9 Trillingen

vwo

9.1 Wat is een trilling?

1* **a** Wat is een trilling?
- een trilling is een periodieke beweging om een evenwichtsstand

b Wat is de trillingstijd?
- de trillingstijd is de tijd waarin één volledige trilling wordt uitgevoerd.

c Met welke letters worden de grootheid en eenheid van de trillingstijd aangegeven?
- grootheid: hoofdletter T | eenheid kleine letter s (seconde)

d Wat is de periode?
- hetzelfde als de trillingstijd

e Wat is de frequentie?
- het aantal trillingen dat per seconde wordt uitgevoerd

f Wat bedoel je met Hertz?
- Hertz (Hz) is de eenheid van de frequentie

2* **a** De trapper van een fiets tijdens het fietsen.
- geen trilling → wel periodieke beweging maar geen evenwichtsstand

b De beweging van je trommelvlies als je iets hoort.
- wel trilling → periodieke beweging en een evenwichtsstand

c Een robot die dozen van een lopende band pakt.
- geen trilling → wel periodieke beweging maar geen evenwichtsstand

d Eb en vloed aan de kust.
- wel trilling → periodieke beweging en een evenwichtsstand

e De beweging van een satelliet om de aarde.
- geen trilling → wel periodieke beweging maar geen evenwichtsstand

f Een kind op een schommel.
- wel trilling → periodieke beweging en een evenwichtsstand

g Een kind op een wipkip.
- wel trilling → periodieke beweging en een evenwichtsstand

h Een tak aan een boom die heen-en-weer zwiept.
- wel trilling → periodieke beweging en een evenwichtsstand

3** **a** Hoe vaak is de slinger in deze tijd in punt A geweest?
- na 10 slingeringen is de slinger 10 keer in punt A geweest

b Hoe vaak is de slinger in deze tijd in punt B geweest?
- in één periode gaat de slinger twee keer door de evenwichtsstand
- na 10 slingeringen is de slinger 20 keer in punt B geweest

c Hoe groot is de trillingstijd?
- 10 slingeringen in 4,0 seconde → 1 slingering in 0,40 s

d Bereken de frequentie.
- $T = 0{,}40\ \text{s} \quad | \quad f = \ldots \text{Hz}$
- $f = \dfrac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \dfrac{1}{0{,}4} = 2{,}5\ \text{Hz}$

4** **a** Welke frequentie heeft deze machine?
- 300 steken per minuut is $\dfrac{300}{60} = 5{,}0$ steken per seconde
- de machine heeft een frequentie van 5,0 Hz

b Met welke frequentie draait de motor?
- 2400 toeren per minuut is $\dfrac{2400}{60} = 40$ toeren per seconde
- de motor heeft een frequentie van 40 Hz

5** **a** Hoeveel seconde duurt een enkele stap.
- 120 stappen per minuut → 120 stappen in 60 seconden
- één stap duurt $\dfrac{60}{120} = 0{,}50\ \text{s}$

b Bereken hoe lang ze daar over doen.
- iedere 0,50 s één stap van 80 cm
- iedere seconde legen de soldaten 1,6 meter af
- 10 km = 10000 m

- aantal seconden: $\dfrac{10000}{1,6} = 6250\ \text{s}$
- $t = 6250\ \text{s} = \dfrac{6250}{60} = 104,16667 = 104\ \text{minuten}$

6* **a** Bereken de trillingstijd.
- $f = 650\ \text{Hz} \quad | \quad T = \ldots\ \text{s}$
- $f = \dfrac{1}{T} \quad \rightarrow \quad T = \dfrac{1}{f}$
- $T = \dfrac{1}{650} = 0,00154\ \text{s}$

7** **a** Bereken de trillingstijd.
- $f = 2,1 \cdot 10^4\ \text{Hz} \quad | \quad T = \ldots\ \text{s}$
- $f = \dfrac{1}{T} \quad \rightarrow \quad T = \dfrac{1}{f} \quad \rightarrow \quad T = \dfrac{1}{2,1 \cdot 10^4} = 4,76 \cdot 10^{-5}\ \text{s}$

b Hoeveel trillingen bevat dit signaal?
- $t = 0,20\ \text{s} \quad | \quad f = 2,1 \cdot 10^4\ \text{Hz}$ *(f is aantal trillingen per seconde)*
- $\text{aantal trillingen} = 2,1 \cdot 10^4 \cdot 0,2 = 4,2 \cdot 10^3$

8** **a** Leg uit wat er NIET verandert als je het blokje een tijdje laat slingeren:
- de frequentie NIET: in 0,20 s van de uiterste stand naar de evenwichtsstand
- de uitwijking WEL: bij een trilling verandert de uitwijking voortdurend
- de amplitude WEL: want de trilling dempt en wordt uiteindelijk nul
- de trillingstijd NIET: in 0,20 s van de uiterste stand naar de evenwichtsstand

b Wat weet je van de snelheid in de uiterste stand?
- in de uiterste stand is de snelheid nul

c Wat weet je van de snelheid in de evenwichtsstand?
- in de evenwichtsstand is de snelheid maximaal

d Bereken de frequentie van deze slinger.
- in 0,10 s van de uiterste stand naar de evenwichtsstand
- van de uiterste stand naar de evenwichtsstand is ¼ trilling
- een hele trilling duurt $4 \cdot 0,2 = 0,8\ \text{s}$
- $T = 0,80\ \text{s}$
- $f = \dfrac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \dfrac{1}{0,8} = 1,25\ \text{Hz}$

9** **a** Bereken de trillingstijd.

- 18 keer per minuut → 18 keer in 60 seconden
- $T = \frac{60}{18} = 3{,}333\ \text{s}$

b Bereken de frequentie.

- $f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{3{,}333} = 0{,}30\ \text{Hz}$

10*** **a** Leg uit in welke stand je het beste de stopwatch kunt starten.

- start op de uiterste stand want dan staat het blokje even stil en dat is goed te zien

b Wie van hen voert de nauwkeurigste meting uit: Arend of Simon, of zijn beide metingen even nauwkeurig?

- vanwege de reactietijd maak je bij het indrukken van de stopwatch een kleine fout
- bij Arend komt deze meetfout in het resultaat
- bij Simon wordt deze meetfout gedeeld door 10 en komt pas daarna in het resultaat
- de meting van Simon is dus nauwkeuriger dan die van Arend

(u, t)-diagram

11** **a** Hoe groot is de amplitude?

- aflezen: maximale uitwijking → $A = 0{,}45\ \text{cm}$

b Hoe groot is de trillingstijd?

- aflezen: 4 trillingen in 21 seconden
- $T = \frac{21}{4} = 5{,}25\ \text{s}$

c Hoe groot is de frequentie?

- $f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{5{,}25} = 0{,}19\ \text{Hz}$

12** **a** Hoe groot is de amplitude?

- aflezen: maximale uitwijking → $A = 0{,}38\ \text{cm}$

b Hoe groot is de trillingstijd?

- aflezen: 4 trillingen in $61 - 5 = 56\ \text{s}$
- $T = \frac{56}{4} = 14\ \text{s}$

c Hoe groot is de frequentie?

- $f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{14} = 0{,}0714\ \text{Hz}$

13** **a** Hoe groot is de amplitude?

- aflezen: maximale uitwijking $\rightarrow$ A = 4,5 mm

b Hoe groot is de trillingstijd?

- aflezen: 3 trillingen in 62,5 μs (microseconde)
- één trilling duurt $\frac{62{,}5 \cdot 10^{-6}}{3} = 20{,}8333 \cdot 10^{-6}$ s

c Hoe groot is de frequentie?

- $f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{20{,}8333 \cdot 10^{-6}} = 48000 = 4{,}8 \cdot 10^{4}\ \text{Hz}$

14*** **a** Hoe groot is de amplitude?

- aflezen: maximale uitwijking $\rightarrow$ A = 14 cm

b Hoe groot is de trillingstijd?

- aflezen: 3 trillingen in 20 ms (milliseconden)
- één trilling duurt $\frac{0{,}020}{3} = 0{,}006667$ s

c Hoe groot is de frequentie?

- $f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{0{,}006667} = 150\ \text{Hz}$

15*** **a** Bepaal de trillingstijd.

- aflezen: 3 trillingen in 62,5 seconde
- één trilling duurt $\frac{62{,}5}{3} = 20{,}8$ s

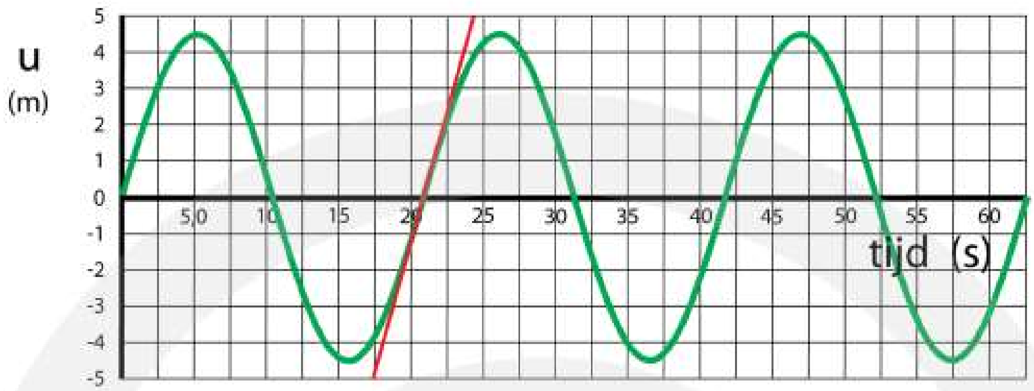
b Bepaal de frequentie.

- $T = 20{,}8$ s
- $f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{20{,}8} = 0{,}048\ \text{Hz}$

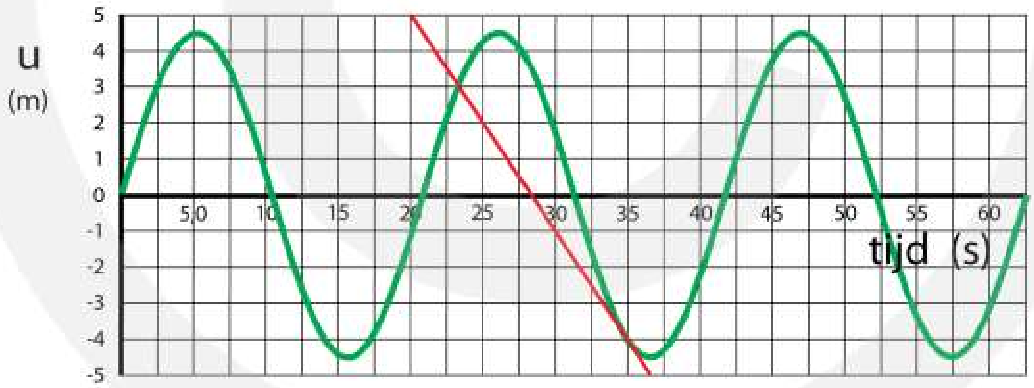
c Bepaal de maximale snelheid.

