 Rechtlijnige beweging

1* Een trein rijdt met een constante snelheid van 35 m/s. Van deze beweging is een model gemaakt.

model		startwaarden in SI eenheden
1	dx = v∗dt	v = 5
2	x = ...	x = 0
3	t = t + dt	. . . .
4		dt = 0,1

In het model ontbreekt een modelregel en een startwaarde.

a Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

Je wilt het model uitbreiden met een stopvoorwaarde. Als de trein 85 km heeft afgelegd stopt de berekening.

b Vul op regel 4 de stopvoorwaarde in.

Je wilt dat de berekening nauwkeuriger wordt.

c Wat moet je aan het model veranderen om dit te bereiken?

Peter beweert dat het model ook nauwkeuriger werkt als je de beginsnelheid met meer significante cijfers opgeeft.

d Leg uit of Peter gelijk heeft.

2* Een lift versnelt de eerste 3,0 s met een constante versnelling van 2,0 m/s^2 vanaf de begane grond. Daarna heeft de lift een constante snelheid. Van deze beweging is een model gemaakt.

model		startwaarden in SI eenheden
1	Als	a = 2
2	dv = a*dt	v = 0
3	v = v + dv	....
4	dx = v*dt	t = 0
5	x = x + dx	dt = 0,01
6	t = t + dt	
7		

In het model ontbreekt een modelregel en een startwaarde.

a Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

Je wilt het model uitbreiden met een stopvoorwaarde. Als de lift 30 m heeft afgelegd stopt de berekening.

b Vul op regel 7 de stopvoorwaarde in.

3** Een lift versnelt de eerste 2,0 s met een constante versnelling van 3,0 m/s^2. Daarna heeft de lift gedurende 10 s een constante snelheid. Vervolgens remt de lift in 4,0 s af tot stilstand. Van deze beweging is een model gemaakt. In het model ontbreken vier modelregels een startwaarde.

model		startwaarden in SI eenheden
1	Als	a1 = 3
2	Als	a2 = ...
3	Als	v = 0
4	dv = a*dt	x = 0
5	v = v + dv	t = 0
6	dx = v*dt	dt = 0,01
7	x = x + dx	
8	t = t + dt	
9	Als	

a Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

4***

Een kat valt van de vijfde verdieping naar beneden. Om de luchtweerstand te vergroten spreidt hij zijn poten.

Voor de luchtweerstand geldt:

$$F_w = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

a Leg uit waarom de luchtweerstand toeneemt als de kat zijn poten spreidt.

In het begin versnelt de kat met 9,81 m/s^2 maar na een tijdje wordt zijn snelheid constant.

b Leg uit waarom de kat na een tijdje een constante snelheid krijgt.

De kat heeft een frontaal oppervlak van 30 cm bij 40 cm en weeg 4,2 kg. Gebruik voor de luchtweerstandcoëfficiënt de waarde van een kubus.

c Bereken de constante snelheid die de kat krijgt.

Van de vallende kat is een model gemaakt. In het model ontbreken drie modelregels en twee startwaarden.

model		**startwaarden in SI eenheden**
1	Fw = 0,5*cw*rho*A *v^2	cw = 1,05
2	Fres = ...	rho = 1,293
3	a = Fres / m	A = ...
4	. . . .	m = 4,2
5	v = v + dv	g = ...
6	dx = v*dt	v = 0
7	x = x + dx	x = 20
8	t = t + dt	t = 0
9	Als	dt = 0,01

d Vanaf welke hoogte valt de kat?

e Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

Tijdens het vallen oefent de luchtweerstand arbeid uit waardoor er warmte ontstaat.

f Voeg aan het model een startwaarde en een modelregel toe om deze warmte te berekenen.

Je kunt deze warmte ook berekenen door steeds het verschil tussen de toename van de kinetische energie min de afname van de zwaarte energie te berekenen.

g Voeg aan het model een startwaarde en een modelregel toe om de warmte op deze manier te berekenen.

5*** Een vrachtauto met een massa van 20 ton rijdt met 90 km/h. Plotseling maakt hij een noodstop, waarbij zijn remmen een kracht van $1{,}1 \cdot 10^4$ N uitoefenen. De wielen blokkeren niet en de rolwrijving is 1000 N. In eerste instantie verwaarlozen we de luchtweerstand.

a Bereken hoe lang het duurt voordat de vrachtauto stilstaat.

b Bereken hoeveel meter de vrachtauto tijdens het remmen aflegt.

In werkelijkheid staat de vrachtauto eerder stil vanwege de luchtweerstand. De vrachtauto heeft een luchtweerstandcoëfficiënt van 0,82 en frontaal oppervlak van 6,0 m^2.

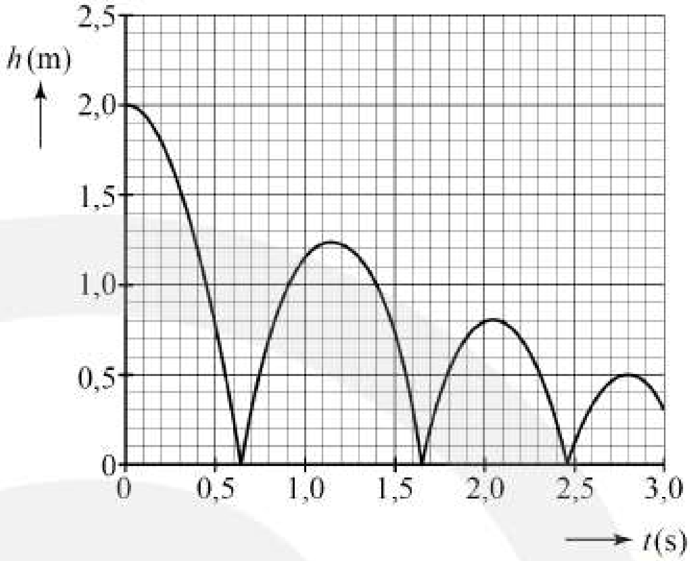
Om de remtijd en de remafstand te berekenen is een model gemaakt. In het model ontbreken drie modelregels en een startwaarde.

	model	**startwaarden in SI eenheden**
1	Fw = 0,5*cw*rho*A *v^2	cw = 0,82
1	Fres = ...	rho = 1,293
2	a = Fres / m	A = 6
3	dv = a*dt	m = 20000
4	v = ...	Frem = 11000
5	dx = v*dt	Frol = 1000
6	x = x + dx	. . . .
7	t = t + dt	x = 0
8	Als . . . . Dan Stop EindAls	t = 0
		dt = 0,01

c Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

6* Een stuiterbal valt vanaf 2,0 m hoogte. Bij iedere stuit verlies de bal een vast percentage van zijn energie. Luchtweerstand wordt verwaarloosd.

In figuur 1 is de hoogte van de stuiterbal weergegeven.



Figuur 1

a Bepaal hoeveel procent van zijn energie de bal bij iedere stuit verliest. Vergelijk daartoe de beginhoogte met de hoogte na 1, 2 en 3 stuiten.

Om de beweging van een stuiterbal te berekenen wordt een model gemaakt. In eerste instantie houdt het model geen rekening met het verlies aan energie. Na 10 seconden stopt de berekening.

model		startwaarden in SI eenheden
1	Als x < 0 Dan v = -v EindAls	g = −9,81
2	dv = a*dt	v = 0
3	v = v + dv	x = 2
4	dx = v*dt	t = 0
5	x = x + dx	dt = 0,01
6	t = t + dt	
7	t = t + dt	
8	Als t > 10 Dan Stop EindAls	

De eerste modelregel zorgt ervoor dat de bal omhoog stuitert.

b Leg dit uit.

In bovenstaand model is de snelheid vlak na de stuit even groot als de snelheid vlak voor de stuit. Alleen het teken is omgekeerd.

Om het energieverlies bij een stuit in rekening te brengen voeren we stuiterfactor f in. De kinetische energie van de bal vlak voor de stuit wordt vermenigvuldigd met f om de kinetische energie vlak na de stuit te berekenen.

Hiervoor moet modelregel 1 worden aangepast en moet een extra startwaarde worden toegevoegd.

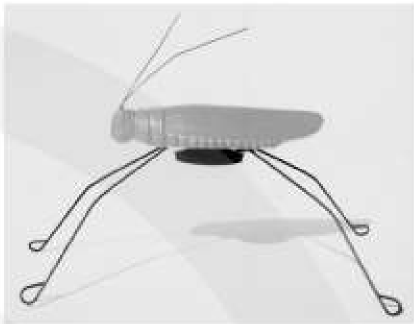
c Leg uit waarom er geen waarde voor de massa nodig is.

d Welke startwaarde moet er worden toegevoegd?

e Pas modelregel 1 aan om het energieverlies bij een stuit in rekening te brengen.
HINT $E_{K\,na} = f \cdot E_{K\,voor} \;\rightarrow\; \frac{1}{2}m \cdot v_{na}^2 = f \cdot \frac{1}{2}m \cdot v_{voor}^2 \;\rightarrow\; v_{na}^2 = f \cdot v_{voor}^2$

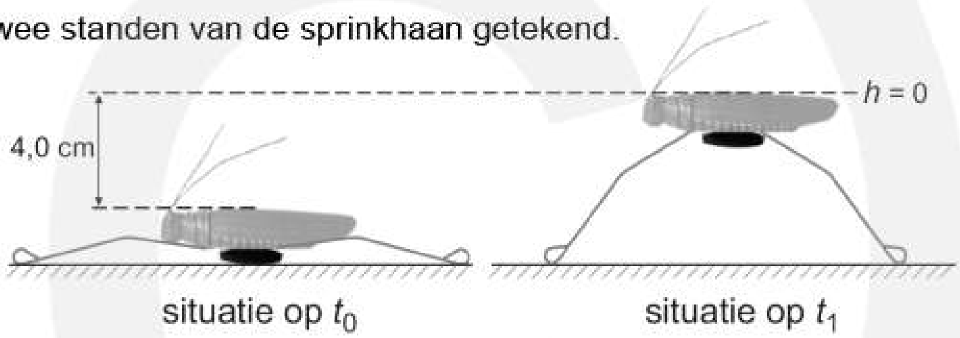
7***

Figuur 1 is een foto van een speelgoedsprinkhaan. Onder het lijf van de sprinkhaan zit een zuignap, die zich op de ondergrond vastzuigt als je de sprinkhaan stevig naar beneden drukt. Wanneer er lucht onder de zuignap komt, springt de sprinkhaan omhoog doordat zijn poten als veren werken.



