19 Sterrenkunde

19.1 Het zonnestelsel

1* **a** Welk jaargetijde begint er op het noordelijk halfrond als de zon boven de evenaar staat komen vanaf het zuidelijk halfrond.
- dan begint op het noordelijk halfrond de lente

b Welk jaargetijde begint er dan op het zuidelijk halfrond?
- dan begint op het zuidelijk halfrond de herfst

2* **a** Leg uit waarom deze mensen geen gelijk hebben.
- een dag duurt altijd precies 24 uur (86400 seconde)
- ze bedoelen dat het aantal uur daglicht in december korter is dan in de zomer

3** **a** Leg uit waarom het in de zomer warmer is dan in de winter.
- het gaat om de hoek die de zon maakt met het oppervlak van de aarde
- in de zomer valt het zonlicht met een grotere hoek ten opzichte van de horizontaal dan in de winter
- vanwege de grotere invalshoek is de hoeveelheid licht per vierkante meter in de zomer groter

b Leg uit of dit temperatuurverschil te maken heeft met de afstand van de aarde tot de zon.
- op ongeveer 4 januari staat de zon het dichtst bij de aarde maar is het op het noordelijk halfrond winter
- de afstand van de aarde tot de zon heeft geen grote invloed op de temperatuur

c Leg uit waarom dit het geval is.
- voor het zuidelijkhalfrond is de afstand tussen de aarde en de zon in de zomer kleiner en in de winter groter
- hierdoor is er op het zuidelijk halfrond een groter temperatuurverschil tussen zomer en winter

4* **a** Hoe ziet de maan eruit bij nieuwe maan en hoe bij volle maan?

- bij nieuwe maan is de maan nauwelijks te zien omdat de zon de andere kant van de maan verlicht en je alleen de niet beschenen kant ziet
- bij volle maan verlicht de zon de zichtbare kant van de maan, je ziet de maan volledig

b Wanneer is het springtij, bij nieuwe maan, bij volle maan of bij zowel nieuwe- als volle maan. Verklaar je antwoord.

- het is springtij bij zowel nieuwe maan als volle maan

5* **a** Zoek op internet de datum van de eerste volle maan van de lente op en controleer op de zondag erop inderdaad Pasen is.

- 2017 eerste volle maan in de lente: 11 april → Pasen: 16 april
- 2018 eerste volle maan in de lente: 31 maart → Pasen: 1 april
- 2019 eerste volle maan in de lente: 19 april → Pasen: 21 april
- 2020 eerste volle maan in de lente: 8 april → Pasen: 12 april
- 2021 eerste volle maan in de lente: 28 maart → Pasen: 4 april
- 2022 eerste volle maan in de lente: 16 april → Pasen: 17 april
- 2023 eerste volle maan in de lente: 6 april → Pasen: 9 april

6** **a** Leg uit waarom er niet iedere maand een maansverduistering en een zonsverduistering is.

- de maan en de aarde bewegen niet precies in hetzelfde vlak, de vlakken maken een hoek van 5,2 graden
- hierdoor valt de schaduw van de aarde niet altijd op de maan (maansverduistering) en de schaduw van de maan niet altijd op aarde (zonsverduistering)

b Leg uit waarom een zonsverduistering zeldzamer is dan een maansverduistering. Maak bij je uitleg gebruik van een schets.

- omdat de maan kleiner is dan de aarde is de schaduw van de maan ook kleiner
- de kans dat e aarde in de schaduw van de maan komt is hierdoor kleiner

7* **a** Zoek op welke planeet het kortste jaar heeft en welke het langste jaar.

- kortste jaar: Mercurius (87,97 dagen)
- langste jaar: Neptunus (164,8 jaar)

b Zoek op welke planeet de kortste dag heeft en welke de langste dag.

- kortste dag: Jupiter (0,413 dagen)
- langste dag: Venus (243 dagen, met tegengestelde draairichting)

8* **a** Zoek op welke planeet dit is.

- Venus: jaar duurt 224,7 dagen en dag duurt 243 dagen (met tegengestelde draairichting)

b Zoek op welke planeten dit zijn.

- Venus en Uranus

c Controleer of oom Henk gelijk heeft.

- Oom Henk heeft gelijk

d Controleer of tante Truus gelijk heeft.

- Tante Truus heeft geen gelijk

9*** **a** Stel dat de aarde zou veranderen in een gasplaneet. Hoeveel keer groter zou het volume (de inhoud) van de aarde dan zijn?

- $\rho = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad V = \frac{m}{\rho}$
- de dichtheid ρ wordt 5 keer kleiner en de massa m blijft gelijk
- volume V wordt 5 keer zo groot

b Hoe groot zou de straal van de aarde dan zijn?

- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- V wordt 5 keer zo groot $\rightarrow$ r^3 wordt 5 keer zo groot
- r wordt $\sqrt[3]{5} = 1{,}71$ keer zo groot
- $1{,}71 \cdot 6{,}371 \cdot 10^6 = 1{,}089 \cdot 10^7$ m

10*** **a** Leg met behulp van figuur 2 uit hoe het komt dat gezien vanaf de aarde de bewegingsrichting van Mars lijkt om te keren.

- Aarde heeft een jaar van 365 dagen, Mars heeft een jaar van 225 dagen
- tijdens de beweging om de zon haalt de aarde Mars in
- vóór het inhalen zie je Mars links aan de hemel en na het inhalen rechts aan de hemel
- het lijkt alsof Mars van links naar rechts is bewogen

b Geef hiervoor een verklaring.

- het vlak waarin Mars om de zon beweegt heeft een hoek van 1,8 graden ten opzichte van het vlak waarin de aarde om de zon beweegt
- terwijl de aarde Mars inhaalt verschuift de plaats van Mars een beetje

11* **a** Bij welke van de planeten is de helling ten opzichte van de ecliptica het grootst en hoe groot is deze grootste hellingshoek?

- grootste helling ten opzichte van de ecliptica: Mercurius (7,0 graden)
- kleinste helling ten opzichte van de ecliptica: Uranus (0,8 graden)

b Hebben de dwergplaneten Ceres en Pluto een grotere of een kleinere hellingshoek?

- Cerus: 10,6 graden
- Pluto: 17,1 graden
- dus een grotere hellingshoek

12*** **a** Bereken de gemiddelde snelheid van New Horizons.

- tussen 19 januari 2006 en 14 juli 2015 zitten 9,5 jaar min 3 dagen
- tussen 19 januari 2006 en 14 juli 2015 zitten in werkelijkheid 3463 dagen
- 3463 dagen is $3463 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 2{,}992 \cdot 10^8$ s
- de afstand tussen Aarde en Pluto is het verschil in de baanstraal
- afstand tussen Aarde en Pluto: $5{,}91 \cdot 10^{12} - 0{,}1496 \cdot 10^{12} = 5{,}7604 \cdot 10^{12}$ m
- $v_{gem} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$
- $v_{gem} = \dfrac{5{,}7604 \cdot 10^{12}}{2{,}992 \cdot 10^{8}} = 1{,}9253 \cdot 10^4 \text{ m/s} = 19{,}3 \text{ km/s}$

b Is dit in overeenstemming met je antwoord op a? Zo niet, verklaar het verschil.

- antwoord op vaag a is 19,3 km/s en dat is meer dan de opgegeven maximale snelheid
- reden: Pluto heeft geen cirkelvormige baan en staat soms dichter bij de aarde
- de kleinste afstand tussen Aarde en Pluto is NIET het verschil in de baanstraal
- in werkelijkheid is de kleinste afstand tussen Aarde en Pluto $4{,}28 \cdot 10^{12}$ m
- $v_{gem} = \dfrac{4{,}28 \cdot 10^{12}}{2{,}992 \cdot 10^{8}} = 1{,}43 \cdot 10^4 \text{ m/s} = 14{,}3 \text{ km/s}$ dus minder dan 16,3 km/s

13** **a** Hoeveel jaar zit er gemiddeld tussen twee inslagen van zo'n grote meteoriet in bewoond gebied?

- 2% bewoond gebied is 1/50 van het aardoppervlak
- van de 50 inslagen komt er één in bewoond gebied
- $50 \cdot 50 = 2500$ → er zit 2500 jaar tussen twee inslagen in bewoond gebied

b Maak een schatting hoeveel jaar er gemiddeld zit tussen twee inslagen van zo'n grote meteoriet in Nederland.

- Nederland heeft een oppervlakte van ongeveer 140 bij 300 km = 42.000 km^2 (in werkelijkheid 41.543 km^2)

- frontaal oppervlak Aarde: $A = \pi \cdot r^2$
- $A = \pi \cdot 6371^2 = 1{,}27516 \cdot 10^8\ km^2$
- verhouding $\dfrac{A_{Aarde}}{A_{Nederland}} = \dfrac{1{,}275 \cdot 10^8}{4{,}1543 \cdot 10^4} = 3069{,}497$
- van de 3069,497 inslagen komt er één in Nederland
- $3069{,}497 \cdot 50 = 1{,}5347 \cdot 10^5 = 1{,}5 \cdot 10^5$ jaar

14** **a** Waar bevindt zich de Kuipergordel?
- de Kuipergordel bevindt zich op de afstand van Pluto van de zon

b Bereken de dichtheid van de komeet van Halley.
- volume : $V = 15 \cdot 8 \cdot 8 = 960\ km^3 = 960 \cdot 10^9\ m^3$
- $\rho = \dfrac{m}{V}$
- $\rho = \dfrac{2{,}2 \cdot 10^{14}}{960 \cdot 10^9} = 229{,}167 = 2{,}3 \cdot 10^2\ kg/m^3$

c Kan de komeet van Halley volledig uit steen of uit ijzer bestaan?
- nee want daarvoor is de dichtheid veel te klein

15** **a** Op hoeveel AE van de zon bevindt zich dwergplaneet Pluto zich gemiddeld?
- baanstraal Pluto = $5{,}91 \cdot 10^{12}$ m | baanstraal Aarde = $0{,}1496 \cdot 10^{12}$ m
- afstand Pluto in AE is $\dfrac{5{,}91 \cdot 10^{12}}{0{,}1496 \cdot 10^{12}} = 39{,}5$ AE

b Op hoeveel AE van de zon bevindt zich de dichtstbijzijnde ster Proxima Centauri?
- Proxima Centauri staat op een afstand van $4{,}0 \cdot 10^{16}$ m
- afstand Proxima Centauri in AE is $\dfrac{4{,}0 \cdot 10^{16}}{0{,}1496 \cdot 10^{12}} = 2{,}67 \cdot 10^5$ AE

c Bevindt de Proxima Centauri zich in de Oortwolk?
- nee want de Oortwolk strekt zich uit tot maximaal 100.000 AE
- Proxima Centauri bevindt zich op meer dan de dubbele afstand

19.2 Sterren en sterrenstelsels

1** **a** Hoeveel seconden heeft licht nodig om van de maan naar de aarde te reizen?
- $s = 384{,}4 \cdot 10^6$ m | $v = c = 2{,}99792458 \cdot 10^8$ m/s | $t = \ldots$ s
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $384{,}4 \cdot 10^6 = 2{,}99792458 \cdot 10^8 \cdot t \rightarrow t = 1{,}28222 = 1{,}282$ s

b Hoeveel uur heeft licht nodig om van de zon naar dwergplaneet Pluto te reizen?
- $s = 5{,}91 \cdot 10^{12}$ m | $v = c = 2{,}99792458 \cdot 10^8$ m/s | $t = \ldots$ s
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $5{,}91 \cdot 10^{12} = 2{,}99792458 \cdot 10^8 \cdot t \rightarrow t = 1{,}97136 \cdot 10^4$ s
- $1{,}97136 \cdot 10^4$ s $= 5{,}47601 = 5{,}48$ uur (5 uur en 29 minuten)

c Hoeveel jaar heeft licht nodig om naar het middelpunt van de Melkweg te reizen?
- $s = 2{,}5 \cdot 10^{20}$ m | $v = c = 2{,}99792458 \cdot 10^8$ m/s | $t = \ldots$ s
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $2{,}5 \cdot 10^{20} = 2{,}99792458 \cdot 10^8 \cdot t \rightarrow t = 8{,}3391 \cdot 10^{11}$ s
- $8{,}3391 \cdot 10^{11} \text{ s} = \dfrac{8{,}3391 \cdot 10^{11}}{365{,}25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 2{,}6425 \cdot 10^4 = 2{,}6 \cdot 10^4$ jaar

2** **a** Hoeveel kubieke meter zand bevat evenveel zandkorrels als dat er sterren in de Melkweg zijn?
- er zijn ongeveer 200 miljard sterren in de Melkweg
- $200 \cdot 10^9 \cdot 0{,}015 = 3{,}0 \cdot 10^9$ mm^3
- $1 \text{ mm}^3 = 1 \cdot 10^{-9}$ m^3
- $3{,}0 \cdot 10^9 \text{ mm}^3 = 3{,}0$ m^3

b Hoeveel zandzakken kun je vullen met het zand van vraag a?
- $r = 0{,}15$ m | $\ell = 0{,}40$ m | $V = \ldots$ m^3
- volume cilinder: $V = \pi r^2 \cdot \ell$
- $V = \pi \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}4 = 2{,}8274 \cdot 10^{-2}$ m^3
- $\dfrac{3{,}0}{2{,}8274 \cdot 10^{-2}} = 106{,}1 = 1{,}1 \cdot 10^2$ zandzakken

3** **a** Hoeveel sterren zijn er in totaal?
- $100 \cdot 10^9 \cdot 100 \cdot 10^9 = 1{,}0 \cdot 10^{22}$ sterren

b Hoeveel waterstofatomen zijn er dan ongeveer in het heelal?

- massa waterstofatoom 1,007825 u
- $1{,}007825\ u = 1{,}007825 \cdot 1{,}660539 \cdot 10^{-27} = 1{,}673533 \cdot 10^{-27}\ kg$
- waterstofatomen in één ster: $\dfrac{1{,}9884 \cdot 10^{30}}{1{,}673533 \cdot 10^{-27}} = 1{,}1881 \cdot 10^{57}$
- waterstofatomen in het heelal: $1{,}1881 \cdot 10^{57} \cdot 1{,}0 \cdot 10^{22} = 1{,}1881 \cdot 10^{79} = 1{,}2 \cdot 10^{79}$

4** **a** Over hoeveel jaar zien we de sterren die op dit moment in de Arendnevel worden geboren?

- $s = 6{,}62 \cdot 10^{19}\ m \quad | \quad v = c = 2{,}99792458 \cdot 10^{8}\ m/s \quad | \quad t = \ldots s$
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $6{,}62 \cdot 10^{19} = 2{,}99792458 \cdot 10^{8} \cdot t \quad \rightarrow \quad t = 2{,}2082 \cdot 10^{11}\ s$
- $2{,}2082 \cdot 10^{11}\ s = \dfrac{2{,}2082 \cdot 10^{11}}{365{,}25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 6{,}9973 \cdot 10^{3} = 7{,}00 \cdot 10^{3}$ jaar

5** **a** Stel dat we geen intelligent leven waarnemen, betekent dat dan dat er ook geen intelligent leven is?