- teken raaklijn als de grafiek door de evenwichtsstand gaat
- richtingscoëfficiënt raaklijn: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

- $v = \dfrac{5-(-5)}{24{,}5-17{,}5} = \dfrac{10}{7} = 1{,}4 \text{ m/s}$



d Bepaal de snelheid op t = 35 s.
- teken raaklijn op t = 35 s
- richtingscoëfficiënt raaklijn: $v = \dfrac{dx}{dt}$
- $v = \dfrac{-5-5}{36{,}5-20} = \dfrac{-10}{16{,}5} = -0{,}61 \text{ m/s}$

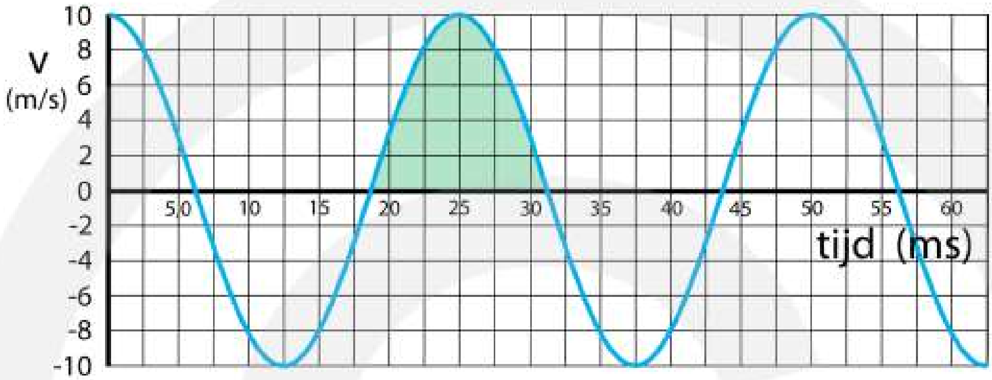


16* **a** Bepaal de trillingstijd.
- aflezen: 2,5 trillingen in 62,5 seconde
- één trilling duurt $\dfrac{62{,}5}{2{,}5} = 25 \text{ ms}$

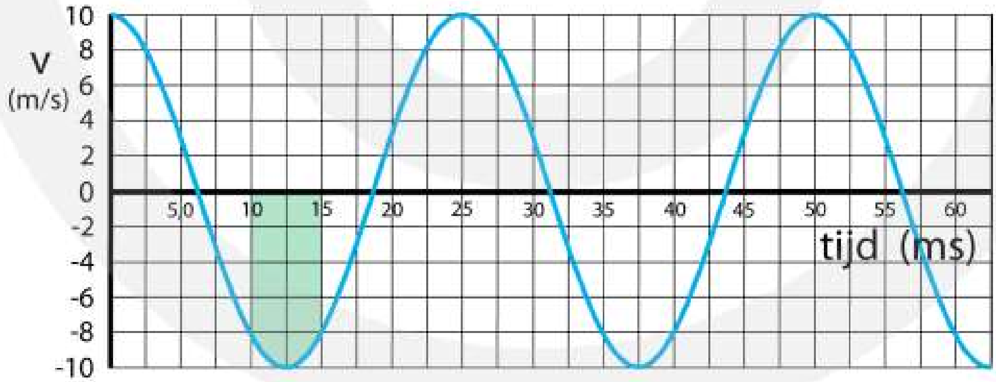
b Bepaal de frequentie.
- $T = 25 \text{ ms} = 0{,}025 \text{ s}$ | $f = \ldots \text{ Hz}$
- $f = \dfrac{1}{T} \rightarrow f = \dfrac{1}{0{,}025} = 40 \text{ Hz}$

c Bepaal de amplitude.
- (v, t)-diagram → afstand is de oppervlakte onder de grafiek
- uiterste stand → $v = 0$

- hokjes tellen onder de grafiek tussen 18,75 en 31,25 ms → 16 hokjes
- één hokje $s_{hokje} = 2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ m
- afstand : $16 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-3} = 0{,}080\,\text{m}$
- van uiterste stand naar uiterste stand is twee keer de amplitude
- $A = \dfrac{0{,}08}{2} = 0{,}040\,\text{m} \quad (= 4{,}0\,\text{cm})$



d Bepaal de afstand tussen t=10 en t=15 ms.
- hokjes tellen: 9,6 hokjes
- één hokje: $s_{hokje} = 2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ m
- afstand : $9{,}6 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-3} = 0{,}048\,\text{m}$
- $s = 0{,}048\,\text{m} \quad (= 4{,}8\,\text{cm})$



9.2 Het meten van een trilling

1[**]

a Bepaal de trillingstijd.

- aflezen: er zijn 1,5 trillingen in 7 hokjes
- 1 hokje = 20 μs
- 1,5 trillingen in $7 \cdot 20 = 140\ \mu s$
- 1 trilling in $\dfrac{140}{1{,}5} = 93{,}33\ \mu s$

b Bepaal de frequentie.

- $f = \dfrac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \dfrac{1}{93{,}33 \cdot 10^{-6}} = 10.714\ \text{Hz} \qquad (1.07 \cdot 10^{4}\ \text{Hz})$

c Bepaal de amplitude.

- aflezen: maximale uitwijking → 4,2 hokjes
- 1 hokje = 0,5 V
- 4,2 hokjes is $4{,}2 \cdot 0{,}5 = 2{,}1\ \text{V}$

2[***]

a Bepaal de trillingstijd.

- aflezen: er zijn 1,5 trillingen in 10 hokjes
- 1 hokje = 5 μs
- 1,5 trillingen in $10 \cdot 5 = 50\ \mu s$
- 1 trilling duurt $\dfrac{50}{1{,}5} = 33{,}333 = 33\ \mu s$

b Bepaal de frequentie.

- $T = 33{,}333\ \mu s = 33{,}333 \cdot 10^{-6}\ \text{s}$
- $f = \dfrac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \dfrac{1}{33{,}333 \cdot 10^{-6}} = 3{,}0 \cdot 10^{4}\ \text{Hz}$

c Bepaal de amplitude.

- aflezen: maximale uitwijking → 2,0 hokjes
- 1 hokje = 0,2 mV
- 2,0 hokjes = 0,40 mV

d Leg uit wat je moet doen met de tijdbasis.

- je hoeft niets met de tijdbasis te doen, want het signaal moet verticaal worden vergroot

e Leg uit wat je moet doen met de gevoeligheid.

- je moet de gevoeligheid 2,5 keer groter maken (wordt 0,5 mV / div)

3*** **a** Bepaal de trillingstijd.

- aflezen: er is 1 trillingen in 3,8 hokjes
- 1 hokje = 50 ms
- 1 trilling duurt $3{,}8 \cdot 50 = 190\ \text{ms}$

b Bepaal de frequentie.

- $T = 190\ \text{ms} = 0{,}19\ \text{s}$
- $f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{0{,}19} = 5{,}263 = 5{,}3\ \text{Hz}$

c Bepaal de amplitude.

- aflezen: maximale uitwijking → 4,3 hokjes
- 1 hokje = 0,2 V
- 4,3 hokjes = $4{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}86 \quad \rightarrow \quad A = 0{,}86\ \text{V}$

d Leg uit of je nu meer of minder trillingen op het scherm ziet.

- de tijdbasis wordt korter
- er zijn minder trillingen op het scherm te zien

4*** **a** Bepaal de tijdbasis waarop de oscilloscoop is ingesteld.

- $f = 8{,}889 \cdot 10^5\ \text{Hz} \quad \rightarrow \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8{,}889 \cdot 10^5} = 1{,}125 \cdot 10^{-6}\ \text{s}$
- aflezen: er zijn 4 trillingen in 9 hokjes
- 4 trillingen duren $4 \cdot 1{,}125 \cdot 10^{-6} = 4{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{s}$
- duur van 1 hokje $\frac{4{,}5 \cdot 10^{-6}}{9} = 5{,}00 \cdot 10^{-7}$ (500 ns)
- de tijdbasis is 500 ns / div

b Bepaal de gevoeligheid waarop de oscilloscoop is ingesteld.

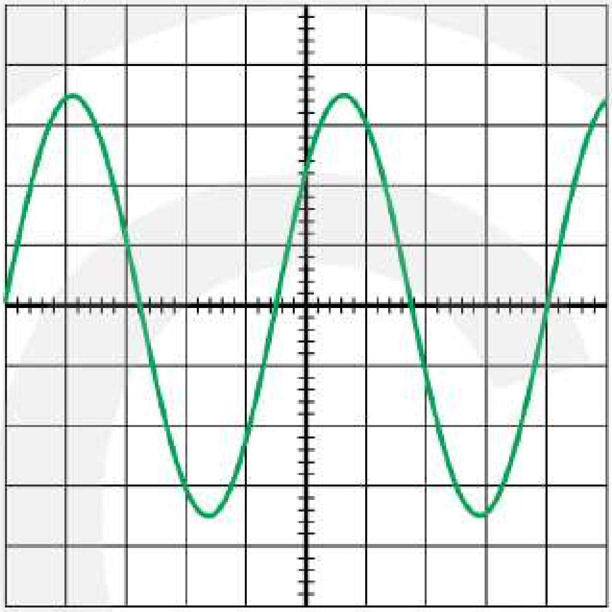
- aflezen amplitude is 3,8 hokjes
- 3,8 hokjes ↔ 19 mV
- 1 hokje is $\frac{19}{3{,}8} = 5{,}0\ \text{mV}$
- de gevoeligheid is 5,0 mV / div

c Bepaal hoeveel trillingen je nu op het scherm kunt zien.

- 2,5 keer kleinere tijdbasis $\rightarrow \frac{500}{2{,}5} = 200\ \text{ns / div}$
- je ziet 2,5 minder trillingen
- nu zie je ongeveer 4,5 trillingen
- je ziet dan ongeveer $\frac{4{,}5}{2{,}5} = 1{,}8$ trillingen

5*** **a** Teken in de figuur het signaal dat je ziet op de oscilloscoop.

- $T = \frac{1}{f} \;\rightarrow\; T = \frac{1}{440} = 2{,}2727 \cdot 10^{-3}\ \text{s} \;\rightarrow\; T = 2{,}2727\ \text{ms}$
- één trilling zichtbaar in $\frac{2{,}2727}{0{,}5} = 4{,}545$ hokjes
- amplitude is 7,0 volt $\rightarrow \frac{7}{2} = 3{,}5$ hokjes



b Wat verandert er aan het beeld op het scherm als je een hardere tik tegen de stemvork geeft?
- de amplitude wordt groter
- de trillingstijd (frequentie) blijft gelijk

c Hoe zie je aan het beeld dat de toon langzaam uitdooft?
- de amplitude neemt langzaam af

6*** **a** Hoeveel tijd zit er tussen de punten P en T?
- tussen de punten P en T zitten 11,3 hokjes
- 1 hokje = 20 ms = 0,020 s
- $11{,}3 \cdot 0{,}02 = 0{,}226\ \text{s}$

b Hoeveel slagen geeft het hart per minuut?
- tussen twee hoge pieken zitten 25 hokjes
- 1 hokje = 20 ms = 0,020 s
- $25 \cdot 0{,}02 = 0{,}50\ \text{s}$
- 1 hartslag duur 0,50 s $\rightarrow$ aantal per minuut is $\frac{60}{0{,}5} = 120$ hartslagen

c Hoeveel millivolt is het signaal bij punt R?

- gerekend vanaf de lijn tussen twee hartslagen is de piek bij R 12 hokjes hoog
- $1\ \text{hokje} = 200\ \mu s = 200 \cdot 10^{-6}\ s$
- $12 \cdot 200 \cdot 10^{-6} = 2{,}4 \cdot 10^{-3}\ V = 2{,}4\ mV$

7* a** Hoe groot is de tijdbasis?

- 116 slagen per minuut → één hartslag duurt $\frac{60}{116} = 0{,}51724\ s$
- tel 17,2 hokjes tussen de twee pieken
- verhoudingstabel

hokjes	17,2	1
seconden	0,51724	x

- $x = \frac{0{,}51724}{17{,}2} = 0{,}030072 = 0{,}030$ seconde per hokje

b Hoe groot is de gevoeligheid? (de spanning die hoort bij een klein hokje)

- de piek is 8 hokjes hoog
- verhoudingstabel

hokjes	8	1
millivolt	1,6	x

- $x = \frac{1{,}6}{8} = 0{,}20\ mV$ per hokje

9.3 Fase en gereduceerde fase

1** **a** Bepaal de fase op t = 18 s

- aflezen: $2 \cdot T = 50 \quad \rightarrow \quad T = 25\ s$
- $T = 25\ s \quad | \quad t = 18\ s \quad | \quad \varphi = \ldots$
- $\varphi = \dfrac{t}{T} \quad \rightarrow \quad \varphi = \dfrac{18}{25} = 0{,}72$ (geen eenheid)

b Bepaal de fase op t = 55 s

- $T = 25\ s \quad | \quad t = 55\ s \quad | \quad \varphi = \ldots$
- $\varphi = \dfrac{t}{T} \quad \rightarrow \quad \varphi = \dfrac{55}{25} = 2{,}2$

c Bepaal de gereduceerde fase op t = 18 s

- $\varphi = \dfrac{18}{25} = 0{,}72$
- $\varphi_r = 0{,}72$

d Bepaal de gereduceerde fase op t = 55 s

- $\varphi = \dfrac{55}{25} = 2{,}2$
- $\varphi_r = 2{,}2 - 2 = 0{,}2$

2** **a** Bepaal het gereduceerde faseverschil tussen t = 3,0 en t = 20 μs

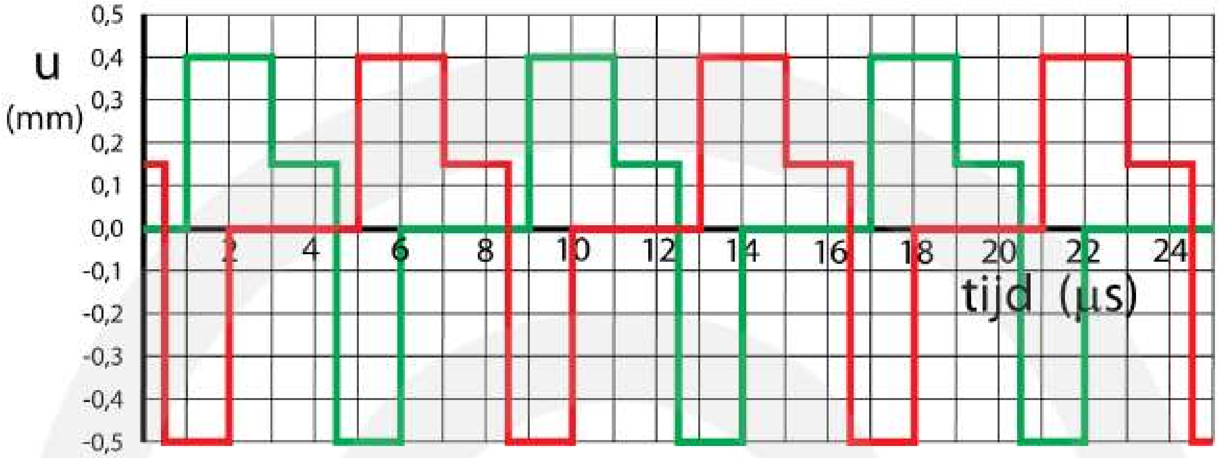
- aflezen: $4 \cdot T = 21{,}5 - 1{,}5 = 20\ \mu s \quad \rightarrow \quad T = \dfrac{20}{4} = 5{,}0\ \mu s$
- $T = 5\ \mu s \quad | \quad \Delta t = 20 - 3 = 17\ \mu s \quad | \quad \Delta\varphi = \ldots$
- $\Delta\varphi = \dfrac{\Delta t}{T} \quad \rightarrow \quad \Delta\varphi = \dfrac{17}{5} = 3{,}4$
- $\Delta\varphi_r = 3{,}4 - 3 = 0{,}4$

b Bepaal het gereduceerde faseverschil tussen t = 2,0 en t = 22μs

- $T = 5\ \mu s \quad | \quad \Delta t = 22 - 2 = 20\ \mu s \quad | \quad \Delta\varphi = \ldots$
- $\Delta\varphi = \dfrac{\Delta t}{T} \quad \rightarrow \quad \Delta\varphi = \dfrac{20}{5} = 4{,}0$
- $\Delta\varphi_r = 4 - 4 = 0{,}0$