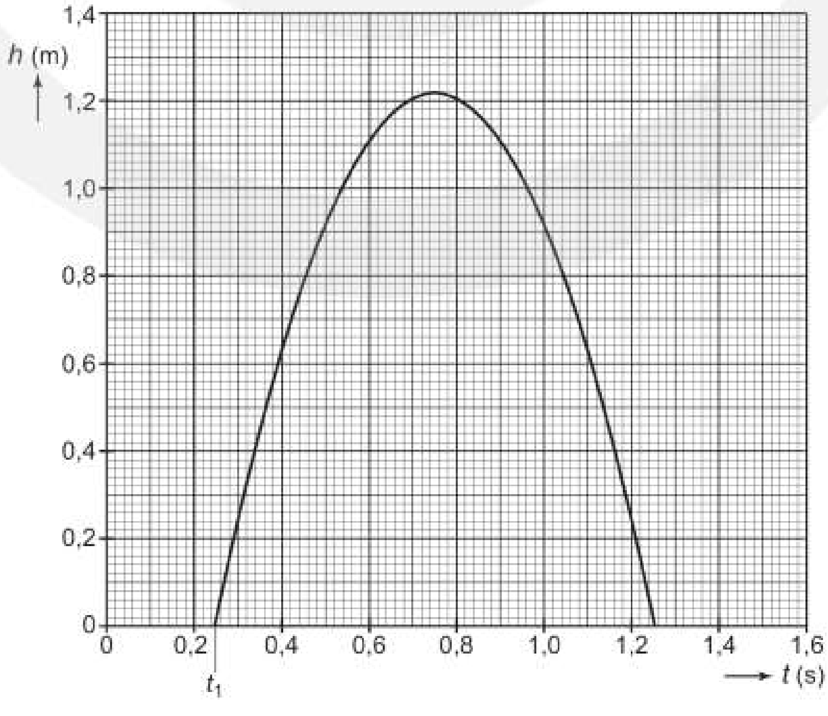
Figuur 1

In figuur 2 zijn twee standen van de sprinkhaan getekend.



Figuur 2

Op t_0 komt de zuignap los van de ondergrond. Op t_1 komen de poten los van de ondergrond. Met behulp van een afstandssensor en een computer wordt een grafiek gemaakt die de hoogte van de sprinkhaan weergeeft als functie van de tijd. De afstandssensor is zó geijkt dat h = 0 hoort bij de situatie op t_1. Zie figuur 2 en 3.



Figuur 3

a Bepaal met behulp van figuur 3 de snelheid op t_1.

Tessa en Suzanne doen onderzoek aan de sprinkhaan. Eén van hun onderzoeksvragen luidt: “welke versnelling ondergaat de sprinkhaan tussen t_0 en t_1" Ze nemen daarbij aan dat die versnelling constant is en dat de wrijving mag worden verwaarloosd. De tijdstippen t_0 en t_1 liggen vlak bij elkaar en zijn in figuur 3 niet van elkaar te onderscheiden. Tijdstip t_0 ligt dus **niet** bij het nulpunt van de tijdas.

b Bereken met welke versnelling de sprinkhaan omhoog wordt geduwd vóór de pootjes van de grond loskomen.

Neem aan dat de sprinkhaan met een eenparig versnelde beweging valt.

c Bepaal de gemiddelde versnelling van de sprinkhaan bij zijn val en leg op basis hiervan uit of de sprinkhaan bij zijn val een meetbare luchtweerstand ondervindt.

Tessa en Suzanne zijn niet tevreden over het resultaat. Met name de aanname dat de versnelling tussen t_0 en t_1 constant is lijkt onjuist. De poten fungeren als een ingedrukte veer waarvoor de wet van Hooke geldt: $F_{veer} = C \cdot u$.

Om de beweging nauwkeurig te beschrijven maken ze een model. In dit model wordt geen rekening gehouden met luchtweerstand. Ze wegen de sprinkhaan en vinden een massa van 6,2 g. Ze hebben ook een goede startwaarde voor de veerconstante C nodig.

d Bepaal met behulp van figuur 3 de waarde van C als je er vanuit gaat dat er geen energieverliezen zijn.

	model	**startwaarden in SI eenheden**
1	Als x < 0,04 Dan Fres = m*g + ... Anders Fres = m*g EindAls	m = 0,0062
2	a = Fres / m	C = ...
3	dv = a*dt	g = −9,81
4	v = v + dv	v = 0
5	dx = v*dt	x = 0
6	x = x + dx	dt = 0,00 1
7	h = ...	
8	t = t + dt	
9	Als h<0 Dan Stop EindAls	

e Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

8[****] Een vuurpijl wordt verticaal omhoog afgeschoten. De lege vuurpijl weegt 200 gram en bevat in het begin 100 gram kruit. Per seconde wordt 40 gram kruit verbrand, waardoor het voortstuwende kracht 5,0 N is. De vuurpijl heeft een weerstandscoëfficiënt van 0,5 en een frontaal oppervlakte van 10 cm^2. Voor de luchtweerstand geldt: $F_w = ½ \cdot c_w \cdot A \cdot v^2$.

Van deze beweging is een model gemaakt.

	model	startwaarden in SI eenheden
1	Als mk>0 Dan mk=mk-dmk*dt Anders mk=0 EindAls	ml = 0,2
2	Als mk>0 Dan Fstuw = F Anders Fstuw=0 EindAls	mk = 0,1
3	Fz = (ml+mk)*g	dmk = 0,04
4	Fw=0,5*cw*rho*A*v^2	F = 5
5	Als v>0 Dan Fres = Fz - Fw + Fstuw Anders Fres = Fz + Fw + Fstuw EindAls	cw = 0,5
6	a = Fres / (ml+mk)	rho = 1,293
7	dv = a*dt	A = 0,001
8	v = v + dv	g = −9,81
9	dx = v*dt	v = 0
10	x = x + dx	x = 0
11	t = t + dt	t = 0
12	Als x<0 Dan Stop EindAls	dt = 0,01

TOELICHTING **Startwaarden in SI eenheden**

– ml = 0,2 kg	massa lege vuurpijl zonder kruit
– mk = 0,1 kg	beginmassa kruit
– dmk = 0,04 kg	verlies aan kruit per seconde
– F = 5 N	constante stuwkracht zolang er kruit is
– cw = 0,5	luchtweerstandscoëfficiënt
– rho = 1,293 kg/m^3	dichtheid van lucht bij het aardoppervlak
– A = 0,001 m^2	frontale oppervlakte
– g = -9,81 m/s^2	valversnelling, minteken want naar beneden gericht

a Leg uit wat de functie is van de eerste modelregel.

b Waarom staat in de eerste modelregel dmk*dt en welke waarde heeft dit?

c Leg uit wat de functie is van de tweede modelregel.

In de vijfde modelregel keert het teken van Fw om als de snelheid van vuurpijl negatief wordt.

d Leg uit waarom dit het geval is

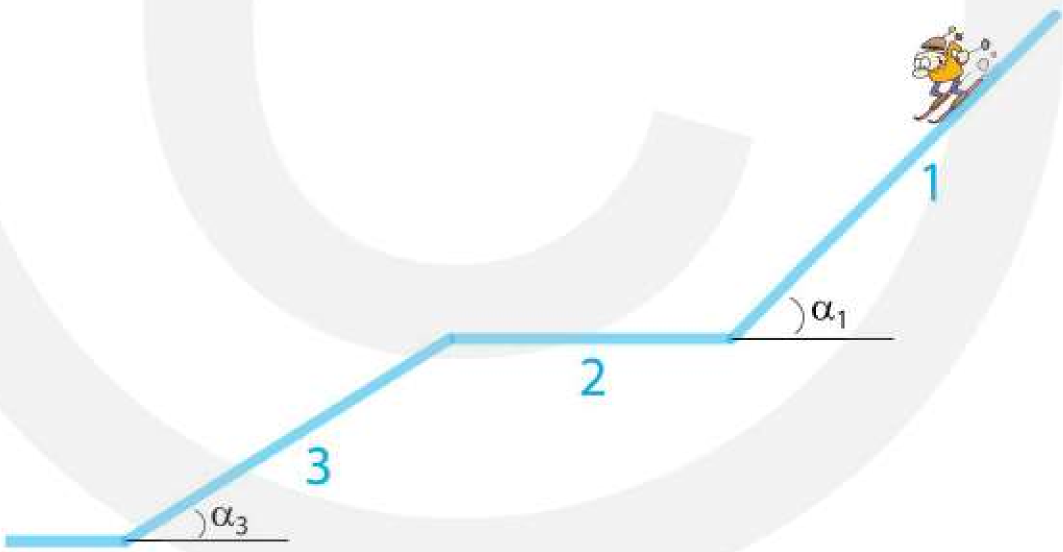
Het model gaat uit van een constante stuwkracht door het verbranden van het kruit. Je kunt het model ook aanpassen door ervan uit te gaan dat de verbrandingsreactie een constant vermogen levert.

e Pas de <u>tweede</u> modelregel aan zodat niet de kracht maar het vermogen constant is tijdens de verbrandingsreactie.

Als je alleen de tweede modelregel aanpast werkt het model niet. Je moet ook een startwaarde toevoegen en een startwaarde aanpassen.

f Leg uit welke startwaarde je moet toevoegen en welke je moet aanpassen.

9****** In de figuur zie je een skiër die van een berghelling skiet. De helling bestaat uit drie delen. Zie figuur 1. Voor deze delen geldt:
- deel 1 heeft een daling van 80 m waarbij je horizontaal 80 m aflegt
- deel 2 is 70 m lang en is horizontaal
- deel 3 heeft een daling van 50 m waarbij je horizontaal 80 m aflegt



Figuur 1

a Bereken de lengte van deel 1.

De skiër heeft een massa van 70 kg. Bovenaan de helling start hij uit stilstand. De schuifwrijving voor deel 1 is 100 N.

De component van zwaartekracht op de skiër langs de helling bereken je met: $F_{z_x} = F_z \cdot \sin\alpha$, waarbij α de hoek is met de horizontaal. Zie figuur.

b Bereken de snelheid van de skiër aan het einde van deel 1

Om de afdaling te berekenen hebben we het onderstaande model gemaakt.

	model	startwaarden in SI eenheden
1	Als s<113 Dan hoek = alfa1 EindAls	alfa1 = 45
2	Als (113<s) En (s<183) Dan hoek = 0 EindAls	alfa3 = 32
3	Als (183<s) En (s<277) Dan hoek = alfa3 EindAls	f = 0,2
		m = 70
4	Fzx = m*g*Sin(hoek)	g = 9,81
5	Fzy = m*g*Cos(hoek)	v = 0
6	Fw = f*Fzy	s = 0
7	Als v<0 Dan Fw = 0 EindAls	t = 0
8	Fres = Fzx - Fw	dt = 0,01
9	a = Fres / m	
10	dv = a*dt	
11	v = v + dv	
12	ds = v*dt	
13	s = s + ds	
14	t = t + dt	
15	Als s > 300 Dan Stop EindAls	

In dit model heeft de wrijvingskracht geen vaste waarde. Voor schuifwrijving geldt:

$$F_W = f \cdot F_n$$

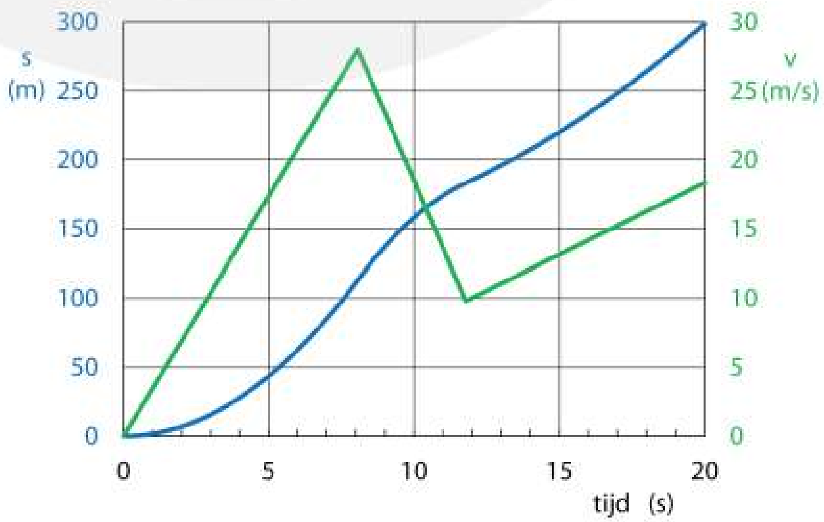
– F_w is de maximale (schuif-) wrijvingskracht in newton (N)
– f is de (schuif-) wrijvingscoëfficiënt (geen eenheid)
– F_n is de normaalkracht in newton (N) waarvoor geldt: $F_n = F_{zy} = F_z \cdot \cos\alpha$

c Bereken de wrijvingskracht in deel 2.