- het licht van het Andromedastelsel is 2,54 miljoen jaar geleden vertrokken
- in deze 2,54 miljoen jaar kan intelligent leven zich hebben ontwikkeld
- we mogen niet concluderen dat er nu geen intelligent leven is

6** **a** Stel dat je op dit moment op een planeet ergens in het Messier 87 stelsel met een supermicroscoop naar de aarde zou kijken, zou je dan dinosaurussen zien rondlopen?

- het licht heeft 53,3 miljoen jaar nodig om van de zon naar Messier 87 te reizen
- je ziet de aarde 53,3 miljoen jaar in het verleden
- dinosaurussen zijn 66 miljoen jaar geleden uitgestorven
- je kunt geen dinosaurussen waarnemen

7** **a** Bereken de gemiddelde snelheid van de Voyager 1 ruimtesonde.

- $s = 17{,}42 \cdot 9{,}460886 \cdot 10^{15} = 1{,}648086 \cdot 10^{17}\ m$
- 40.000 jaar is $40.000 \cdot 365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 1{,}26232 \cdot 10^{12}\ s$
- $v_{gem} = \dfrac{s}{t}$
- $v_{gem} = \dfrac{1{,}648086 \cdot 10^{17}}{1{,}26232 \cdot 10^{12}} = 1{,}3056 \cdot 10^{5} = 1{,}306 \cdot 10^{5}\ m/s$

OOK GOED

- 17,42 lichtjaar in 40.000 jaar
- $v_{gem} = \frac{17,42}{40.000} \cdot c$
- $v_{gem} = \frac{17,42}{40.000} \cdot 2,99792458 \cdot 10^8 = 1,305596 \cdot 10^5 = 1,306 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

8***

a Hoe groot is de gemiddelde afstand tussen twee sterren in de buurt van de zon?

- $\sqrt[3]{250} = 6,2996 = 6,3$
- 250 kubieke lichtjaar is een kubus met een ribbe van 6,3 lichtjaar
- de gemiddelde afstand tussen twee sterren is 6,3 lichtjaar

b Bereken de gemiddelde afstand in lichtjaar tussen de aarde en de meest nabije aardachtige planeet.

- in een kubus met ribbe 63 lichtjaar zitten 100 sterren
- de gemiddelde afstand tot de meest nabije aardachtige planeet is 63 lichtjaar

c Bereken de gemiddelde afstand in lichtjaar tussen de aarde en de meest nabije planeet met buitenaards leven.

- in een kubus met ribbe 630 lichtjaar zitten 10000 sterren
- de gemiddelde afstand tot de meest nabije planeet met buitenaards leven is 630 lichtjaar

19.3 Cirkelbeweging

Cirkelbeweging op aarde

1* a Wat is een eenparige cirkelbeweging?
- een beweging met een cirkelbaan en een constante baansnelheid
  (eenparig betekent dat iets niet verandert)

b Waarom is er voor een eenparige cirkelbeweging een kracht nodig?
- als er geen resulterende kracht werkt blijft een voorwerp met een constante snelheid in een rechte lijn bewegen
- bij een cirkelbeweging is er wel een constante snelheid maar geen rechte lijn
- er is dus een resulterende kracht nodig

c Hoe heet deze kracht?
- de middelpuntzoekende kracht F_{mpz}
- bij een eenparige cirkelbeweging is F_{mpz} altijd gelijk aan ΣF

2** a Een steen aan een touw die horizontaal wordt rondgeslingerd.
- het touw oefent een constante kracht uit gericht naar het middelpunt
- $F_{mpz} = F_{span}$ (F_{span} is de spankracht in het touw)

b Een steen aan een touw die verticaal wordt rondgeslingerd.
- de som van de kracht in het touw én de zwaartekracht
- $F_{mpz} = F_{span} + F_z$ (krachtpijlen optellen, rekening houden met de richting)

c Een zitje van een draaiende zweefmolen.
- de som van de kracht in het touw én de zwaartekracht
- $F_{mpz} = F_{span} + F_z$ (krachtpijlen optellen, rekening houden met de richting)

d De was in een horizontaal draaiende centrifuge.
- de normaalkracht van de wand tegen de naar buiten geslingerde was
- $F_{mpz} = F_n$ (F_n is de normaalkracht van de wand tegen de was)

e De was in een verticaal draaiende centrifuge.
- de som van de normaalkracht van de wand tegen de was én de zwaarte- kracht
- $F_{mpz} = F_n + F_z$ (krachtpijlen optellen, rekening houden met de richting)

f Een satelliet die om de aarde draait.
- de aantrekkingskracht (gravitatiekracht) die de aarde op de satelliet uitoefent
- $F_{mpz} = F_{grav}$

3** **a** Hoe groot is de baansnelheid van je fietsband?

- het wiel slipt niet
- de baansnelheid van je fietsband is gelijk aan de snelheid van de fiets
- $v_{gem} = \frac{s}{t} \rightarrow v_{gem} = \frac{100}{13} = 7{,}6923 = 7{,}7 \text{ m/s}$
- $v_{baan} = v_{gem} = 7{,}7 \text{ m/s}$

b Bereken de straal van je fietswiel.

- $\text{omtrek} = 2\pi \cdot r$
- $2{,}2 = 2\pi \cdot r \rightarrow r = 0{,}35014 = 0{,}35 \text{ m}$

c Bereken de omlooptijd van je fietswiel.

- $v_{baan} = 7{,}6923 \text{ m/s} \quad | \quad r = 0{,}35014 \text{ m} \quad | \quad T = \dots \text{s}$
- $v_{baan} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $7{,}6923 = \frac{2\pi \cdot 0{,}35014}{T} \rightarrow T = 0{,}286 = 0{,}29 \text{ s}$

d Bereken de (draai) frequentie van het wiel.

- $f = \frac{1}{T}$ (met T in seconde)
- $f = \frac{1}{0{,}286} = 3{,}4965 = 3{,}5 \text{ Hz}$

4** **a** Bereken de middelpuntzoekende kracht op de vrachtauto.

- $v_{baan} = \frac{80}{3{,}6} = 22{,}222 \text{ m/s} \quad | \quad m = 10 \cdot 10^3 \text{ kg} \quad | \quad r = 300 \text{ m} \quad | \quad F_{mpz} = \dots \text{N}$
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 22{,}222^2}{300} = 1{,}6461 \cdot 10^4 = 1{,}6 \cdot 10^4 \text{ N}$

b Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?

- de banden oefenen een zijwaartse kracht uit op het wegdek
- de terugduwende kracht (reactiekracht) van het wegdek veroorzaakt F_{mpz}

5*** **a** Bereken de (omloop) frequentie van de trommel tijdens het centrifugeren.

- 1200 omlopen per minuut $= \frac{1200}{60} = 20$ omlopen per seconde
- de (omloop) frequentie is 20 Hz

b Waarom "plakt" tijdens het centrifugeren de natte handdoek tegen de trommelwand?

- de handdoek zal zonder kracht in een rechte lijn bewegen
- om de richting van de snelheid te veranderen is een kracht nodig
- de kracht van de wand op de was is gelijk aan de kracht van de was op de wand (3^e wet Newton)

c Bereken de baansnelheid van de natte handdoek tijdens het centrifugeren in m/s en in km/h..

- $r = \frac{0,45}{2} = 0,225\ m \quad | \quad T = \frac{1}{f} = 0,05\ s \quad | \quad v_{baan} = \ldots m/s$
- $v_{baan} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{baan} = \frac{2\pi \cdot 0,225}{0,05} = 28,27433 = 28\ m/s$

d Bereken de middelpuntzoekende kracht op de natte handdoek tijdens het centrifugeren.

- $m = 0,600\ kg \quad | \quad v_{baan} = 28,274\ m/s \quad | \quad r = 0,225\ m \quad | \quad F_{mpz} = \ldots N$
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = \frac{0,6 \cdot 28,27433^2}{0,225} = 2,13183 \cdot 10^3 = 2,1 \cdot 10^3\ N$

e Leg uit hoe de centrifuge er voor zorgt dat de handdoek droger wordt.

- het water wordt ook tegen de wand geslingerd maar gaat door de gaatjes uit de trommel

f Leg uit of F_{mpz} tijdens het centrifugeren groter wordt, kleiner wordt of gelijk blijft.

- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- tijdens het centrifugeren wordt water weggeslingerd waardoor de massa afneemt
- v_{baan} en r blijven gelijk
- F_{mpz} wordt kleiner

6* a** Voelt Sanne dat ze een bocht neemt?

- bij het nemen van een bocht wordt er een F_{mpz} op Sanne uitgeoefend
- Sanne voelt deze kracht op haar lichaam

b Bereken F_{mpz} op Sanne.

- $m = 63\ kg \quad | \quad v_{baan} = \frac{45}{3,6} = 12,5\ m/s \quad | \quad r = 20\ m \quad | \quad F_{mpz} = \ldots N$

- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = \frac{63 \cdot 12{,}5^2}{20} = 4{,}921875 \cdot 10^2 = 4{,}9 \cdot 10^2\ N$

c Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?
- F_{mpz} is de zijwaartse kracht van de weg op de wielen van de scooter
- de scooter oefent vervolgens een kracht uit op Sanne

d Met welke snelheid moet Sanne de scherpe bocht nemen?
- $F_{mpz} = 4{,}921875 \cdot 10^2\ N \quad | \quad m = 63\ kg \quad | \quad r = 5{,}0\ m \quad | \quad v_{baan} = \ldots m/s$
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $4{,}921875 \cdot 10^2 = \frac{63 \cdot v_{baan}^2}{5} \quad \rightarrow \quad v_{baan} = 6{,}25 = 6{,}3\ m/s$

e Bereken de maximale snelheid waarmee Sanne de bocht mag nemen.
- $a_{mpz} = 9{,}81\ m/s^2 \quad | \quad m = 63\ kg \quad | \quad r = 5{,}0\ m \quad | \quad v_{baan} = \ldots m/s$
- $a_{mpz} = \frac{F_{mpz}}{m} \quad \rightarrow \quad a_{mpz} = \frac{v_{baan}^2}{r}$
- $9{,}81 = \frac{v_{baan}^2}{5} \quad \rightarrow \quad v_{baan} = 7{,}00357 = 7{,}0\ m/s$

f Moet Sanne dan ook met de helft van de snelheid de bocht nemen?
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$ m en r blijven gelijk
- als F_{mpz} de helft wordt en m en r blijven gelijk moet v_{baan}^2 de helft worden
- de helft van v_{baan}^2 is niet hetzelfde als de helft van v_{baan}
- $v_{baan\ nieuw}^2 = \frac{1}{2} v_{baan\ oud}^2 \quad \rightarrow \quad v_{baan\ nieuw} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot v_{baan\ oud}$
- $v_{baan\ nieuw} = 0{,}7071 \cdot v_{baan\ oud}$
- $v_{baan\ nieuw} = 0{,}7071 \cdot 7{,}00357 = 4{,}97745 = 5{,}0\ m/s$
- Sanne kan met meer dan de helft van de normale snelheid de bocht nemen

7**** **a** Bereken de spankracht in één touw als Vera nog niet aan het schommelen is.
- $F_z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F_z = 47 \cdot 9{,}81 = 461{,}07\ N$
- twee touwen → $F_{span} = \frac{1}{2} F_z \quad \rightarrow \quad F_{span} = 230{,}535 = 2{,}3 \cdot 10^2\ N$

b Is de spankracht in een touw groter, kleiner of gelijk aan de spankracht als Vera stil hangt.
- in het onderste punt geldt: $\Sigma F = F_{span} - F_z$
- eenparige cirkelbeweging: $\Sigma F = F_{mpz}$

(in de evenwichtsstand (onderste punt) verandert de baansnelheid niet)

- $\Sigma F = F_{mpz} = F_{span} - F_Z \quad \rightarrow \quad F_{span} = F_{mpz} + F_Z$
- door de cirkelbeweging wordt de spankracht groter

c Bereken de middelpuntzoekende kracht als Vera het onderste punt passeert.

- $m = 47\ kg \quad | \quad v_{baan} = 2{,}0\ m/s \quad | \quad r = 2{,}4\ m \quad | \quad F_{mpz} = \ldots N$
- $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = \dfrac{47 \cdot 3^2}{2{,}4} = 176{,}25 = 1{,}8 \cdot 10^2\ N$

d Bereken de spankracht in één touw als Vera het onderste punt passeert.

- $F_{mpz} = 176{,}25\ N \quad | \quad F_Z = 461{,}07\ N \quad | \quad F_{span\,(2x)} = \ldots N$
- $F_{span} = F_{mpz} + F_Z$
- $F_{span\,(2x)} = 176{,}25 + 461{,}07 = 637{,}32\ N$
- F_{span} in één touw: $F_{span} = 318{,}66 = 3{,}2 \cdot 10^3\ N$

8**** **a** Hoe groot is de baansnelheid op de Noordpool?

- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- op de Noordpool: $r = 0$
- $v_{baan} = 0\ m/s$

b Hoe groot is de baansnelheid op de evenaar?

- opzoeken: $r_{aarde} = 6{,}378 \cdot 10^6\ m$
- $T = 24 \cdot 60 \cdot 60 = 86400\ s$
- $r = 6{,}378 \cdot 10^6\ m \quad | \quad T = 86400\ s \quad | \quad v_{baan} = \ldots m/s$
- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot 6{,}378 \cdot 10^6}{86400} = 4{,}63821 \cdot 10^2 = 4{,}638 \cdot 10^2\ m/s$ *(4 significante cijfers)*

c Hoe groot is de middelpuntzoekende kracht op een persoon van 70 kg op de evenaar?

- $m = 70\ kg \quad | \quad v_{baan} = 4{,}633122\ m/s \quad | \quad r = 6{,}371 \cdot 10^6\ m \quad | \quad F_{mpz} = \ldots N$
- $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = \dfrac{70 \cdot (4{,}633122 \cdot 10^2)^2}{6{,}371 \cdot 10^6} = 2{,}35851 = 2{,}4\ N$

d Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?

- van de zwaartekracht

e Is de baansnelheid in Amsterdam groter, kleiner of even groot als v_{baan} op de evenaar?

- de straal van de cirkelbeweging van Amsterdam is kleiner dan die van de cirkelbeweging op de evenaar
- de omlooptijd is in Amsterdam gelijk aan die op de evenaar
- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- r is kleiner en T is gelijk $\rightarrow$ v_{baan} is kleiner

f Toon dit aan.

- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad v_{baan}^2 = \left(\dfrac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2 = \dfrac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2}$
- $\dfrac{v_{baan}^2}{r} = \dfrac{4\pi^2 \cdot r}{T^2}$
- $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v_{baan}^2}{r} = \dfrac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$

g Is de middelpuntzoekende kracht op een persoon van 70 kg in Amsterdam groter, kleiner of even groot als F_{mpz} op de evenaar?

- de straal van de cirkelbeweging van Amsterdam is kleiner dan die van de cirkelbeweging op de evenaar
- de omlooptijd is in Amsterdam gelijk aan die op de evenaar
- $F_{mpz} = \dfrac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$
- r is kleiner en T is gelijk $\rightarrow$ F_{mpz} is kleiner

h Bereken F_{mpz} op een persoon van 70 kg in Amsterdam.

- $r_{baan\ Ams} = r_{aarde} \cdot \cos 52 \quad \rightarrow \quad r_{baan\ Ams} = 6{,}371 \cdot 10^6 \cdot 0{,}61566 = 3{,}92238 \cdot 10^6\ m$
- $F_{mpz} = \dfrac{4\pi^2 \cdot 70 \cdot 3{,}92238 \cdot 10^6}{86400^2} = 1{,}452044 = 1{,}5\ N$

Cirkelbeweging in de ruimte

9** **a** Bereken de baansnelheid van de aarde om de zon.

- opzoeken: $r_{baan\ Aarde} = 0{,}1496 \cdot 10^{12}\ m$
- opzoeken: $T_{Aarde} = 365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 3{,}15581184 \cdot 10^7\ s$
- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot 0{,}1496 \cdot 10^{12}}{3{,}15581184 \cdot 10^7} = 2{,}9785189 \cdot 10^4 = 2{,}979 \cdot 10^4\ m/s$

  (4 significante cijfers)

b Bereken de middelpuntzoekende kracht die de zon op de aarde uitoefent.

- $m_{Aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg | $v_{baan} = 2{,}97852 \cdot 10^{4}$ m/s | $r_{baan} = 0{,}1496 \cdot 10^{12}$ m
- $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = \dfrac{5{,}972 \cdot 10^{24} \cdot (2{,}9785189 \cdot 10^{4})^2}{0{,}1496 \cdot 10^{12}} = 3{,}5415137 \cdot 10^{22} = 3{,}542 \cdot 10^{22}$ N

  (4 significante cijfers)

c Bereken de middelpuntzoekende kracht die de zon op Saturnus uitoefent.

- opzoeken: $m_{Saturnus} = 568 \cdot 10^{24}$ kg
- opzoeken: $r_{baan\ Saturnus} = 1{,}427 \cdot 10^{12}$ m
- opzoeken: $T_{Saturnus} = 29{,}45 \cdot 365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 9{,}29386587 \cdot 10^{8}$ s
- $F_{mpz} = \dfrac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$
- $F_{mpz} = \dfrac{4\pi^2 \cdot 568 \cdot 10^{24} \cdot 1{,}427 \cdot 10^{12}}{(9{,}29386587 \cdot 10^{8})^2} = 3{,}70458228 \cdot 10^{22} = 3{,}70 \cdot 10^{22}$ N

  (3 significante cijfers)

d Is F_{mpz} die op Saturnus wordt uitgeoefend groter of kleiner dan F_{mpz} die op de aarde wordt uitgeoefend?

- vergelijk je antwoorden op b en c
- F_{mpz} op Saturnus is een klein beetje groter dan F_{mpz} op de aarde

e Is de baansnelheid van Saturnus groter of kleiner dan de baansnelheid van de aarde?

- opzoeken: $r_{baan\ Saturnus} = 1{,}427 \cdot 10^{12}$ m
- opzoeken: $T_{Saturnus} = 29{,}45 \cdot 365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 9{,}29386587 \cdot 10^{8}$ s
- $r_{baan\ Saturnus} \approx 10 \cdot r_{baan\ Aarde}$
- $T_{Saturnus} = 29{,}45 \cdot T_{Aarde}$
- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- Saturnus: r is 10 keer zo groot en T is 29 keer zo groot
- $v_{baan\ Aarde}$ is groter dan $v_{baan\ Saturnus}$

OOK GOED

- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot 1{,}427 \cdot 10^{12}}{9{,}29386587 \cdot 10^{8}} = 9{,}647337 \cdot 10^{3} = 9{,}647 \cdot 10^{3}$ m/s
- $v_{baan\ Aarde}$ is groter dan $v_{baan\ Saturnus}$

10* a** Bereken de baansnelheid van de zon.

- één lichtjaar is $9{,}460886 \cdot 10^{15}$ m
- $r_{baan\,Zon} = 26 \cdot 10^3 \cdot 9{,}460886 \cdot 10^{15} = 2{,}45983 \cdot 10^{20}$ m
- één jaar is $3{,}15581184 \cdot 10^7$ s
- $T_{Zon} = 245 \cdot 10^6 \cdot 3{,}15581184 \cdot 10^7 = 7{,}731739 \cdot 10^{15}$ s
- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot 2{,}45983 \cdot 10^{20}}{7{,}731739 \cdot 10^{15}} = 1{,}998977 \cdot 10^5 = 2{,}00 \cdot 10^5$ m/s

b Bereken F_{mpz} die op de zon wordt uitgeoefend.

- $m_{Zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg | $v_{baan} = 2{,}97852 \cdot 10^4$ m/s | $r_{baan} = 0{,}1496 \cdot 10^{12}$ m
- $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = \dfrac{1{,}9884 \cdot 10^{30} \cdot (1{,}998977 \cdot 10^5)^2}{2{,}45983 \cdot 10^{20}} = 3{,}230087 \cdot 10^{20} = 3{,}23 \cdot 10^{20}$ N

c Hoeveel galactische jaren heeft de zon ongeveer gehad?

- leeftijd zon is $4{,}5 \cdot 10^9$ jaar miljard jaar oud
- één omwenteling in $245 \cdot 10^6$ jaar
- aantal galactische jaren: $\dfrac{4{,}5 \cdot 10^9}{245 \cdot 10^6} = 18{,}367 = 18$ galactische jaren

d Hoeveel galactische jaren wordt de zon oud?

- de zon wordt ongeveer $2 \cdot 18 = 36$ galactische jaren oud

19.4 Gravitatie

1** **a** Bereken de aantrekkende gravitatiekracht die deze stenen op elkaar uitoefenen.

- $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ met $G = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
- $F_G = 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1 \cdot 1}{1^2} = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N}$

b Bereken de afstand tussen twee puntmassa's van 1,0 kg die een gravitatie-kracht van 1,0 N op elkaar uitoefenen.

- $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$
- $1 = 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1 \cdot 1}{r^2} \;\rightarrow\; r^2 = 6{,}674 \cdot 10^{-11} \;\rightarrow\; r = 8{,}169 \cdot 10^{-6} = 8{,}2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}$

2** **a** Leid de formule af voor g die volgt uit de gravitatiewet van Newton.

- vlak bij het oppervlak van de aarde geldt: $m_1 = M_{aarde}$ en $r = r_{aarde}$
- $F_G = G \cdot \frac{M_{aarde}}{r^2_{aarde}} \cdot m \;\rightarrow\; F_G = \left(G \cdot \frac{M_{aarde}}{r^2_{aarde}}\right) \cdot m = g \cdot m$
- $g = G \cdot \frac{M_{aarde}}{r^2_{aarde}}$

b Geef de eenheid af van de gravitatieconstante G in basiseenheden.

- $[G] = \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
- $\mathrm{N} = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$
- $[G] = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{kg^2}} = \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s^2}}$

c Leid de eenheid van g af uit de gravitatiewet van Newton.

- $g = G \cdot \frac{M_{aarde}}{r^2_{aarde}} \;\rightarrow\; [g] = \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s^2}} \cdot \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^2}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$

3*** **a** Bereken de massa's van de twee loden bollen.

- dichtheid van lood: $\rho = 11300\ \mathrm{kg/m^3}$
- volume grote bol: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \;\rightarrow\; V = \frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}15^3 = 1{,}4137 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m^3}$
- volume kleine bol: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \;\rightarrow\; V = \frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}0255^3 = 6{,}9456 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^3}$
- $\rho = \frac{m}{V} \;\rightarrow\; m = \rho \cdot V$

- lood: $\rho = 11300\,kg/m^3$
- grote bol: $m_{groot} = 11300 \cdot 1{,}4137 \cdot 10^{-2} = 159{,}748 = 160\,kg$
- kleine bol: $m_{klein} = 11300 \cdot 6{,}9456 \cdot 10^{-5} = 0{,}78485 = 0{,}785\,kg$

b Bereken de gravitatiekracht tussen de twee bollen als de afstand tussen de bollen gemeten vanaf de buitenkant 1,0 cm is.

- r is de afstand tussen de zwaartepunten van de bollen in meter
- $r = 0{,}15 + 0{,}0255 + 0{,}010 = 0{,}1855\,m$
- $F_G = G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$
- $F_G = 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{159{,}75 \cdot 0{,}78485}{0{,}1855^2} = 2{,}431789 \cdot 10^{-7} = 2{,}43 \cdot 10^{-7}\,N$

4** **a** Bereken de massa van de aarde.

- $\text{omtrek} = 2\pi \cdot r$
- $4{,}003 \cdot 10^7 = 2\pi \cdot r \;\rightarrow\; r = 6{,}371 \cdot 10^6\,m$
- $g = G \cdot \dfrac{M_{aarde}}{r_{aarde}^2}$
- $9{,}817 = 6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{M_{aarde}}{(6{,}371 \cdot 10^6)^2}$
- $M_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}\,kg$

b Bereken het volume van de aarde.

- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (6{,}371 \cdot 10^6)^3 \;\rightarrow\; V = 1{,}0832 \cdot 10^{21}\,m^3$

c Bereken de gemiddelde dichtheid van de aarde.

- $\rho = \dfrac{m}{V}$
- $\rho = \dfrac{5{,}972 \cdot 10^{24}}{1{,}0832 \cdot 10^{21}} \;\rightarrow\; \rho = 5{,}51 \cdot 10^3\,kg/m^3$
- $\rho = 5{,}51\,g/cm^3$

d Welke conclusie kun je trekken uit bovenstaande gegevens in combinatie met het antwoord op vraag c?

- de dichtheid van steen is een stuk kleiner dan de gemiddelde dichtheid van de aarde
- de dichtheid van metalen is een wat groter dan de gemiddelde dichtheid van de aarde
- de aarde kan niet voornamelijk uit steen bestaan maar moet ook veel metaal bevatten

5* a** Welke kracht werkt in dit gedachtenexperiment als middelpuntzoekende kracht?

- zonder luchtweerstand werkt alleen de zwaartekracht op de kogel
- $\Sigma F = F_Z = F_{mpz}$

b Toon dit aan.

- $\Sigma F = F_Z = F_{mpz}$
- $m \cdot \dfrac{v^2}{r_{aarde}} = m \cdot g$
- massa wegstrepen
- $v^2 = g \cdot r_{aarde} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{g \cdot r_{aarde}}$

c Bereken de beginsnelheid waarbij dit het geval is. Luchtwrijving wordt verwaarloosd.

- opzoeken: $r_{aarde} = 6{,}378 \cdot 10^6$ m
- $v = \sqrt{9{,}81 \cdot 6{,}378 \cdot 10^6} = 7{,}91 \cdot 10^3$ m/s

d Bereken de omlooptijd van de kogel.

- $v_{baan} = 7{,}9100 \cdot 10^3$ m/s
- omtrek aarde: $\text{omtrek} = 2\pi \cdot r_{aarde} = 4{,}0074 \cdot 10^7$ m
- $s = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad 4{,}0074 \cdot 10^7 = 7{,}91 \cdot 10^3 \cdot t \quad \rightarrow \quad t = 5{,}066242 \cdot 10^3$ s
- $t = 1{,}40729 = 1{,}41$ uur

6 a** Bereken de gravitatiekracht die de Aarde op de Maan uitoefent.

- $F_G = G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ met $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}
- $m_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg | $m_{maan} = 0{,}0735 \cdot 10^{24}$ kg
- $F_G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{5{,}972 \cdot 10^{24} \cdot 0{,}0735 \cdot 10^{24}}{(384{,}4 \cdot 10^6)^2} = 1{,}9825 \cdot 10^{20} = 1{,}983 \cdot 10^{20}$ N

b Bereken de gravitatiekracht die de Maan op de Aarde uitoefent.

- gebruik dezelfde formule met dezelfde getallen
- zelfde antwoord: $F_G = 1{,}983 \cdot 10^{20}$ N

c Bereken de omlooptijd van de aarde om de maan in dagen.

- $F_{mpz} = 1{,}9825 \cdot 10^{20}$ N | $m_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg | $r = 384{,}4 \cdot 10^6$ m
- $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v^2}{r}$
- $1{,}9825 \cdot 10^{20} = \dfrac{5{,}972 \cdot 10^{24} \cdot v^2}{384{,}4 \cdot 10^6} \quad \rightarrow \quad v = 112{,}9636 = 113{,}0$ m/s

7* a** Toon dit aan.

- $F_G = F_{mpz} \quad \rightarrow \quad G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = \frac{m_1 \cdot v_{baan}^2}{r} \quad \rightarrow \quad G \cdot \frac{m_2}{r} = v_{baan}^2$
- $v_{baan} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad v_{baan}^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2}$
- $G \cdot \frac{m_2}{r} = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2} \quad \rightarrow \quad \frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot m_2}{4\pi^2}$

b Toon dit aan.

- $F_G = F_{mpz} \quad \rightarrow \quad G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = \frac{m_1 \cdot v_{baan}^2}{r} \quad \rightarrow \quad G \cdot \frac{m_2}{r} = v_{baan}^2$
- $v_{baan} = v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$

8 a** Bereken de afstand tussen de aarde en de maan.

- derde wet van Kepler: $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$; $G = 6{,}6726 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}
- $T = 27{,}321 \text{ dagen} = 2{,}36053 \cdot 10^6$ s
- $\frac{r^3}{(2{,}36053 \cdot 10^6)^2} = \frac{6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 5{,}624374 \cdot 10^{25} \quad \rightarrow \quad r = 3{,}83 \cdot 10^8$ m

OPMERKING: de werkelijke afstand is $r = 3{,}844 \cdot 10^8$ m. Het verschil wordt veroorzaakt doordat de massa van de maan niet verwaarloosbaar is ten opzichte van de massa van de aarde.

9 a** Bereken de afstand tussen Mars en de zon.

- derde wet van Kepler: $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$
- $T = 687{,}0 \text{ dagen} = 5{,}93568 \cdot 10^7$ s
- massa Zon is $1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg
- $\frac{r^3}{(5{,}93568 \cdot 10^7)^2} = \frac{6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 1{,}184297 \cdot 10^{34} \quad \rightarrow \quad r = 2{,}279398 \cdot 10^{11} = 2{,}279 \cdot 10^{11}$ m

b Gebruik de derde wet van Kepler om de kortste afstand tussen Aarde en Mars te berekenen.