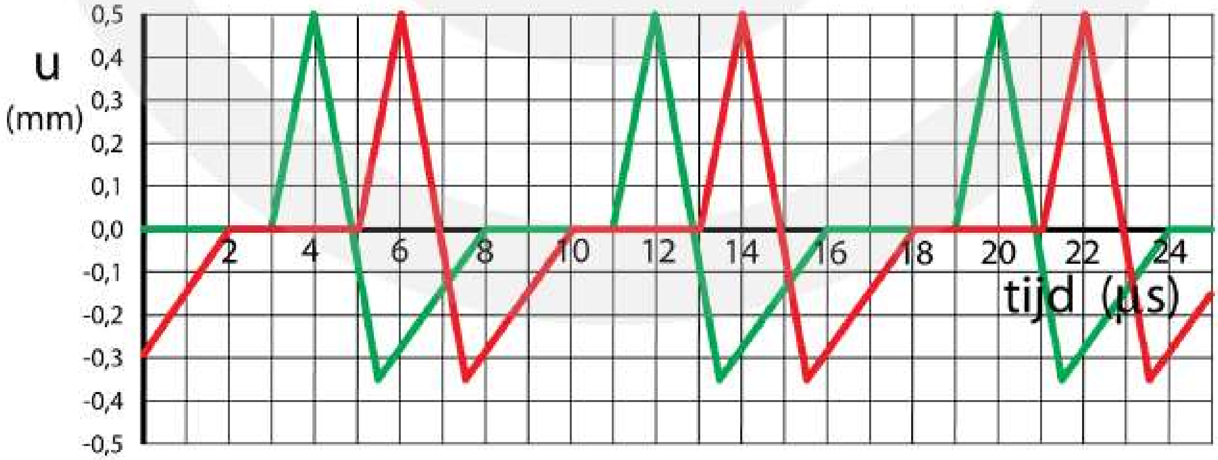
3[**] **a** Teken in de figuur de trilling in tegenfase met de gegeven trilling.

- de trillingstijd is 8 μs
- verschuif de grafiek 4 μs



4[**] **a** Teken in de figuur de trilling met een faseverschil van 0,25.

- $2 \cdot T = 19 - 3 = 16\ \mu s \quad \rightarrow \quad T = 8{,}0\ \mu s$ 2 · T = 19 – 3 = 16 μs
- $\Delta\varphi = \dfrac{\Delta t}{T}$
- $0{,}25 = \dfrac{\Delta t}{8 \cdot 10^{-6}} \quad \rightarrow \quad \Delta t = 0{,}25 \cdot 8 \cdot 10^{-6} = 2{,}0 \cdot 10^{-6} = 2{,}0\ \mu s$
- verschuif de grafiek 2,0 μs



b Leg uit of de trilling de je getekend hebt voor of achter loopt op de gegeven trilling.

- de gebeurtenissen komen later in de tijd
- de getekende trilling loopt achter

5***

a Bepaal het faseverschil tussen de trillingen als je er vanuit gaat dat de trilling met de blauwe grafiek <u>voor</u> loopt op de trilling met de groene grafiek.

- $2 \cdot T = 10\ \text{ns} \quad \rightarrow \quad T = 5{,}0\ \text{ns}$
- $\Delta\varphi = \dfrac{\Delta t}{T}$
- $\Delta T = 2{,}5 - 1{,}75 = 0{,}75\ \text{ns}$ *(kijk bij de nuldoorgang)*
- $\Delta\varphi = \dfrac{0{,}75}{5} = 0{,}15$

b Bepaal het faseverschil tussen de trillingen als je er vanuit gaat dat de trilling met de blauwe grafiek <u>achter</u> loopt op de trilling met de groene grafiek.

- $\Delta T = 4{,}25 - 0 = 4{,}25\ \text{ns}$ *(kijk bij de nuldoorgang)*
- $\Delta\varphi = \dfrac{4{,}25 - 0}{5} = 0{,}85$ *(er hoeft geen min teken bij)*

9.4 Harmonische trilling

Massaveersysteem

1** **a** Bereken de trillingstijd als m = 400 g en C = 2,0 N/m.

- $m = 0{,}4\,kg \quad | \quad C = 2{,}0\,N/m \quad | \quad T = \ldots s$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}4}{2}} \quad \rightarrow \quad T = 2{,}8\,s$

b Bereken de trillingstijd als m = 800 g en C = 2,0 N/m.

- $m = 0{,}8\,kg \quad | \quad C = 2{,}0\,N/m \quad | \quad T = \ldots s$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}8}{2}} \quad \rightarrow \quad T = 4{,}0\,s$

c Bereken de trillingstijd als m = 400 g en C = 4,0 N/m.

- $m = 0{,}4\,kg \quad | \quad C = 4{,}0\,N/m \quad | \quad T = \ldots s$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}4}{4}} \quad \rightarrow \quad T = 2{,}0\,s$

2** **a** Bereken de massa als T = 1,0 s en C = 10 N/m.

- $T = 1{,}0\,s \quad | \quad C = 10\,N/m \quad | \quad m = \ldots kg$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \quad \rightarrow \quad 1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{10}} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{10}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 = \frac{m}{10} \quad \rightarrow \quad 0{,}02533 = \frac{m}{10}$
- $m = 0{,}02533 \cdot 10 = 0{,}25\,kg$

b Bereken de massa als T = 2,0 s en C = 10 N/m.

- $T = 2{,}0\,s \quad | \quad C = 10\,N/m \quad | \quad m = \ldots kg$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \quad \rightarrow \quad 2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{10}} \quad \rightarrow \quad \frac{2}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{10}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{2}{2\pi}\right)^2 = \frac{m}{10} \quad \rightarrow \quad 0{,}10132 = \frac{m}{10}$
- $m = 0{,}10132 \cdot 10 = 1{,}01\,kg$

c Bereken de massa als T = 1,0 s en C = 20 N/m.

- $T = 1{,}0\,s \quad | \quad C = 20\,N/m \quad | \quad m = \ldots kg$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \quad \rightarrow \quad 1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{20}} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{20}}$

- kwadrateren: $\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 = \frac{m}{20} \rightarrow 0{,}02533 = \frac{m}{20}$
- $m = 0{,}02533 \cdot 20 = 0{,}51\,kg$

3***
a Bereken de veerconstante als T = 10 s en m = 5,0 kg.
- $T = 10\,s \quad | \quad m = 5{,}0\,kg \quad | \quad C = \ldots N/m$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 10 = 2\pi\sqrt{\frac{5}{C}} \rightarrow \frac{10}{2\pi} = \sqrt{\frac{5}{C}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{10}{2\pi}\right)^2 = \frac{5}{C} \rightarrow 2{,}533 = \frac{5}{C}$
- $C = \frac{5}{2{,}533} = 2{,}0\,N/m$

b Bereken de veerconstante als T = 20 s en m = 5,0 kg.
- $T = 20\,s \quad | \quad m = 5{,}0\,kg \quad | \quad C = \ldots N/m$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 20 = 2\pi\sqrt{\frac{5}{C}} \rightarrow \frac{20}{2\pi} = \sqrt{\frac{5}{C}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{20}{2\pi}\right)^2 = \frac{5}{C} \rightarrow 10{,}132 = \frac{5}{C}$
- $C = \frac{5}{10{,}132} = 0{,}49\,N/m$

c Bereken de veerconstante als T = 10 s en m = 10 kg.
- $T = 10\,s \quad | \quad m = 10\,kg \quad | \quad C = \ldots N/m$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 10 = 2\pi\sqrt{\frac{10}{C}} \rightarrow \frac{10}{2\pi} = \sqrt{\frac{10}{C}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{10}{2\pi}\right)^2 = \frac{10}{C} \rightarrow 2{,}533 = \frac{10}{C}$
- $C = \frac{10}{2{,}533} = 3{,}95\,N/m$

4**
a Hoe groot is de trillingstijd van de auto?
- $m = 950\,kg \quad | \quad C = 4{,}0 \cdot 10^4\,N/m \quad | \quad T = \ldots s$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{950}{4{,}0 \cdot 10^4}} \rightarrow T = 0{,}9683 = 0{,}97\,s$

b Hoe groot is de frequentie van de auto?
- $T = 0{,}9683\,s \rightarrow f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{0{,}9683} = 1{,}0323 = 1{,}03\,Hz$

c Waar dienen de schokdempers bij een auto voor?
- om de trilling snel te laten stoppen (dempen)

5*** **a** Bereken de massa van de stoel.
- $f = 1{,}0\ \text{Hz} \rightarrow T = \frac{1}{f} \rightarrow T = \frac{1}{1} = 1{,}0\ \text{s}$
- $T = 1{,}0\ \text{s} \ \mid \ C = 800\ \text{N/m} \ \mid \ m = \ldots \text{kg}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{800}} \rightarrow \frac{1}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{800}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 = \frac{m}{800} \rightarrow 0{,}02533 = \frac{m}{800}$
- $m = 0{,}02533 \cdot 800 = 20{,}264 = 20{,}3\ \text{kg}$

b Bereken de massa van de chauffeur.
- $f = 0{,}5\ \text{Hz} \rightarrow T = \frac{1}{f} \rightarrow T = \frac{1}{0{,}5} = 2{,}0\ \text{s}$
- $T = 2{,}0\ \text{s} \ \mid \ C = 800\ \text{N/m} \ \mid \ m = \ldots \text{kg}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{800}} \rightarrow \frac{2}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{800}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{2}{2\pi}\right)^2 = \frac{m}{800} \rightarrow 0{,}10132 = \frac{m}{800}$
- $m = 0{,}10132 \cdot 800 = 81{,}057\ \text{kg}$
- massa chauffeur: $m = 81{,}057 - 20{,}264 = 60{,}7927 = 60{,}8\ \text{kg}$

6*** **a** Beredeneer met behulp van de formule $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$ hoeveel extra massa die je aan de veer moet hangen.
- T moet 2 keer zo groot worden
- $\sqrt{m}$ moet 2 keer zo groot worden $\rightarrow$ m moet 4 keer zo groot worden
- nieuwe massa is 80 gram
- je moet 60 gram toevoegen

b Leg uit of je een veer moet kiezen met een grotere of met een kleinere veerconstante.
- T moet groter worden
- C staat in de noemer van een breuk en moet dus kleiner worden

c Beredeneer met behulp van de formule $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$ hoeveel groter of kleiner de veerconstante moet zijn.

- T moet 2 keer zo groot worden
- √C moet 2 keer zo klein worden
- C moet 4 keer zo klein worden

7**** **a** Bereken de veerconstante van de veer.

- $m = 50\ g = 0{,}050\ kg \quad | \quad T = 0{,}80\ s \quad | \quad C = \ldots N/m$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$
- $0{,}8 = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}05}{C}} \quad \rightarrow \quad \frac{0{,}8}{2\pi} = \sqrt{\frac{0{,}05}{C}} \quad \rightarrow \quad 0{,}0162114 = \frac{0{,}05}{C}$
- $C = \frac{0{,}05}{0{,}0162114} = 3{,}08425 = 3{,}1\ N/m$

b Bereken de lengte van de veer als er geen poppetje aan hangt.