Aan het model is regel 7 toegevoegd.

d Leg uit wat het resultaat van de berekening zonder deze regel zou kunnen zijn.

Met het model is een simulatie is uitgevoerd en het resultaat is te zien in figuur 2.



Figuur 2

Voor de (schuif-) wrijvingscoëfficiënt is niet de waarde 0,2 gebruikt, maar een andere waarde.

e Bepaal de gebruikte waarde van f.

Omdat er veel skiërs in deel 3 zijn geweest is de sneeuw daar gladder dan bij de delen 1 en 2.

f Welke grootheid moet er voor deel 3 worden aangepast?

g Voeg een startwaarde toe en pas de modelregels 1, 2 en 3 aan om hiermee rekening te houden in het model.

18.3 Kromlijnige beweging

1** Vanaf een balkon gooit Tom een tennisbal horizontaal weg met een beginsnelheid van 10 m/s. Het balkon is 5,0 m hoog. Verwaarloos de luchtweerstand.

a Bereken de horizontale afstand die de bal aflegt.

Om de beweging te berekenen maakt Tom een model. De massa van de tennisbal heeft Tom in zijn model niet nodig.

b Leg uit waarom de massa geen invloed uitoefent op de beweging.

Tom maakt onderstaand model. In het model ontbreekt een startwaarde en twee modelregels.

	model	startwaarden in SI eenheden
	"beweging in de x-richting"	g = −9,81
1	dx = vx*dt	vx = 10
2	x = x + dx	vy = 0
	"beweging in de y-richting"	x = 0
3	. . . .	. . . .
4	dvy = ay*dt	t = 0
5	vy = vy + dvy	dt = 0,01
6	dy = vy*dt	
7	y = y + dy	
8	t = t + dt	
9	Als . . . . Dan Stop EindAls	

c Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

Tom denkt dat als hij op een twee keer zo hoog balkon met dezelfde beginsnelheid de tennisbal weggooit dan bal twee keer zo ver komt.

d Leg uit of Tom gelijk heeft.

2*** Susan staat met haar boog op een heuvel en schiet horizontaal een pijl weg met een beginsnelheid van 90 m/s. De luchtsnelheid mag hierbij niet worden verwaarloosd.

Om de beweging te berekenen maakt Susan een model. De massa van de pijl heeft Susan in haar model nodig.

a Leg uit waarom de massa wél invloed uitoefent op de beweging als er luchtweerstand is.

Susan denkt dat als de pijl meer massa heeft hij dan een grotere afstand aflegt. Edmund is het niet met haar eens en denkt dat de pijl dan juist minder ver komt.

b Leg uit of Susan, Edmund of geen van beiden gelijk heeft als de beginsnelheid van een zware en een lichte pijl gelijk is.

Peter vindt de discussie een beetje onzinnig omdat volgens hem de beginsnelheid van een zware en een lichte pijl niet aan elkaar gelijk zal zijn.

c Leg uit of Peter gelijk heeft.

Susan maakt een model waarin ze de volgende formules gebruikt:

1) $F_w = \frac{1}{2} c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$

2) $v^2 = v_x^2 + v_y^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

3) $F_{w\,x} = F_w \cdot \dfrac{v_x}{v}$ en $F_{w\,y} = F_w \cdot \dfrac{v_y}{v}$

d Leg de functie van deze formules uit.

Hieronder staat het model van Susan.

	model	startwaarden in SI eenheden
1	v = (vx^2 + vy^2)^0,5	cw = 0,82
2	Fw = 0,5*cw*rho*A*v^2	rho = 1,293
	"beweging in de x-richting"	A = 0,0002
3	. . . .	m = 0,025
4	FresX = −Fwx	g = −9,81
5	ax = FresX / m	vx = 90
6	dvx = ax*dt	vy = 0
7	vx = vx + dvx	x = 0
8	dx = vx*dt	y = 50
9	x = x + dx	. . . .
	"beweging in de y-richting"	dt = 0,005
10	Fwy = Fw*(vy / v)	
11	. . . .	
12	ay = FresY / m	
13	dvy = ay*dt	
14	vy = vy + dvy	
15	dy = vy*dt	
16	y = y + dy	
17	t = t + dt	
18	. . . .	

In het model van Susan ontbreken twee startwaarden en twee modelregels.

c Vul op de plaats van de stippellijnen de ontbrekende gegevens in.

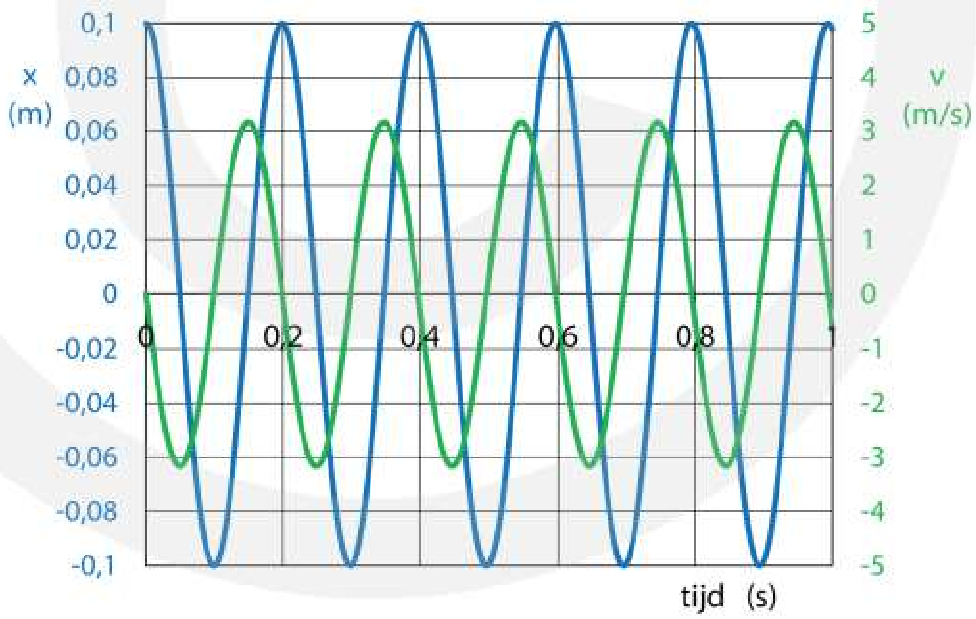
18.4 Trillingen

1*** Voor een harmonische trilling is de resulterende kracht recht-evenredig met de uitwijking u: $\Sigma F = -C \cdot x$. Dit geeft sinusvormige (x, t)- , (v, t)- en (a, t)-grafieken.

Om de beweging uit te rekenen heeft Bart het onderstaande een model gemaakt.

model		startwaarden in SI eenheden
1	Fres = −C∗x	m = 0,1
2	a = Fres / m	C = 100
3	dv = a∗dt	v = 0
4	v = v + dv	x = 0,1
5	dx = v∗dt	t = 0
6	x = x + dx	dt = 0,0002
7	t = t + dt	
8	Als t >1 Dan Stop EindAls	

Het resultaat van de berekening is weergegeven in figuur 1.



Figuur 1

Bart beweert dat de trillingstijd kan worden berekend met $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$.

a Leg uit of Bart gelijk heeft.

Bart wil gebruik maken van de (x, t)-grafiek om de maximale versnelling te berekenen.

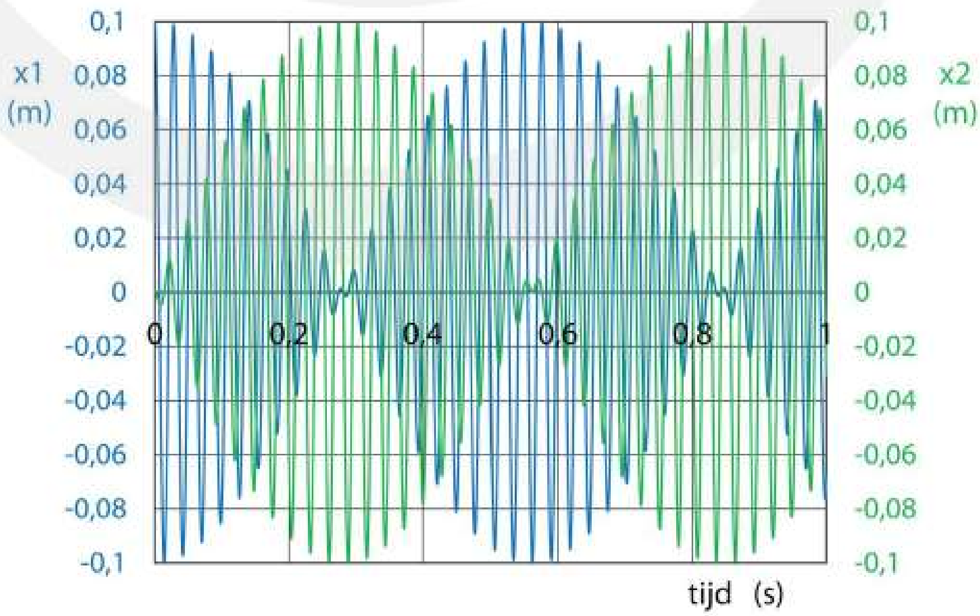
b Voer deze berekening uit.

Bart wil het model aanpassen, zodat de berekening stopt na een bepaald aantal te kiezen trillingen. Bijvoorbeeld na vier trillingen.

c Pas het model aan, zodat de berekening stopt na vier trillingen.