- bereken op dezelfde manier de afstand tussen de Aarde en de zon
- Aarde – Zon: $r = 1{,}496 \cdot 10^{11}$ m
- kleinste afstand: $r_{min} = 2{,}279 \cdot 10^{11} - 1{,}496 \cdot 10^{11} = 7{,}83 \cdot 10^{10}$ m

c Bereken de gemiddelde snelheid van de raket.

- $T = 245 \text{ dagen} = 2{,}1168 \cdot 10^7 \text{ s}$
- $r_{min} = 7{,}83 \cdot 10^{10} \text{ m}$
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $7{,}38 \cdot 10^{10} = v_{gem} \cdot 2{,}1168 \cdot 10^7$
- $v_{gem} = 3{,}486 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad (= 12.551 \text{ km/h})$

10** **a** Bereken de massa van het centrum van de Melkweg uitgedrukt in aantal keer de zonmassa.

- derde wet van Kepler: $\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G \cdot M}{4\pi^2}$
- $T = 2{,}45 \cdot 10^8 \text{ jaar} = 7{,}731612 \cdot 10^{15} \text{ s}$ (een jaar heeft 365,25 dagen)
- $\dfrac{(2{,}5 \cdot 10^{20})^3}{(7{,}731612 \cdot 10^{15})^2} = \dfrac{6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot M}{4\pi^2}$
- $M_{melkweg} = 1{,}54648 \cdot 10^{41} \text{ kg}$
- $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- $\dfrac{M_{melkweg}}{m_{zon}} = \dfrac{1{,}54648 \cdot 10^{41}}{1{,}9884 \cdot 10^{30}} = 7{,}78 \cdot 10^{10}$ (78 miljard keer de zonmassa)

b Verwacht je dat de werkelijke massa groter of kleiner is dan de berekende massa? Leg je antwoord uit.

- de werkelijke massa is groter want alle sterren op grotere afstand van het centrum dan de zon worden niet meegeteld

11*** **a** Bereken de (baan) snelheid van de ruimtecapsule.

- $r = 1{,}738 \cdot 10^6 + 112 \cdot 10^3 = 1{,}85 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $T = 119 \text{ minuten} = 7140 \text{ s}$
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad v = \dfrac{2\pi \cdot 1{,}85 \cdot 10^6}{7140} = 1{,}627996 \cdot 10^3 = 1{,}63 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

b Bereken de massa van de maan.

- $F_G = F_{mpz} \quad \rightarrow \quad G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = \dfrac{m_1 \cdot v^2}{r} \quad \rightarrow \quad G \cdot \dfrac{m_2}{r} = v^2$
- $m = \dfrac{r \cdot v^2}{G} \quad \rightarrow \quad m = \dfrac{1{,}85 \cdot 10^6 \cdot (1{,}628 \cdot 10^3)^2}{6{,}674 \cdot 10^{-11}} = 7{,}34673 \cdot 10^{22} = 7{,}35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$

OOK GOED

- derde wet van Kepler: $\frac{r^3}{T^2}=\frac{G \cdot M}{4\,\pi^2}$ | $G = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$
- $T = 119\ \text{minuten} = 7140\ s$
- $r\ =\ 1{,}738 \cdot 10^6 +\ 112000\ =\ 1{,}49 \cdot 10^6 m$
- $\frac{(1{,}85 \cdot 10^6)^3}{(7140)^2}=\frac{6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot M}{4\,\pi^2}$
- $M_{maan} = 7{,}35 \cdot 10^{22}\ kg$

12*** **a** Leg uit wat met een polaire baan wordt bedoeld.
- een polaire baan is een baan om de Noordpool en de Zuidpool

b Bereken de afstand van de MetOP satelliet tot het middelpunt van de aarde.
- derde wet van Kepler: $\frac{r^3}{T^2}=\frac{G \cdot M}{4\,\pi^2}$
- $T = 101\ \text{minuten} = 6060\ s$ | $m_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}\ kg$ | $r = \ldots m$
- $\frac{r^3}{(6060)^2}=\frac{6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\,\pi^2}$
- $r^3 = 3{,}70681 \cdot 10^{20} \quad \rightarrow \quad r = 7{,}18345 \cdot 10^6 = 7{,}18 \cdot 10^6\ m$

c Hoeveel kilometer staat de MetOp satelliet boven het aardoppervlak?
- $\text{hoogte}\ =\ r - r_{aarde}$
- $\text{hoogte} = 7{,}18345 \cdot 10^6 - 6{,}371 \cdot 10^6 = 8{,}12 \cdot 10^5\ m = 812\ km$

13*** **a** Bereken de omtrek van de baan van de ISS.
- $\text{omtrek} = 2\pi \cdot r$
- $r = 6{,}371 \cdot 10^6 + 370000 = 6{,}741 \cdot 10^6\ m$
- $\text{omtrek} = 2\pi \cdot 6{,}741 \cdot 10^6 \quad \rightarrow \quad \text{omtrek} = 4{,}2355 \cdot 10^7\ m$

b Bereken de omlooptijd van de ISS in zijn baan om de aarde.
- derde wet van Kepler: $\frac{r^3}{T^2}=\frac{G \cdot M}{4\,\pi^2}$
- $r\ =\ 6{,}741 \cdot 10^6 m$ | $m = 5{,}972 \cdot 10^{24}\ kg$ | $T = \ldots s$
- $\frac{(6{,}741 \cdot 10^6)^3}{T^2}=\frac{6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\,\pi^2}$
- kruislings vermenigvuldigen:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot (6{,}741 \cdot 10^6)^3}{6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}} \quad \rightarrow \quad T = 5{,}50831 \cdot 10^3 = 5{,}51 \cdot 10^3\ s$$

c Bereken de snelheid van de ISS in zijn baan om de aarde.

- $s = 4{,}2355 \cdot 10^7$ m | $t = 5508{,}3$ s | $v_{gem} = \ldots$ m/s
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $4{,}2355 \cdot 10^7 = v_{gem} \cdot 5508{,}3$
- $v_{gem} = 7{,}6886 \cdot 10^3 = 7{,}69 \cdot 10^3$ m/s

14*** **a** Bereken de omlooptijd van de GPS satelliet.

- $\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
- $r = 2{,}66 \cdot 10^7$ m
- $\dfrac{(2{,}66 \cdot 10^7)^3}{T^2} = \dfrac{6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- kruislings vermenigvuldigen: $T^2 = \dfrac{4\pi^2 \cdot (2{,}66 \cdot 10^7)^3}{6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}$
- $T^2 = 1{,}86462 \cdot 10^9 \quad \rightarrow \quad T = 4{,}31812 \cdot 10^4 = 4{,}32 \cdot 10^4$ s

b Bereken hoeveel graden de aarde om haar as is gedraaid in de omlooptijd van een GPS satelliet.

- $24\ \mathrm{h} = 8{,}64 \cdot 10^4$ s
- de aarde draait 360 graden in $8{,}64 \cdot 10^4$ s
- in $4{,}31812 \cdot 10^4$ s draait de aarde $\dfrac{4{,}31812 \cdot 10^4}{8{,}64 \cdot 10^4} \cdot 360 = 179{,}92 = 180$ graden

c Hoeveel omlopen maakt een GPS satelliet per dag om de aarde?

- in 1 omloop draait de aarde 180 graden
- in 2 omloop draait de aarde 360 graden
- een GPS satelliet heeft precies 2 omlopen per dag

15*** **a** Leg uit wat met een geostationaire baan wordt bedoeld.

- een satelliet met een geostationaire baan staat stil boven een vast punt op het aardoppervlak
- een geostationaire baan heeft een omwentelingstijd van exact 24 uur
- een satelliet met een geostationaire baan bevindt zich op een boven de evenaar van de aarde

b Leg uit waarom dit noodzakelijk is.

- als de baan van de satelliet een helling maakt ten opzichte van het vlak van de evenaar staat de satelliet niet meer stil boven een vast punt op het aardoppervlak

c Bereken de afstand van een geostationaire satelliet tot het middelpunt van de aarde.

- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$
- $T = 24\ h = 8{,}64 \cdot 10^4\ s$ | $m_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}\ kg$
- $\frac{r^3}{86400^2} = \frac{6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 7{,}5363895 \cdot 10^{22} \rightarrow r = 4{,}22397 \cdot 10^7 = 4{,}224 \cdot 10^7\ m$

d Bereken hoe hoog een geostationaire satelliet zich boven het aardoppervlak bevindt.

- $h_{geostationair} = 4{,}22397 \cdot 10^7 - 6{,}378 \cdot 10^6 = 3{,}58617 \cdot 10^7\ m = 3{,}586 \cdot 10^7\ km$

e Bereken de baansnelheid van een geostationaire satelliet.

- $r = 4{,}22397 \cdot 10^7\ m$ | $T = 86400\ s$ | $v_{baan} = \ldots m/s$
- $v_{baan} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{baan} = \frac{2\pi \cdot 4{,}22397 \cdot 10^7}{86400} = 3{,}071758 \cdot 10^3 = 3{,}072 \cdot 10^3\ m/s$

16*** **a** Denk je dat de ster die de supernova heeft veroorzaakt daadwerkelijk is ontploft op 4 juli 1054? Zo nee, wanneer dan wel?

- het licht heeft 6500 jaar nodig om van de plaats van de supernova naar de aarde te bewegen
- in werkelijkheid vond de supernova 6500 eerder plaats
- dus $1054 - 6500 = 5446$ jaar voor christus

b Hoe vaak past het zonnestelsel tot aan Pluto in de Krabnevel?
Hint: gebruik de formule voor het volume van een bol.

- 5,5 lichtjaar is $5{,}5 \cdot 9{,}460886 \cdot 10^{15} = 5{,}2034873 \cdot 10^{16}\ m$
- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- krabnevel: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (5{,}2034873 \cdot 10^{16})^3 \rightarrow V = 5{,}9016317 \cdot 10^{50}\ m^3$
- afstand Zon – Pluto is $5{,}91 \cdot 10^{12}\ m$
- zonnestelsel: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (5{,}91 \cdot 10^{12})^3 \rightarrow V = 8{,}6467 \cdot 10^{38}\ m^3$
- $\frac{V_{krabnevel}}{V_{zonnestelsel}} = \frac{5{,}9106317 \cdot 10^{50}}{8{,}6467 \cdot 10^{38}} = 6{,}8357 \cdot 10^{11} = 6{,}8 \cdot 10^{11}$
- het zonnestelsel past $6{,}8 \cdot 10^{11}$ keer in de krabnevel

c Bereken de omloopfrequentie van de Krab-pulsar.

- $T = 33{,}4 \cdot 10^{-3}\ s$ | $f = \ldots Hz$

- $f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{33{,}4 \cdot 10^{-3}} = 29{,}94 = 29{,}9 \text{ Hz}$

d Hoe groot is dan de gravitatiekracht op deze persoon?
- $m_{pulsar} = 1{,}4 \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30} = 2{,}78376 \cdot 10^{30}$ kg
- $r_{pulsar} = 1{,}4378 \cdot 10^{-5} \cdot 6{,}963 \cdot 10^{8} = 1{,}00114 \cdot 10^{4}$ m
- $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ met $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $F_G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2{,}78376 \cdot 10^{30} \cdot 60}{(1{,}00114 \cdot 10^{4})^2} = 1{,}11216 \cdot 10^{14} = 1{,}1 \cdot 10^{14}$ N

e Bereken deze middelpuntzoekende kracht.
- $r_{pulsar} = 1{,}00114 \cdot 10^{4}$ m | $T_{pulsar} = 33{,}4 \cdot 10^{-3}$ s | $v_{baan} = \ldots$ m/s
- $v_{baan} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{baan} = \frac{2\pi \cdot 1{,}00114 \cdot 10^{4}}{33{,}4 \cdot 10^{-3}} = 1{,}85010 \cdot 10^{7}$ m/s
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = \frac{60 \cdot \left(1{,}85010 \cdot 10^{7}\right)^2}{1{,}00114 \cdot 10^{4}} = 2{,}05139 \cdot 10^{12} = 2{,}1 \cdot 10^{12}$ N

f Wordt vanwege de snelle rotatie de persoon van de Krabpulsar afgeslingerd?
- de gravitatiekracht is $F_G = 1{,}1 \cdot 10^{14}$ N
- de middelpuntzoekende kracht is $F_{mpz} = 2{,}1 \cdot 10^{12}$ N
- F_{grav} is groter dan F_{mpz} → de persoon wordt er niet afgeslingerd

17**

a Bereken de kracht die de zon op Pioneer-10 uitoefent op een afstand van $6{,}2 \cdot 10^{12}$ m.
- $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg | $m_{pioneer} = 240$ kg | $r = 6{,}2 \cdot 10^{12}$ m
- $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ met $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $F_G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1{,}9884 \cdot 10^{30} \cdot 240}{(6{,}2 \cdot 10^{12})^2} = 8{,}28528 \cdot 10^{-4} = 8{,}29 \cdot 10^{-4}$ N

b Op welke afstand van de aarde is de Pioneer-10 nu ongeveer? Ga er van uit dat de Pioneer-10 vanaf de lancering in 1971 een constante snelheid heeft?
- $s = 6{,}2 \cdot 10^{12}$ m | $t = 11 \text{ jaar} = 3{,}47 \cdot 10^{8}$ s | $v_{gem} = \ldots$ m/s

- $v_{gem} = \frac{s}{t} \quad \rightarrow \quad v_{gem} = \frac{6,2 \cdot 10^{12}}{3,47 \cdot 10^{8}} = 1,787 \cdot 10^{4}\ m/s$
- $2017 - 1972 = 45\ jaar = 1,419 \cdot 10^{9}\ s$
- $s = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad s = 1,787 \cdot 10^{4} \cdot 1,419 \cdot 10^{9} = 2,536 \cdot 10^{13} = 2,5 \cdot 10^{13}\ m$

OOK GOED
- verhoudingstabel
-

jaar	11	45
meter	$6,2 \cdot 10^{12}$	s

- kruislings vermenigvuldigen: $s = \frac{45 \cdot 6,2 \cdot 10^{12}}{11} = 2,536 \cdot 10^{13} \quad \rightarrow \quad s = 2,5 \cdot 10^{13}\ m$

c Hoeveel jaar doet de Pioneer-10 om bij Aldebaran aan te komen?
- afstand Aldebaran is $63,1 \cdot 10^{16}$ m
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $63,1 \cdot 10^{16} = 1,787 \cdot 10^{4} \cdot t \quad \rightarrow \quad t = 3,531 \cdot 10^{13}\ s$
- $t = \frac{3,531 \cdot 10^{13}}{365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 1,1189 \cdot 10^{6} = 1,1 \cdot 10^{6}$ jaar