- $C = 3{,}08425\ N/m \quad | \quad m = 0{,}050\ kg \quad | \quad u = \ldots m$
- $F_z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F_z = 0{,}050 \cdot 9{,}81 = 0{,}4905\ N$
- $F = C \cdot u \quad \rightarrow \quad u = \frac{F}{C}$
- $u = \frac{0{,}4905}{3{,}08425} = 0{,}15903\ m = 15{,}9\ cm$
- $\ell = \ell_0 + u \quad \rightarrow \quad \ell_0 = \ell - u$
- $\ell_0 = 20 - 15{,}9 = 4{,}1\ cm$

8**** **a** Bereken de veerconstante van de spiraalveer.

- $F_z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F_z = 0{,}25 \cdot 9{,}81 = 2{,}4525\ N$
- $F_{veer} = 2{,}4525\ N \quad | \quad u = 150\ mm = 0{,}15\ m \quad | \quad C = \ldots N/m$
- $F_{veer} = C \cdot u \quad \rightarrow \quad 2{,}4525 = C \cdot 0{,}15 \quad \rightarrow \quad C = 16{,}35\ N/m$

b Hoe groot is de amplitude?

- de veer wordt 5,0 cm uitgerekt $\rightarrow A = 0{,}050\ m$

c Met welke trillingstijd gaat het blokje trillen?

- $m = 0{,}25\ kg \quad | \quad C = 16{,}35\ N/m \quad | \quad T = \ldots s$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}25}{16{,}35}} \quad \rightarrow \quad T = 0{,}77695 = 0{,}78\ s$

d Hoe groot is de frequentie?

- $T = 0{,}77695\ s \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{0{,}77695} = 1{,}287 = 1{,}29\ Hz$

e Hoeveel trillingen zijn er per minuut?
- het blokje maakt 1,287 trillingen per seconde
- een minuut heeft 60 seconden
- aantal trillingen per minuut: $1{,}287 \cdot 60 = 77{,}225 = 77{,}2$ trillingen per minuut

f Hoe groot zullen de trillingstijd en de frequentie nu zijn?
- de trillingstijd en de frequentie zijn onafhankelijk van de amplitude
- $T = 0{,}78\ \text{s}$ en $f = 1{,}29\ \text{Hz}$

g Bereken de versnelling van het blokje onmiddellijk na het loslaten.
HINT vergeet de zwaartekracht niet
- $C = 16{,}35$ | $u = 0{,}10 + 0{,}15 = 0{,}25\ \text{m}$ | $F_{veer} = \ldots \text{N}$
- $F_{veer} = C \cdot u \rightarrow F = 16{,}35 \cdot 0{,}25 = 4{,}0975\ \text{N}$
- $\Sigma F = F_{veer} - F_z = 4{,}0875 - 2{,}4525 = 1{,}635\ \text{N}$
- $\Sigma F = m \cdot a$
- $1{,}635 = 0{,}25 \cdot a \rightarrow a = 6{,}54\ \text{m/s}^2$

h Leg uit of de maximale snelheid bij een amplitude van 10 cm groter, kleiner of gelijk is aan de maximale snelheid bij een amplitude van 5,0 cm.
- als de trillingstijd gelijk blijf en de amplitude groter is moet het blokje in dezelfde tijd een grotere afstand afleggen
- de gemiddelde snelheid is groter bij een grotere amplitude

9** **a** Leg uit of het blokje een harmonische trilling gaat uitvoeren.
- 1,0 cm bij 0,3 N | 5,0 cm bij 2,0 N
- $5 \cdot 0{,}3 = 1{,}5\ \text{N}$ en dat is niet gelijk aan 2,0 N
- er is geen recht evenredig verband tussen de kracht en de uitrekking
- het blokje gaat geen harmonische trilling uitvoeren

10**** **a** Leg uit of de steen een harmonische trilling gaat uitvoeren.
- de grafiek voldoet aan: $F_{res} = -C \cdot u$
- recht-evenredig verband met negatieve richtingscoëfficiënt
- het blokje gaat een harmonische trilling uitvoeren

b Schets de (u, t)-grafiek van de steen.
- op t=0 is de uitrekking 5,0 cm
- teken één sinus met een periode van 2,0 s

c Schets de (F, t)-grafiek van de steen.
- op t=0 is de kracht -4,0 N
- teken één sinus met een periode van 2,0 s

d Schets de (v, t)-grafiek van de steen.
- op t=0 is de snelheid 0 m/s
- teken één sinus met een periode van 2,0 s

e Bereken de massa van het de steen.
- aflezen: $C = \frac{F}{u} \rightarrow C = \frac{4}{0{,}05} = 80\ N/m$ *(geen minteken gebruiken)*
- $T = 2{,}0\ s \quad | \quad C = 80\ N/m \quad | \quad m = \ldots kg$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$
- $2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{80}} \rightarrow \frac{2}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{80}} \rightarrow 0{,}31831^2 = \frac{m}{80}$
- $m = 0{,}31831^2 \cdot 80 = 8{,}1\ kg$

11* a** Geef het wiskundig verband tussen de resulterende kracht en de uitwijking.
- de dobber tril harmonisch
- voor een harmonische trilling geldt: $F_{res} = -C \cdot u$

b Bereken de veerconstante.
- $u = 2{,}0\ cm = 0{,}020\ m \quad | \quad F = 0{,}028\ N \quad | \quad C = \ldots N/m$
- $C = \frac{F}{u} \rightarrow C = \frac{0{,}028}{0{,}02} = 1{,}4\ N/m$

c Hoeveel centimeter gaat de dobber naar beneden?
- $F = 0{,}028\ N \quad | \quad C = 1{,}4\ N/m \quad | \quad u = \ldots m$
- $F = C \cdot u \rightarrow u = \frac{F}{C}$
- $u = \frac{0{,}020}{1{,}4} = 0{,}01429 = 0{,}014\ m = 1{,}4\ cm$

d Hoeveel gram weegt de dobber?
- $C = 1{,}4\ N/m \quad | \quad T = 1{,}2\ s \quad | \quad m = \ldots kg$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$
- $1{,}2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{1{,}4}} \rightarrow \frac{1{,}2}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{1{,}4}} \rightarrow 0{,}190986^2 = \frac{m}{1{,}4}$
- $m = 0{,}190986^2 \cdot 1{,}4 = 0{,}051\ kg = 51\ gram$

12* a** Bereken de "veerconstante" van een H–Cl binding.

- massa van H^+ ion is de massa van een proton
- opzoeken rustmassa proton: $1{,}67262 \cdot 10^{-27}$ kg
- $T = \frac{1}{f} \rightarrow T = \frac{1}{8{,}970 \cdot 10^{13}} = 1{,}1148272 \cdot 10^{-14}$ s
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{C} \rightarrow C = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{T^2}$
- $C = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{T^2} \rightarrow C = 4\pi^2 \cdot \frac{1{,}67262 \cdot 10^{-27}}{(1{,}1148272 \cdot 10^{-14})^2} = 531{,}3\ \text{N} \cdot \text{m}$

13** a** Toon aan dat dit in overeenstemming is met de formule voor de trillingstijd van een massaveersysteem.

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{C}$
- $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{C}\right) \cdot m$
- m is recht evenredig met het aantal gewichtjes dus T^2 ook

b Bepaal de veerconstante.

- 1 gewichtje is 0,10 kg → op de horizontale as loopt de massa van 0 tot 0,90 kg
- teken een rechte lijn door de punten en bepaal de richtingscoëfficiënt
- richtingscoëfficiënt is $\frac{5{,}7 - 1{,}7}{0{,}90} = 4{,}44444$
- richtingscoëfficiënt is $\frac{4\pi^2}{C} = 4{,}44444$
- $C = \frac{4\pi^2}{4{,}44444} = 8{,}88264 = 8{,}88\ \text{N m}$

c Bepaal de massa van de steen.

- aflezen bij 0 gewichtjes: $T^2 = 1{,}7\ s^2$ $T^2 = 1{,}7\ s^2$
- $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{C}\right) \cdot m$
- $1{,}7 = 4{,}44444 \cdot m \rightarrow m = 0{,}3825 = 0{,}383\ \text{kg}$

Slinger

14 a** Bereken de trillingstijd als $\ell = 2{,}0$ m.

- $\ell = 2{,}0\ \text{m}$ | $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$ | $T = \ldots\ \text{s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}0}{9{,}81}} = 2{,}837 = 2{,}8\ \text{s}$

b Bereken de frequentie als $\ell = 4{,}0$ cm.

- $\ell = 4{,}0\,\text{cm} = 0{,}040\,\text{m} \quad | \quad g = 9{,}81\,\text{m/s}^2 \quad | \quad T = \ldots\text{s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}} \;\rightarrow\; T = 2\pi\sqrt{\dfrac{0{,}040}{9{,}81}} = 0{,}4012\,\text{s}$
- $f = \dfrac{1}{T} \;\rightarrow\; f = \dfrac{1}{0{,}4012} = 2{,}4924 = 2{,}5\,\text{Hz}$

15** Voor een slinger geldt: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$

a Bereken de lengte als $T = 4{,}0$ s.

- $T = 4{,}0\,\text{s} \quad | \quad g = 9{,}81\,\text{m/s}^2 \quad | \quad \ell = \ldots\text{m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}} \;\rightarrow\; 4 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{9{,}81}} \;\rightarrow\; \dfrac{4}{2\pi} = \sqrt{\dfrac{\ell}{9{,}81}}$
- kwadrateren: $\left(\dfrac{4}{2\pi}\right)^2 = \dfrac{\ell}{9{,}81} \;\rightarrow\; 0{,}40528 = \dfrac{\ell}{9{,}81}$
- $\ell = 0{,}40528 \cdot 9{,}81 = 3{,}9758 = 4{,}0\,\text{m}$

b Bereken de lengte als $T = 1{,}8$ minuten.

- $T = 1{,}6\,\text{minuten} = 96\,\text{s} \quad | \quad g = 9{,}81\,\text{m/s}^2 \quad | \quad \ell = \ldots\text{m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}} \;\rightarrow\; 96 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{9{,}81}} \;\rightarrow\; \dfrac{96}{2\pi} = \sqrt{\dfrac{\ell}{9{,}81}}$
- kwadrateren: $\left(\dfrac{96}{2\pi}\right)^2 = \dfrac{\ell}{9{,}81} \;\rightarrow\; 233{,}444 = \dfrac{\ell}{9{,}81}$
- $\ell = 233{,}444 \cdot 9{,}81 = 2290\,\text{m} \qquad (2{,}29\,\text{km})$

c Bereken de lengte als $T = 25$ ms (milliseconden).

- $T = 25\,\text{ms} = 0{,}025\,\text{s} \quad | \quad g = 9{,}81\,\text{m/s}^2 \quad | \quad \ell = \ldots\text{m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}} \;\rightarrow\; 0{,}025 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{9{,}81}} \;\rightarrow\; \dfrac{0{,}025}{2\pi} = \sqrt{\dfrac{\ell}{9{,}81}}$
- kwadrateren: $\left(\dfrac{0{,}025}{2\pi}\right)^2 = \dfrac{\ell}{9{,}81} \;\rightarrow\; 1{,}583 \cdot 10^{-5} = \dfrac{\ell}{9{,}81}$
- $\ell = 1{,}583 \cdot 10^{-5} \cdot 9{,}81 = 1{,}553 \cdot 10^{-4}\,\text{m} \qquad (0{,}1553\,\text{mm})$

16**

a Wie heeft er gelijk, Ella, Sofie of geen van beiden?