2*** Twee trillingen 1 en 2 zijn gekoppeld als de uitwijking van trilling 1 invloed uitoefent op de resulterende kracht van trilling 2 en omgekeerd. Hieronder vind je een model van twee gekoppelde trillingen. In figuur 1 zie je het resultaat.

model		startwaarden in SI eenheden
1	Fres1 = −C1*x1 - C12*x2	m = 0,02
2	Fres2 = −C2*x2 - C12*x1	C1 = 1000
	"trilling 1"	C2 = 1000
3	a1 = Fres1 / m	C12 = 50
4	dv1 = a1*dt	v1 = 0
5	v1 = v1 + dv1	v2 = 0
6	dx1 = v1*dt	x1 = 0,1
7	x1 = x1 + dx1	x2 = 0
	"trilling 2"	t = 0
8	a2 = Fres2 / m	dt = 0,0001
9	dv2 = a2*dt	
10	v2 = v2 + dv2	
11	dx2 = v2*dt	
12	x2 = x2 + dx2	
13	Als t >1 Dan Stop EindAls	



Figuur 1

Je ziet dat de trillingen 1 en 2 een sinusvormige (x, t)-grafiek hebben waarvan de amplitude ook sinusvormig in de tijd verandert. Om dit verder te onderzoeken gaan we na of de periodieke beweging kan worden berekend met

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}\ .$$

Voor de trilling (snelle verandering van x1 en x2) gebruiken we: m = 0,02 kg en C = 1000 N/m. Voor de verandering van de amplitude gebruiken we: m = 0,02 kg en C = 50 N/m

a Controleer of $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$ voor beide periodieke bewegingen gebruikt kan worden.

Examenvragen vwo

Champignon

Bekijk de foto van figuur 1 en lees onderstaande tekst.

Hannes Arch is de eerste mens die een parachutesprong waagde van de 'Champignon', een 1800 meter hoge rots aan de noordwand van de Eiger in Zwitserland. Arch maakte een val van 13 seconde voordat zijn parachute zich opende.

Figuur 1

2p **a** Bereken de snelheid die Hannes zonder luchtweerstand na 13 s zou hebben.

Om een indruk te krijgen van het werkelijke verloop van de snelheid bij de parachutesprong van Hannes is een computermodel gemaakt. In dit model is de invloed van de luchtweerstand wél opgenomen.

Voor de luchtweerstand is de formule gebruikt:

$$F_W = k \cdot A \cdot v^2$$

Hierin is:
- k een constante waarvan de waarde geschat wordt op 0,37 kg m^{-3};
- A de frontale oppervlakte van de parachutist inclusief parachute in m^2;
- v de snelheid in m s^{-1}.

De massa van Hannes mét parachute is 91 kg. Als de parachute nog niet is geopend, is de frontale oppervlakte 0,80 m^2. Na 13 s opent Hannes zijn parachute. De parachute ontvouwt zich geleidelijk in een tijd van 3,8 s tot een frontale oppervlakte van 42,6 m^2. Het geleidelijk opengaan van de parachute betekent dat de frontale oppervlakte lineair in de tijd toeneemt.

Hiernaast staat (een gedeelte van) het computermodel met startwaarden.

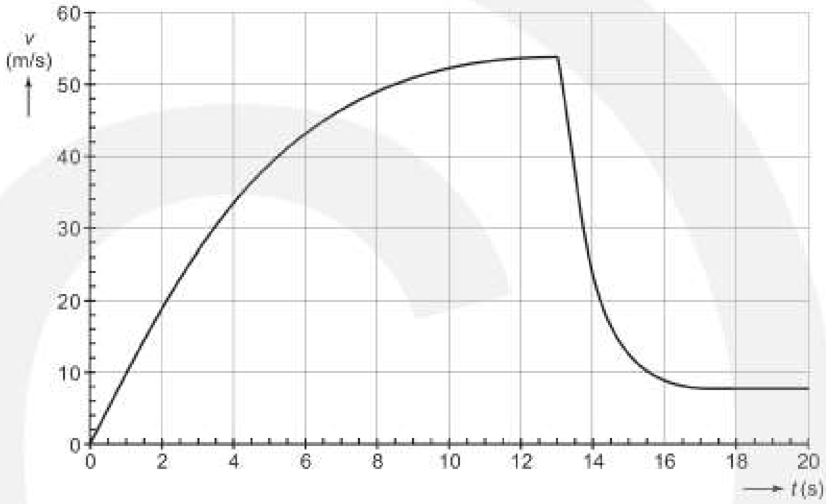
Voor de frontale oppervlakte is hierbij niet 'A' maar 'Opp' gebruikt.

MODEL	**STARTWAARDEN**
Fz = m*9,81	m = 91
Fw = k*Opp*v*v	k = 0,37
Fr = Fz - Fw	Opp = 0,8
a = Fr/m	v = 0
v = v + a*dt	x = 0
x = x + v*dt	t = 0
als t > 13 dan ……………………..	………………………
eindals	
als Opp > 42,6 dan Opp = 42,6	dt = 0,1
eindals	
t = t + dt	

Op de plaatsen van de puntjes zijn een modelregel en een eventueel benodigde startwaarde weggelaten die het "geleidelijk opengaan van de parachute" nabootsen. In dit model verandert k niet tijdens het opengaan.

4p **b** Vul de ontbrekende modelregel in en indien nodig een startwaarde en geef een toelichting bij je antwoord.

De (v,t)-grafiek die uit het model volgt, is weergegeven in figuur 2.

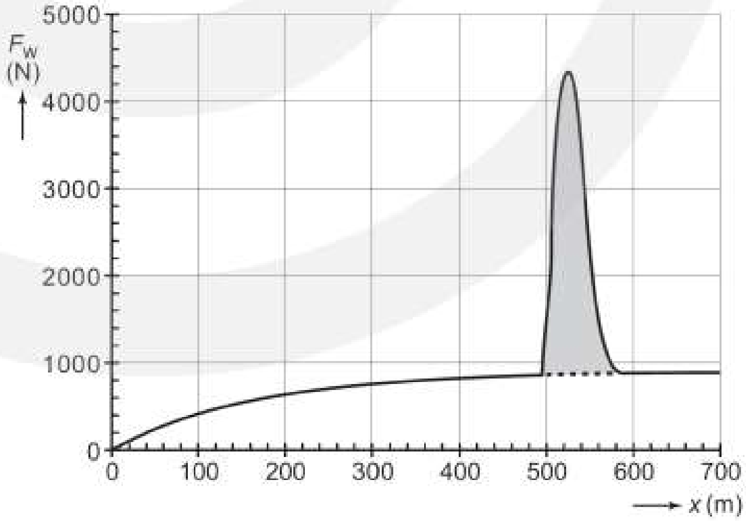


Figuur 2

Figuur 3 toont de luchtweerstand F_W als functie van de afgelegde afstand x. De piek in deze grafiek correspondeert met het opengaan van de parachute.

Uit figuur 2 kan met behulp van de tweede wet van Newton ($\Sigma F = m \cdot a$) de maximale waarde voor de luchtweerstand bepaald worden.

4p **c** Toon aan dat deze waarde overeenkomt met de maximale waarde die uit figuur 3 is af te lezen.



Figuur 3

De gearceerde oppervlakte in figuur 8 stelt de arbeid voor die de extra luchtweerstand van de parachute verricht.

4p **d** Bepaal deze arbeid en toon aan dat deze overeenstemt met de arbeid die uit het snelheidsverloop in figuur 2 volgt.

Sojoez

In april 2004 werd de Sojoez gelanceerd met de Nederlandse astronaut André Kuipers aan boord. De Sojoez bestaat uit een drietrapsraket en een personen-capsule. De eerste trap wordt afgestoten na 120 seconde. De snelheid is dan 1250 m s^{-1}. Neem bij de volgende berekening aan dat de Sojoez tot dat moment eenparig versneld verticaal omhoog beweegt.

3p **a** Bereken de hoogte die de Sojoez na 120 s heeft.

Onderstaand computermodel simuleert de verticale beweging van de Sojoez gedurende de eerste 120 s. Alle grootheden in het model zijn uitgedrukt in standaardeenheden.

	Model	Startwaarden	
1	dm = k * dt	k = 2125	'brandstofverbruik
2	mb = mb – dm	mb = 255000	'massa brandstof
3	ALS mb <= 0 DAN stop EINDALS	mr = 170000	'massa raket
4	m = mr + mc + mb	mc = 7500	'massa capsule
5	Fz = m * g	g = 9,81	'gravitatieversnelling
6	Fstuw = c * k	c = 3000	'stuwfactor
7	Fres = Fstuw – Fz	v = 0	
8	a = Fres / m	dt = 0,1	
9	v = v + a * dt	t = 0	
10	t = t + dt		

4p **b** Beredeneer aan de hand van de modelregels of de versnelling van de Sojoez volgens dit model gedurende de eerste 120 s toeneemt, afneemt of gelijk blijft.

Na 120 s verandert de richting van de Sojoez zodanig dat hij steeds meer evenwijdig aan het aardoppervlak gaat bewegen. Op een gegeven moment is de snelheid van de Sojoez $1{,}5 \cdot 10^3$ m s^{-1}.

In verticale richting neemt de hoogte dan elke seconde met 1,30 km toe.

2p **c** Bereken de hoek die de Sojoez op dat moment maakt met het aardoppervlak.

Na verloop van tijd heeft de Sojoez zijn drie trappen afgestoten en nadert de capsule het ruimtestation. Het ruimtestation cirkelt in een stationaire baan op 400 km boven het aardoppervlak.

4p **d** Bereken de snelheid van het ruimtestation.

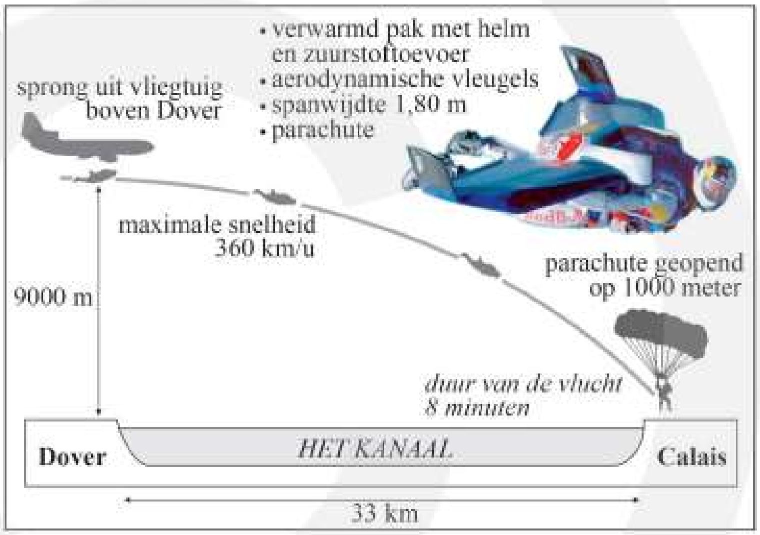
Kanaalspringer

Lees onderstaand artikel en bekijk figuur 1.

Stuntman Felix Baumgartner is er als eerste mens in geslaagd om over Het Kanaal te 'springen'. Hij heeft zich boven Dover uit een vliegtuig laten vallen. Vervolgens heeft hij in glijvlucht Het Kanaal overbrugd. Baumgartner begon zijn vlucht op 9000 meter hoogte. Hij vloog dankzij een brede vleugel op zijn rug. Hij bereikte een snelheid van maximaal 360 km per uur. Hij gebruikte zijn parachute pas kort voor de landing.