OOK GOED
- verhoudingstabel
-

jaar	11	x
meter	$6,2 \cdot 10^{12}$	$63,1 \cdot 10^{16}$

- kruislings vermenigvuldigen: $x = \frac{11 \cdot 63,1 \cdot 10^{16}}{6,2 \cdot 10^{12}} = 1,1195 \cdot 10^{6}$
- $t = 1,1 \cdot 10^{6}$ jaar

c Hoe kun je aan de afbeelding zien hoe groot mensen zijn?
- op de achtergrond staat een afbeelding van de Piuoneer-10 sonde
- daarmee kan de afmeting van een mens worden vergeleken

18*** **a** Bereken de massa van de ster Gliese.
- $r = 0,21\ AE = 0,21 \cdot 0,1496 \cdot 10^{12} = 3,1416 \cdot 10^{10}\ m$
- $T = 61,0\ d = 61,0 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 5,2704 \cdot 10^{6}\ s$
- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6,67384 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$
- $\frac{(3,1416 \cdot 10^{10})^3}{(5,2704 \cdot 10^{6})^2} = \frac{6,67384 \cdot 10^{-11} \cdot M}{4\pi^2}$
- $M = 6,603124 \cdot 10^{29} = 6,6 \cdot 10^{29}\ kg$

b Bereken de straal van Giese b.
- $\rho = 1,0 \cdot 10^{3}\ kg/m^3 \quad | \quad m = 600 \cdot 5,972 \cdot 10^{24} = 3,5832 \cdot 10^{27}\ kg \quad | \quad V = \ldots m^3$

- $\rho = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad V = \frac{m}{\rho}$
- $V = \frac{3,5832 \cdot 10^{27}}{1,0 \cdot 10^{3}} = 3,5832 \cdot 10^{24}\ m^{3}$
- volume bol: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^{3}$
- $3,5832 \cdot 10^{24} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^{3} \quad \rightarrow \quad r = 9,4928 \cdot 10^{7} = 9,49 \cdot 10^{7}\ m$

c Is Giese b groter of kleiner dan Jupiter?
- de straal van Jupiter is $69,91 \cdot 10^{6}$ m
- Giese b is dus groter dan Jupiter

d Stel dat de New Horizon doorvliegt naar de planeet Giese b. In welk jaar zou hij dan aankomen?
- $s = 15,2\ \text{lichtjaar} = 15,2 \cdot 9,460886 \cdot 10^{15} = 1,438055 \cdot 10^{15}\ m$
- $v_{gem} = 16,3 \cdot 10^{3}\ m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $1,438055 \cdot 10^{15} = 16,3 \cdot 10^{3} \cdot t \quad \rightarrow \quad t = 8,82242 \cdot 10^{12}\ s$
- $t = \frac{8,82242 \cdot 10^{12}}{365,256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 2,79561 \cdot 10^{5} = 2,80 \cdot 10^{5}$ jaar

Gravitatie-energie

19*** **a** Hoeveel energie is er nodig om 8000 kg vanaf het aardoppervlak naar het ISS te brengen? HINT gebruik de gravitatie-energie
- BEGIN lading op het oppervlakte van de aarde
- $r = 6,371 \cdot 10^{6}\ m$
- $m_1 = 8000\ kg \ \ | \ \ m_2 = 5,972 \cdot 10^{24}\ kg \ \ | \ \ r = 6,371 \cdot 10^{6}\ m \ \ | \ \ E_G = \ldots J$
- $E_G = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$
- $E_G = -6,67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{8000 \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^{6}} = -5,0047 \cdot 10^{11}\ J$
- EIND satelliet op 370 km hoogte
- $r = 370 \cdot 10^{3} + 6,371 \cdot 10^{6}\ m = 6,741 \cdot 10^{6}\ m$
- $E_G = -6,67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{8000 \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,741 \cdot 10^{6}} = -4,73 \cdot 10^{11}\ J$
- VERSCHIL
- $E_{G\,eind} - E_{G\,begin} = -4,73 \cdot 10^{11} - (-5,0047 \cdot 10^{11}) = 2,746988 \cdot 10^{10} = 2,747 \cdot 10^{10}\ J$

b Leg uit of je dan een te grote of een te kleiner waarde vindt.
- de gravitatiekracht neemt af als de hoogte toeneemt
- een berekening met zwaarte-energie geeft een te grote waarde

c Bereken hoeveel procent de berekening met de zwaarte-energie afwijkt van de werkelijke waarde.

- $m = 8000\ kg$ | $g = 9{,}81\ m/s^2$ | $h = 370 \cdot 10^3\ m$ | $E_Z = \ldots J$
- $E_Z = m \cdot g \cdot h$
- $E_Z = 8000 \cdot 9{,}81 \cdot 370 \cdot 10^3 = 2{,}90376 \cdot 10^{10}\ J$
- procentueel verschil $\frac{2{,}90376 \cdot 10^{10} - 2{,}746988 \cdot 10^{10}}{2{,}746988 \cdot 10^{10}} \cdot 100\% = 5{,}7\%$

20*** **a** Bereken het aantal omlopen van het ruimtevaartuig gedurende het verblijf van Armstrong en Aldrin op de maan.

- $r = h + r_{maan} \rightarrow r = 1{,}12 \cdot 10^5 + 1{,}738 \cdot 10^6 = 1{,}85 \cdot 10^6\ m$
- $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$
- $\frac{(1{,}85 \cdot 10^6)^3}{T^2} = \frac{6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}0735 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $T^2 = 5{,}095793 \cdot 10^7 \rightarrow T = 7138{,}48\ s \rightarrow T = 1{,}98291\ h$
- aantal omwentelingen in 21,5 uur $\rightarrow \frac{21{,}5}{1{,}982911} = 10{,}84264 = 11$ omwentelingen

b Bereken hoeveel energie hiervoor nodig is.

- BEGIN maanlander op het oppervlakte van de maan
- $r = 1{,}738 \cdot 10^6\ m$
- $m_1 = 16000\ kg$ | $m_2 = 0{,}0735 \cdot 10^{24}\ kg$ | $r = 1{,}738 \cdot 10^6\ m$ | $E_G = \ldots J$
- $E_G = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$
- $E_G = -6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{16000 \cdot 0{,}0735 \cdot 10^{24}}{1{,}738 \cdot 10^6} = -4{,}515786 \cdot 10^{10}\ J$
- EIND satelliet op 112 km hoogte
- $r = 112 \cdot 10^3 + 1{,}738 \cdot 10^6\ m = 1{,}85 \cdot 10^6\ m$
- $E_G = -6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{16000 \cdot 0{,}0735 \cdot 10^{24}}{1{,}85 \cdot 10^6} = -4{,}242398 \cdot 10^{10}\ J$
- VERSCHIL
- $E_{G\,eind} - E_{G\,begin} = -4{,}242398 \cdot 10^{10} - (-4{,}515786 \cdot 10^{10}) = 2{,}7339 \cdot 10^9 = 2{,}7 \cdot 10^9\ J$

19.5 Informatie uit de ruimte

1** **a** Hoeveel meer licht kan de spiegel van één VLT telescoop per seconde opvangen vergeleken met onze twee ogen?

- oppervlakte cirkel: $A = \pi \cdot r^2$
- één oog: $A_{oog} = \pi \cdot (9{,}0 \cdot 10^{-3})^2 = 2{,}54469 \cdot 10^{-4}\ m^2$
- twee ogen: $A_{oog\,2x} = 5{,}08938 \cdot 10^{-4}\ m^2$
- $A_{VLT} = \pi \cdot (8{,}2)^2 = 211{,}24\ m^2$
- verhouding: $\dfrac{211{,}24}{5{,}08938 \cdot 10^{-4}} = 4{,}1506 \cdot 10^5 = 4{,}2 \cdot 10^5$ keer meer

b Hoeveel meer licht kan de spiegel van de ELT telescope per seconde opvangen vergeleken met de spiegel van één VLT telescoop?

- $A_{VLT} = \pi \cdot (8{,}2)^2 = 211{,}24\ m^2$
- $A_{ELT} = \pi \cdot (39{,}3)^2 = 4852{,}16\ m^2$
- verhouding: $\dfrac{4852{,}16}{211{,}24} = 22{,}97 = 23$ keer meer

2** **a** Bereken de maximale en minimale golflengte die de WSRT telescoop kan waarnemen.

- $f = 350 \cdot 10^6 - 8{,}30 \cdot 10^9\ Hz \quad | \quad \lambda = \ldots m$
- $c = f \cdot \lambda \quad$ met $\quad c = 2{,}99792458 \cdot 10^8\ m/s$
- $2{,}99792458 \cdot 10^8 = 350 \cdot 10^6 \cdot \lambda \quad \rightarrow \quad \lambda = 8{,}5655 \cdot 10^{-1}\ m = 85{,}7\ cm$
- $2{,}99792458 \cdot 10^8 = 8{,}30 \cdot 10^9 \cdot \lambda \quad \rightarrow \quad \lambda = 3{,}61196 \cdot 10^{-2}\ m = 3{,}61\ cm$

b Kan deze EM-straling door de WSRT telescoop worden waargenomen?

- 21,106114 cm ligt tussen 3,61 en 85,7 cm
- deze straling kan dus worden waargenomen

c Breken de frequentie van deze straling. Let op het aantal significante cijfers!

- $\lambda = 21{,}106114\ cm = 0{,}21106114\ m$
- $c = f \cdot \lambda \quad$ met $\quad c = 2{,}99792458 \cdot 10^8\ m/s$
- $2{,}99792458 \cdot 10^8 = f \cdot 0{,}21106114$
- $f = 1{,}42040576 \cdot 10^9 = 1{,}4204058 \cdot 10^9\ Hz$ *(8 significante cijfers)*

3* a** Wat is het voordeel van de LOFAR radiotelecoop ten opzichte van een radiotelescoop met één grote schotel?

- voor de resolutie geldt: $\alpha = 70 \cdot \dfrac{\lambda}{D}$
- omdat D heel groot is wordt de resolutie ook heel groot

b Noem twee nadelen van de LOFAR radiotelecoop ten opzichte van een radiotelescoop met één grote schotel.

- omdat de telescoop is samengesteld is uit losse radioantennes is de sterkte van het signaal kleiner dan bij één grote schotel
- de signalen uit de losse radioantennes moeten met elkaar worden gecombineerd wat veel rekenwerk kost

c Bereken de maximale theoretische resolutie van het centrale deel van de LOFAR radiotelescoop.

- voor de resolutie geldt: $\alpha = 70 \cdot \dfrac{\lambda}{D}$
- de maximale resolutie wordt bereikt bij de grootste golflengte en dus de kleinste frequentie: 10 MHz
- $\mathbf{f = 10 \cdot 10^6\ Hz} \quad | \quad \lambda = \ldots m$
- $c = f \cdot \lambda$ met $\mathbf{c = 2{,}99792458 \cdot 10^8\ m/s}$
- $\mathbf{2{,}99792458 \cdot 10^8} = 10 \cdot 10^6 \cdot \lambda \;\rightarrow\; \lambda = \mathbf{29{,}9792458\ m}$
- $\alpha = 70 \cdot \dfrac{\lambda}{D}$ met $D = 2{,}0 \cdot 10^3$ m
- $\alpha = 70 \cdot \dfrac{29{,}9792458}{2{,}0 \cdot 10^3} = 1{,}04927 = 1{,}0$ graad

4** a** Hoeveel astronomische eenheden (AE) is dit?

- één AE is gelijk aan de afstand tussen de aarde en de zon: $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m
- afstand aarde – maan is $\dfrac{384{,}4 \cdot 10^3}{1{,}496 \cdot 10^{11}} = 2{,}569519 \cdot 10^{-6} = 2{,}570 \cdot 10^{-6}$ AE

b Hoeveel parsec is dit?

- één parsec is $\mathbf{3{,}085678 \cdot 10^{16}\ m}$
- afstand Zon – Poolster is $\dfrac{410 \cdot 10^{16}}{3{,}085678 \cdot 10^{16}} = 132{,}872 = 133$ parsec

c Hoeveel astronomische eenheden (AE) is dit?

- één lichtjaar is $\mathbf{9{,}460886 \cdot 10^{15}\ m}$
- één AE is $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m
- 4,22 lichtjaar is $\dfrac{4{,}22 \cdot 9{,}460886 \cdot 10^{15}}{1{,}496 \cdot 10^{11}} = 2{,}668779 \cdot 10^5 = 2{,}67 \cdot 10^5$ AE

d Hoeveel parsec is dit?

- één lichtjaar is $9{,}460886 \cdot 10^{15}$ m
- één parsec is $3{,}085678 \cdot 10^{16}$ m
- 4,22 lichtjaar is $\dfrac{4{,}22 \cdot 9{,}460886 \cdot 10^{15}}{3{,}085678 \cdot 10^{16}} = 1{,}293879 = 1{,}29$ par sec

De wet van Wien

5** **a** Bereken de temperatuur van het oppervlak van de zon.

- $\lambda_{max} = 501\,\text{nm} = 501 \cdot 10^{-9}$ m | $T = \ldots$ K
- $\lambda_{max} = \dfrac{k_W}{T}$ met $k_W = 2{,}897756 \cdot 10^{-3}$ K·m
- $501 \cdot 10^{-9} = \dfrac{2{,}897756 \cdot 10^{-3}}{T} \rightarrow T = 5783{,}94 = 5{,}78 \cdot 10^3$ K

b Bereken welke golflengte door Proxima Centauri het meeste wordt uitgestraald.

- $T = 2{,}6 \cdot 10^3$ K | $\lambda_{max} = \ldots$ m
- $\lambda_{max} = \dfrac{k_W}{T}$ met $k_W = 2{,}897756 \cdot 10^{-3}$ K·m
- $\lambda_{max} = \dfrac{2{,}897756 \cdot 10^{-3}}{2{,}6 \cdot 10^3} = 1{,}11452 \cdot 10^{-6} = 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ m

c Leg uit of je het meest uitgestraalde licht van Proxima Centauri met het blote oog kunt zien.

- blote ook ziet licht tussen 350 en 700 nm
- $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ m $= 1{,}1 \cdot 10^3$ nm en is dus niet met het blote oog te zien

6** **a** Bereken hoe vaak de zon in Betelgeuze past.

- $V_{bol} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- $r_{betel} = 700 \cdot r_{zon}$
- de zon past $700^3 = 3{,}43 \cdot 10^8$ keer in Betelgeuze

b Hoe kun je aan de figuur zien dat Bertelgeuze een lage temperatuur heeft?

- Betelgeuze straal rood licht uit $\rightarrow$ λ_{max} is groot
- $\lambda_{max} = \dfrac{k_W}{T}$
- λ_{max} is groot, k_W is constant $\rightarrow$ T is klein

c Bereken de golflengte λ_{max} van het licht dat Betelgeuze uitzendt.