- de amplitude is de maximale uitwijking en is 1 meter
- Ella en Sofie hebben beiden geen gelijk

b Wanneer is tijdens het schommelen de snelheid nul?
- in de uiterste stand is de snelheid nul

c Wanneer is tijdens het schommelen de snelheid maximaal?
- in de evenwichtsstand is de snelheid maximaal

d Wie heeft de grootste trillingstijd, Ella, Sofie of is de trillingstijd gelijk?
- voor de trillingstijd van een slinger geldt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$
- in de formule komt de massa niet voor
- de trillingstijd is voor beiden gelijk

17**** **a** Bereken de trillingstijd van deze slinger.
- $\ell = 67\,m \quad | \quad g = 9{,}81\,m/s^2 \quad | \quad T = \ldots s$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{67}{9{,}81}} = 16{,}42 = 16\,s$

b Bereken de frequentie van deze slinger.
- $f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{16{,}42} = 0{,}0609\,Hz$

c Bereken hoeveel graden het slingervlak na 100 complete slingerbewegingen is gedraaid.
- 100 slingerbewegingen in $100 \cdot 16{,}42 = 1642\,s$
- $1642\,s = \frac{1642}{60 \cdot 60} = 0{,}45611$ uur
- 360 graden in $\frac{24}{\sin\alpha}$ uur $\rightarrow$ 360 graden in $\frac{24}{\sin 49} = 31{,}8$ uur
- maak verhoudingstabel

uur	31,8	0,45611
graden	360	x

- $31{,}8 \cdot x = 360 \cdot 0{,}45611 \quad \rightarrow \quad x = 5{,}1635$
- na 100 slingerbewegingen is het slingervlak 5,2 graden gedraaid

18*** **a** Bereken voor iedere slinger de trillingstijd.
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ met $\ell = 1{,}0\,m \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{g}} = 2{,}0\,s$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ met $\ell = 4{,}0\,m \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{4}{g}} = 4{,}0\,s$

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ met $\ell = 9{,}0\ \text{m} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{9}{g}} = 6{,}0\ \text{s}$

b Bereken de verhouding van de trillingstijden.
- verhouding lentes 1 : 4 : 9
- verhouding trillingstijden 1 : √4 : √9 = 1 : 2 : 3

c Op welk moment zijn de slingers voor de eerste keer opnieuw in fase?
- de langste slinger voert 2 trilling uit in 12 s
- de middelste slinger voert 3 trillingen uit in 12 s en de kortste slinger 6 trillingen
- na 12 s zijn de slingers weer in fase

d Bereken de fase en de gereduceerde fase van de langste slinger op t = 100 s.
$T = 6{,}0\ \text{s}$ | $t = 100\ \text{s}$ | $\varphi = \ldots$

- $\varphi = \frac{100}{6} = 16{,}66667 = 16{,}7$
- $\varphi_r = 16{,}7 - 16 = 0{,}7$

19**** **a** Bereken de lengte van de kabel.
- tussen het loslaten en het botsen tegen de muur voort de kogel voert ¼ trilling uit
- $\frac{1}{4}T = 2{,}6\ \text{s} \rightarrow T = 10{,}4\ \text{s}$
- $T = 10{,}4\ \text{s}$ | $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$ | $\ell = \ldots \text{m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow 10{,}4 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9{,}81}} \rightarrow \frac{10{,}4}{2\pi} = \sqrt{\frac{\ell}{9{,}81}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{10{,}4}{2\pi}\right)^2 = \frac{\ell}{9{,}81} \rightarrow 2{,}73972 = \frac{\ell}{9{,}81}$
- $\ell = 2{,}73972 \cdot 9{,}81 = 26{,}8767 = 27\ \text{m}$

20*** **a** Toon dit aan.
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{\ell}$
- $T = \frac{2\pi}{\sqrt{9{,}81}} \cdot \sqrt{\ell} = 2{,}00607 \cdot \sqrt{\ell}$
- $T = 2{,}0 \cdot \sqrt{\ell}$

b Bereken de echte trillingstijd van een slinger van 1,00 m lengte.
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$; $\ell = 1{,}0\ \text{m} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}0}{9{,}81}} = 2{,}00607 = 2{,}01\ \text{s}$

c Bereken de procentuele afwijking tussen deze twee trillingstijden.

- $\dfrac{2{,}00607-2}{2}\cdot 100\% = 0{,}30\%$

d Bereken de waarde van k op de maan.

- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}} \quad\rightarrow\quad T = \dfrac{2\pi}{\sqrt{g}}\cdot\sqrt{\ell}$
- opzoeken: op de maan $g = 1{,}62$ (Binas tabel 31)
- $T = \dfrac{2\pi}{\sqrt{1{,}62}}\cdot\sqrt{\ell} \;=\; 4{,}93654\cdot\sqrt{\ell}$
- op de maan: $k = 4{,}94$

e Wat zal de conclusie van de astronaut zijn?

- bij een toestand van gewichtsloosheid gaat een slinger niet slingeren

21**** **a** Bereken de trillingstijd van deze gebroken trilling.

- de trilling bestaat uit twee helften met verschillende lengtes van de slinger
- $\ell_1 = 2{,}0\,\text{m} \quad | \quad \ell_2 = 2{,}0-1{,}2 = 0{,}80\,\text{m}$
- $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_1}{g}} \quad \text{en} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_2}{g}}$
- $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{2{,}0}{9{,}81}} = 2{,}83700\,\text{s} \quad | \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{0{,}80}{9{,}81}} = 1{,}79428\,\text{s}$
- de gebroken slinger heeft een halve periode lengte 1 en een halve periode lengte 2
- $T = \frac{1}{2}\cdot T_1 + \frac{1}{2}\cdot T_2 \quad\rightarrow\quad T = 0{,}5\cdot 2{,}83700 + 0{,}5\cdot 1{,}79428 = 2{,}31565 = 2{,}32\,\text{s}$

b Bereken d bij deze slingertijd.

- de slinger heeft een halve periode een lengte van 2,00 m
- $T_1 = 2{,}83700\,\text{s} \quad\rightarrow\quad \frac{1}{2}\cdot T_1 = 1{,}41850\,\text{s}$
- de halve periode onder de tafel duurt $2{,}0-1{,}4185 = 0{,}5815\,\text{s}$
- $T_2 = 2\cdot 0{,}5815 = 1{,}1623\,\text{s}$
- $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_2}{g}} \quad\rightarrow\quad 1{,}1623 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_2}{g}} \quad\rightarrow\quad \ell_2 = 0{,}3361\,\text{m}$
- $d = 2{,}0-0{,}3361 = 1{,}6639 = 1{,}66\,\text{m}$

22**** **a** Bereken de tijd T (de periode) onder in de pijp.

- de straal van de halfpipe is 2,5 m $\ell = 2{,}5 - 0{,}8 = 1{,}7$ m
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{1{,}7}{9{,}81}} = 2{,}61559 = 2{,}62$ s

b Hoeveel keer passeert de skater het onderste punt in 20 s?

- in 20 s voert de scater $\dfrac{20}{2{,}61559} = 7{,}64646$ trillingen uit
- bij iedere trilling passeer de scater twee keer het onderste punt
- in 20 s passeert de scater $2 \cdot 7{,}64646 = 15{,}29292 = 15$ keer het onderste punt

9.5 De energie van een trillend voorwerp

1** **a** Leg uit wie van de kinderen op de schommel met de langste koorden zit.

- de trillingstijd van A is groter dan van B
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$
- A heeft de langste koorden

b Leg uit voor wie de maximale snelheid het grootste is.

- $v_{max} = \dfrac{2\pi \cdot A}{T}$
- de amplitude is voor A en B hetzelfde
- B heeft de kleinste T
- v_{max} is voor Bas het grootst

OOK GOED

- v_{max} is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn bij een nuldoorgang
- bij een nuldoorgang is de grafiek van Bas stijler dan de grafiek van Andrea
- v_{max} is voor Bas het grootst

c Leg uit wie de grootste trillingsenergie bezit.

- $v_{max} = \dfrac{2\pi \cdot A}{T}$
- $E_{tril} = \frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2$
- de amplitude is gelijk
- Bas heeft de kleinste Ten dus de grootste maximale snelheid
- B heeft ook de grootste massa
- B heeft de meeste trillingsenergie

2*** **a** Bereken de maximale snelheid van het trillende proton.

- opzoeken: de massa van een proton is $1{,}67262 \cdot 10^{-27}$ kg
- $E_{tril} = \frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2$
- $5{,}95 \cdot 10^{-20} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}67262 \cdot 10^{-27} \cdot v_{max}^2$
- $v_{max} = 8{,}4348 \cdot 10^3 = 8{,}43 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

b Bereken de amplitude van het trillende proton.

- $v_{max} = 8{,}4348 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad | \quad f = 8{,}97 \cdot 10^{13} \text{ Hz} \quad | \quad A = \ldots \text{m}$
- $v_{max} = \dfrac{2\pi \cdot A}{T} = 2\pi \cdot A \cdot f$
- $8{,}4348 \cdot 10^3 = 2\pi \cdot A \cdot 8{,}97 \cdot 10^{13}$
- $A = 1{,}49659 \cdot 10^{-11} = 1{,}50 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

c Bereken hoeveel procent de afstand tussen het H^+-ion en het Cl^--ion bij een trilling maximaal verandert.

- $A = 1{,}49659 \cdot 10^{-11}$ m
- bindingslengte is $127 \cdot 10^{-12}$ m
- verandering $= \dfrac{14{,}9659 \cdot 10^{-12}}{127 \cdot 10^{-12}} \cdot 100\% = 11{,}78 = 12\%$

3** **a** Bereken de maximale snelheid van het koolstofatoom.

- $v_{max} = \dfrac{2\pi \cdot A}{T} = 2\pi \cdot A \cdot f$
- $v_{max} = 2\pi \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{13} = 113{,}097 = 113\ m \cdot s^{-1}$

b Bereken de trillings-energie van het koolstofatoom.

- $E_{tril} = \frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2$
- $E_{tril} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 1{,}66054 \cdot 10^{-27} \cdot 113{,}097^2 = 1{,}2744 \cdot 10^{-22} = 1{,}27 \cdot 10^{-22}\ J$

4*** **a** Bereken de energie van het trillende blokje.

- $v_{max} = \dfrac{2\pi \cdot A}{T} = 2\pi \cdot A \cdot f$
- $v_{max} = 2\pi \cdot 0{,}12 \cdot 1{,}5 = 1{,}13097\ m \cdot s^{-1}$
- $E_{tril} = \frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2$
- $E_{tril} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 1{,}13097^2 = 6{,}3955 \cdot 10^{-2} = 6{,}4 \cdot 10^{-2}\ J$

b Bereken de veerconstante C

- $E_{tril} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$
- $6{,}3955 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2} C \cdot 0{,}12^2 \rightarrow C = 8{,}88264 = 8{,}9\ N \cdot m^{-1}$

c Hoe groot de trillings-energie op dit tijdstip?

- er is geen demping $\rightarrow$ de trillings-energie verandert niet
- $E_{tril} = 6{,}3955 \cdot 10^{-2} = 6{,}4 \cdot 10^{-2}\ J$

d Hoe groot de kinetische energie op dit tijdstip?

- $E_{veer} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$
- $E_{veer} = \frac{1}{2} \cdot 8{,}88264 \cdot 0{,}05^2 = 1{,}11033 \cdot 10^{-2}\ J$
- $E_K = E_{tril} - E_{veer}$
- $E_K = 6{,}3955 \cdot 10^{-2} - 1{,}11033 \cdot 10^{-2} = 5{,}28517 \cdot 10^{-2} = 5{,}3 \cdot 10^{-2} J$

e Hoe groot is de snelheid op dit tijdstip?

- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $5{,}28517 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot v^2 \rightarrow v = 1{,}02812 = 1{,}03\ m \cdot s^{-1}$

5***

a Met welke factor is v_{max} afgenomen?

- $E_{tril} = \frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2$
- E_{tril} wordt gehalveerd | de massa blijft gelijk
- v_{max}^2 wordt gehalveerd $\rightarrow$ $v_{nieuw}^2 = \frac{1}{2} \cdot v_{oud}^2$
- $v_{nieuw} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot v_{oud}$ $\rightarrow$ $v_{nieuw} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot v_{oud}$

b Hoe groot de amplitude op dat moment?

- $E_{tril} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$
- E_{tril} wordt gehalveerd | C blijft gelijk
- A^2 wordt gehalveerd $\rightarrow$ $A_{nieuw}^2 = \frac{1}{2} \cdot A_{oud}^2$
- $A_{nieuw} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot A_{oud}$ $\rightarrow$ $A_{nieuw} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot A_{oud}$
- $A_{nieuw} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot 5 = 3{,}535534 =$ 3,5 cm

6***

a Toon dit aan.

- $E_{tot} = \frac{1}{2} C \cdot u^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- uiterste stand $u = A$ en $v = 0$ $\rightarrow$ $E_{tot} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$
- gelijkstellen $\frac{1}{2} C \cdot u^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} C \cdot A^2$ *(factor ½ wegstrepen)*
- $m \cdot v^2 = C \cdot A^2 - C \cdot u^2 = C \cdot \left(A^2 - u^2\right)$
- $v^2 = \frac{C}{m} \cdot \left(A^2 - u^2\right)$ $\rightarrow$ $v = \sqrt{\frac{C}{m} \cdot \left(A^2 - u^2\right)}$

b Leg dit uit.

- bij $u = 0$ krijt $\left(A^2 - u^2\right)$ zijn maximale waarde
- $v^2 = \frac{C}{m} \cdot \left(A^2 - u^2\right)$ $\rightarrow$ $v_{max} = \sqrt{\frac{C}{m} \cdot \left(A^2 - 0\right)}$

c Toon dit aan.

- $v = \sqrt{\frac{C}{m} \cdot \left(A^2 - u^2\right)}$
- $v_{max} = \sqrt{\frac{C}{m} \cdot A^2}$ $\rightarrow$ $v_{max} = A \cdot \sqrt{\frac{C}{m}}$

d Toon aan dat de twee formules voor v_{max} in elkaar kunnen worden omgezet.