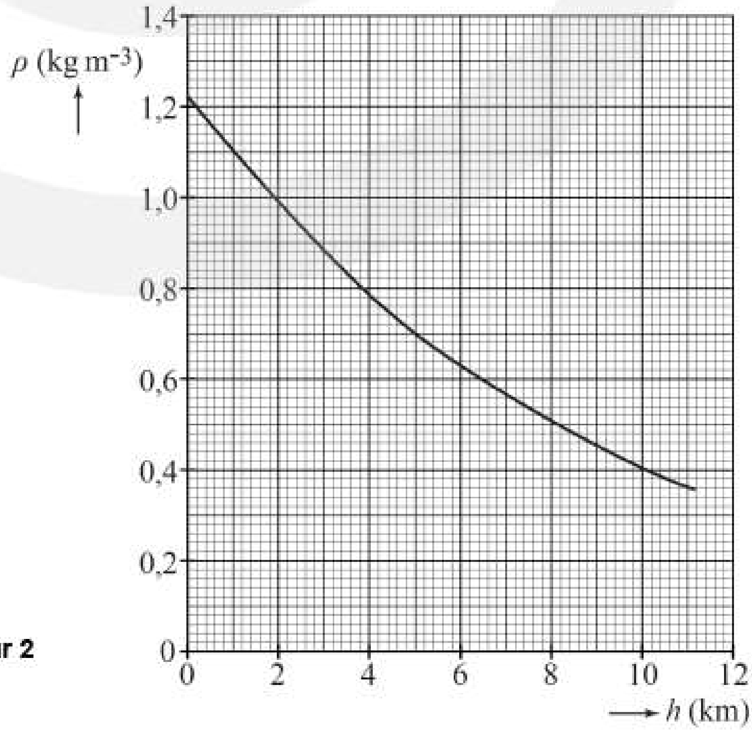
Het vliegtuig vliegt horizontaal op het ogenblik dat de stuntman uit het vliegtuig springt. Veronderstel dat er geen luchtweerstand zou zijn, zodat de sprong gezien kan worden als een vrije val met horizontale beginsnelheid.

3p **a** Bereken welke begin-snelheid nodig is om van 9000 m hoogte 33 km ver te komen.



Figuur 1

In werkelijkheid is er wel luchtweerstand. Deze hangt onder andere af van de dichtheid ρ van de lucht. Deze dichtheid hangt af van de hoogte. Zie figuur 2.



Figuur 2

Veronderstel dat de baan van de stuntman in figuur 5 correct is weergegeven. In het punt waar de grootte van de snelheid maximaal is, geldt dat $\Sigma\vec{F}$ ongelijk is aan nul.

2p **b** Leg dit uit.

Hans maakt een model van de stuntvlucht (zonder het parachute-gedeelte). Hij veronderstelt dat de zwaartekracht onafhankelijk van de hoogte is. Voor de kracht die de lucht op de stuntman uitoefent, gebruikt hij de volgende formules:

Luchtweerstand tegengesteld aan de richting van de snelheid: $F_{wrijving} = c_1 \cdot \rho \cdot v^2$

Liftkracht loodrecht op de richting van de snelheid: $F_{lift} = c_2 \cdot \rho \cdot v^2$

- c_1 en c_2 een constante (in m^2);
- ρ de dichtheid van de lucht (in kg m^{-3});
- v de snelheid van de stuntman (in m s^{-1}).

De kracht die de lucht op de stuntman uitoefent, ontbindt hij in een horizontale en een verticale kracht. De grafiek van de dichtheid van figuur 2 benadert hij met de formule:

$$\rho = 1{,}22 \cdot e^{-\frac{h}{k}}$$

Hierin is:
- h de hoogte boven de grond (in m);
- k een nog nader te bepalen constante (in m).

Hiernaast staat een gedeelte van het model.

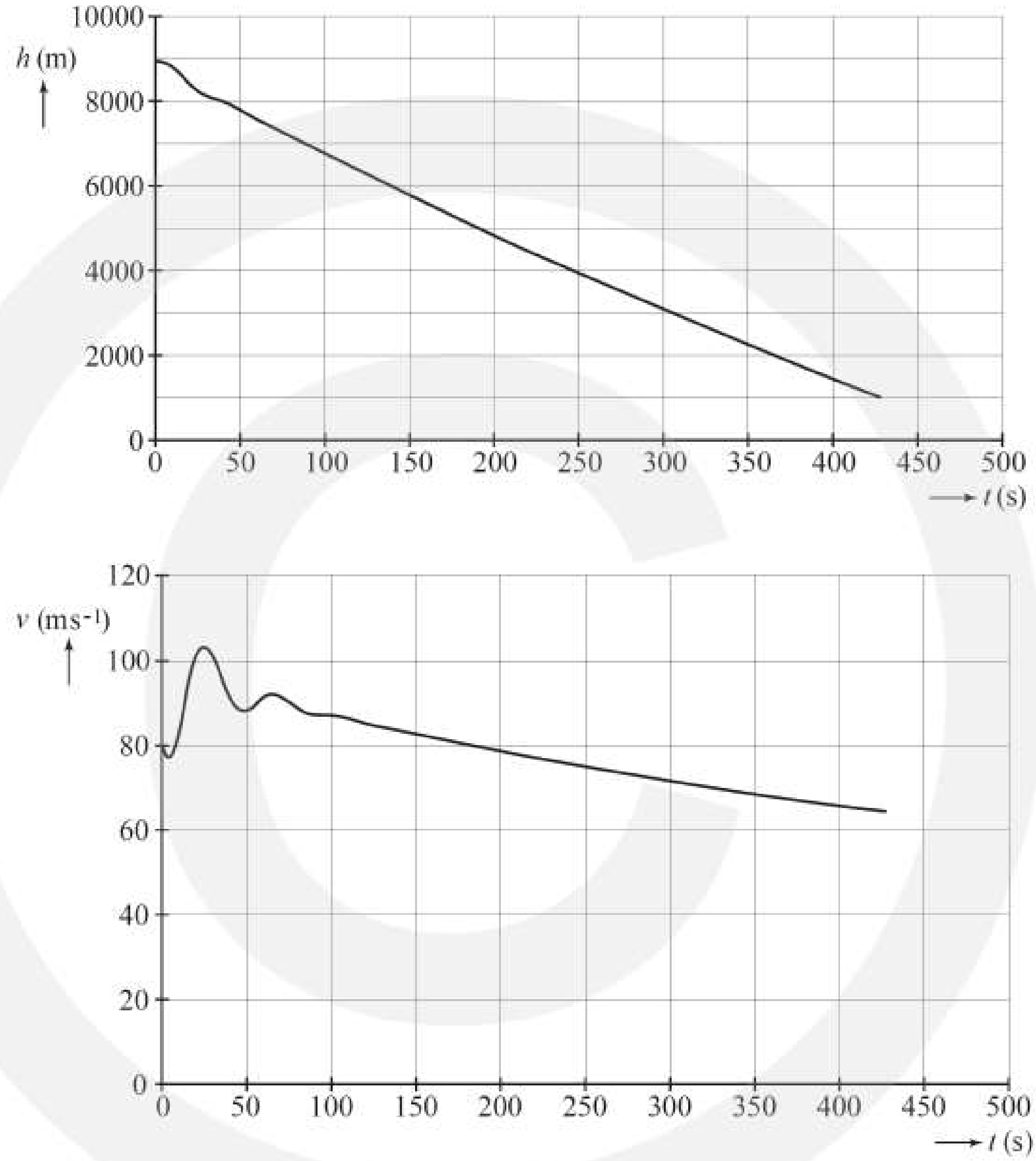
2p **c** Leg met behulp van een vectortekening uit wat er in de tweede modelregel wordt uitgerekend.
HINT met sqrt wordt de (vierkants-) wortel bedoeld (En. square root).

3p **d** Bepaal met behulp van figuur 2 de startwaarde voor k.

4p **e** Geef de modelregels 9 en 13.

regel	model	startwaarden
1	h = (9000 – y)	x = 0
2	v = sqrt(vx^2 + vy^2)	y = 0
3	rho = 1,22*e^(-h/k)	vx = 80
4	Fx_wrijving = c1*rho*v*vx	vy = 0
5	Fy_wrijving = c1*rho*v*vy	e = 2,718
6	Fx_lift = c2*rho*v*vy	k = …
7	Fy_lift = c2*rho*v*vx	c1 = 0,045
8	Fz = m*g	c2 = 0,18
		m = 85,5
9	Fx = …	g = 9,81
10	ax = Fx / m	t = 0
11	vx = vx + ax*dt	dt = 0,05
12	x = x + vx*dt	
13	Fy = …	
14	ay = Fy / m	
15	vy = vy + ay*dt	
16	y = y + vy*dt	
17	t = t + dt	
18	Als h<1000 dan stop eindals	

Het (h,t)- en (v,t)-diagram die uit het model volgen zijn weergegeven in figuur 3. De grafieken zijn getekend tot het moment waarop de parachute geopend wordt.



Figuur 3

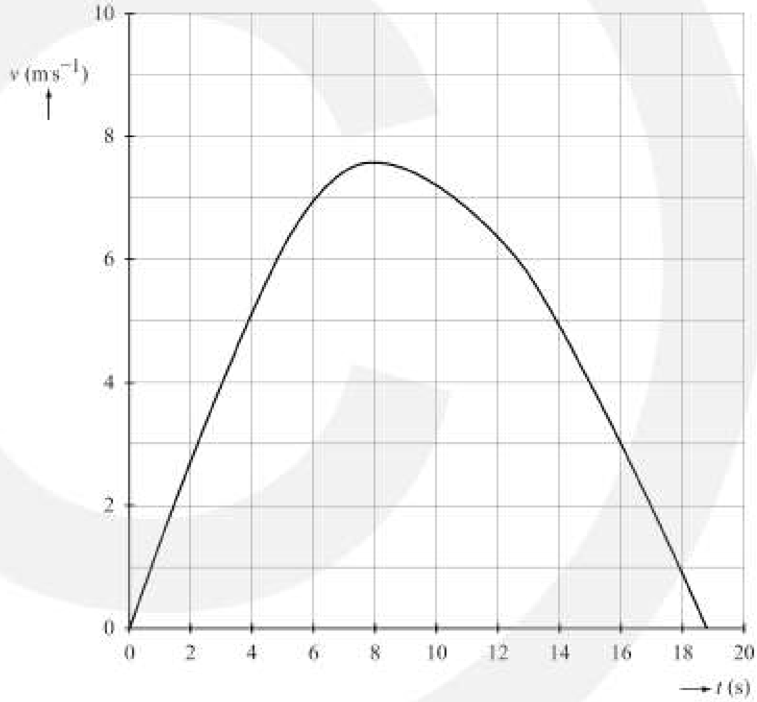
4p **f** Bepaal de afgelegde weg van de springer door de lucht tot het moment waarop hij de parachute opent. Gebruik daartoe één van de diagrammen.

