11 Kromlijnige beweging vwo

11.1 Projectielen afschieten

1[**] **a** Bereken het tijdstip waarop de kogel de grond raakt.
- $y = 100\,m \quad | \quad t = \ldots s$
- $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{2y/g}$
- $t = \sqrt{200/9{,}81} = 4{,}51524 = 4{,}52\,s$

b Bereken de horizontale afstand die de kogel aflegt.
- $v_x = 100\,m/s \quad | \quad t = 4{,}51524\,s \quad | \quad \Delta x = \ldots m$
- $\Delta x = v_{gem} \cdot t \quad \text{met} \quad v_{gem} = v_{x0}$
- $\Delta x = 100 \cdot 4{,}51524 = 451{,}524 = 452\,m$

c Bereken de verticale snelheid v_y op het moment waarop de kogel de grond raakt.
- $v_y = a \cdot t \quad \text{met} \quad a = g = 9{,}81\,m/s^2$
- $v_y = 9{,}81 \cdot 4{,}51524 = 44{,}294 = 44{,}3\,m/s$

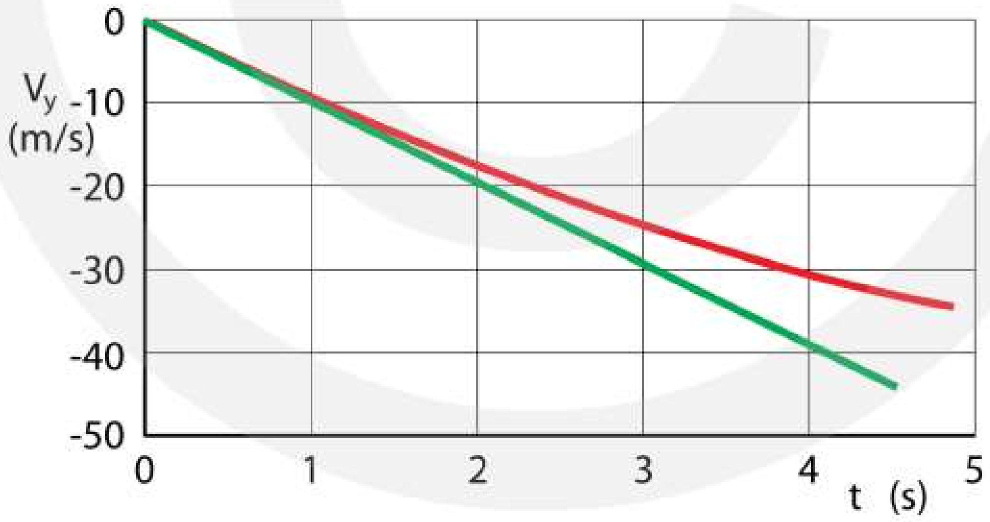
d Bereken de hoek waarmee de kogel de grond raakt.
- $v_{x\,eind} = 100\,m/s \quad | \quad v_{y\,eind} = 44{,}294\,m/s \quad | \quad \alpha = \ldots\,°$
- $\tan\alpha = \dfrac{v_y}{v_x} \quad \rightarrow \quad \tan\alpha = \dfrac{44{,}294}{100} \quad \rightarrow \quad \alpha = 23{,}89 = 23{,}9\,°$

e Leg uit hoe je de baan van de kogel kunt berekenen.
- bereken op veel verschillende tijdstippen de plaatsen x en y
- verbind de (y, x) punten met een vloeiende lijn

f Teken het (v_x, t)-diagram van de horizontale beweging.
- horizontale rechte lijn met v_x = 100 m/s *(groene grafiek)*
- lijn houdt op bij t = 4,52 s

g Bepaal de horizontale verplaatsing uit het (v_x, t)-diagram.
- oppervlakte berekenen onder de (v_x, t)-grafiek tussen t = 0 en t = 4,52 s
- oppervlakte geeft 452 m

h Teken het (v_y, t)-diagram van de verticale beweging.
- schuine lijn naar beneden onder de tijd-as *(groene grafiek)*
- lijn begint op 0 en heeft een helling van -9,81
- lijn houdt op in punt (v_y, t) = (44,3; 4,52)



2*** **Vervolg van opgave 1.**

a Schets in het (v_x, t)-diagram van vraag 2a hoe v_x in dit geval van de tijd afhangt. Gebruik een andere kleur.
- gebogen lijn schuin naar beneden begint in v_x = 100 m/s *(rode grafiek)*
- lijn loopt een stukje door bij t = 4,52 s

b Schets in het (v_y, t)-diagram van vraag 2b hoe v_y in dit geval van de tijd afhangt. Gebruik een andere kleur.

- in het begin is de lijn recht en schuin omlaag, maar buigt later af naar de tijd- as *(rode grafiek)*
- lijn begint in $v_y = 0$ m/s
- lijn loopt een stukje door bij t = 4,52 s

c Iemand beweert dat de kogel met luchtwrijving verder weg komt dan zonder luchtweerstand omdat de valtijd langer is. Leg uit of je het hiermee eens bent.

- dit is afhankelijk van de horizontale beginsnelheid.
- bij lage v_x zal de horizontale afstand toenemen omdat de valtijd langer is en $v_{x,\,gem}$ niet veel afwijkt van $v_{x,\,begin}$
- bij hoge v_x zal de horizontale afstand afnemen omdat ondanks de langere valtijd $v_{x,\,gem}$ kleiner is dan $v_{x,\,begin}$

3*** **a** Toon dit aan.

- $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{2y/g}$
- $y_{Jantje} = 2 \cdot y_{Jan} \quad \rightarrow \quad t_{Jantje} = \sqrt{2} \cdot t_{Jan} \rightarrow$ Jantjes bal vliegt langer.

b Toon dit aan.

- $x_{Jantje} = v_{Jantje} \cdot t_{Jantje} \quad | \quad x_{Jan} = v_{Jan} \cdot t_{Jan}$
- $v_{Jantje} = \frac{1}{2} \cdot v_{Jan}$
- $x_{Jantje} = \frac{1}{2} v_{Jan} \cdot \sqrt{2} \cdot t_{Jan} \quad = \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot v_{Jan} \cdot t_{Jan} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot x_{Jan} = 0{,}71 \cdot x_{Jan}$

c Leg uit waarom Jantje een lichtere steen verder kan gooien dan een zwaardere steen.

- de spierkracht van Jantje blijft gelijk.
- $\Sigma F = m \cdot a$
- ΣF blijft gelijk | m neemt af $\rightarrow$ a neemt toe
- $v = a \cdot t$ a neemt toe en t blijft *(t wordt bepaald door de armlengte)*
- v_x neemt toe
- $\Delta x = v_x \cdot t \quad \rightarrow$ x wordt groter

d Leg uit wie van hen het verste kan gooien. Luchtwrijving is voor beide stenen te verwaarlozen.

- $\Sigma F_{Jan} = m_{Jan} \cdot a_{Jan} \quad | \quad \Sigma F_{Jantje} = m_{Jantje} \cdot a_{Jantje}$
- $\Sigma F_{Jantje} = \frac{1}{2} \Sigma F_{Jan}$ en $m_{Jantje} = \frac{1}{2} m_{Jan}$
- $a_{Jantje} = a_{Jan}$
- $\Delta v = a \cdot t$
- als de tijd t waarin de steen wordt versneld voor beide kinderen gelijk is leggen hun stenen dezelfde afstand af, maar als Jan langere armen heeft en de steen langer kan versnellen komt de steen van Jan verder.

4** **a** Toon aan dat de verticale afstand overeenkomt met een vrije val van 3,0 s.