- $T = 3{,}6 \cdot 10^3$ K | $\lambda_{max} = \ldots$ m

- $\lambda_{max} = \dfrac{k_W}{T}$
- $\lambda_{max} = \dfrac{2{,}89777 \cdot 10^{-3}}{3{,}6 \cdot 10^{3}} = 8{,}04936 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 805\ \text{nm}$

d Is de temperatuur bij deze vlekken hoger of lager buiten deze vlekken?
- de kleur van de vlekken is geler dan erbuiten
- de vlekken hebben een hogere temperatuur

e Toon dit aan.
- $A = 4\pi \cdot r^2$
- $r_{betel} = 700 \cdot r_{zon} \quad \rightarrow \quad A_{betel} = 700^2 \cdot A_{zon} = 4{,}9 \cdot 10^5 \cdot A_{zon}$

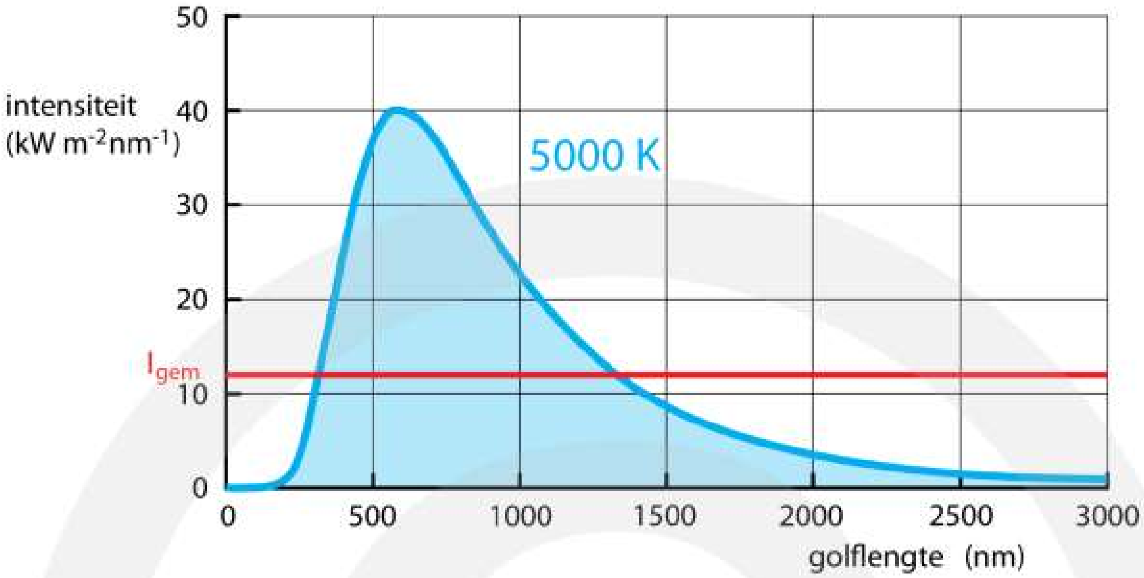
De wet van Stefan-Boltzmann

7** **a** Toon aan dat de grafiek in overeenstemming is met de wet van Wien.
- $T = 5000\ \text{K} \quad | \quad \lambda_{max} = \ldots \text{m}$
- $\lambda_{max} = \dfrac{k_W}{T}$ met $k_W = 2{,}897756 \cdot 10^{-3}\ \text{K} \cdot \text{m}$
- $\lambda_{max} = \dfrac{2{,}897756 \cdot 10^{-3}}{5000} = 5{,}7955 \cdot 10^{-7} = 580\ \text{nm}$
- dit komt overeen met het maximum van de grafiek

b Wat is de natuurkundige betekenis van het oppervlakte onder de grafiek?
- bepaal de eenheid van de oppervlakte onder de grafiek
- $\text{kW} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{nm}^{-1} \cdot \text{nm} = \text{kW} \cdot \text{m}^{-2}$
- het oppervlakte onder de grafiek is vermogen per vierkante meter

c Toon aan dat de grafiek in overeenstemming is met de wet van Stefan-Boltzmann.
- $A = 1\text{m}^2 \quad | \quad T = 5000\ \text{K} \quad | \quad P = \ldots \text{W}$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ met $\sigma = 5{,}67056 \cdot 10^{-8}\ \text{W m}^{-2}\ \text{K}^{-4}$
- $P = 5{,}67056 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \cdot 5000^4 = 3{,}5441 \cdot 10^7\ \text{W}$ *(per vierkante meter)*
- tel het aantal hokjes onder de grafiek $\rightarrow$ 7,1 hokjes
- één hokje is 5000 kW m^{-2}
- oppervlak is $7{,}1 \cdot 5000 = 3{,}55 \cdot 10^4\ \text{kW} \cdot \text{m}^{-2} = 3{,}55 \cdot 10^7\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \rightarrow$ klopt

OOK GOED
- schat de gemiddelde waarde van de grafiek door een horizontale lijn te tekenen met evenveel oppervlak onder als boven de grafiek
- $I_{gem} = 12\ \text{kW} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{nm}^{-1}$
- grafiek tussen 0 en 3000 nm
- $I_{gem} = 3000 \cdot 12 \cdot 10^3 = 3{,}6 \cdot 10^7\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$
- $P = 3{,}6 \cdot 10^7\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \quad \rightarrow$ er is overeenstemming



d Hoeveel keer groter is het oppervlak onder de grafiek bij een temperatuur van 10000 K?

- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \rightarrow \dfrac{P}{A} = \sigma \cdot T^4$ *(vermogen per vierkante meter)*
- T wordt 2 keer zo groot
- $\dfrac{P}{A}$ wordt $2^4 = 16$ keer zo groot
- het oppervlak onder de grafiek wordt 16 keer zo groot

e Hoeveel keer kleiner is de oppervlakte onder de grafiek bij een temperatuur van 300 K?

- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \rightarrow \dfrac{P}{A} = \sigma \cdot T^4$ *(vermogen per vierkante meter)*
- T wordt $\dfrac{300}{5000} = 0{,}06$ keer zo groot
- $\dfrac{P}{A}$ wordt $0{,}06^4 = 1{,}296 \cdot 10^{-5}$ keer zo groot
- het oppervlak onder de grafiek wordt $1{,}296 \cdot 10^{-5}$ keer zo groot

8** **a** Hoeveel zonne-enegie valt er per seconde op het paneel?

- opzoeken: de zonneconstante op aarde is 1368 W/m^2
- $0{,}73 \cdot 1368 = 998{,}64 \text{ W/m}^2$
- $A = 1{,}65 \cdot 1{,}0 = 1{,}65 \text{ m}^2$
- $P = 1{,}65 \cdot 998{,}64 = 1647{,}756 = 1{,}65 \cdot 10^3 \text{ W}$

b Bereken het rendement van het zonnepaneel?

- $P_{in} = 1647{,}756 \text{ W} \quad | \quad P_{nut} = 260 \text{ W} \quad | \quad \eta = \ldots$

- $\eta = \frac{P_{nut}}{P_{in}} \cdot 100\%$
- $\eta = \frac{260}{1647,756} \cdot 100\% = 15,779 = 16\%$

c Hoeveel energie levert een zonnepaneel per jaar uitgedrukt in kWh?

- $880 \text{ uur} = 880 \cdot 60 \cdot 60 = 3,168 \cdot 10^6 \text{ s}$
- $P = 260 \text{ W} \quad | \quad t = 3,168 \cdot 10^6 \text{ s} \quad | \quad E = \ldots \text{J}$
- $E = P \cdot t$
- $E = 260 \cdot 3,168 \cdot 10^6 = 8,2368 \cdot 10^8 \text{ J}$
- $E(\text{kWh}) = \frac{E(J)}{3,6 \cdot 10^6}$
- $E(\text{kWh}) = \frac{8,2368 \cdot 10^8}{3,6 \cdot 10^6} = 228,8 = \text{kWh}$

d Hoeveel zonnepanelen heeft een gezin met 4 personen nodig om alle elektriciteit op te wekken?

- aantal panelen: $\frac{4600}{228,8} = 20,105 = 20$ panelen

9**

a Hoeveel vierkante meter zonnepanelen zijn er in Australië nodig om de energie van de hele mensheid op te wekken?

- opzoeken: de zonneconstante op aarde is 1368 W/m^2
- $0,73 \cdot 1368 = 998,64 \text{ W/m}^2$
- $\eta = \frac{P_{nut}}{P_{in}} \cdot 100\%$
- $\frac{P_{nut}}{998,64} = 0,15 \quad \rightarrow \quad P_{nut} = 149,796 \text{ W}$
- opbrengst per jaar: $E = P \cdot t \quad \rightarrow \quad E = 149,796 \cdot 2900 \cdot 60 \cdot 60 = 1,56387 \cdot 10^9 \text{ J}$
- aantal meters nodig: $\frac{4,0 \cdot 10^{20}}{1,56387 \cdot 10^9} = 2,557757 \cdot 10^{11} = 2,6 \cdot 10^{11} \text{ m}^2$

b Hoe verhoudt zich het met zonnecellen bedekte gebied in Australië met de oppervlakte Nederland?

- $2,557757 \cdot 10^{11} \text{ m}^2 = 2,557757 \cdot 10^5 \text{ km}^2$
- $\frac{2,557757 \cdot 10^5}{4,1543 \cdot 10^4} = 6,15689 = 6,2$ keer de oppervlakte van Nederland

10** **a** Bereken de zonneconstante van de planeet Mars.

- vermogen van de zon $P_{zon} = 3{,}85 \cdot 10^{26}$ W
- afstand tussen zon en mars is $2{,}28 \cdot 10^{11}$ m
- $A = 4\pi \cdot r^2$ *(oppervlakte van bol om de zon met als straal de afstand tot mars)*
- $A = 4\pi \cdot (2{,}28 \cdot 10^{11})^2 = 6{,}5325 \cdot 10^{23}\ m^2$
- ontvangen vermogen per vierkante meter op mars *(= de zonneconstante)*
- $I = \dfrac{3{,}85 \cdot 10^{26}}{6{,}5325 \cdot 10^{23}} = 589{,}36 = 589\ W/m^2$

b Bereken hoeveel procent van het ontvangen zonlicht door Mars wordt geabsorbeerd.

- straal van mars $r = 3{,}390 \cdot 10^6$ m
- frontaal oppervlakte van mars $A = \pi \cdot r^2$
- $A = \pi \cdot (3{,}39 \cdot 10^6)^2 = 3{,}61035 \cdot 10^{13}\ m^2$
- ontvangen vermogen $P_{ontvangen} = 589{,}36 \cdot 3{,}61035 \cdot 10^{13} = 2{,}1277957 \cdot 10^{16}$ W
- $T = 273{,}15 - 63 = 210{,}15\ K$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ met $\sigma = 5{,}67056 \cdot 10^{-8}\ W\,m^{-2}\,K^{-4}$
- uitgestraald $P = 5{,}67056 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}44414 \cdot 10^{14} \cdot (210{,}15)^4 = 1{,}597176 \cdot 10^{16}$ W
- verhouding $\dfrac{1{,}597176 \cdot 10^{16}}{2{,}1277957 \cdot 10^{16}} = 0{,}75062 = 0{,}75$
- $0{,}75 \cdot 100 = 75\%$ wordt opgenomen

11** **a** Bereken de temperatuur van het oppervlak van de zon.

- $A = 4\pi \cdot r^2$
- $A = 4\pi \cdot (6{,}963 \cdot 10^8)^2 = 6{,}0926 \cdot 10^{18}\ m^2$
- $P = 3{,}84 \cdot 10^{26}$ W | $A = 6{,}0926 \cdot 10^{18}\ m^2$ | $T = \ldots K$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ met $\sigma = 5{,}67056 \cdot 10^{-8}\ W\,m^{-2}\,K^{-4}$
- $3{,}85 \cdot 10^{26} = 5{,}67056 \cdot 10^{-8} \cdot 6{,}0926 \cdot 10^{18} \cdot T^4 \rightarrow T^4 = 1{,}114377 \cdot 10^{15}$
- $T = 5778\ K$

b Hoe groot is de straal van Regulus ten opzichte van de straal van de zon?

- $\dfrac{P_{reg}}{P_{zon}} = \dfrac{\sigma \cdot A_{reg} \cdot T_{reg}^4}{\sigma \cdot A_{zon} \cdot T_{zon}^4} = \dfrac{A_{reg} \cdot T_{reg}^4}{A_{zon} \cdot T_{zon}^4} = 250$
- $250 = \dfrac{A_{reg} \cdot (12{,}0 \cdot 10^3)^4}{A_{zon} \cdot 5778^4} \rightarrow \dfrac{A_{reg}}{A_{zon}} = 250 \cdot \dfrac{5778^4}{(12{,}0 \cdot 10^3)^4} = 13{,}4377$
- $A_{reg} = 13{,}4377 \cdot A_{zon}$
- $A = 4\pi \cdot r^2$
- $4\pi \cdot r_{reg}^2 = 13{,}4377 \cdot 4\pi \cdot r_{zon}^2$ *(4π wegstrepen)*
- $r_{reg}^2 = 13{,}4377 \cdot r_{zon}^2 \rightarrow r_{reg} = \sqrt{13{,}4377} \cdot r_{zon} \rightarrow r_{reg} = 3{,}6657 = 3{,}67 \cdot r_{zon}$

12** **a** Geef twee redenen waarom Proxima Centauri per seconde minder licht uitzendt dan de zon.

- Proxima Centauri heeft een kleiner oppervlak dan de zon
- Proxima Centauri heeft een lagere oppervlaktetemperatuur dan de zon

b Bereken hoeveel keer minder licht Proxima Centauri uitstraalt dan de zon.

- $A_{prox} = 0{,}21^2 \cdot A_{zon} = 0{,}0441 \cdot A_{zon}$
- $T_{prox} = \dfrac{2600}{5784} \cdot T_{zon} = 0{,}449516 \cdot T_{zon}$
- $T^4_{prox} = 0{,}449516^4 \cdot T^4_{zon} = 0{,}0408301 \cdot T^4_{zon}$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$
- $\dfrac{P_{prox}}{P_{zon}} = \dfrac{\sigma \cdot A_{prox} \cdot T^4_{prox}}{\sigma \cdot A_{zon} \cdot T^4_{zon}} = \dfrac{A_{prox} \cdot T^4_{prox}}{A_{zon} \cdot T^4_{zon}}$
- $\dfrac{P_{prox}}{P_{zon}} = \dfrac{0{,}0441 \cdot A_{zon} \cdot 0{,}0408301 \cdot T^4_{zon}}{A_{zon} \cdot T^4_{zon}}$
- wegstrepen: A_{zon} en T^4_{zon}
- $\dfrac{P_{prox}}{P_{zon}} = 0{,}0441 \cdot 0{,}0408301 = 1{,}80061 \cdot 10^{-3} = 1{,}8 \cdot 10^{-3}$
- Proxima Centauri straalt $1{,}8 \cdot 10^{-3}$ keer minder licht uit dan de zon

c Bereken de lichtsterkte (het vermogen) van Canopus ten opzichte van de lichtsterkte van de zon.