- $v_{max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$ en $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$
- omkeren $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$ $\rightarrow$ $\frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C}{m}}$
- $v_{max} = 2\pi \cdot A \cdot \frac{1}{T}$ $\rightarrow$ $v_{max} = 2\pi \cdot A \cdot \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C}{m}}$ *(factor 2π wegstrepen)*

- $v_{max} = A \cdot \sqrt{\dfrac{C}{m}}$

7***
a Toon dit aan.
- $E_{tot} = \tfrac{1}{2}C \cdot u^2 + \tfrac{1}{2}m \cdot v^2$
- evenwichtsstand $u = 0$ en $v = v_{max} \rightarrow E_{tot} = \tfrac{1}{2}m \cdot v_{max}^2$
- $v_{max} = \dfrac{2\pi \cdot A}{T} = 2\pi \cdot A \cdot f \rightarrow v_{max}^2 = 4\pi^2 \cdot A^2 \cdot f^2$
- $E_{tot} = \tfrac{1}{2}m \cdot 4\pi^2 \cdot A^2 \cdot f^2 \rightarrow E_{tot} = 2\pi^2 \cdot m \cdot A^2 \cdot f^2$

b Leg uit waarom dit het geval is.
- als de frequentie 2x zo groot is en de amplitude gelijk blijft moet de snelheid 2x zo groot worden
- v_{max} wordt 2x zo groot
- de totale energie is kwadratisch afhankelijk van v_{max} en wordt dus 4x zo groot

8****
a Toon dit aan.
- Pythagoras toepassen

b Leg dit uit.
- $(\ell - h)^2 = \ell^2 - 2 \cdot h \cdot \ell + h^2 \rightarrow (\ell - h)^2 \approx \ell^2 - 2 \cdot h \cdot \ell$
- $h \ll \ell \rightarrow h^2 \lll \ell^2 \rightarrow$ h^2 is verwaarloosbaar klein ten opzichte van ℓ^2

c Toon dit aan.
- $(\ell - h)^2 + u^2 = \ell^2$ benadering toepassen
- $\ell^2 - 2h\ell + u^2 = \ell^2$ ℓ^2 wegstrepen
- $-2h\ell + u^2 = 0 \rightarrow 2h\ell = u^2$
- $h = \dfrac{u^2}{2\ell}$

d Toon dit aan.
- in de uiterste stand geldt: $u = A$
- $\tfrac{1}{2}C \cdot A^2 = m \cdot g \cdot \dfrac{A^2}{2\ell}$ A^2 wegstrepen
- $\tfrac{1}{2}C = \dfrac{m \cdot g}{2\ell} \rightarrow C = \dfrac{m \cdot g}{\ell}$

e Toon dit aan.
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}}$

- $C = \dfrac{m \cdot g}{\ell} \quad \rightarrow \quad C \cdot \ell = m \cdot g \quad \rightarrow \quad \dfrac{m}{C} = \dfrac{\ell}{g}$
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$

9**** **a** Bereken de trillings-energie van de slinger van Foucault met deze benadering.

- $m = 28\,\text{kg} \quad | \quad \ell = 67\,\text{m} \quad | \quad A = 3{,}0\,\text{m} \quad | \quad E_{tril} = \ldots\,\text{J}$
- $E_{tril} = E_Z = m \cdot g \cdot \dfrac{A^2}{2\ell}$
- $E_{tril} = 28 \cdot 9{,}81 \cdot \dfrac{3^2}{2 \cdot 67} = 18{,}44866 = 18\,\text{J}$

b Bereken opnieuw de trillings-energie van de slinger van Foucault.

- $\sin\alpha = \dfrac{3}{67} = 4{,}4776 \cdot 10^{-2} \quad \rightarrow \quad \alpha = 2{,}56634°$
- $E_{tril} = m \cdot g \cdot (\ell - \ell \cdot \cos\alpha)$
- $E_{tril} = 28 \cdot 9{,}81 \cdot (67 - 67 \cdot \cos 2{,}56634) = 18{,}45790 = 18\,\text{J}$

c Bereken de procentuele afwijking tussen de benaderde en exacte waarde voor E_Z.

- $\text{afwijking} = \dfrac{18{,}45790 - 18{,}44866}{18{,}45790} \cdot 100\% = 0{,}05\%$

9.6 Resonantie

1[**] **a** Leg uit waardoor er versterking optreedt.

- de trillende stemvork is de aandrijvende kracht voor het raam
- resonantie → het raam gaat met dezelfde frequentie meetrillen
- de amplitude van het trillende raam wordt groot
- grote amplitude → hard geluid

b Leg uit waarom dit het geval is.

- trillingsenergie wordt van de stemvork naar het raam overgedragen
- de stemvork verliest snel zijn trillingsenergie
- het raam draagt trillingsenergie over op de lucht
- het raam verliest snel zijn trillingsenergie

2[**] **a** Leg uit wat met resonantie wordt bedoeld.

- door een uitwendige kracht gaat een voorwerp trillen
- als de aandrijffrequentie gelijk is aan de eigenfrequentie treedt er resonantie op
- bij resonantie wordt de amplitude van het trillende voorwerp heel groot

b Bereken de lengte van slinger 2.

- het bewegen van slinger 1 is de aandrijvende kracht voor slinger 2
- resonantie: $f_{eigen\ 1} = f_{eigen\ 2}$
- slingers hebben dezelfde trillingstijd → $T_1 = T_2$
- $2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_2}{g}}$ *(merk op dat de massa er niet toe doet)*
- resonantie als $\ell_1 = \ell_2 \rightarrow \ell_2 = 1{,}5\ \text{m}$

3[***] **a** Bereken de massa van de auto met chauffeur.

- $s = 10\ \text{m} \quad | \quad v_{gem} = 12\ \text{m/s} \quad | \quad t = \ldots\ \text{s}$
- $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow 10 = 12 \cdot t \rightarrow t = 0{,}83333\ \text{s}$
- $T_{aandrijf} = T_{eigen} = 0{,}83333\ \text{s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}}$
- $0{,}83333 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{5{,}0\cdot 10^4}} \rightarrow \dfrac{0{,}83333}{2\pi} = \sqrt{\dfrac{m}{5{,}0\cdot 10^4}}$
- kwadrateren: $\left(\dfrac{0{,}83333}{2\pi}\right)^2 = \dfrac{m}{6{,}0\cdot 10^4} \rightarrow 0{,}01759 = \dfrac{m}{5{,}0\cdot 10^4}$
- $m = 0{,}01759 \cdot 5{,}0 \cdot 10^4 = 879{,}524 = 880\ \text{kg}$

b Bereken bij welke snelheid er nu resonantie optreedt.

- $m_{nieuw} = 880 + 150 = 1030\ kg$
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{1030}{5{,}0 \cdot 10^4}} = 0{,}9018\ s$
- $s = 10\ m \quad | \quad t = 0{,}9018\ s \quad | \quad v_{gem} = \ldots m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $10 = v_{gem} \cdot 0{,}9018 \quad \rightarrow \quad v_{gem} = 11\ \ m/s$

4*** **a** Bereken de veerconstante.

- $T = \dfrac{1}{f} \quad \rightarrow T = \dfrac{1}{1{,}2} = 0{,}83333\ s$
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}}$
- $0{,}83333 = 2\pi\sqrt{\dfrac{0{,}25}{C}} \quad \rightarrow \quad C = 14{,}21223 = 14\ N/m$

b Bereken de lengte van de veer als de massa stil hangt.

- $F_{veer} = F_z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F_{veer} = 0{,}25 \cdot 9{,}81 = 2{,}4525\ N$
- $F_{veer} = C \cdot u \quad \rightarrow \quad 2{,}4525 = 14{,}21223 \cdot u \quad \rightarrow \quad u = 0{,}17256\ m$
- $\ell = \ell_0 + u \quad \rightarrow \quad \ell = 0{,}15 + 0{,}17256 = 0{,}32256 = 0{,}32\ m$

c Bereken de lengte L van de slinger.

- $T = 2 \cdot 0{,}83333 = 1{,}66667\ s$
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$
- $1{,}66667 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{9{,}81}} \quad \rightarrow \quad \ell = 0{,}69025 = 0{,}69\ m$

d Bereken de lengte ℓ van de draad.

- lengte van uitgerekte veer is 0,32256 m
- $\ell = \text{lengte slinger} - \text{lengte veer} \quad \rightarrow \quad \ell = 0{,}69025 - 0{,}32256 = 0{,}36769 = 0{,}37\ m$

9.7 Wiskundige beschrijving

1** **a** Hoe groot is de amplitude?

- $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
- $A = 0{,}10$ m

b Hoe groot de trillingstijd?

- $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
- $\frac{2\pi}{T} = 2{,}0 \quad \rightarrow \quad T = \pi = 3{,}14$ s

c Hoe groot is de fase en de gereduceerde fase op t = 10 s?

- $\varphi = \frac{t}{T}$
- $\varphi = \frac{10}{3{,}14159} = 3{,}1831 = 3{,}2$
- $\varphi_r = 3{,}1831 - 3 = 0{,}1831 = 0{,}18$

2** **a** Geef de formule voor de uitwijking als functie van de tijd.

- $A = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ m | $2\pi f = 2\pi \cdot 10 = 62{,}832$ Hz
- $u = 3{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(62{,}832 \cdot t)$

\+ **b** Geef de formule voor de snelheid als functie van de tijd

- $v = \frac{du}{dt}$ (snelheid in m/s)
- $v = 2\pi f \cdot A \cdot \cos(2\pi f \cdot t)$
- $v = 62{,}832 \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(62{,}832 \cdot t) \quad \rightarrow \quad v = 1{,}885 \cdot \cos(62{,}832 \cdot t)$

\+ **c** Geef de formule voor de versnelling als functie van de tijd.

- $a = \frac{dv}{dt}$ (versnelling in m/s^2)
- $a = -(2\pi f)^2 \cdot A \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$
- $a = -(62{,}832)^2 \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(62{,}832 \cdot t) \quad \rightarrow \quad a = -118{,}44 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(62{,}832 \cdot t)$

3*** **a** Geef de formule voor de uitwijking als functie van de tijd.

- $A = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ m | $2\pi f = 2\pi \cdot 10 = 62{,}832$ Hz

- $u = A \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_0)$
- $u = 3{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(62{,}832 \cdot t + 0{,}25 \cdot 2\pi) \rightarrow u = 3{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(62{,}832 \cdot t + \tfrac{1}{2}\pi)$

4***

a Geef het functievoorschrift voor de uitwijking.

- aflezen $A = 4{,}5\,\text{m}$ en $5 \cdot T = 25\,\text{s} \rightarrow T = 5{,}0\,\text{s}$
- $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
- op t = 0 is de fase 0
- $u = 4{,}5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{5} \cdot t\right)$

b Bereken de snelheid op t = 10 en t = 12 s.

- $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
- $v = \frac{du}{dt} \rightarrow v = A \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
- voor t=10 s $\rightarrow$ $v = 4{,}5 \cdot \frac{2\pi}{5} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{5} \cdot 10\right) \rightarrow v = 5{,}65487 = 5{,}7\,\text{m/s}$
- voor t=12 s $\rightarrow$ $v = 4{,}5 \cdot \frac{2\pi}{5} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{5} \cdot 12\right) \rightarrow v = -4{,}57488 = -4{,}6\,\text{m/s}$

c Bereken de versnelling op t = 10 en t = 12 s.

- $a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = -A \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
- voor t=10 s $\rightarrow$ $a = -4{,}5 \cdot \left(\frac{2\pi}{5}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{5} \cdot 10\right) \rightarrow a = 0{,}0\,\text{m/s}^2$
- voor t=12 s $\rightarrow$ $a = -4{,}5 \cdot \left(\frac{2\pi}{5}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{5} \cdot 12\right) \rightarrow a = -4{,}17687 = -4{,}2\,\text{m/s}^2$

(alleen voor wiskunde B leerlingen)

+ d Op welke tijdstippen in het interval [0 s , 10 s] is de uitwijking 3,0 cm?
nog geen uitwerking

5***

a Leg dit uit.

- de sinusfunctie varieert tussen −1 en +1
- $\sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) = -1 \rightarrow a_{max} = A \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$

b Met welke frequentie moet je schudden?

- $a_{max} = 40\,m/s^2 \quad | \quad A = 0{,}10\,m \quad | \quad T = \ldots s$
- $a_{max} = A \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$
- $40 = 0{,}1 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \quad \rightarrow \quad \frac{2\pi}{T} = 20 \quad \rightarrow \quad T = 0{,}314159\ s$
- $f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = 3{,}1831 = 3{,}2\,Hz$

c Hoe groot is de maximale kracht die je moet uitoefenen bij het schudden?

- $m = 1{,}0 \cdot kg \quad | \quad a = 40\,m/s^2 \quad | \quad \Sigma F = \ldots N$
- $\Sigma F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad \Sigma F = 1 \cdot 40 = 40\,N$

6*** **a** Toon dit aan.