- $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$
- $s = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 3^2 = 44{,}145\,m$
- dit komt overeen met de verticale verplaatsing

b Bepaal met behulp van bovenstaande figuur de grootte van de snelheid van het vliegtuig.

- aflezen: 18 hokjes → in 3 seconden wordt er $18 \cdot 10 = 180\,m$ afgelegd
- $\Delta x = v_x \cdot t \;\rightarrow\; 180 = v_x \cdot 3 \;\rightarrow\; v_x = 60\,m/s$

c Teken het (snelheid, tijd)-diagram van de verticale snelheid v_y als functie van de tijd, voor het tijdsinterval $0 \le t \le 3{,}0$ s.

- rechte lijn schuin omlaag
- lijn begint bij 0 en eindigt na 3,0 s op $v_y = -9{,}81 \cdot 3 = -29{,}43 = -29\,m/s$

d Schets met een andere kleur in het (v, t)-diagram van vraag b hoe de verticale snelheid v_y in dat geval verloopt als functie van de tijd gedurende het tijdsinterval $0 \le t \le 3{,}0$ s.

- lijn begint net als bij vraag b maar buigt af naar de tijd-as
- met wrijving is de snelheid kleiner dan zonder wrijving
- op zeker moment is de snelheid constant, maar dit zal waarschijnlijk na 3,0 s nog niet het geval zijn

e Bereken hoever de parachutist naast het doel landt.

- $y = 100\,m \;\;|\;\; v_y = 5{,}0\,m/s \;\;|\;\; t = \ldots s$
- $\Delta y = v_y \cdot t \;\rightarrow\; 100 = 5 \cdot t \;\rightarrow\; t = 20\,s$
- $x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \;\; = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 20^2 = 100\,m$

5*** **a** Bereken de horizontale snelheid waarmee de pijl weggeschoten moet worden om in de roos te komen. Luchtwrijving wordt verwaarloosd.

- de y-richting bepaalt het tijdstip waarop de beweging stopt
- $\Delta y = 1{,}65 - 1{,}0 = 0{,}65\,m \;\;|\;\; t = \ldots s$
- $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \;\rightarrow\; t = \sqrt{2y/g} \;\rightarrow\; t = \sqrt{2 \cdot 0{,}65 / 9{,}81} = 0{,}36403\,s$
- $\Delta x = 15{,}0\,m \;\;|\;\; t = 0{,}36403\,s \;\;|\;\; v_{x\,gem} = \ldots m/s$
- $\Delta x = v_{x\,gem} \cdot t \;\rightarrow\; 15 = v_{x\,gem} \cdot 0{,}36403 \;\rightarrow\; v_{x\,gem} = 41{,}2054 = 41{,}2\,m/s$

b Bereken de horizontale component van de snelheid die de pijl heeft op het tijdstip waarop hij de schietschijf raakt.

- de y-richting bepaalt het tijdstip waarop de beweging stopt
- $\Delta y = 1{,}65 - 0{,}85 = 0{,}80\,m \;\;|\;\; t = \ldots s$
- $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \;\rightarrow\; t = \sqrt{2 \cdot 0{,}80 / 9{,}81} \;\rightarrow\; t = 0{,}403855\,s$
- $\Delta x = 15{,}0\,m \;\;|\;\; t = 0{,}403855\,s \;\;|\;\; v_{x\,gem} = \ldots m/s$

- $\Delta x = v_{x\,gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad 15 = v_{x\,gem} \cdot 0,403855 \quad \rightarrow \quad v_{x\,gem} = 37,142\ m/s$
- $v_{x\,gem} = \dfrac{v_{x\,begin} + v_{x\,eind}}{2}$
- $37,142 = \dfrac{50 + v_{x\,eind}}{2} \quad \rightarrow \quad v_{x\,eind} = 24,284 = 24,3\ m/s$

6**** **a** Bereken hoever de pijl boven of onder de roos in de schietschijf komt.

- $v_0 = 20\ m/s \quad | \quad \alpha = 10° \quad | \quad v_{0x} = \ldots m/s \quad | \quad v_{0y} = \ldots m/s$
- $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha \quad | \quad v_{0y} = v_{\cdot 0} \cdot \sin\alpha$
- $v_{0x} = 20 \cdot \cos 10° \quad = 19,69616\ m/s$
- $v_{0y} = 20 \cdot \sin 10° \quad = 3,47296\ m/s$
- de x-richting bepaalt het tijdstip waarop de beweging stopt
- $\Delta x = v_{0x} \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \dfrac{\Delta x}{v_{0x}}$
- $t = \dfrac{15}{19,69616} \quad = 0,7615698\ s$
- $v_{0y} = 3,47296\ m/s \quad | \quad a = -9,81\ m/s^2 \quad | \quad t = 0,7615698\ s \quad | \quad \Delta y = \ldots m$
- $\Delta y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$
- $y = 3,47296 \cdot 0,7615698 - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot (0,7615698)^2 = -0,1999425 = -0,200\ m$
- pijl komt op $1,65 - 0,20 = 1,45\ m$ hoogte op de schietschijf
- dit is 45 cm boven de roos

b Bereken de hoek die de pijl met het horizontale vlak zou maken bij het raken van de schietschijf als er geen luchtwrijving zou zijn.

- $v_x = 19,69616\ m/s$
- $v_y = v_{y0} + a \cdot t$
- $v_y = 3,47296 - 9,81 \cdot 0,7615698 = -3,99804\ m/s$
- minteken geeft aan dat v_y naar beneden is gericht
- $\tan\alpha = \dfrac{v_y}{v_x}$
- $\tan\alpha = \dfrac{3,99804}{19,69616} \quad \rightarrow \quad \alpha = 11,47 = 11°$

7**** **a** Bereken de snelheid waarmee je de bal hebt weggegooid.

- $\Delta y = 14 - 1,5 = 12,5\ m$
- $\Delta y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$
- $12,5 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2$

- $t = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 12{,}5}{9{,}81}} = 1{,}59638 \text{ s}$
- in deze tijd is de verticale snelheid afgenomen van v_y tot nul
- $v_y = g \cdot t = 9{,}81 \cdot 1{,}59638 \quad = 15{,}66046 \text{ m/s}$
- $\Delta x = v_{x\,gem} \cdot t \quad \text{met} \quad \Delta x = 10 \text{ m}$
- $v_{x\,gem} = \dfrac{\Delta x}{t}$
- $v_{x\,gem} = \dfrac{10}{1{,}59638} \quad = 6{,}26417 \text{ m/s}$
- geen luchtweerstand $\rightarrow v_x = v_{x0}$
- $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
- $v = \sqrt{6{,}26417^2 + 15{,}66046^2} \quad = 16{,}8668 = 17 \text{ m/s}$

b Bereken de hoek waarmee je de bal moet weggooien.

- $v_y = 15{,}66046 \text{ m/s} \quad | \quad v_x = 6{,}26417 \text{ m/s}$
- $\tan \alpha = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{15{,}66046}{6{,}26417} = 2{,}5$
- $\alpha = 68{,}199 = 68{,}2^\circ$

8**** **a** Bereken hoe ver de golfbal voor of achter de put komt.