- $A_{cano} = 54^2 \cdot A_{zon} = 2916 \cdot A_{zon}$
- $T_{cano} = \dfrac{8400}{5784} \cdot T_{zon} = 1{,}452282 \cdot T_{zon}$
- $T^4_{cano} = 1{,}452282^4 \cdot T^4_{zon} = 4{,}4484018 \cdot T^4_{zon}$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$
- $\dfrac{P_{cano}}{P_{zon}} = \dfrac{\sigma \cdot A_{cano} \cdot T^4_{cano}}{\sigma \cdot A_{zon} \cdot T^4_{zon}} = \dfrac{A_{cano} \cdot T^4_{cano}}{A_{zon} \cdot T^4_{zon}}$
- $\dfrac{P_{prox}}{P_{zon}} = \dfrac{2916 \cdot A_{zon} \cdot 4{,}4484018 \cdot T^4_{zon}}{A_{zon} \cdot T^4_{zon}}$
- wegstrepen: A_{zon} en T^4_{zon}
- $\dfrac{P_{prox}}{P_{zon}} = 2916 \cdot 4{,}4484018 = 1{,}29715 \cdot 10^4 = 1{,}3 \cdot 10^4$
- Canopus straalt $1{,}3 \cdot 10^4$ keer meer licht uit dan de zon

13** **a** Welke van deze sterren heeft het grootste stralingsvermogen?

- **Castor:** $r_{cast} = 2{,}7 \cdot r_{zon} \rightarrow r_{cas} = 2{,}7 \cdot 6{,}963 \cdot 10^{8} = 1{,}88001 \cdot 10^{9}$ m
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \rightarrow P_{cas} = \sigma \cdot 4\pi \cdot r_{cas}^2 \cdot T_{cas}^4$
- $P_{cas} = 5{,}67056 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (1{,}88001 \cdot 10^{9})^2 \cdot (9{,}5 \cdot 10^3)^4 = 2{,}051597 \cdot 10^{28}$ W
- **Polaris:** $r_{pol} = 47 \cdot r_{zon} \rightarrow r_{cas} = 47 \cdot 6{,}963 \cdot 10^{8} = 3{,}27261 \cdot 10^{10}$ m
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \rightarrow P_{cas} = \sigma \cdot 4\pi \cdot r_{cas}^2 \cdot T_{cas}^4$
- $P_{pol} = 5{,}67056 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (3{,}27261 \cdot 10^{10})^2 \cdot (5{,}9 \cdot 10^3)^4 = 9{,}247671 \cdot 10^{29}$ W
- Polaris heeft het grootste stralingsvermogen

b Bereken de verhouding tussen de op aarde waargenomen lichtintensiteit (W/m^2) van Castor en Polaris

- $P_{cas} = 5{,}67056 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (1{,}88001 \cdot 10^{9})^2 \cdot (9{,}5 \cdot 10^3)^4 = 2{,}051597 \cdot 10^{28}$ W
- $A = 4\pi \cdot r^2$ *(oppervlakte van bol om Castor met als straal de afstand tot de aarde)*
- $A = 4\pi \cdot (48 \cdot 10^{16})^2 = 2{,}89529 \cdot 10^{36}\ m^2$
- ontvangen vermogen per vierkante meter op aarde
- $I_{cas} = \dfrac{2{,}051597 \cdot 10^{28}}{2{,}89529 \cdot 10^{36}} = 7{,}085977 \cdot 10^{-9}\ W/m^2$
- $P_{pol} = 5{,}67056 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (3{,}27261 \cdot 10^{10})^2 \cdot (5{,}9 \cdot 10^3)^4 = 9{,}247671 \cdot 10^{29}$ W
- $A = 4\pi \cdot r^2$ *(oppervlakte van bol om Polaris met als straal de afstand tot de aarde)*
- $A = 4\pi \cdot (410 \cdot 10^{16})^2 = 2{,}1124069 \cdot 10^{38}\ m^2$
- ontvangen vermogen per vierkante meter op aarde
- $I_{pol} = \dfrac{9{,}247671 \cdot 10^{29}}{2{,}1124069 \cdot 10^{38}} = 4{,}377789 \cdot 10^{-9}\ W/m^2$
- verhouding $\dfrac{I_{cas}}{I_{pol}} = \dfrac{7{,}085977 \cdot 10^{-9}}{4{,}377789 \cdot 10^{-9}} = 1{,}61862 = 1{,}62$

OOK GOED

- $\dfrac{P_{cas}}{P_{pol}} = \dfrac{\sigma \cdot A_{cas} \cdot T_{cas}^4}{\sigma \cdot A_{pol} \cdot T_{pol}^4} = \dfrac{\sigma \cdot 4\pi \cdot r_{cas}^2 \cdot T_{cas}^4}{\sigma \cdot 4\pi \cdot r_{pol}^2 \cdot T_{pol}^4} \rightarrow \dfrac{P_{cas}}{P_{pol}} = \dfrac{r_{cas}^2 \cdot T_{cas}^4}{r_{pol}^2 \cdot T_{pol}^4}$
- $\dfrac{P_{cas}}{P_{pol}} = \dfrac{(2{,}7 \cdot r_{zon})^2 \cdot (9{,}5 \cdot 10^3)^4}{(47 \cdot r_{zon})^2 \cdot (5{,}9 \cdot 10^3)^4} = \dfrac{2{,}7^2 \cdot r_{zon}^2 \cdot (9{,}5 \cdot 10^3)^4}{47^2 \cdot r_{zon}^2 \cdot (5{,}9 \cdot 10^3)^4}$ wegstrepen r_{zon}^2
- $\dfrac{P_{cas}}{P_{pol}} = \dfrac{2{,}7^2 \cdot (9{,}5 \cdot 10^3)^4}{47^2 \cdot (5{,}9 \cdot 10^3)^4} = \dfrac{5{,}93775 \cdot 10^{16}}{2{,}676725 \cdot 10^{18}} = 2{,}218289 \cdot 10^{-2}$
- Polaris staat 8,54 keer verder weg
- de intensiteit neemt af met $8{,}54^2 = 72{,}9316$
- $\dfrac{I_{cas}}{I_{pol}} = 2{,}218289 \cdot 10^{-2} \cdot 72{,}9361 = 1{,}61783 = 1{,}62$

14** **a** Bereken het uitgestraalde vermogen per m² van Antares A.

- lichtsterkte is het stralingsvermogen
- $P_{zon} = 3{,}85 \cdot 10^{26}\ \text{W}$
- $P_{ant} = 90000 \cdot 3{,}85 \cdot 10^{26} = 3{,}465 \cdot 10^{31}\ \text{W}$

b Bereken de oppervlaktetemperatuur van Antares A.

- $r_{zon} = 6{,}963 \cdot 10^{8}\ \text{m}$
- $r_{ant} = 1100 \cdot 6{,}963 \cdot 10^{8} = 7{,}6593 \cdot 10^{11}\ \text{m}$
- $A_{ant} = 4\pi \cdot r_{ant}^2$
- $A_{ant} = 4\pi \cdot (7{,}6593 \cdot 10^{11})^2 = 7{,}3720458 \cdot 10^{24}\ \text{m}^2$
- $P = 3{,}465 \cdot 10^{31}\ \text{W} \quad | \quad A = 7{,}3720458 \cdot 10^{24}\ \text{m}^2 \quad | \quad T = \ldots \text{K}$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ met $\sigma = 5{,}67056 \cdot 10^{-8}\ \text{W m}^{-2}\ \text{K}^{-4}$
- $3{,}465 \cdot 10^{31} = 5{,}67056 \cdot 10^{-8} \cdot 7{,}3720458 \cdot 10^{24} \cdot T^4 \quad \rightarrow \quad T^4 = 8{,}288754 \cdot 10^{13}$
- $T = 3{,}017327 \cdot 10^{3} = 3{,}017 \cdot 10^{3}\ \text{K}$

c Bereken de maximaal uitgezonden golflengte λ_{max} van Antares A.

- $T = 3{,}017 \cdot 10^{3}\ \text{K} \quad | \quad \lambda_{max} = \ldots \text{m}$
- $\lambda_{max} = \dfrac{k_W}{T}$ met $k_W = 2{,}897756 \cdot 10^{-3}\ \text{K} \cdot \text{m}$
- $\lambda_{max} = \dfrac{2{,}897756 \cdot 10^{-3}}{3{,}017327 \cdot 10^{3}} = 9{,}60372 \cdot 10^{-7} = 9{,}60 \cdot 10^{-7}\ \text{m} \quad (960\ \text{nm})$

15*** **a** Welke ster straalt per seconde de meeste energie uit, Betelgeuze of de zon?

- $I = \sigma \cdot T^4$ en $P = I \cdot A$
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$
- $\dfrac{P_{betel}}{P_{zon}} = \dfrac{\sigma \cdot A_{betel} \cdot T_{betel}^4}{\sigma \cdot A_{zon} \cdot T_{zon}^4} = \left(\dfrac{A_{betel}}{A_{zon}}\right) \cdot \dfrac{T_{betel}^4}{T_{zon}^4}$
- $\dfrac{A_{betel}}{A_{zon}} = 4{,}9 \cdot 10^{5}$
- $\dfrac{P_{betel}}{P_{zon}} = 4{,}9 \cdot 10^{5} \cdot \dfrac{(3{,}6 \cdot 10^{3})^4}{(5{,}78 \cdot 10^{3})^4} = 7{,}37 \cdot 10^{4}$
- Betelgeuze straalt per seconde $7{,}37 \cdot 10^4$ keer meer energie uit dan de zon

Absorptie en emissiespectrum

GEEN OPGAVEN

Dopplerverschuiving

16*** **a** Is de golflengte van de waargenomen EM-straling van waterstofgas groter, kleiner of gelijk aan 21,106114 cm?

- het Andromedastelsel komt dichterbij $\rightarrow$ blauwverschuiving
- de golflengte is kleiner dan 21,106114 cm

b Bereken de golflengte van de waargenomen EM-straling van waterstofgas in het Andromedastelsel.

- $\lambda_0 = 21{,}106114 \text{ cm} \quad | \quad v = 200 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad | \quad \Delta\lambda = \ldots \text{cm}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{21{,}106114} = \dfrac{200 \cdot 10^3}{2{,}99792458 \cdot 10^8} \quad \rightarrow \quad \Delta\lambda = 1{,}40804836 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$
- $\lambda = 21{,}106114 - 1{,}40804836 \cdot 10^{-2} = 21{,}0920335 = 21{,}092034 \text{ cm}$
  (significantie is 6 cijfers achter de komma)

17*** **a** Beweegt dit stelsel naar ons toe of van ons vandaan?

- de golflengte neemt toe $\rightarrow$ roodverschuiving
- het stelsel beweegt van ons vandaan

b Bereken de snelheid van dit sterrenstelsel.

- $\Delta\lambda = 612{,}358 - 587{,}562 = 24{,}796 \text{ nm}$
- $\lambda_0 = 587{,}562 \text{ nm} \quad | \quad \Delta\lambda = 24{,}796 \text{ nm} \quad | \quad v = \ldots \text{m/s}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$
- $\dfrac{24{,}796}{587{,}562} = \dfrac{v}{2{,}99792458 \cdot 10^8} \quad \rightarrow \quad v = 1{,}26516926 \cdot 10^7 = 1{,}26517 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ *(6 significante cijfers)*

c Hoeveel procent van de lichtsnelheid is deze snelheid?

- $\dfrac{v}{c} \cdot 100\% = \dfrac{1{,}26516926 \cdot 10^7}{2{,}99792458 \cdot 10^8} = 4{,}22015 \cdot 10^{-2} \cdot 100\% = 4{,}22\ \%$

18*** **a** Waaraan zie je dat dit een absorptiespectrum is en geen emissiespectrum?

- je ziet donkere lijnen waar het licht is geabsorbeerd

b Bij welke van deze drie spectra staat de stralingsbron stil ten opzichte van de waarnemer?

- opzoeken: waterstof heeft absorptielijnen bij 410, 434, 486, en 656 nm
- dit is in overeenstemming met het bovenste spectrum

c Leg uit of de de bron bij de twee andere spectra naar de waarnemer toe of van de waarnemer af bewegen.

- de golflengte neemt af $\rightarrow$ blauwverschuiving
- de bron beweegt naar de waarnemer toe

d Bereken voor de twee andere spectra de snelheid van de bron.

- bij het middelste spectrum is de lijn van 656 nm verschoven naar 649 nm
- $\Delta\lambda = 656 - 649 = 7{,}0 \text{ nm}$
- $\lambda_0 = 656 \text{ nm} \quad | \quad \Delta\lambda = 7{,}0 \text{ nm} \quad | \quad v = \ldots \text{m/s}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$
- $\dfrac{7}{656} = \dfrac{v}{2{,}99792458 \cdot 10^8} \quad \rightarrow \quad v = 3{,}199 \cdot 10^6 = 3{,}2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$
- bij het onderste spectrum is de lijn van 656 nm verschoven naar 624 nm
- $\Delta\lambda = 656 - 624 = 32 \text{ nm}$
- $\lambda_0 = 656 \text{ nm} \quad | \quad \Delta\lambda = 32 \text{ nm} \quad | \quad v = \ldots \text{m/s}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$
- $\dfrac{32}{656} = \dfrac{v}{2{,}99792458 \cdot 10^8} \quad \rightarrow \quad v = 1{,}4624 \cdot 10^7 = 1{,}5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

19.6 De levensloop van sterren

1*** **a** Hoeveel massa verdwijnt er in één reactie cyclus?

- $E = 3{,}954 \cdot 10^{-12}$ J | $\Delta m = \ldots$ kg
- $E = m \cdot c^2$
- $3{,}954 \cdot 10^{-12} = \Delta m \cdot (2{,}99792458 \cdot 10^8)^2$
- $\Delta m = 4{,}399418 \cdot 10^{-29} = 4{,}399 \cdot 10^{-29}$ kg

b Hoeveel netto reacties vinden er per seconde in de zon plaats?

- $P = 3{,}85 \cdot 10^{26}$ W | $E = 3{,}954 \cdot 10^{-12}$ J
- $E = P \cdot t \rightarrow E = 3{,}85 \cdot 10^{26} \cdot 1 = 3{,}85 \cdot 10^{26}$ J
- energie per reactie $E = 3{,}954 \cdot 10^{-12}$ J
- aantal reacties per seconde $\dfrac{3{,}85 \cdot 10^{26}}{3{,}954 \cdot 10^{-12}} = 9{,}736875 \cdot 10^{37} = 9{,}74 \cdot 10^{37}$

c Hoeveel massa verdwijnt er per seconde?