- $v = A \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
- de cosinusfunctie varieert tussen −1 en +1
- $v_{max} = A \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \cdot A}{T} = 2\pi \cdot A \cdot f$

b Toon dit aan.

- de cosinusfunctie varieert tussen −1 en +1
- de cosinusfunctie is +1 bij $t = 0$ en −1 bij $t = \frac{1}{2}T$
- $t = 0 \quad \rightarrow \quad \varphi = \frac{0}{T} = 0$
- $t = \frac{T}{2} \quad \rightarrow \quad \varphi = \frac{\frac{1}{2}T}{T} = \frac{1}{2}$

c Toon dit aan.

- $a = -A \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
- de sinusfunctie varieert tussen −1 en +1
- $a_{max} = A \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = A \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot A}{T^2}$

d Toon dit aan.

- de sinusfunctie is +1 bij $t = \frac{1}{4}T$ en −1 bij $t = \frac{3}{4}T$
- $t = 0 \quad \rightarrow \quad \varphi = \frac{\frac{1}{4}T}{T} = \frac{1}{4}$
- $t = \frac{3}{4}T \quad \rightarrow \quad \varphi = \frac{\frac{3}{4}T}{T} = \frac{3}{4}$

7***

a Leg uit waaraan je kunt zien dat de trilling harmonisch is.

- het (u,t)-diagram is sinusvormig

b Bepaal de krachtconstante C.

- aflezen: uitwijking op uiterste stand is $0{,}45\ \text{cm} = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$
- aflezen: $u = 0{,}45\ \text{cm} \;\rightarrow\; F = -9{,}0\ \text{N}$
- $\Sigma F = -C \cdot u \;\rightarrow\; -9 = -C \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-3} \;\rightarrow\; C = 2{,}0 \cdot 10^{3}\ \text{N/m}$

c Bepaal de massa van het trillende voorwerp.

- 4 trillingen duren 21 ms $\rightarrow\; T = \dfrac{21 \cdot 10^{-3}}{4} = 5{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{s}$
- $C = 2{,}0 \cdot 10^{3}\ \text{N/m} \;\;|\;\; T = 5{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{s} \;\;|\;\; m = \ldots\text{kg}$
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}}$
- $5{,}25 \cdot 10^{-3} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2{,}0 \cdot 10^{3}}} \;\rightarrow\; m = 1{,}3963 \cdot 10^{-3} = 1{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$ (1,4 gram)

8+

Voor de uitwijking van een harmonische trilling geldt: $u = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$

waarin $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$

Voor de versnelling geldt: $a = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$

a Toon dit aan.

- $v = \dfrac{du}{dt}$ (differentiëren naar de tijd)
- de afgeleide van $\sin(\omega \cdot t)$ is $\omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$
- $v = \omega \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t)$ $v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$
- $a = \dfrac{dv}{dt}$ (differentiëren naar de tijd)
- de afgeleide van $\cos(\omega \cdot t)$ is $-\omega \cdot \sin(\omega \cdot t)$
- $a = -\omega^2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t) = -\omega^2 \cdot u$

Examenvragen havo

Rugzakgenerator

3p **a** Bepaal met behulp van figuur 1 het verschil tussen de maximale en minimale zwaarte-energie van de rugzak.

- aflezen: $\Delta h = 1{,}167 - 1{,}113 = 0{,}054$ m 1
- $\Delta E_z = m \cdot g \cdot \Delta h$ 1
- $\Delta E_z = 29 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}054 = 15{,}36 = 15$ J 1

3p **b** Bepaal met behulp van figuur 1 de horizontale snelheid van de wandelaar in km/h.

- aflezen: één stap duurt 0,52 s 1
- $v_{gem} = \dfrac{s}{t}$ 1
- $v_{gem} = \dfrac{0{,}7}{0{,}52} = 1{,}346\ m/s = 1{,}346 \cdot 3{,}6 = 4{,}846 = 4{,}8\ km/h$ 1

2p **c** Bepaal met behulp van figuur 3 de grootte van de amplitude A. Licht toe hoe je de grootte van A hebt bepaald.

- de amplitude is gelijk aan de maximale afstand tussen de grafieken van de rugzak en het frame
- aflezen: $A = 2{,}4$ cm (marge 0,2 cm)

3p **d** Bereken de hoeveelheid energie die is opgewekt na 3,5 uur lopen.

- $t = 3{,}5 \cdot 3600 = 12600$ s 1
- $E = P \cdot t$ 1
- $E = 3{,}7 \cdot 12600 = 46620 = 4{,}7 \cdot 10^4$ J 1

3p **e** Bereken de eigenfrequentie van de rugzak.

- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}}$ 1
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{29}{4{,}1 \cdot 10^3}} = 0{,}52843$ s 1
- $f = \dfrac{1}{T} \rightarrow f = \dfrac{1}{0{,}52843} = 1{,}8924 = 1{,}9$ Hz 1

2p **f** Moet hij daarvoor de massa groter of kleiner maken? Licht je antwoord toe.

- stapfrequentie wordt groter $\rightarrow T_{eigen}$ moet kleiner worden 1
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}} \rightarrow$ m moet kleiner worden 1

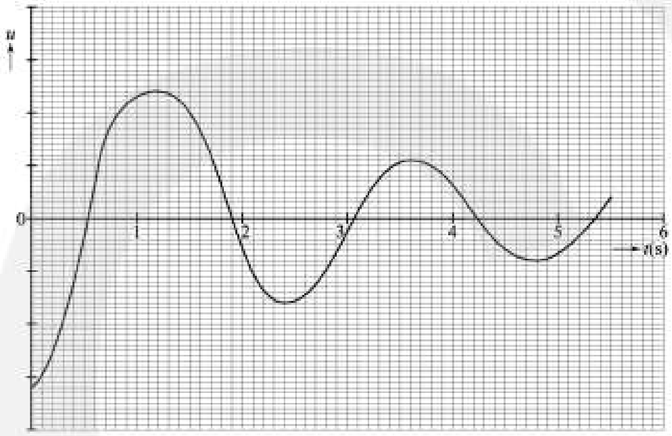
Railbaan

2p **a** Leg uit welk tijdsinterval overeenkomt met de trillingstijd van deze beweging.

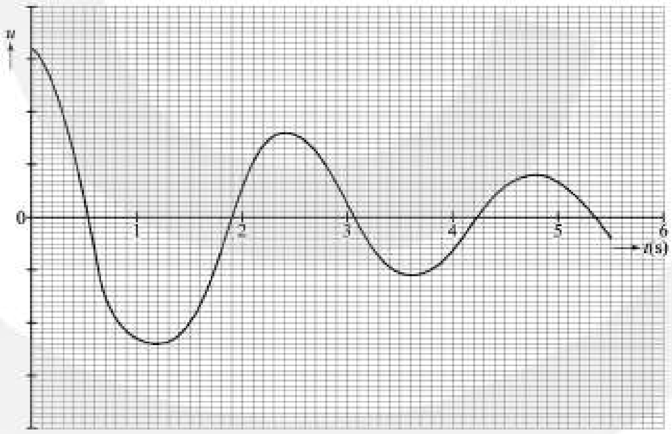
- na 1,2 s in het hoogste punt rechts en na 2,4 s weer in hoogste punt links 1
- D komt overeen met de trillingstijd 1

4p **b** Schets in figuur 3 het (u,t)-diagram van deze beweging tussen t = 0 s en t = 5,5 s. De schaalverdeling op de verticale as is niet van belang.

- de amplitude neemt af 1
- de trillingstijd verandert niet gedurende 5,5 s 1
- de uitwijking is maximaal (of minimaal) als de hoogte boven de rail maximaal is 1
- juiste nulpunten



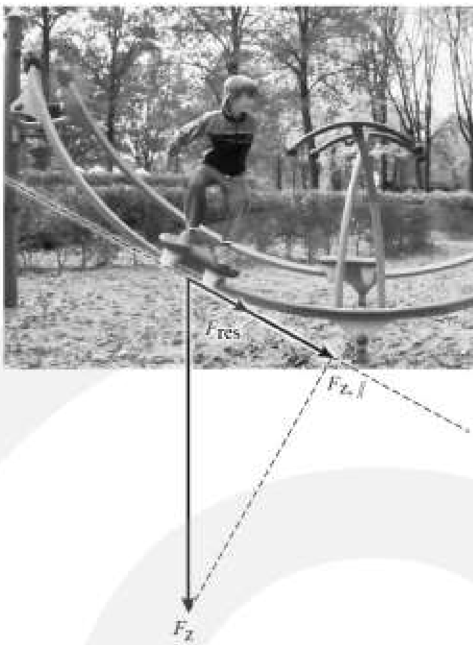
of



5p **c** Voer de volgende opdrachten uit:

- Construeer in figuur 4 de component van de zwaartekracht langs de railbaan.
- Bepaal met behulp van figuur 4 de grootte van de wrijvingskracht (in Newton) langs de railbaan op het moment van de foto.

- $F_z = 5{,}4\ \text{cm} \leftrightarrow 31 \cdot 9{,}81 = 304{,}11\ \text{N} \quad \rightarrow \quad 1\ \text{cm} = 56{,}32\ \text{N}$ 1
- teken vanuit F_Z de lijn loodrecht op de raaklijn om $F_{Z,//}$ te bepalen 1
- $F_w = F_{z,//} - F_{res}$ 1
- lengte F_W = 1,4 cm (marge 0,2 cm) 1
- dit komt movereen met $1{,}4 \cdot 56{,}32 = 78{,}8 = 79\ \text{N}$ 1



3p **d** Bepaal met behulp van figuur 5 de afstand die hij dan langs de baan heeft afgelegd.

- afgelegde afstand is de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek 1
- oppervlakte bepalen tussen t = 0 en t = 1,2 s 1
- afstand is 2,5 m (marge 0,4 m)

Slinger van Wilberforce

3p **a** Bereken de kracht van de veer die dan op het blok werkt.

- zwaartekracht: $F_z = m \cdot g \;\rightarrow\; F_z = 2{,}8 \cdot 9{,}81 = 27{,}468\ \text{N}$ 1
- 9,0 cm omlaag trekken: $F_{veer} = C \cdot u \;\rightarrow\; F_{veer} = 49 \cdot 0{,}09 = 4{,}41\ \text{N}$ 1
- $F = F_z + F_{veer} \;\rightarrow\; F = 27{,}468 + 4{,}41 = 31{,}878 = 32\ \text{N}$ 1

3p **b** Toon dit aan met behulp van een berekening.

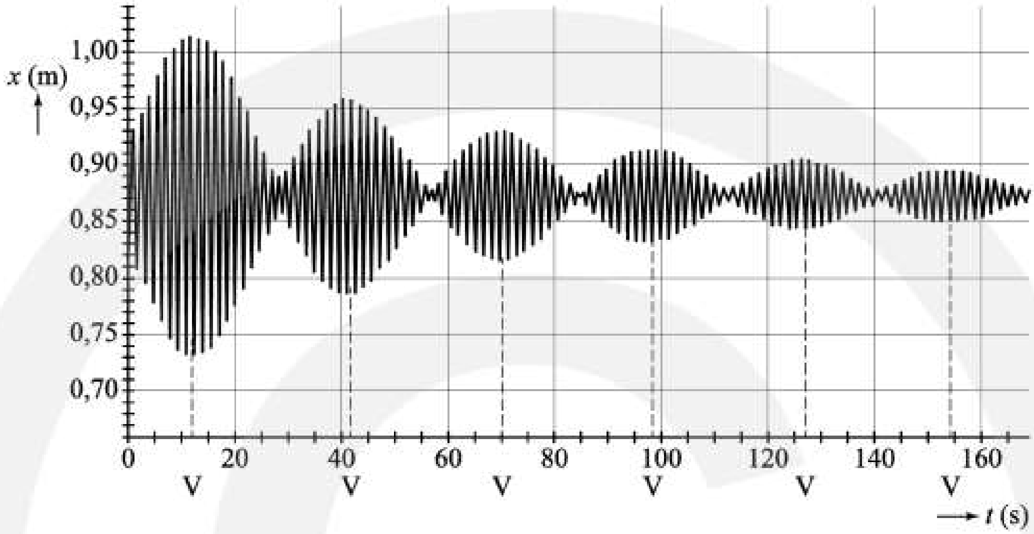
- gebruik: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}}$ 1
- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2{,}8}{49}} \;\rightarrow\; T = 1{,}50197\ \text{s}$ 1
- $f = \dfrac{1}{T} \;\rightarrow\; f = \dfrac{1}{1{,}50197} = 0{,}6658 = 0{,}67\ \text{Hz}$ 1

1p **c** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de afstand van de onderkant van het blok tot de sensor, als het blok tot stilstand is gekomen.