- $v_0 = 40 \text{ m/s} \quad | \quad \alpha = 40^\circ \quad | \quad v_{0x} = \ldots \text{m/s} \quad | \quad v_{0y} = \ldots \text{m/s}$
- $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \quad | \quad v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$
- $v_{0x} = 40 \cdot \cos 40^\circ \quad = 30{,}64178 \text{ m/s}$
- $v_{0y} = 40 \cdot \sin 40^\circ \quad = 25{,}7155 \text{ m/s}$
- bereken de tijd van begin tot hoogste punt: $\Delta v_y = g \cdot t$
- $\Delta v_y = g \cdot t \quad \rightarrow \quad 25{,}7155 = 9{,}81 \cdot t \quad \rightarrow \quad t = 2{,}62095 \text{ s}$
- de hele beweging duurt twee keer zo lang (omhoog en omlaag)
- $t = 2 \cdot 2{,}62095 = 5{,}2419 \text{ s}$
- $v_{x\,gem} = 30{,}64178 \text{ m/s} \quad | \quad t = 5{,}2419 \text{ s} \quad | \quad \Delta x = \ldots \text{m}$
- $\Delta x = v_{x\,gem} \cdot t$
- $\Delta x = 30{,}64178 \cdot 5{,}2419 = 160{,}621 \text{ m}$
- de bal komt 0,621 = 0,62 m achter de put

b Bereken de hoogte van de golfbal op het hoogste punt.

- $v_{0y} = 25{,}7155 \text{ m/s} \quad | \quad t = 2{,}62095 \text{ s} \quad | \quad \Delta y = \ldots \text{m}$
- $\Delta y = v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$
- $y = 25{,}7115 \cdot 2{,}62095 - \tfrac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot (2{,}62095)^2 \quad = 33{,}6943 = 33{,}7 \text{ m}$

11.2 Eenparige cirkelbeweging

1* **a** Wat is een eenparige cirkelbeweging?

- een beweging met een cirkelbaan en een constante baansnelheid
  (eenparig betekent dat iets niet verandert)

b Waarom is er voor een eenparige cirkelbeweging een kracht nodig?

- als er geen resulterende kracht werkt blijft een voorwerp met een constante snelheid in een rechte lijn bewegen
- bij een cirkelbeweging is er wel een constante snelheid maar geen rechte lijn
- er is dus een resulterende kracht nodig

c Hoe heet deze kracht?

- de middelpuntzoekende kracht F_{mpz}
- bij een eenparige cirkelbeweging is F_{mpz} altijd gelijk aan ΣF

2** **a** Een steen aan een touw die horizontaal wordt rondgeslingerd.

- het touw oefent een constante kracht uit gericht naar het middelpunt
- $F_{mpz} = F_{span}$ (F_{span} is de spankracht in het touw)

b Een steen aan een touw die verticaal wordt rondgeslingerd.

- de som van de kracht in het touw én de zwaartekracht
- $F_{mpz} = F_{span} + F_z$ (krachtpijlen optellen, rekening houden met de richting)

c Een zitje van een draaiende zweefmolen.

- de som van de kracht in het touw én de zwaartekracht
- $F_{mpz} = F_{span} + F_z$ (krachtpijlen optellen, rekening houden met de richting)

d De was in een horizontaal draaiende centrifuge.

- de normaalkracht van de wand tegen de naar buiten geslingerde was
- $F_{mpz} = F_n$ (F_n is de normaalkracht van de wand tegen de was)

e De was in een verticaal draaiende centrifuge.

- de som van de normaalkracht van de wand tegen de was én de zwaarte- kracht
- $F_{mpz} = F_n + F_z$ (krachtpijlen optellen, rekening houden met de richting)

f Een satelliet die om de aarde draait.

- de aantrekkingskracht (gravitatiekracht) die de aarde op de satelliet uitoefent
- $F_{mpz} = F_{grav}$

3** **a** Hoe groot is de baansnelheid van je fietsband?

- het wiel slipt niet

- de baansnelheid van je fietsband is gelijk aan de snelheid van de fiets
- $v_{gem} = \frac{s}{t} \rightarrow v_{gem} = \frac{100}{13} = 7{,}6923 = 7{,}7\ m/s$
- $v_{baan} = v_{gem} = 7{,}7\ m/s$

b Bereken de straal van je fietswiel.
- $omtrek = 2\pi \cdot r$
- $2{,}2 = 2\pi \cdot r \rightarrow r = 0{,}35014 = 0{,}35\ m$

c Bereken de omlooptijd van je fietswiel.
- $v_{baan} = 7{,}6923\ m/s \ \ | \ \ r = 0{,}35014\ m \ \ | \ \ T = ...s$
- $v_{baan} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $7{,}6923 = \frac{2\pi \cdot 0{,}35014}{T} \rightarrow T = 0{,}286 = 0{,}29\ s$

d Bereken de (draai) frequentie van het wiel.
- $f = \frac{1}{T}$ (met T in seconde)
- $f = \frac{1}{0{,}286} = 3{,}4965 = 3{,}5\ Hz$

e Bereken de hoeksnelheid van het wiel.
- $\omega = 2\pi \cdot f$
- $\omega = 2\pi \cdot 3{,}4965 = 21{,}969 = 22\ rad/s$

4** **a** Bereken de hoeksnelheid van het boortje.
- $2{,}5 \cdot 10^5$ toeren per minuut is $\frac{2{,}5 \cdot 10^5}{60} = 4{,}16667 \cdot 10^3$ toeren per seconde
- de frequentie is $4{,}16667 \cdot 10^3$ Hz
- $\omega = 2\pi \cdot f \rightarrow \omega = 2\pi \cdot 4{,}16667 \cdot 10^3 = 2{,}61799 \cdot 10^4 = 2{,}6 \cdot 10^4\ rad/s$

b Bereken de baansnelheid van de buitenkant van het boortje.
- $\omega = 2{,}61799 \cdot 10^4\ rad/s \ \ | \ \ r = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} = 0{,}75 \cdot 10^{-3}\ m \ \ | \ \ v_{baan} = ...m/s$
- $v_{baan} = \omega \cdot r \rightarrow v_{baan} = 2{,}61799 \cdot 10^4 \cdot 0{,}75 \cdot 10^{-3} = 19{,}63495 = 20\ m/s$

5*** **a** Bereken de (omloop) frequentie van de trommel tijdens het centrifugeren.
- 1200 omlopen per minuut $= \frac{1200}{60} = 20$ omlopen per seconde
- de (omloop) frequentie is 20 Hz

b Waarom "plakt" tijdens het centrifugeren de natte handdoek tegen de trommelwand?
- de handdoek zal zonder kracht in een rechte lijn bewegen
- om de richting van de snelheid te veranderen is een kracht nodig
- de kracht van de wand op de was is gelijk aan de kracht van de was op de wand (3^e^ wet Newton)

c Bereken de baansnelheid van de natte handdoek tijdens het centrifugeren in m/s en in km/h.
- $r = \frac{0{,}45}{2} = 0{,}225\ \text{m} \quad | \quad T = \frac{1}{f} = 0{,}05\ \text{s} \quad | \quad v_{baan} = \ldots\ \text{m/s}$
- $v_{baan} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{baan} = \frac{2\pi \cdot 0{,}225}{0{,}05} = 28{,}27433 = 28\ \text{m/s}$

d Bereken de middelpuntzoekende kracht op de natte handdoek tijdens het centrifugeren.
- $m = 0{,}600\ \text{kg} \quad | \quad v_{baan} = 28{,}274\ \text{m/s} \quad | \quad r = 0{,}225\ \text{m} \quad | \quad F_{mpz} = \ldots\ \text{N}$
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = \frac{0{,}6 \cdot 28{,}27433^2}{0{,}225} = 2{,}13183 \cdot 10^3 = 2{,}1 \cdot 10^3\ \text{N}$

e Leg uit hoe de centrifuge er voor zorgt dat de handdoek droger wordt.
- het water wordt ook tegen de wand geslingerd maar gaat door de gaatjes uit de trommel

f Leg uit of F_{mpz} tijdens het centrifugeren groter wordt, kleiner wordt of gelijk blijft.
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- tijdens het centrifugeren wordt water weggeslingerd waardoor de massa afneemt
- v_{baan} en r blijven gelijk $\rightarrow$ F_{mpz} wordt kleiner

6** **a** Bereken de omlooptijd en omloopfrequentie van de maan.
- $T = 27{,}32\ \text{dagen} = 27{,}32 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 2{,}360448 \cdot 10^6\ \text{s}$
- $f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{2{,}360448 \cdot 10^6} = 4{,}23648392 \cdot 10^{-7} = 4{,}236 \cdot 10^{-7}\ \text{Hz}$

  (vier significanter cijfers)

b Bereken de hoeksnelheid van de maan.
- $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2{,}360448 \cdot 10^6} = 2{,}66186 \cdot 10^{-8} = 2{,}662 \cdot 10^{-8}\ \text{rad/s}$ *(4 sign. cijfers)*

c Bereken de baansnelheid van de maan.