- in één reactie verdwijnt $\Delta m = 4{,}399418 \cdot 10^{-29}$ kg
- in één seconde verdwijnt $\Delta m = 4{,}399418 \cdot 10^{-29} \cdot 9{,}736875 \cdot 10^{37}$ kg
- $\Delta m = 4{,}2837024 \cdot 10^9 = 4{,}28 \cdot 10^9$ kg

2*** **a** Voer deze berekening uit.

- per seconde wordt $4{,}27 \cdot 10^9$ kg omgezet in energie
- $E = m \cdot c^2$ met $c = 2{,}99792458 \cdot 10^8$ m/s
- $E = 4{,}27 \cdot 10^9 \cdot (2{,}99792458 \cdot 10^8)^2 = 3{,}83768 \cdot 10^{26} = 3{,}84 \cdot 10^{26}$ J

b Bereken hoeveel jaar het duurt tot al het waterstof in het centrum van de zon is verbruikt.

- massa waterstof in de kern is $1{,}99 \cdot 10^{30} \cdot 0{,}14 \cdot 0{,}70 = 1{,}9502 \cdot 10^{29}$ kg
- per seconde wordt $6{,}0 \cdot 10^{11}$ kg waterstof verbruikt
- na $\dfrac{1{,}9502 \cdot 10^{29}}{6{,}0 \cdot 10^{11}} = 3{,}25033 \cdot 10^{17}$ seconde is het waterstof in de kern verbruikt
- $3{,}25033 \cdot 10^{17}\ \text{s} = \dfrac{3{,}25033 \cdot 10^{17}}{365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 1{,}02995 \cdot 10^{10} = 1{,}0 \cdot 10^{10}$ jaar

3*** **a** Leg dit uit.

- als er x keer zo veel massa is is er x keer zoveel brandstof
- de ster kan hiermee x keer zo lang energie produceren

- levensduur is recht evenredig met de massa
- lichtsterkte = stralingsvermogen = energieverbruik per seconde
- als de lichtsterkte x keer zo groot is wordt er per seconde x keer zoveel energie geproduceerd en is de ster x keer zo snel door zijn brandstof heen
- levensduur is omgekeerd evenredig met de lichtsterkte

b Bereken de levensduur van Algol.

- $V_{bol} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- $\rho = \dfrac{m}{V} \quad \rightarrow \quad m = \rho \cdot V$
- $\dfrac{M}{M_{zon}} = \dfrac{\rho \cdot V}{\rho \cdot V_{zon}} = \dfrac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3}{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r_{zon}^3} = \dfrac{r^3}{r_{zon}^3} = \left(\dfrac{r}{r_{zon}}\right)^3$
- $\dfrac{M}{M_{zon}} = 3{,}5^3 = 42{,}875$
- $\frac{M}{M_{zon}} = 42{,}875 \quad | \quad \frac{L}{L_{zon}} = 110 \quad | \quad t = \ldots \text{ jaar}$
- $t = t_{zon} \cdot \dfrac{\frac{M}{M_{zon}}}{\frac{L}{L_{zon}}}$
- $t = 1{,}0 \cdot 10^{10} \cdot \dfrac{42{,}875}{110} = 3{,}8977 \cdot 10^9 = 3{,}9 \cdot 10^9 \text{ jaar}$

c Bereken de levensduur van Wolf 359.

- $\dfrac{M}{M_{zon}} = \left(\dfrac{r}{r_{zon}}\right)^3$
- $\dfrac{M}{M_{zon}} = 0{,}20^3 = 8{,}0 \cdot 10^{-3}$
- $\frac{M}{M_{zon}} = 8{,}0 \cdot 10^{-3} \quad | \quad \frac{L}{L_{zon}} = 0{,}0013 \quad | \quad t = \ldots \text{ jaar}$
- $t = t_{zon} \cdot \dfrac{\frac{M}{M_{zon}}}{\frac{L}{L_{zon}}}$
- $t = 1{,}0 \cdot 10^{10} \cdot \dfrac{8{,}0 \cdot 10^{-3}}{0{,}0013} = 6{,}153846 \cdot 10^{10} = 6{,}2 \cdot 10^{10} \text{ jaar}$

4*** **a** Bereken de dichtheid van de zon zoals zij nu is.

- $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad | \quad r_{zon} = 6{,}963 \cdot 10^8 \text{ m} \quad | \quad \rho_{zon} = \ldots \text{kg/m}^3$
- volume bol: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- $V_{zon} = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(6{,}963 \cdot 10^8\right)^3 = 1{,}414092 \cdot 10^{27} \text{ m}^3$
- $\rho = \dfrac{m}{V}$
- $\rho = \dfrac{1{,}9884 \cdot 10^{30}}{1{,}414092 \cdot 10^{27}} = 1{,}4061316 \cdot 10^3 = 1{,}406 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

b Bereken de dichtheid van de witte dwerg die de zon gaat worden.

- $m_{dwerg\ zon} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30} = 9{,}942 \cdot 10^{29}$ kg
- $r_{dwerg\ zon} = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 10^{6} = 7{,}0 \cdot 10^{6}$ m
- $V_{dwerg\ zon} = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(7{,}0 \cdot 10^{6}\right)^{3} = 1{,}436755 \cdot 10^{21}\ m^{3}$
- $\rho = \dfrac{m}{V}$
- $\rho = \dfrac{9{,}942 \cdot 10^{29}}{1{,}436755 \cdot 10^{21}} = 6{,}91976 \cdot 10^{8} = 6{,}920 \cdot 10^{8}\ kg/m^{3}$

c Hoeveel massa bevat 1 cm³ van deze witte dwerg?

- $1\,cm^{3} = 10^{-6}\ m^{3}$
- $6{,}920 \cdot 10^{8}\ kg/m^{3} = 6{,}920 \cdot 10^{2}\ kg/cm^{3}$

5*** **a** Bereken de dichtheid van deze neutronenster.

- opzoeken: $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg
- $m = 1{,}4 \cdot m_{zon} \quad \rightarrow \quad m = 1{,}4 \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30} = 2{,}78376 \cdot 10^{30}$ kg
- volume bol: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^{3}$
- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (1{,}0 \cdot 10^{4})^{3} = 4{,}18879 \cdot 10^{12}\ m^{3}$
- $\rho = \dfrac{m}{V}$
- $\rho = \dfrac{2{,}78376 \cdot 10^{30}}{4{,}18879 \cdot 10^{12}} = 6{,}645737 \cdot 10^{17} = 6{,}6 \cdot 10^{17}\ kg/m^{3}$

b Bereken de ontsnappingssnelheid van deze neutronenster.

- $m = 2{,}78376 \cdot 10^{30}$ kg | $r = 1{,}0 \cdot 10^{4}$ m | $v_{ontsnap} = \ldots\ m/s$
- $v_{ontsnap}^{2} = \dfrac{2 \cdot G \cdot m}{r}$
- $v_{ontsnap}^{2} = \dfrac{2 \cdot 6{,}67408 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}78376 \cdot 10^{30}}{1{,}0 \cdot 10^{4}} = 3{,}7158074 \cdot 10^{16}$
- $v_{ontsnap} = 1{,}927643 \cdot 10^{8} = 1{,}9 \cdot 10^{8}\ m/s$

6*** **a** Toon aan dat $2r \cdot \sqrt{\frac{2}{3}\pi \cdot \rho \cdot G}$ de eenheid m/s heeft.

- $[2r \cdot \sqrt{\frac{2}{3}\pi \cdot \rho \cdot G}] = m \cdot \left(\dfrac{kg}{m^{3}} \cdot N \cdot m^{2} \cdot kg^{-2}\right)^{1/2}$
- $m \cdot \left(\dfrac{N}{kg \cdot m}\right)^{1/2} = m \cdot \left(\dfrac{kg \cdot \frac{m}{s^{2}}}{kg \cdot m}\right)^{1/2} = \dfrac{m}{s}$

b Toon aan dat $v_{ontsnap} = 2r \cdot \sqrt{\frac{2}{3}\pi \cdot \rho \cdot G}$.

- $v_{ontsnap}^2 = \dfrac{2 \cdot G \cdot m}{r}$
- $m = \rho \cdot V$ en $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow m = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- $v_{ontsnap}^2 = \dfrac{2 \cdot G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3}{r} = \frac{8}{3}\pi \cdot G \cdot \rho \cdot r^2$
- $v_{ontsnap} = \sqrt{\frac{8}{3}\pi \cdot G \cdot \rho \cdot r^2} = 2r \cdot \sqrt{\frac{2}{3}\pi \cdot G \cdot \rho}$

7* a** Bereken de schwarzschildstraal van dit zwarte gat.

- opzoeken: $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg
- $m = 3{,}7 \cdot 10^6 \cdot m_{zon} \rightarrow m = 3{,}7 \cdot 10^6 \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30} = 7{,}35708 \cdot 10^{36}$ kg
- $r_S = \dfrac{2 \cdot G \cdot m}{c^2}$
- $r_S = \dfrac{2 \cdot 6{,}67408 \cdot 10^{-11} \cdot 7{,}35708 \cdot 10^{36}}{(2{,}99792458 \cdot 10^8)^2} = 1{,}092661 \cdot 10^{10} = 1{,}1 \cdot 10^{10}$ m

19.7 Kosmologie

1*** **a** Bereken de golflengte van deze waterstoflijn uitgezonden door een sterrenstelsel dat met een snelheid van 18.000 km/s van ons vandaan beweegt.

- $18.000\ \text{km/s} = 1{,}8\cdot 10^7\ \text{m/s}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{656{,}3} = \dfrac{1{,}8\cdot 10^7}{2{,}99792458\cdot 10^8} \quad\rightarrow\quad \Delta\lambda = 39{,}40526\ \text{nm}$
- beweging van ons vandaan $\rightarrow$ golflengte wordt groter
- $656{,}3 + 39{,}40526 = 695{,}7053 = 695{,}7\ \text{nm}$

b Bereken de golflengte van de 656,3 nm waterstoflijn afkomstig van een sterrenstelsel op 1,8 miljard lichtjaar afstand.

- aflezen: 1,8 miljard lichtjaar: $v = 40.000\ \text{km/s} = 4{,}0\cdot 10^7\ \text{m/s}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{656{,}3} = \dfrac{4{,}0\cdot 10^7}{2{,}99792458\cdot 10^8} \quad\rightarrow\quad \Delta\lambda = 87{,}5672\ \text{nm}$
- beweging van ons vandaan $\rightarrow$ golflengte wordt groter
- $656{,}3 + 87{,}5672 = 743{,}867 = 7{,}4\cdot 10^2\ \text{nm}$

c Is er een recht-evenredig verband tussen de verandering van de golflengte $\Delta\lambda$ en de afstand van een sterrenstelsel?

- het Hubble diagram geeft een recht-evenredig verband tussen de afstand van een sterrenstelsel en de snelheid
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c} \quad\rightarrow\quad \Delta\lambda = \dfrac{v}{\lambda_0\cdot c}$ geeft recht-evenredig verband tussen $\Delta\lambda$ en v
- er is een recht-evenredig verband tussen $\Delta\lambda$ en de afstand

d Bepaal de Hubble constante.

- aflezen: 40.000 km/s bij 1,8 miljard lichtjaar
- $\dfrac{40.000}{1800} = 22{,}2\ \text{km/s}$ per miljoen lichtjaar

e Toon dit aan.

- $v_{max} = c = 3{,}00\cdot 10^8\ \text{m/s} = 3{,}00\cdot 10^5\ \text{km/s}$
- $v = H_0\cdot r$
- $3{,}00\cdot 10^5 = 22\cdot r \quad\rightarrow\quad r = 1{,}36\cdot 10^4$ miljoen lichtjaar
- $r = 13{,}6$ miljard lichtjaar

(de Hubble constante en de grootte van het heelal zijn niet precies bekend)

f Welke conclusie kun je hieraan verbinden?
- de maximaal meetbare afstand van de verste sterrenstelsel is 13,8 miljard lichtjaar
- het waarneembare heelal is 13,8 miljard lichtjaar groot

2*** **a** Beweegt dit stelsel naar ons toe of van ons vandaan?
- de golflengte neemt toe $\rightarrow$ roodverschuiving
- het stelsel beweegt van ons vandaan

b Bereken de snelheid van dit sterrenstelsel.
- $\Delta\lambda = 612{,}358 - 587{,}562 = 24{,}796\ \text{nm}$
- $\lambda_0 = 587{,}562\ \text{nm} \quad | \quad \Delta\lambda = 24{,}796\ \text{nm} \quad | \quad v = \ldots \text{m/s}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$
- $\dfrac{24{,}796}{587{,}562} = \dfrac{v}{2{,}99792458 \cdot 10^8} \rightarrow v = 1{,}26516926 \cdot 10^7 = 1{,}26517 \cdot 10^7\ \text{m/s}$ *(6 significante cijfers)*

c Hoeveel procent van de lichtsnelheid is deze snelheid?
- $\dfrac{v}{c} \cdot 100\% = \dfrac{1{,}26516926 \cdot 10^7}{2{,}99792458 \cdot 10^8} = 4{,}22015 \cdot 10^{-2} \cdot 100\% = 4{,}22\ \%$

d Bepaal de afstand van dit sterrenstelsel.
- $v = 1{,}26517 \cdot 10^7\ \text{m/s} = 1{,}26517 \cdot 10^4\ \text{km/s}$
- $v = H_0 \cdot r$ met $H_0 = 22$ km/s per miljoen lichtjaar
- $1{,}26517 \cdot 10^4 = 22 \cdot r \rightarrow r = 575$ miljoen lichtjaar

3*** **a** Voldoet dit stelsel aan de Hubblerelatie?
- $v = H_0 \cdot r$ met $H_0 = 22$ km/s per miljoen lichtjaar
- met r is 21 miljoen lichtjaar vind je $v = 22 \cdot 21 = 462\ \text{km/s}$
- dit is niet gelijk aan 241 km/s $\rightarrow$ het stelsel voldoet niet aan de Hubble-relatie

b Bij welke golflengte verwacht je de waterstoflijn met $\lambda = 486{,}1$ nm als je een waarneming doet aan dit stelsel?
- $\lambda_0 = 486{,}1\ \text{nm} \quad | \quad v = 241 \cdot 10^3\ \text{m/s} \quad | \quad \Delta\lambda = \ldots \text{cm}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{v}{c}$
- $\dfrac{\Delta\lambda}{486{,}1} = \dfrac{241 \cdot 10^3}{2{,}99792458 \cdot 10^8} \rightarrow \Delta\lambda = 0{,}39077\ \text{nm}$
- het stelsel beweegt van ons vandaan $\rightarrow$ λ wordt groter
- $\lambda = 486{,}1 + 0{,}3907707 = 486{,}49077 = 486{,}5\ \text{nm}$