- aflezen: 0,87 m (marge 0,5 cm) 1

2p **d** Geef in figuur 3 met de letter V alle tijdstippen aan waarop het blok alléén verticaal op en neer beweegt en niet draait.

- het gewicht beweegt alleen verticaal als de uitwijking maximaal is 1
- alle 6 tijdstippen juist aangegeven 1



4p **e** Beantwoord nu de volgende vragen:
- Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de draaifrequentie van de slinger van Wilberforce. Licht je antwoord toe.
- Leg uit of er bij de slinger van Wilberforce sprake is van resonantie.

- aflezen: het gewicht draait 20 keer in 30 seconden → T = 1,5 s (minstens 5 trillingen aflezen) 1
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{1{,}5} = 0{,}6667 = 0{,}67 \text{ Hz}$ 1
- de draaifrequentie is gelijk aan de frequentie waarmee de veer op en neer gaat 1
- er is dus sprake van resonantie 1

Examenvragen vwo

Gekoppelde schommels

4p **a** Bepaal met behulp van figuur 4 de maximale snelheid die het zwaartepunt van de rechter schommel bereikt gedurende zijn derde zwaai naar links. Geef de uitkomst in twee significante cijfers.

- maximale snelheid van de derde zwaai naar links is op t = 13,2 s 1
- teken de raaklijn op t = 13,2 s 1
- $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ → bepaal de steilheid van de raaklijn 1
- $v_{max} = 0{,}55\ m/s$

OOK GOED

- maximale snelheid van de derde zwaai naar links is op t = 13,2 s 1
- aflezen $A = 0{,}42\ m$ en $T = \frac{33{,}5}{7} = 4{,}79\ s$ *(7 trillingen in 33,5 s)* 1
- gebruik $v_{max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$ 1
- $v_{max} = \frac{2\pi \cdot 0{,}42}{4{,}79} = 0{,}55\ m/s$ 1

2p **b** Teken in figuur 4 de uitwijking van het raamwerk als functie van de tijd tussen t = 0 en t = 6 s.

- inzicht dat de trilling van het raamwerk steeds dezelfde fase heeft 1
- inzicht dat de amplitude van het raamwerk 4 keer zo klein is 1

3p **c** Leg uit waarom de slingertijd nu korter is.

- inzicht dat het raamwerk nu stil hangt 1
- inzicht dat de slingerlengte nu kleiner is geworden (¼ℓ korter) 1
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ ℓ wordt kleiner → T wordt ook kleiner 1

3p **d** Beredeneer rond welk eerstvolgend tijdstip de amplitude van de rechter schommel weer gelijk is aan nul.

- op t=0 zijn de slingers in fase en op t=15,5 s voor het eerst in tegenfase 1
- na 31 s zijn de slingers weer in fase 1
- na $31 + 15{,}5 = 46{,}5\ s$ zijn ze opnieuw in tegenfase 1

Schommelbeest (aangepast)

4p **a** Geef een kenmerk van een harmonische trilling en leg met behulp van dat kenmerk uit waarom ieder van de grafieken B, C en D niet bij een harmonische trilling horen.
B niet omdat ..... , C niet omdat ..... , D niet omdat .....

- harmonische trilling als $F = -C \cdot u$ 1
- B niet want verkeerd teken 1

- C niet want niet door de oorsprong 1
- D niet want niet recht evenredig 1

3p **b** Toon dit aan.

- $u = A \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$ 1
- $v = \frac{du}{dt} \rightarrow v = 2\pi f \cdot A \cdot \cos(2\pi f \cdot t)$ 1
- $a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = -(2\pi f)^2 \cdot A \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \rightarrow a = -4\pi^2 f^2 \cdot u$ 1

2p **c** Bepaal de schommelfrequentie met behulp van de figuur 4 in twee significante cijfers.

- aflezen $a = 2{,}0\ m/s^2$ bij $u = 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ m$ 1
- $a = -4\pi^2 f^2 \cdot u \rightarrow 2 = -4\pi^2 f^2 \cdot 0{,}05 \rightarrow f = 1{,}0132 = 1{,}0\ Hz$ 1

Sloopkogel (aangepast)

3p **a** Bereken de lengte van de kabel. Neem hierbij aan dat de sloopinstallatie is op te vatten als een gewone slinger.

- inzicht $T = 4 \cdot 2{,}3 = 9{,}2\ s$ 1
- gebruik $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ 1
- $9{,}2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9{,}81}} \rightarrow \ell = 21{,}0322 = 21\ m$ 1

4p **b** Beschrijf hoe Cindy en Dirk met behulp van deze instrumenten de hypothese van Cindy kunnen toetsen.

- inzicht dat de uitwijkingshoek constant gehouden moet worden 1
- inzicht dat de laserstraal onderbroken moet worden op het laagste punt 1
- inzicht $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ met Δx de breedte van het blokje en Δt de tijdsduur 1
- inzicht dat de meting moet worden herhaald bij verschillende lengtes 1

3p **c** Toon dit aan.

- inzicht $v_{max} = \frac{2\pi A}{T}$ 1
- inzicht $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ 1
- combineren $v_{max} = \frac{2\pi A}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} \rightarrow v_{max} = \frac{A}{\sqrt{\frac{\ell}{g}}} \rightarrow v_{max} = A \cdot \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ 1

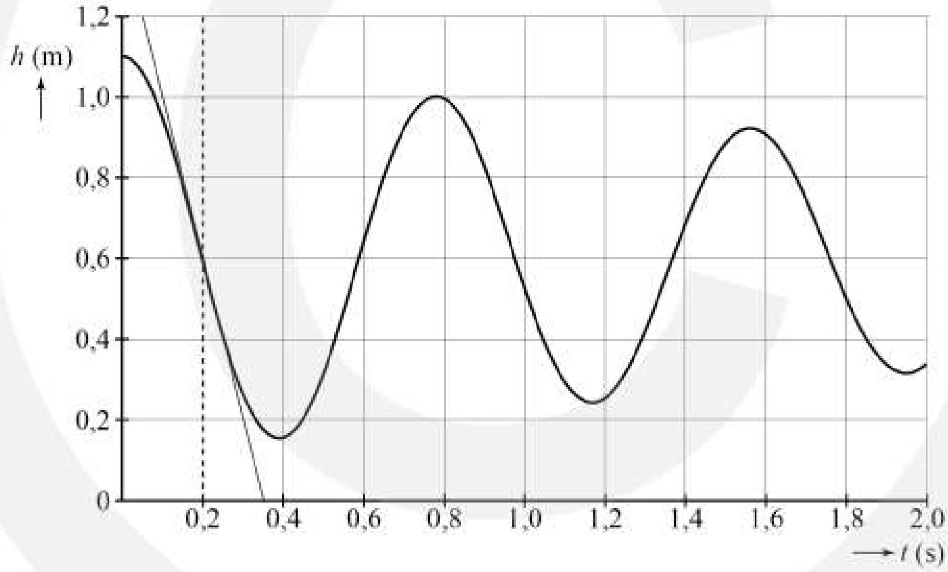
Wipwap met paarden (aangepast)

3p **a** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de grootste snelheid van de kinderen in dit tijdsinterval.

- inzicht dat de snelheid op t = 0,2 s het grootst is 1
- teken raaklijn en gebruik $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 1
- $v = \frac{1,2}{0,37 - 0,05} = 3,75 = 3,8\ m/s$ (marge 0,5 m/s) 1

OOK GOED

- gebruik $v_{max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$ 1
- aflezen $A = 0,475\ m$ en $T = 0,78\ s$ 1
- $v_{max} = \frac{2\pi \cdot 0,475}{0,78} = 3,826 = 3,8\ m/s$ (marge 0,5 m/s) 1



3p **b** Bepaal de massa van dit massaveersysteem die uit dat model volgt.

- gebruik $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$ 1
- aflezen $T = 0,78\ s$ 1
- $0,78 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4,5 \cdot 10^3}} \rightarrow m = 69,35 = 69\ kg$ 1

4p **c** Bepaal met behulp van figuur 2 deze extra energie.

- gebruik $E_{veer} = \frac{1}{2}C \cdot A^2$ 1
- $t = 0 \rightarrow u = 0,50\ m \rightarrow E_{veer} = \frac{1}{2}C \cdot A^2 \rightarrow E_{veer} = \frac{1}{2} \cdot 4,5 \cdot 10^3 \cdot 0,5^2 = 562,5\ J$ 1
- $t = 0,78 \rightarrow u = 0,40\ m \rightarrow E_{veer} = \frac{1}{2}C \cdot A^2 \rightarrow E_{veer} = \frac{1}{2} \cdot 4,5 \cdot 10^3 \cdot 0,4^2 = 360,0\ J$ 1
- verschil $562,5 - 360 = 202,5\ J$ 1
- gedurende één trillingstijd moet er $2,0 \cdot 10^2\ J$ worden geleverd 1

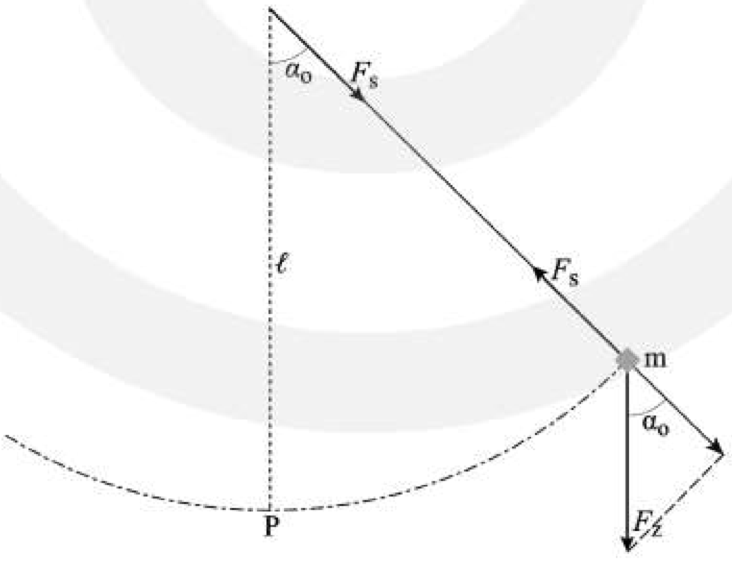
Spankracht in een slingerkoord (aangepast)

4p **a** Voer de volgende opdrachten uit:
– Laat dat zien, met onder andere een berekening.
– Geef de reden hiervoor.

- spankracht $3T = 1{,}92\ \text{s} \rightarrow T = 0{,}64\ \text{s} \rightarrow f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{0{,}64} = 1{,}56\ \text{Hz}$ 1
- gebruik $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ 1
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}40}{9{,}81}} \rightarrow T = 1{,}268\ \text{s} \rightarrow f = 0{,}788\ \text{Hz} \rightarrow$ de helft van 1,56 Hz 1
- in één slingering is de spankracht 2 keer minimaal in de uiterste standen 1

4p **b** Voer de volgende opdrachten uit:
– teken de component van F_Z evenwijdig aan de spankracht
– toon aan dat $F_s = F_z \cdot \cos\alpha$
– bepaal de waarde van α_0

- juiste constructie 1
- inzicht $\frac{F_s}{F_z} = \cos\alpha$ 1
- aflezen op t=0 $\rightarrow F_s = 0{,}40\ \text{N}$ 1
- $0{,}40 = 0{,}050 \cdot 9{,}81 \cdot \cos\alpha \rightarrow \alpha = 35{,}364 = 35$ graden 1



2p **c** Toon aan dat $\frac{m \cdot v_P^2}{\ell}$ dezelfde eenheid heeft als de eenheid van $F_{s\,P}$.

- eenheden invullen $\frac{kg \cdot (m/s)^2}{m} = \frac{kg \cdot m}{s^2} = kg \cdot \frac{m}{s^2}$ 1
- opzoeken eenheid kracht: $N = kg \cdot \frac{m}{s^2} \rightarrow$ klopt 1

2p **d** Bepaal met behulp van figuur 2 de grootte van v_P.

- aflezen $F_{SP} = 0{,}67\ \text{N}$ (marge 0,01 N) 1
- $F_{SP} = m \cdot g + \dfrac{m \cdot v_P^2}{\ell} \rightarrow 0{,}67 = 0{,}05 \cdot 9{,}81 + \dfrac{0{,}05 \cdot v_P^2}{0{,}4} \rightarrow v_P = 1{,}198 = 1{,}2\ \text{m/s}$ 1

2p **e** Hoe groot is dan de waarde van de spankracht? Licht je antwoord toe.

- inzicht dat in de evenwichtsstand $F_s = F_z$ 1
- $F_s = F_z = m \cdot g \rightarrow F_s = 0{,}05 \cdot 9{,}81 = 0{,}49\ \text{N}$ 1

OOK GOED

- extrapoleren van de grafieken 1
- $F_s = 0{,}49\ \text{N}$ (marge 0,02 N) 1

FOUT gemiddelde van de beginwaarden $\rightarrow$ geen punten