- $v_{baan} = \omega \cdot r \quad \rightarrow \quad v_{baan} = 2{,}66186 \cdot 10^{-6} \cdot 384{,}4 \cdot 10^{6} = 1023{,}2195 = 1023\ m/s$
  (vier significanter cijfers)

7*** **a** Bereken de lengte van de cassetteband.

- $v_{gem} = 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ m/s \quad | \quad t = 45 \cdot 60 = 2700\ s \quad | \quad s = \ldots m$
- $s = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad s = 5{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 2700 = 135\ m$

b Bereken de omlooptijd van een geleidingswieltje.

- $r = \frac{1}{2} d = \frac{1}{2} \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-3} = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\ m \quad | \quad v = 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ m/s \quad | \quad T = \ldots s$
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- $5{,}0 \cdot 10^{-2} = \dfrac{2\pi \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-3}}{T} \quad \rightarrow \quad T = 0{,}5026548 = 0{,}50\ s$

c Bereken de hoeksnelheid van de volle en de lege spoel.

- $r_{vol} = \frac{1}{2} d = 2{,}25 \cdot 10^{-2}\ m \quad | \quad r_{leeg} = \frac{1}{2} d = 1{,}00 \cdot 10^{-2}\ m$
- $v = \omega \cdot r \quad \rightarrow \quad \omega = \dfrac{v}{r}$
- $\omega_{vol} = \dfrac{5{,}00 \cdot 10^{-2}}{2{,}25 \cdot 10^{-2}} = 2{,}22\ rad/s$
- $\omega_{leeg} = \dfrac{5{,}00 \cdot 10^{-2}}{1{,}00 \cdot 10^{-2}} = 5{,}00\ rad/s$

8** **a** Bereken de omlooptijd en de omloopfrequentie van de draaimolen.

- 10 rondjes per minuut is 1 rondje in $\dfrac{60}{10} = 6{,}0\ s$
- de omlooptijd is 6,0 s
- $f = \dfrac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \dfrac{1}{6} = 0{,}16667 = 0{,}17\ Hz$

b Bereken de hoeksnelheid van Jip en van Janneke.

- $\omega = 2\pi \cdot f \quad \rightarrow \quad \omega = 2\pi \cdot 0{,}16667 = 1{,}0471876 = 1{,}0\ rad/s$

c Bereken de snelheden van Jip en van Janneke.

- $T = 6{,}0\ s \quad | \quad r_{Jip} = 3{,}0\ m \quad | \quad r_{Janneke} = 5{,}0\ m \quad | \quad v = \ldots m/s$
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{Jip} = \dfrac{2\pi \cdot 3}{6} = 3{,}14159 = 3{,}1\ m/s$

- $v_{Janneke} = \dfrac{2\pi \cdot 5}{6} = 5{,}23599 = 5{,}2\ m/s$

OOK GOED

- $\omega = 1{,}047198\ rad/s$ | $r_{Jip} = 3{,}0\ m$ | $r_{Janneke} = 5{,}0\ m$ | $v = \ldots m/s$
- $v = \omega \cdot r$
- $v_{Jip} = 1{,}0472 \cdot 3 = 3{,}1416 = 3{,}1\ m/s$
- $v_{Janneke} = 1{,}0472 \cdot 5 = 5{,}23599 = 5{,}2\ m/s$

d Bereken de afstanden die Jip en Janneke in 1,0 minuut afleggen.

- $s = v_{gem} \cdot t$
- $s_{Jip} = 3{,}1416 \cdot 60 = 188{,}5 = 1{,}9 \cdot 10^2\ m$
- $s_{Janneke} = 3{,}1416 \cdot 60 = 314{,}159 = 3{,}1 \cdot 10^2\ m$

e Bereken de middelpuntzoekende versnelling a_{mpz} van Jip en van Janneke.

- $a_{mpz} = \omega^2 \cdot r$
- $a_{mpz} = \omega^2 \cdot r_{Jip} \quad = 1{,}0472^2 \cdot 3{,}0 = 3{,}29\ m/s^2$
- $a_{mpz} = \omega^2 \cdot r_{Janneke} \quad = 1{,}0472^2 \cdot 5{,}0 = 5{,}48\ m/s^2$

f Leg uit of ze daarin gelijk kan hebben.

- $F_{mpz} = m \cdot a_{mpz}$
- ze kan dus gelijk hebben als $m \cdot a_{mpz}$ toevallig gelijk zijn maar noodzakelijk is dit niet

9*** **a** Hoe groot is de baansnelheid op de Noordpool?

- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- op de Noordpool: $r = 0 \ \rightarrow\ v = 0\ m/s$

b Hoe groot is de hoeksnelheid op de Noordpool?

- $T = 24\ h = 24 \cdot 60 \cdot 60 = 8{,}640 \cdot 10^4\ s$
- $\omega = \dfrac{2\pi}{T} \ \rightarrow\ \omega = \dfrac{2\pi}{8{,}640 \cdot 10^4} = 7{,}272205 \cdot 10^{-5} = 7{,}272 \cdot 10^{-5}\ rad/s$

c Hoe groot is de baansnelheid op de evenaar?

- opzoeken: $r_{aarde} = 6{,}378137 \cdot 10^6\ m$
- $r = 6{,}378137 \cdot 10^6\ m$ | $T = 86400\ s$ | $v = \ldots m/s$
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v = \dfrac{2\pi \cdot 6{,}378137 \cdot 10^6}{86400} = 4{,}63831212 \cdot 10^2 = 4{,}6383 \cdot 10^2\ m/s$ *(5 sign. cijfers)*

d Hoe groot is de hoeksnelheid op de evenaar?

- de hoeksnelheid op de evenaar is hetzelfde als die op de Noorpool
- $\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{8{,}640 \cdot 10^4} = 7{,}272205 \cdot 10^{-5} = 7{,}272 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$

e Hoe groot is de middelpuntzoekende kracht op een persoon van 70 kg op de evenaar?

- $m = 70 \text{ kg} \quad | \quad v_{baan} = 4{,}63831212 \cdot 10^2 \text{ m/s} \quad | \quad r = 6{,}371 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$
- $F_{mpz} = \frac{70 \cdot (4{,}63831212 \cdot 10^2)^2}{6{,}378137 \cdot 10^6} = 2{,}361153 = 2{,}4 \text{ N}$

f Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?

- van de zwaartekracht

g Is de baansnelheid in Amsterdam groter, kleiner of even groot als v_{baan} op de evenaar?

- de straal van de cirkelbeweging van Amsterdam is kleiner dan die van de cirkelbeweging op de evenaar
- de omlooptijd is in Amsterdam gelijk aan die op de evenaar
- $v_{baan} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- r is kleiner en T is gelijk $\rightarrow$ v_{baan} is kleiner

h Is de hoeksnelheid in Amsterdam groter, kleiner of even groot als v_{baan} op de evenaar?

- de hoeksnelheid in Amsterdam is hetzelfde als die op de Noorpool
- $\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{8{,}640 \cdot 10^4} = 7{,}272205 \cdot 10^{-5} = 7{,}272 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$

i Toon dit aan.