Trekkertrek

Bij trekkertrek (ook wel "tractor pulling" genoemd) moet een tractor een sleepwagen voorttrekken die opzettelijk een grote wrijvingskracht ondervindt: de voorkant van de wagen heeft geen wielen, maar sleept over de grond. Tijdens het rijden schuift een zwaar ballastblok op de sleepwagen naar voren. Zo neemt de wrijvingskracht toe, waardoor de tractor met sleepwagen afgeremd wordt en tot stilstand komt.

Figuur 1

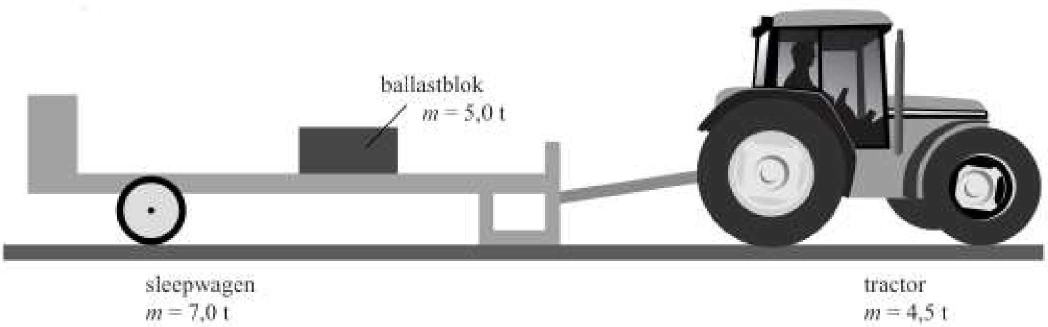
Het doel van trekkertrek is om een zo groot mogelijke afstand af te leggen. Als deze afstand 100 meter of meer is, is er sprake van een 'full pull'. Figuur 2 toont het (v,t)-diagram van een deelnemer.



Figuur 2

3p **a** Ga na met behulp van figuur 2 of deze poging een 'full pull' opleverde.

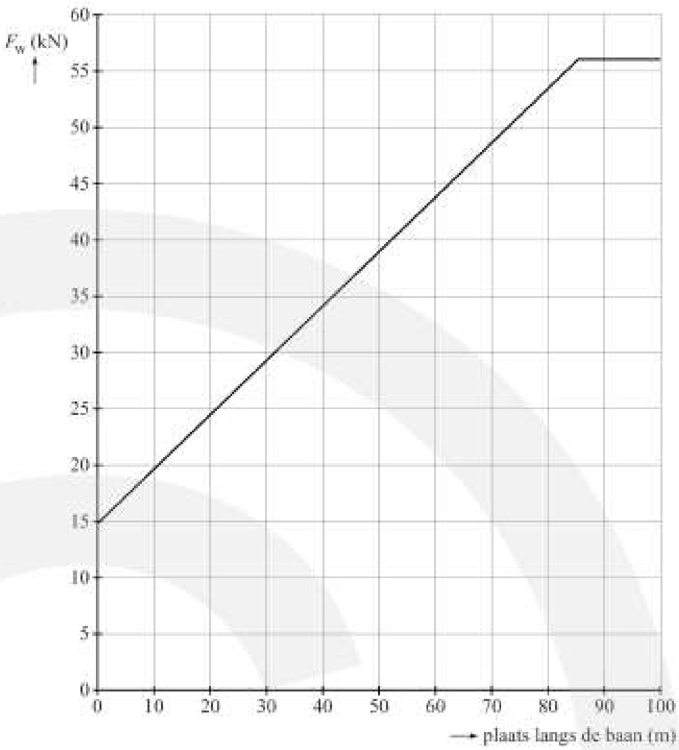
De tractor en de sleepwagen zijn schematisch getekend in figuur 3. Daarbij zijn de massa's van de tractor, van de sleepwagen en van het ballastblok vermeld. De massa is uitgedrukt in ton.



Figuur 3

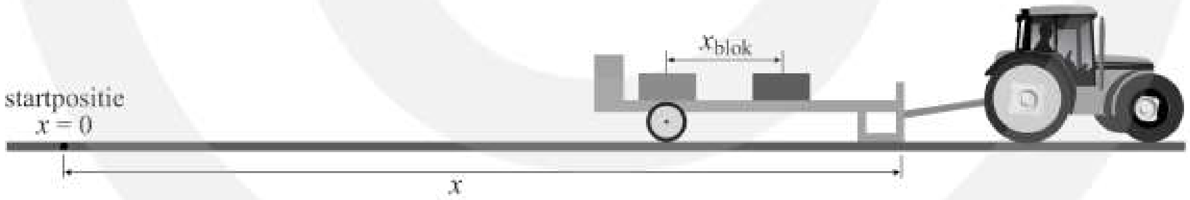
In figuur 4 is in een diagram het verloop van de wrijvingskracht op de sleepwagen weergegeven als de wagen de volledige afstand van 100 m zou afleggen ('full pull').

5p **b** Bepaal met behulp de figuren 2 en 4 de grootte van de aandrijfkracht van de wielen van de tractor bij de start.

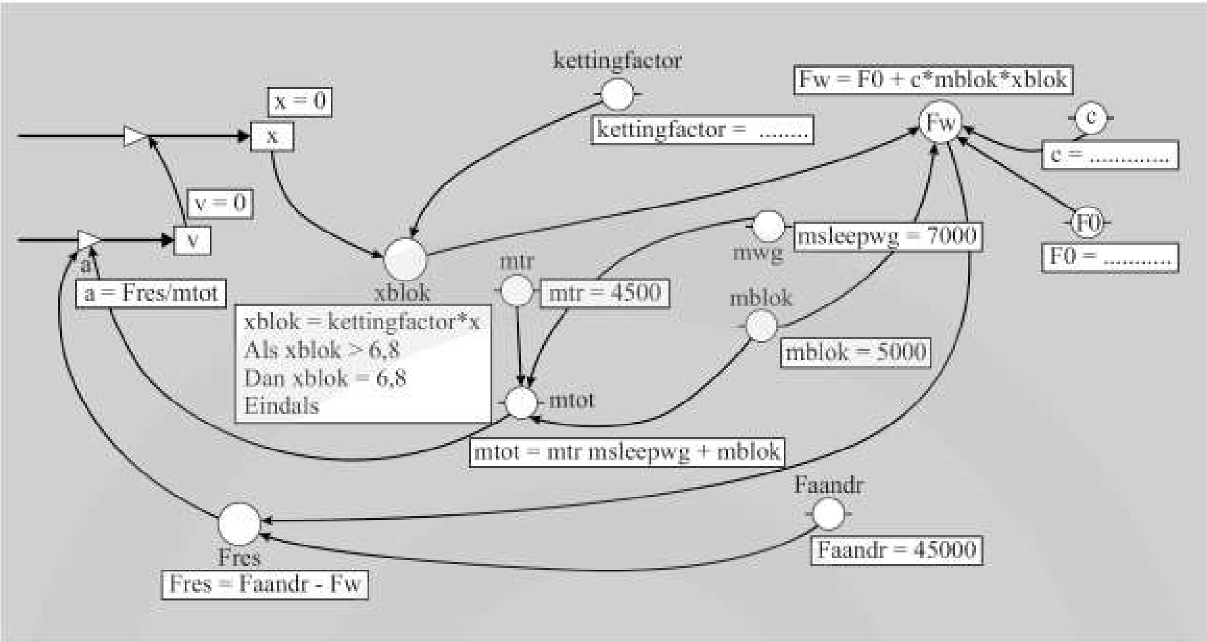


Figuur 4

De beweging bij trekkertrek kan onderzocht worden met behulp van een rekenkundig model. In figuur 5 staat zo'n rekenkundig model, zowel in de tekstvariant als de grafische variant. (Je mag kiezen welke variant je gebruikt.)



model	startwaarden (in SI eenheden)
xblok = kettingfactor * x	v = 0
als xblok > 6,8 dan	x = 0
xblok = 6,8	t = 0
eindals	dt = 0,01
Fw = Fo + c*mblok*xblok	mtr = 4500
Fres = Faandr – Fw	msleepwg = 7000
a = Fres / mtot	mblok = 5000
v = v + a*dt	mtot = mtr + msleepwg + mblok
x = x + v*dt	Faandr = 45000
t = t + dt	kettingfactor = ...
als v<0 dan stop eindals	Fo = ...
	c = ...



in SI-eenheden

Figuur 5

In het model wordt de wrijvingskracht uitgerekend uitgaande van de positie van het ballastblok (xblok) en van de massa van het ballastblok (mblok). De waarde van xblok is recht evenredig met de afstand die de wagen heeft afgelegd totdat het ballastblok vooraan op de sleepwagen is aangekomen. (Het blok is dan 6,8 m naar voren geschoven.)

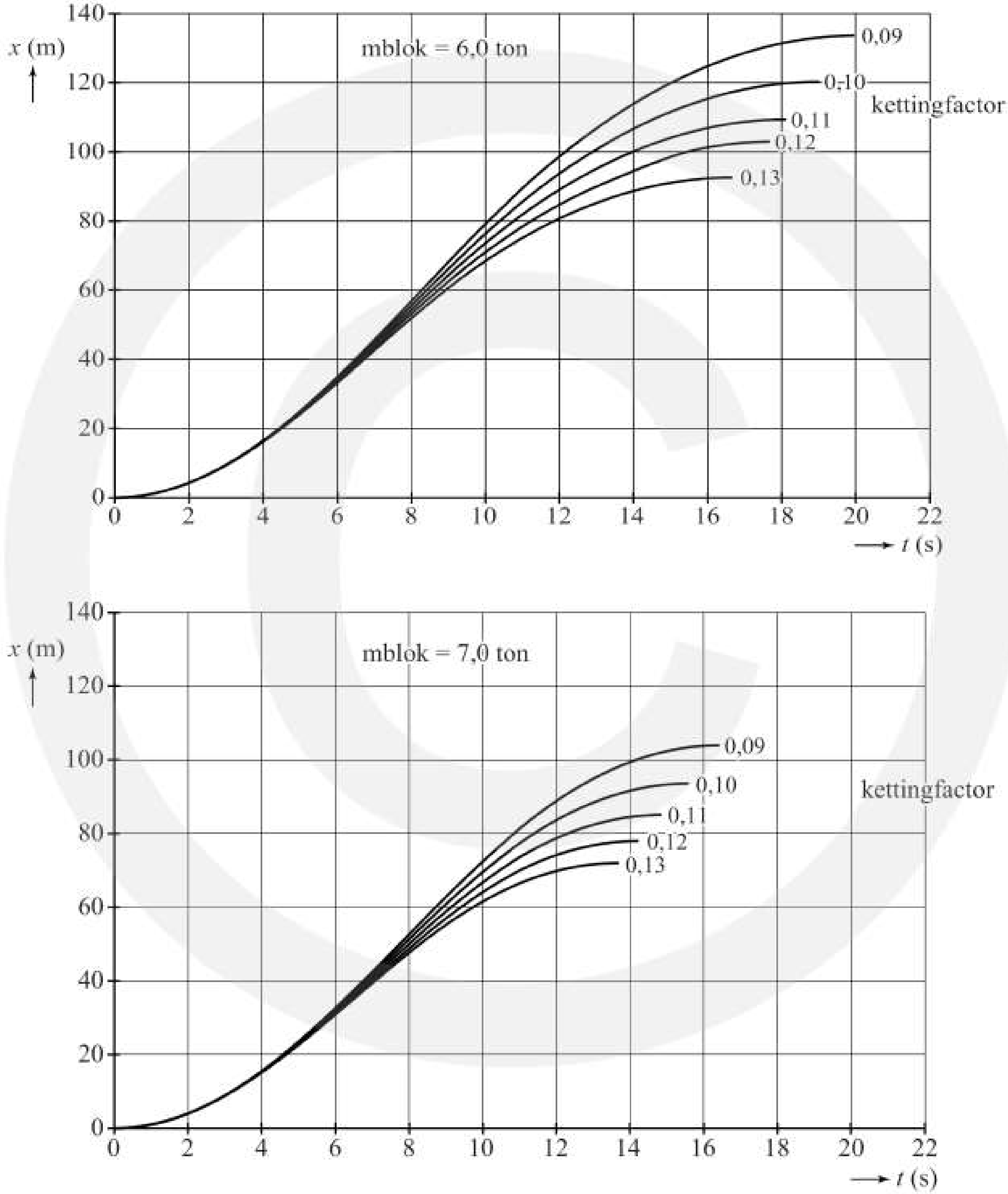
De startwaarden hebben betrekking op de situatie die in figuur 2 en 4 is weergegeven.