- $v_{baan} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad v_{baan}^2 = \left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2}$
- $\frac{v_{baan}^2}{r} = \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2}$
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r} = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$

j Is de middelpuntzoekende kracht op een persoon van 70 kg in Amsterdam groter, kleiner of even groot als F_{mpz} op de evenaar?

- de straal van de cirkelbeweging van Amsterdam is kleiner dan die van de cirkelbeweging op de evenaar
- de omlooptijd is in Amsterdam gelijk aan die op de evenaar

- $F_{mpz} = \dfrac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$
- r is kleiner en T is gelijk $\rightarrow$ F_{mpz} is kleiner

k Bereken F_{mpz} op een persoon van 70 kg in Amsterdam.
- $r_{baan\ Ams} = r_{aarde} \cdot \cos 52 \quad \rightarrow \quad r_{baan\ Ams} = 6{,}371 \cdot 10^6 \cdot 0{,}61566 = 3{,}92238 \cdot 10^6$ m
- $F_{mpz} = \dfrac{4\pi^2 \cdot 70 \cdot 3{,}92238 \cdot 10^6}{86400^2} = 1{,}452044 = 1{,}5\ \text{N}$

10*** **a** Bereken het maximale aantal omwentelingen per minuut van het vliegwiel.
- $v = 2500 / 3{,}6 = 694{,}444\ \text{m/s} \quad | \quad r = 0{,}40\ \text{m} \quad | \quad T = \ldots\ \text{s}$
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- $694{,}444 = \dfrac{2\pi \cdot 0{,}4}{T} \quad \rightarrow \quad T = 3{,}619115 \cdot 10^{-3}$ s
- omwentelingen per minuut: $\dfrac{60}{3{,}619115 \cdot 10^{-3}} = 1{,}657864 \cdot 10^4 = 1{,}66 \cdot 10^4$ RPM

  (RPM is rotaties per minuut)

b Bereken hoeveel maal deze kracht groter is dan de zwaartekracht op de vlieg.
- $a_{mpz} = \dfrac{v^2}{r}$
- $a_{mpz} = \dfrac{694{,}44^2}{0{,}40} = 1{,}2056 \cdot 10^6\ \text{m/s}^2$
- $\dfrac{F_{mpz}}{F_{zw}} = \dfrac{m \cdot a_{mpz}}{m \cdot g} = \dfrac{a_{mpz}}{g}$
- $\dfrac{F_{mpz}}{F_{zw}} = \dfrac{a_{mpz}}{g} = \dfrac{1{,}2056 \cdot 10^6}{9{,}81} = 1{,}2299 \cdot 10^5 = 1{,}23 \cdot 10^5$

11.3 Horizontale cirkelbeweging

1** **a** Bereken de middelpuntzoekende kracht op de vrachtauto.

- $v_{baan} = \frac{80}{3,6} = 22,222\ m/s$ | $m = 10 \cdot 10^3\ kg$ | $r = 300\ m$ | $F_{mpz} = \ldots N$
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 22,222^2}{300} = 1,6461 \cdot 10^4 = 1,6 \cdot 10^4\ N$

b Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?

- de banden oefenen een zijwaartse kracht uit op het wegdek
- de terugduwende kracht (reactiekracht) van het wegdek veroorzaakt F_{mpz}

2*** **a** Voelt Sanne dat ze een bocht neemt?

- bij het nemen van een bocht wordt er een F_{mpz} op Sanne uitgeoefend
- Sanne voelt deze kracht op haar lichaam

b Bereken F_{mpz} op Sanne.

- $m = 63\ kg$ | $v_{baan} = \frac{45}{3,6} = 12,5\ m/s$ | $r = 20\ m$ | $F_{mpz} = \ldots N$
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = \frac{63 \cdot 12,5^2}{20} = 4,921875 \cdot 10^2 = 4,9 \cdot 10^2\ N$

c Waar komt de middelpuntzoekende kracht vandaan?

- F_{mpz} is de zijwaartse kracht van de weg op de wielen van de scooter
- de scooter oefent vervolgens een kracht uit op Sanne

d Met welke snelheid moet Sanne de scherpe bocht nemen?

- $F_{mpz} = 4,921875 \cdot 10^2\ N$ | $m = 63\ kg$ | $r = 5,0\ m$ | $v_{baan} = \ldots m/s$
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $4,921875 \cdot 10^2 = \frac{63 \cdot v_{baan}^2}{5} \rightarrow v_{baan} = 6,25 = 6,3\ m/s$

e Bereken de maximale snelheid waarmee Sanne de bocht mag nemen.

- $a_{mpz} = 9,81\ m/s^2$ | $m = 63\ kg$ | $r = 5,0\ m$ | $v_{baan} = \ldots m/s$

- $a_{mpz} = \dfrac{F_{mpz}}{m} \rightarrow a_{mpz} = \dfrac{v_{baan}^2}{r}$
- $9{,}81 = \dfrac{v_{baan}^2}{5} \rightarrow v_{baan} = 7{,}00357 = 7{,}0\ m/s$

f Moet Sanne dan ook met de helft van de snelheid de bocht nemen?

- $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$ m en r blijven gelijk
- als F_{mpz} de helft wordt en m en r blijven gelijk moet v_{baan}^2 de helft worden
- de helft van v_{baan}^2 is niet hetzelfde als de helft van v_{baan}
- $v_{baan\ nieuw}^2 = \frac{1}{2} v_{baan\ oud}^2 \rightarrow v_{baan\ nieuw} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot v_{baan\ oud}$
- $v_{baan\ nieuw} = 0{,}7071 \cdot v_{baan\ oud}$
- $v_{baan\ nieuw} = 0{,}7071 \cdot 7{,}00357 = 4{,}97745 = 5{,}0\ m/s$
- Sanne kan met meer dan de helft van de normale snelheid de bocht nemen

3*** **a** Bereken hoek α die het wegdek moet hebben, zodat een raceauto met een massa van 800 kg met 252 km/h een bocht kan nemen met een straal van 200 m, zonder zijwaartse wrijvingskracht op de wielen.

- Uit de figuur blijkt $\Sigma F = F_Z \cdot \tan\alpha = m \cdot g \cdot \tan\alpha$
- $\Sigma F = F_{mpz}$
- $F_{mpz} = m \cdot \dfrac{v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = 800 \cdot \dfrac{70^2}{200} = 1{,}96 \cdot 10^4\ N$
- $F_{mpz} = m \cdot g \cdot \tan\alpha \rightarrow \tan\alpha = \dfrac{F_{mpz}}{m \cdot g}$
- $\tan\alpha = \dfrac{1{,}96 \cdot 10^4}{800 \cdot 9{,}81} = 2{,}4975 \rightarrow \alpha = 68{,}1788 = 68{,}2°$

b Bereken de normaalkracht op de raceauto tijdens het nemen van de bocht.

- $\cos\alpha = \dfrac{F_Z}{F_n} \rightarrow F_n = \dfrac{F_Z}{\cos\alpha}$
- $F_n = \dfrac{800 \cdot 9{,}81}{\cos 68{,}1788} = 2{,}1113 \cdot 10^4 = 2{,}11 \cdot 10^4\ N$

c Leg uit waarom de raceauto bij droog weer de bocht met een hogere snelheid kan nemen dan tijdens een regenbui.

- als er behalve F_Z ook nog een zijwaartse wrijvingskracht is kan ΣF en dus ook F_{mpz} groter worden
- als F_{mpz} groter kan worden kan v_{baan} groter worden.

4*** **a** Bereken de spankracht in het touw.

- de verticale component van de spankracht is gelijk aan de zwaartekracht
- $F_{s\,y} = F_z = m \cdot g \rightarrow F_{s\,y} = 2 \cdot 9{,}81 = 19{,}62\ N$
- $F_{s\,y} = F_s \cdot \cos\alpha$
- $F_{s\,y} = F_s \cdot \cos\alpha \rightarrow 19{,}62 = F_s \cdot \cos 30 \rightarrow F_s = 22{,}65522 = 22{,}7\ N$

b Bereken de horizontale component van de spankracht.

- $\frac{F_{s\,x}}{F_{s\,y}} = \tan\alpha \rightarrow F_{s\,x} = F_{s\,y} \cdot \tan\alpha$
- $F_{s\,x} = 19{,}62 \cdot \tan 30 = 11{,}3276 = 11{,}3\ N$

c Stel de horizontale component gelijk aan F_{mpz} en bereken de omlooptijd in seconden.

- $F_{s\,x} = F_{mpz}$
- $m \cdot g \cdot \tan\alpha = \frac{m \cdot v^2}{r}$ *(massa wegstrepen)*
- $v^2 = r \cdot g \cdot \tan\alpha$
- $r = \ell \cdot \sin\alpha \rightarrow r = 1{,}5 \cdot \sin 30 = 0{,}75\ m$
- $v^2 = 0{,}75 \cdot 9{,}81 \cdot \tan 30 \rightarrow v = 2{,}0610324\ m/s$
- $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $2{,}0610324 = \frac{2\pi \cdot 0{,}75}{T} \rightarrow T = 2{,}2864 = 2{,}29\ s$

OOK GOED

- $m \cdot g \cdot \tan\alpha = m \cdot \omega^2 \cdot r$
- $g \cdot \tan\alpha = \omega^2 \cdot r \rightarrow \omega^2 = \frac{g \cdot \tan\alpha}{r} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g \cdot \tan\alpha}{r}}$
- $r = \ell \cdot \sin\alpha = 0{,}75\ m$
- $\omega = \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot \tan 30}{0{,}75}} = 2{,}748\ rad/s$
- $\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$
- $T = \frac{2\pi}{2{,}748} = 2{,}2864 = 2{,}29\ s$

5*** **a** Toon dit aan. Stel hiertoe de horizontale component van de spankracht in het touw gelijk aan de middelpuntzoekende kracht.

- $F_{s\,x} = F_{mpz}$

- $m \cdot g \cdot \tan\alpha = \frac{m \cdot v^2}{r}$ *(massa wegstrepen)*
- $v^2 = r \cdot g \cdot \tan\alpha \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan\alpha}$
- invullen $r = \ell \cdot \sin\alpha$
- $v = \sqrt{\ell \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot \tan\alpha}$

6*** **a** Bewijs de formule voor $T_{cirkelslinger}$.

- $F_{mpz} = \Sigma F = m \cdot g \cdot \tan\alpha$ en $F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$
- $m \cdot g \cdot \tan\alpha = \frac{m \cdot v^2}{r}$ *(massa wegstrepen)*
- $g \cdot \tan\alpha = \frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad v^2 = r \cdot g \cdot \tan\alpha$
- $v = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan\alpha}$
- $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- $\sqrt{r \cdot g \cdot \tan\alpha} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad T = \frac{2\pi \cdot r}{\sqrt{r \cdot g \cdot \tan\alpha}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r}{g \cdot \tan\alpha}}$
- invullen $r = \ell \cdot \sin\alpha$
- $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell \cdot \sin\alpha}{g \cdot \tan\alpha}}$
- $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell \cdot \cos\alpha}{g}}$

OOK GOED

- $m \cdot g \cdot \tan\alpha = m \cdot \omega^2 \cdot r \quad \rightarrow \quad \omega^2 = \frac{g \cdot \tan\alpha}{r} \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{g \cdot \tan\alpha}{r}}$
- $\omega = \frac{2\pi}{T}$
- $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g \cdot \tan\alpha}{r}} \quad \rightarrow \quad \frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{r}{g \cdot \tan\alpha}} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g \cdot \tan\alpha}}$
- $r = \ell \cdot \sin\alpha$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell \cdot \sin\alpha}{g \cdot \tan\alpha}}$

b Toon dit aan.

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell \cdot \cos\alpha}{g}} \quad = \quad 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \cdot \sqrt{\cos\alpha}$

- $\sqrt{\cos\alpha}$ gaat naar 1 als α klein is.
- voor $\alpha = 10^o$: $\sqrt{\cos\alpha} = 0{,}9924$

7***

a Bereken de spankracht in de ketting.
- de verticale component van de spankracht is gelijk aan de zwaartekracht
- $F_{s\,y} = F_z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F_{s\,y} = 140 \cdot 9{,}81 = 1373{,}4\ \mathrm{N}$
- $F_{s\,y} = F_s \cdot \cos\alpha$
- $F_{s\,y} = F_s \cdot \cos\alpha \quad \rightarrow \quad 1373{,}4 = F_s \cdot \cos 40 \quad \rightarrow \quad F_s = 1792{,}846 = 1{,}79 \cdot 10^3\ \mathrm{N}$

b Bereken de horizontale component van de spankracht.
- $\tan\alpha = \dfrac{F_{s\,x}}{F_{s\,y}} \quad \rightarrow \quad F_{s\,x} = F_{s\,y} \cdot \tan\alpha$
- $F_{s\,x} = 1374{,}40 \cdot \tan 40 \quad = 1152{,}42 = 1{,}15 \cdot 10^3\ \mathrm{N}$

c Bereken de baansnelheid.
- $F_{s\,x} = F_{mpz}$
- $m \cdot g \cdot \tan\alpha = m \cdot \dfrac{v^2}{r}$ *(massa wegstrepen)*
- $g \cdot \tan\alpha = \dfrac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad v^2 = r \cdot g \cdot \tan\alpha \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan\alpha}$
- $\ell = 7{,}5\ \mathrm{m} \quad | \quad \alpha = 40^\circ \quad | \quad r = \ldots\ \mathrm{m}$
- $r = \ell \cdot \sin\alpha + 3{,}00$
- $r = 7{,}50 \cdot \sin 40 + 3{,}00 \quad = 7{,}820907\ \mathrm{m}$
- $v = \sqrt{7{,}820907 \cdot 9{,}81 \cdot \tan 40} \quad = 8{,}02361 = 8{,}02\ \mathrm{m/s}$

d Bereken de omlooptijd in seconden.
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad T = \dfrac{2\pi \cdot r}{v}$
- $T = \dfrac{2\pi \cdot 7{,}820907}{8{,}02361} = 6{,}12445 = 6{,}12\ \mathrm{s}$

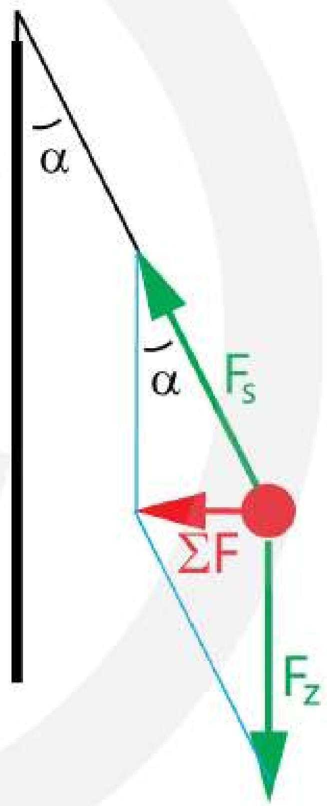
e Bereken de baansnelheid in km/h.
- $\ell = 3{,}5\ \mathrm{m} \quad | \quad \alpha = 80^\circ \quad | \quad r = \ldots\ \mathrm{m}$
- $r = \ell \cdot \sin\alpha + 3{,}00$
- $r = 7{,}50 \cdot \sin 80 + 3{,}00 \quad = 10{,}386\ \mathrm{m}$

- $v = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan\alpha}$
- $v = \sqrt{10{,}386 \cdot 9{,}81 \cdot \tan 80} \quad = 24{,}0381 = 24{,}0\ \mathrm{m/s}$
- $v = 24{,}0381 \cdot 3{,}6 = 86{,}537 = 86{,}5\ \mathrm{km/h}$

f Bereken de G kracht als de zweefmolen op topsnelheid draait.