4p **c** Voer de volgende opdrachten uit:
- Bepaal de waarde van de grootheid kettingfactor met behulp van figuur 4.
- Geef de startwaarde F0.
- Bepaal de startwaarde c.

Het rekenkundig model stelt de organisatoren van de wedstrijd in staat om de massa en de beweging van het ballastblok aan te passen aan een zwaardere tractor. Een zwaardere tractor heeft meer massa, meer vermogen en kan een grotere trekkracht uitoefenen. De organisatoren hebben twee doelen voor ogen:

- Een 'full pull' moet mogelijk zijn.
- Een 'full pull' wordt alleen bereikt als de bestuurder (bijna) optimaal gebruikmaakt van de trekkracht van de tractor.

Het model wordt gebruikt voor een zwaardere tractor. In figuur 6 zie je twee computerruns van het (x,t)-diagram waarbij mblok en de kettingfactor gevarieerd worden.



Figuur 6

2p **d** Kies voor de twee waarden van mblok de bijpassende kettingfactor.

Kogelstoten

Bij kogelstoten is het de bedoeling dat de kogel zo ver mogelijk van de kogelstoter de grond raakt. Het op gang brengen van de kogel wordt 'stoten' genoemd.

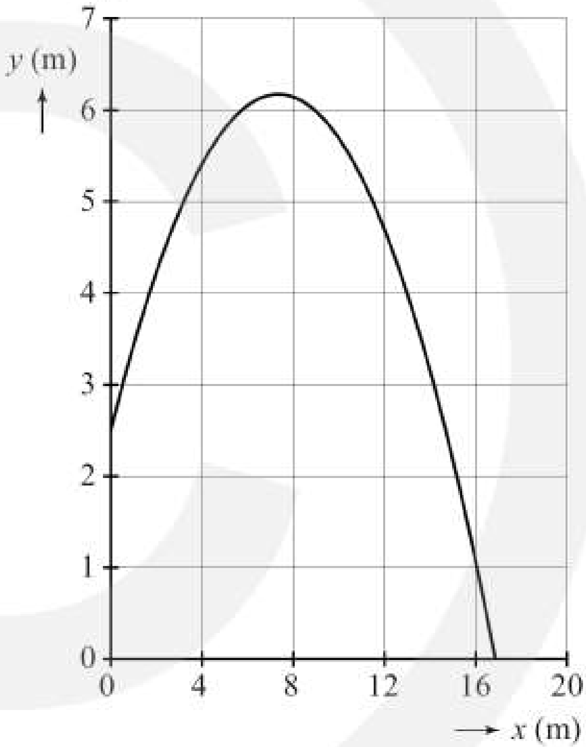
Figuur 1

In deze opgave verlaat de kogel de hand op een hoogte van 2,50 m met een snelheid van 12 m s^{-1}. <u>De luchtweerstand op de kogel wordt in deze opgave verwaarloosd.</u>
Hoe ver van de kogelstoter de kogel de grond raakt, hangt af van de stoothoek: de hoek met de horizontaal waarmee de kogel de hand verlaat.

3p **a** Bereken hoe ver de kogel komt als hij van die hoogte horizontaal wordt weggestoten.

Men onderzoekt mogelijke kogelbanen met behulp van een model. Als eerste neemt men een stoothoek van 45°.
Dit levert de kogelbaan van figuur 2 op.

3p **b** Toon met behulp van figuur 2 aan dat de stoothoek inderdaad 45° is.

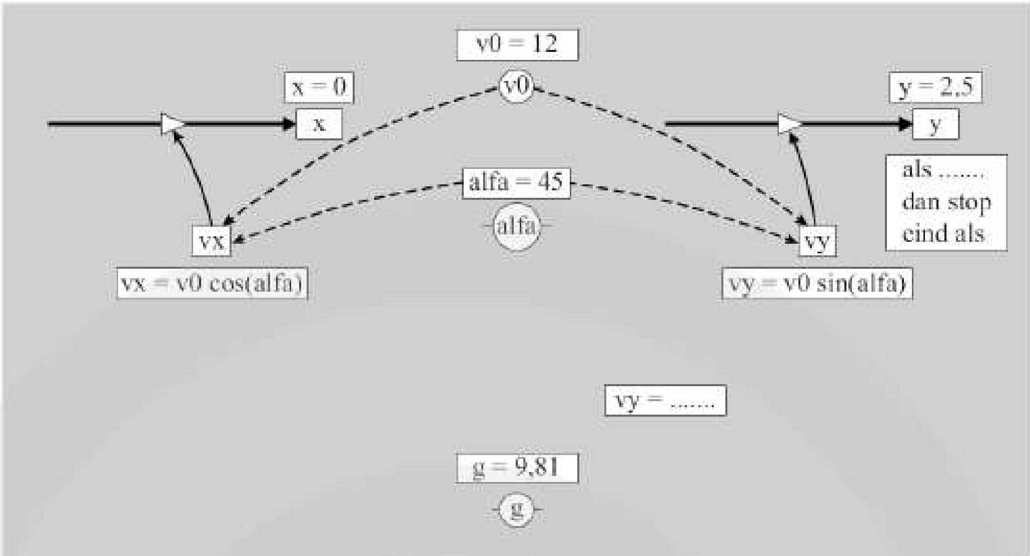


Figuur 2

Het model is weergegeven in figuur 3. Je mag naar keuze werken met het grafische of het tekstuele model.

model	startwaarden eenheden in SI hoeken in graden

`x  = x + vx*dt`
`y  = y + vy*dt`
`vy = ............`
 	
`t  = t + dt`
`Als ........................`
`Dan stop`
`eindals`
	`dt = 0,01`
	`x  = 0`
	`y  = 2,5`
	`g  = 9,81`
	`alfa = 45`
	`v0 = 12`
	`vx = v0*cos(alfa)`
	`vy = v0*sin(alfa)`

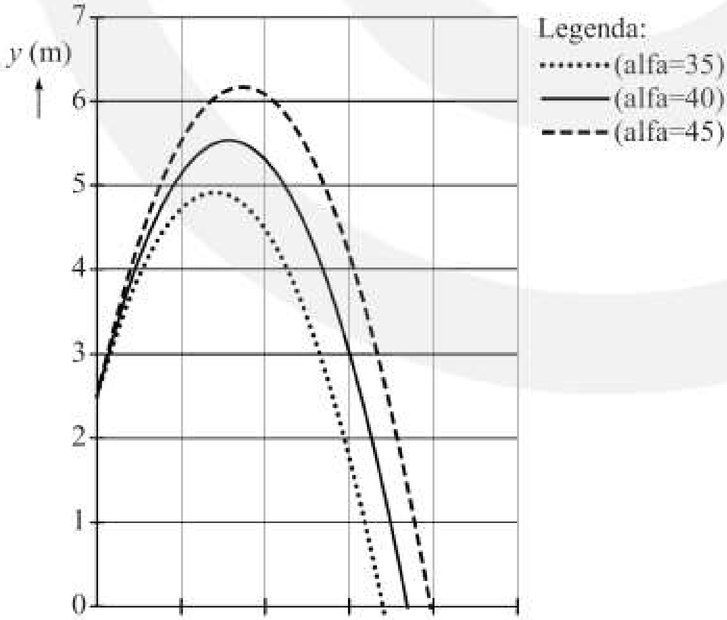


Figuur 3

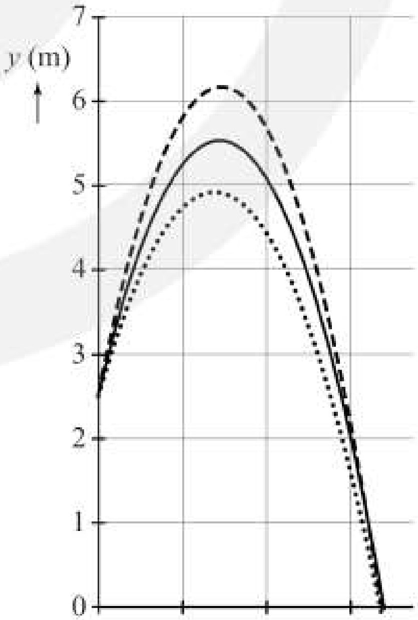
eenheden in SI
hoeken in graden

3p **c** Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef aan waarom er geen modelregel voor vx is.
- Vul de modelregel voor vy aan.
- Vul de stopvoorwaarde aan.

Uit het model volgen verschillende diagrammen voor de beweging van de kogel bij stoothoeken van 35°, 40° en 45°. In figuur 4a en 4b is y als functie van x en als functie van t weergegeven.