- $a_{mpz} = \frac{v^2}{r}$
- $a_{mpz} = \frac{(24{,}0381)^2}{10{,}386} \quad = 55{,}635\ m/s^2$
- $G = \frac{55{,}635}{9{,}81} = 5{,}67$ (geen eenheid)

8*** **a** Bereken de kracht die de arm van de atleet op de staalkabel uitoefent.



- $\Sigma F = F_{mpz} = m \cdot \frac{v^2}{r}$
- $F_{mpz} = 7{,}26 \cdot \frac{28{,}8889^2}{1{,}80} = 3{,}36609 \cdot 10^3\ N$
- F_{mpz} is horizontal en F_Z is verticaal
- armkracht = spankracht
- $F_Z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F_Z = 7{,}26 \cdot 9{,}81 = 71{,}2206\ N$
- gebruik Pythagoras voor de berekening van Fs
- $F_S = \sqrt{F_{mpz}^2 + F_Z^2} \quad \rightarrow$
- $F_S = \sqrt{(3{,}36609 \cdot 10^3)^2 + 71{,}2206^2} = 3{,}36684 \cdot 10^3\ N$
- $F_S = 3{,}37 \cdot 10^3\ N$

b Bereken de hoek α tussen de kabel en de verticaal.

- $\tan\alpha = \frac{\Sigma F}{F_Z} \quad \rightarrow \quad \tan\alpha = \frac{3{,}36608 \cdot 10^3}{71{,}2206} = 47{,}26273$
- α = 88,788 = 88,8º

c Bereken de afstand waarover de kogel wordt gegooid. Verwaarloos hierbij de luchtweerstand.

- baansnelheid is 104 km/h = 28,8889 m/s
- $\Delta y = 1{,}50\ m$
- $\Delta y = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad 1{,}5 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad t = 0{,}55300126\ s$
- $\Delta x = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad \Delta x = 28{,}8889 \cdot 0{,}55300126 = 15{,}9756 = 16{,}0\ m$

d Verklaar het grote verschil tussen de wereldrecordafstand en de berekende afstand bij vraag c.

- hij werpt de kogel niet horizontal maar schuin omhoog weg
- vanwege de verticale beginsnelheid is de vliegtijd veel langer
- hierdoor komt de kogel veel verder weg

11.4 Verticale cirkelbeweging

1** **a** Bereken de omlooptijd.

- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad T = \dfrac{2\pi \cdot r}{v_{baan}}$
- v_{baan} = 125/3,6 = 34,7222 m/s | r = 30 m
- $T = \dfrac{2\pi \cdot 30}{34,7222} = 5,42867 = 5,4\ s$

b Leg uit of de gegevens op het uithangbord met elkaar in overeenstemming zijn.

- $a_{mpz} = \dfrac{v_{baan}^2}{r}$
- $a_{mpz} = \dfrac{34,7222^2}{30} = 40,18776\ \ m\,s^{-2}$
- $\dfrac{a_{mpz}}{g} = \dfrac{40,18776}{9,81} = 4,0966 = 4,1$
- een versnelling van 4,3 g wordt dus niet gehaald

2*** **a** Bereken de spankracht in één touw als Vera nog niet aan het schommelen is.

- $F_Z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F_Z = 47 \cdot 9,81 = 461,07\ N$
- twee touwen → $F_{span} = \frac{1}{2}F_Z \quad \rightarrow \quad F_{span} = 230,535 = 2,3 \cdot 10^2\ N$

b Is de spankracht in een touw groter, kleiner of gelijk aan de spankracht als Vera stil hangt.

- in het onderste punt geldt: $\Sigma F = F_{span} - F_Z$
- eenparige cirkelbeweging: $\Sigma F = F_{mpz}$
  (in de evenwichtsstand (onderste punt) verandert de baansnelheid niet)
- $\Sigma F = F_{mpz} = F_{span} - F_Z \quad \rightarrow \quad F_{span} = F_{mpz} + F_Z$
- door de cirkelbeweging wordt de spankracht groter

c Bereken de middelpuntzoekende kracht als Vera het onderste punt passeert.

- $m = 47\ kg$ | $v_{baan} = 2,0\ m/s$ | $r = 2,4\ m$ | $F_{mpz} = \ldots N$
- $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = \dfrac{47 \cdot 3^2}{2,4} = 176,25 = 1,8 \cdot 10^2\ N$

d Bereken de spankracht in één touw als Vera het onderste punt passeert.

- $F_{mpz} = 176{,}25\,N$ | $F_z = 461{,}07\,N$ | $F_{span\,(2x)} = \ldots N$
- $F_{span} = F_{mpz} + F_z$
- $F_{span\,(2x)} = 176{,}25 + 461{,}07 = 637{,}32\,N$
- F_{span} in één touw: $F_{span} = 318{,}66 = 3{,}2 \cdot 10^3\,N$

3* a** Bereken hoe vaak de emmer per minuut moet rondgaan om er voor te zorgen dat het water in de emmer blijft.

- $F_{mpz} = F_{zw}$
- $m \cdot \frac{v_{baan}^2}{r} = m \cdot g$ *(massa wegstrepen)*
- $v_{baan}^2 = g \cdot r \rightarrow v_{baan} = \sqrt{g \cdot r}$
- $v_{baan} = \sqrt{9{,}81 \cdot 1{,}0} = 3{,}132092\,m/s$
- $omtrek = 2\pi \cdot r \rightarrow omtrek = 2\pi \cdot 1{,}0 = 6{,}283185\,m$
- $\Delta x = v_{gem} \cdot t \rightarrow 6{,}283185 = 3{,}132092 \cdot t \rightarrow t = 2{,}00607\,s$
- per minuut zijn er $\frac{60}{2{,}00607} = 29{,}9093 = 30$ omwentelingen nodig

b Bereken de spankracht in het touw op het hoogste en op het laagste punt.

- $omtrek = 6{,}283185\,m$
- 1 rondje per seconde $\rightarrow v = 6{,}283185\,m/s$
- $F_{mpz} = m \cdot \frac{v^2}{r}$
- $F_{mpz} = 3{,}0 \cdot \frac{6{,}283185^2}{1{,}0} = 118{,}435\,N$
- $F_Z = m \cdot g \rightarrow F_Z = 3 \cdot 9{,}81 = 29{,}43\,N$
- Boven: $\Sigma F = F_{mpz} = F_S + F_Z$
- $118{,}435 = F_S + 29{,}43 \rightarrow F_S = 89{,}0053 = 89\,N$
- Onder: $\Sigma F = F_{mpz} = F_S - F_Z$
- $118{,}435 = F_S - 29{,}43 \rightarrow F_S = 147{,}865 = 1{,}5 \cdot 10^2\,N$

c Leg uit of de emmer horizontaal of verticaal wegvliegt.

- de richting van de snelheid is de raaklijn aan de baan
- op het hoogste punt vliegt de emmer dus horizontaal weg

d Leg uit of het water nadat het touw is gebroken totdat het de grond raakt in de emmer blijft.