Figuur 4a



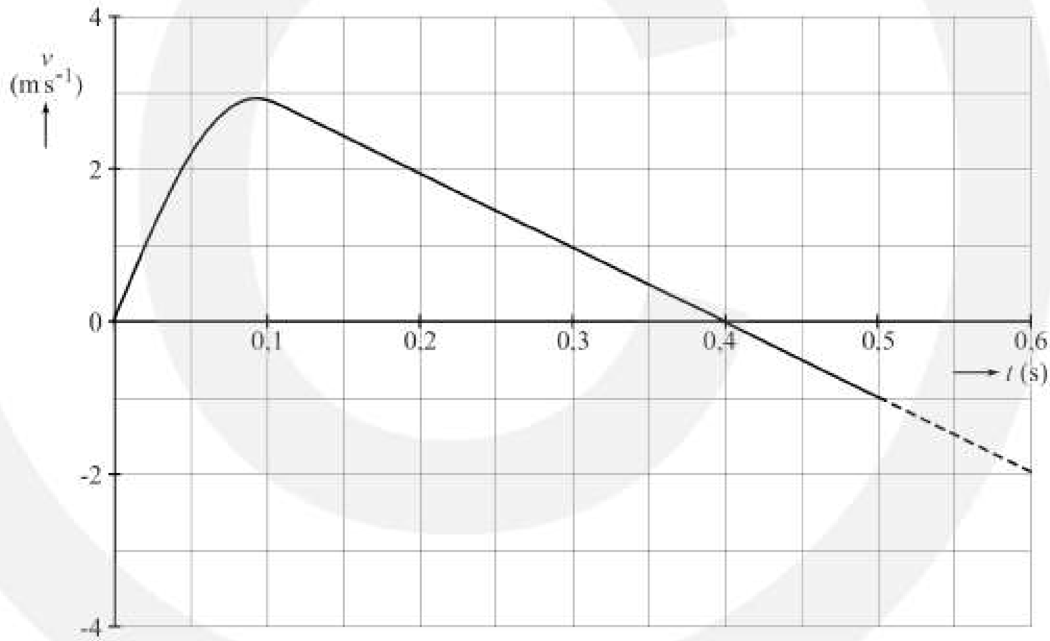
Figuur 4b

2p **d** Beredeneer in welke figuur t op de horizontale as staat.

Een sprong bij volleybal

Bij volleybal springt een speler vaak uit stand recht omhoog. Zie figuur 1. De verticale snelheid van het zwaartepunt van een volleyballer tijdens de afzet en de daaropvolgende beweging los van de grond is weergegeven in figuur 2. Tijdens de sprong zijn de 'afzetkracht' en de zwaartekracht van belang. De afzetkracht is de kracht van de grond op de volleyballer tijdens de afzet. We verwaarlozen in deze opgave de luchtweerstand. De volleyballer heeft een massa van 75 kg.

Figuur 1



Figuur 2

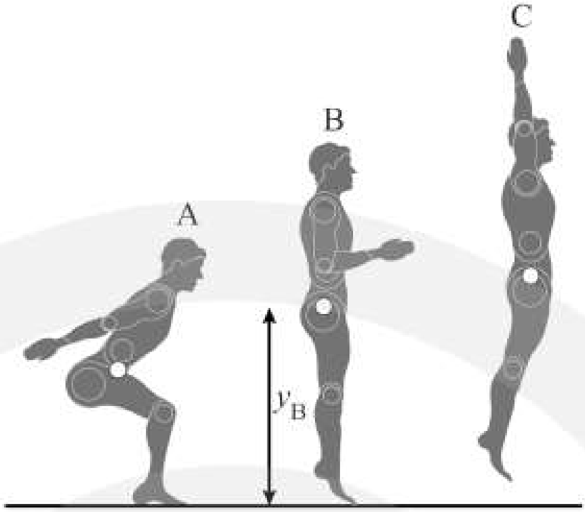
4p **a** Bepaal met behulp van figuur 2 de maximale afzetkracht op de volleyballer.

3p **b** Bepaal met behulp van figuur 2 het hoogteverschil van het zwaartepunt van de volleyballer tussen het begin van de afzet en het hoogste punt.

Bij de studie bewegingswetenschappen wordt zo'n verticale sprong bestudeerd. Daarbij wordt een computermodel gebruikt van een <u>andere</u> sprong dan de sprong van figuur 2.

Een sprong bestaat uit een afzet en een beweging los van de grond. Drie momenten van een sprong staan in figuur 3 weergegeven. Figuur 3 is niet op schaal.

Figuur 3



– In positie A is de springer maximaal door zijn knieën gezakt. Dit noemen we het begin van de sprong.
– In positie B komt de springer los van de grond.
– In positie C bevindt de springer zich in het hoogste punt.

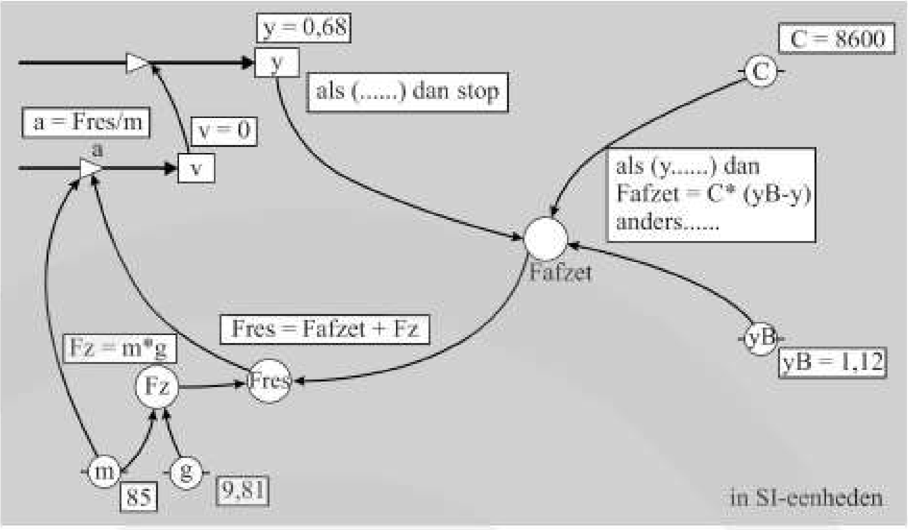
Het afzetten wordt vergeleken met het ontspannen van een gespannen veer. Daarbij geldt voor de grootte van de afzetkracht: $F_{afzet} = C \cdot u = C \cdot (y_B - y)$

Hierin is:
– C de veerconstante,
– u de uitwijking vanaf de evenwichtsstand,
– y de hoogte van het zwaartepunt boven de grond,
– yB de hoogte van het zwaartepunt op het moment dat de springer loskomt van de grond.

Het computermodel is op twee manieren weergegeven in de figuren 4a en 4b. Je kunt één van de twee manieren kiezen. In elk model zijn drie regels opengelaten.

Figuur 4a

model	startwaarden (in SI-eenheden)
Fz =-m * g	t = 0
als (y.....) dan	dt = 0,001
Fafzet = C * (yB - y)	
anders	y = 0,68
....	v = 0
eindals	m = 85
Fres = Fafzet + Fz	g = 9,81
a = Fres / m	C = 8600
v = v + a * dt	yB = 1,12
y = y + v * dt	
t = t + dt	
als (..........) dan stop	
eindals	



Figuur 4b

Het model moet aan de volgende eisen voldoen:
- De afzetkracht wordt voor alle waarden van y correct beschreven.
- Op het hoogste punt (positie C in figuur 10) stopt het model.

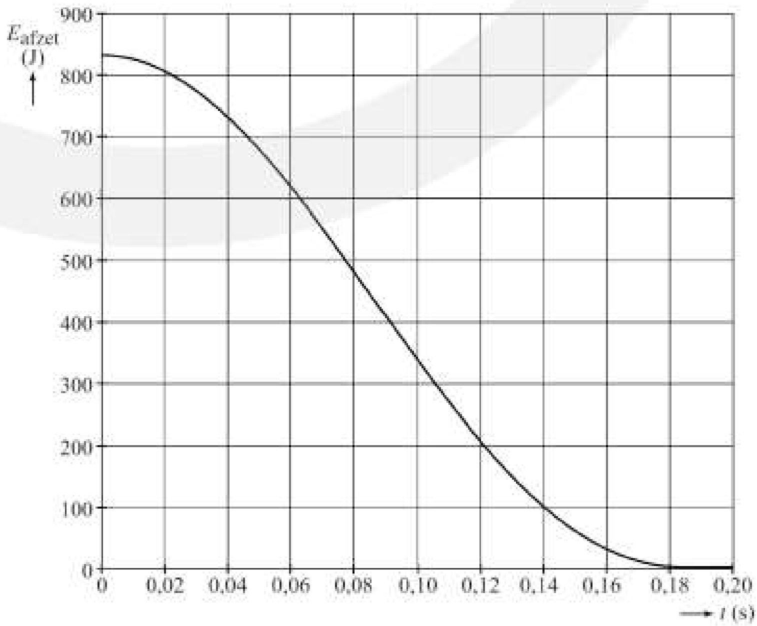
3p **c** Vul het model zo aan dat aan bovenstaande eisen wordt voldaan. (Gebruik figuur 4a of figuur 4b)

Een wetenschapper wil het model uitbreiden om ook de energieën van een springer tijdens zijn sprong te beschrijven. Hierbij wordt de beschikbare energie tijdens de afzet, afzetenergie E_{afzet}, vergeleken met de energie in een gespannen veer.

2p **d** Welke formule voor de afzetenergie E_{afzet} moet de wetenschapper hiervoor aan het model toevoegen? Gebruik hiervoor de grootheden uit het model.

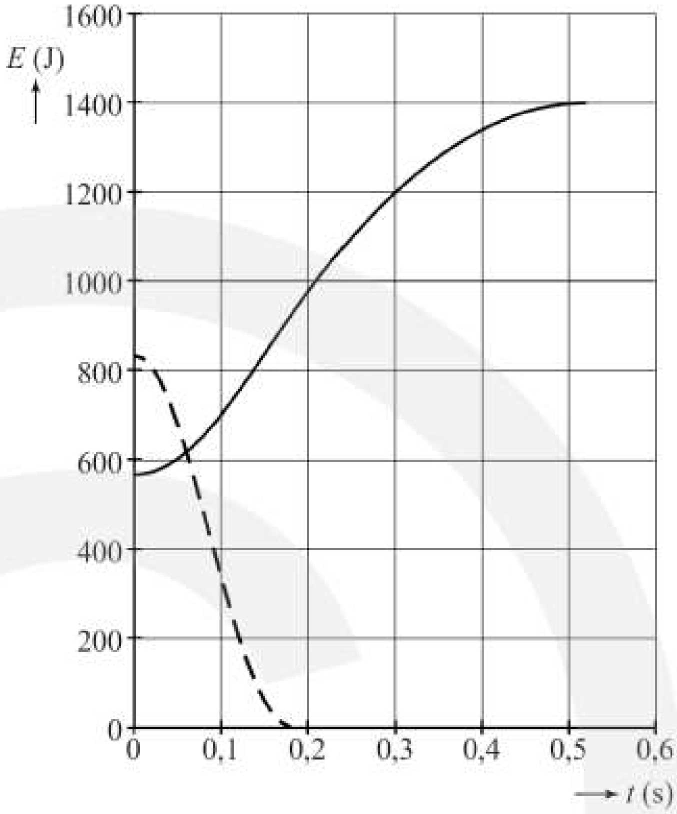
Figuur 5 is een diagram met de resultaten van het uitgebreide model van de afzetenergie tegen de tijd.

2p **e** Bepaal met behulp van figuur 5 op welk tijdstip het vermogen van de springer maximaal is.



Figuur 5

In figuur 6 zijn de zwaarte-energie en de afzetenergie van de springer weergegeven.



4p **f** Voer de volgende opdrachten uit:
- Bepaal in figuur 6 de grootte van de kinetische energie op t = 0,18 s.
- Teken in figuur 6 het verloop van de kinetische energie tegen de tijd.