- de emmer en het water hebben beide dezelfde beginsnelheid
- de emmer en het water ondervinden dezelfde verticale versnelling
- het water blijft dus in de emmer

4*** **a** Bereken je snelheid bij het passeren van punt B.

- $E_{begin} = E_Z = m \cdot g \cdot h \quad | \quad E_{eind} = E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $E_{in} = 0$ en $E_{uit} = 0$ *(geen wrijving dus geen warmteontwikkeling)*
- $E_{begin} = E_{eind} \quad \rightarrow \quad m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ *(massa wegstrepen)*
- $g \cdot h = \frac{1}{2} v^2$
- $9{,}81 \cdot 3 = \frac{1}{2} v^2 \quad \rightarrow \quad v = 7{,}672027 = 7{,}7\ m/s$

b Bereken de middelpuntzoekende versnelling bij het passeren van punt B.

- $a_{mpz} = \dfrac{v^2}{r}$
- $a_{mpz} = \dfrac{7{,}67203^2}{4{,}5} = 13{,}08 = 13\ m/s^2$

c Bereken de kracht die je beide handen in het laagste punt moeten uitoefenen.

- $\Sigma F = F_{mpz} = m \cdot a_{mpz} \quad \rightarrow \quad \Sigma F = 70 \cdot 13{,}08 = 915{,}6\ N$
- $F_Z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F_Z = 70 \cdot 9{,}81 = 686{,}7\ N$
- $\Sigma F = F_n - F_Z$
- $915{,}6 = F_n - 686{,}7 \quad \rightarrow \quad F_n = 1602{,}3 = 1{,}6 \cdot 10^3\ N$

5**** **a** Bereken de middelpuntzoekende kracht F_{mpz} op de skater.

- $F_{mpz} = m \cdot \omega^2 \cdot r$
- $r = 2{,}8 - 0{,}7 = 2{,}1 m$
- $F_{mpz} = 65 \cdot 3{,}5^2 \cdot 2{,}1 = 1672{,}125 = 1{,}7 \cdot 10^3\ N$

b Bereken de component $F_{Z\,x}$ van de zwaartekracht evenwijdig aan de helling bij $\alpha = 40^o$ (zie figuur)

- $F_{Z\,x} = F_Z \cdot \sin\alpha$
- $F_Z = m \cdot g$
- $F_{Z\,x} = 65 \cdot 9{,}81 \cdot \sin 40 = 409{,}8735 = 4{,}1 \cdot 10^2\ N$

c Bereken de component a_x van de versnelling evenwijdig aan de helling op het moment dat $\alpha = 40^o$ (zie figuur)

- $\Sigma F_x = F_{Z\,x} = 409{,}8735\ N$
- $\Sigma F_x = m \cdot a_x \quad \rightarrow \quad 409{,}8735 = 65 \cdot a_x \quad \rightarrow \quad a_x = 6{,}305746 = 6{,}3\ m/s^2$

d Bereken de component van de zwaartekracht die loodrecht op de helling staat $F_{Z\,y}$

- $F_{Z\,y} = F_Z \cdot \cos\alpha$
- $F_{Z\,y} = 65 \cdot 9{,}81 \cdot \cos 40 = 488{,}46824 = 4{,}9 \cdot 10^2\ N$

e Bereken de normaalkracht die de helling op de skater uitoefent.

- $F_{mpz} = F_n - F_{z\,y}$ *($F_{z\,y}$ staat schuin naar beneden)*
- $1672{,}125 = F_n - 488{,}46824 \rightarrow F_n = 2160{,}5932 = 2{,}2 \cdot 10^3\ N$

f Leg uit welke pijl deze richting het beste benadert.

- de versnelling van de skater heeft een component a_y loodrecht op de helling gericht naar het middelpunt $a_y = a_{mpz}$ (richting van pijl 4)
- de versnelling van de skater heeft ook een component a_x evenwijdig aan de helling naar beneden (richting van pijl 2)
- de resulterende versnelling is de som van deze twee versnellingen en moet dus tussen de richtingen van pijl 4 en pijl 2 liggen
- de richting van F_{res} is gelijk aan de richting van a_{res}
- alleen pijl 3 komt in aanmerking

6**** **a** Bereken de minimale en maximale waarde van de spankracht in het touw van de slinger tijdens de cirkelbeweging.

- $f = 4\ Hz \rightarrow T = \dfrac{1}{4} = 0{,}25\ s$
- $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v = \dfrac{2\pi \cdot 1}{0{,}25} = 25{,}13274\ m/s$
- $F_{mpz} = m \cdot \dfrac{v^2}{r}$
- $F_{mpz} = 0{,}3 \cdot \dfrac{25{,}13274^2}{1} = 189{,}4964\ N$
- $F_Z = m \cdot g \rightarrow F_Z = 0{,}3 \cdot 9{,}81 = 2{,}943\ N$
- Boven: $\Sigma F = F_{mpz} = F_S + F_Z$
- $189{,}4964 = F_S + 2{,}943 \rightarrow F_S = 186{,}5534 = 187\ N$
- Onder: $\Sigma F = F_{mpz} = F_S - F_Z$
- $189{,}4964 = F_S - 2{,}943 \rightarrow F_S = 192{,}4394 = 192\ N$

OOK GOED

- $\omega = 2\pi \cdot f \rightarrow \omega = 2\pi \cdot 4 = 25{,}13274\ rad/s$
- $F_{mpz} = m \cdot \omega^2 \cdot r \rightarrow F_{mpz} = 0{,}3 \cdot 25{,}13274^2 \cdot 1 = 189{,}4964\ N$
- $F_Z = m \cdot g \rightarrow F_Z = 0{,}3 \cdot 9{,}81 = 2{,}943\ N$
- Boven: $\Sigma F = F_{mpz} = F_S + F_Z$
- $189{,}4964 = F_S + 2{,}943 \rightarrow F_S = 186{,}5534 = 187\ N$
- Onder: $\Sigma F = F_{mpz} = F_S - F_Z$
- $189{,}4964 = F_S - 2{,}943 \rightarrow F_S = 192{,}4394 = 192\ N$

b Bereken de snelheid waarmee de steen wordt weggeslingerd.

- de steen wordt weggeslingerd met de baansnelheid
- $v = \frac{2\pi \cdot 1}{0{,}25} = 25{,}13274 = 25{,}1\,m/s$

c Bereken de maximale hoogte die de steen bereikt gemeten vanaf de grond.
- verticaal: $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha \quad \rightarrow \quad v_{0y} = 25{,}13274 \cdot \sin 45 = 17{,}77153\,m/s$
- $\Delta v = g \cdot t_{omhoog} \quad \rightarrow \quad 17{,}77153 = 9{,}81 \cdot t_{omhoog} \quad \rightarrow \quad t_{omhoog} = 1{,}811573\,s$
- $v_{gem} = \frac{17{,}77153}{2} = 8{,}885765\,m/s$
- $\Delta y = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad \Delta y = 8{,}885765 \cdot 1{,}811573 = 16{,}097212 = 16\,m$
- het dak is 5,00 m hoog en de slinger bevindt zich op 0,80 m boven het dak
- hoogte is $h = 5{,}00 + 0{,}80 + 16{,}097212 = 21{,}8972 = 21{,}90\,m$

d Bereken de horizontale afstand die de steen heeft afgelegd op het moment dat hij op de grond komt.
- $h = 21{,}89721\,m \quad | \quad t_{omlaag} = \ldots\,s$
- $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad 21{,}89721 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t_{omlaag}^2 \quad \rightarrow \quad t_{omlaag} = 2{,}112880\,s$
- totale tijd: $t_{tot} = t_{omhoog} + t_{omlaag} = 1{,}811573 + 2{,}112880 = 3{,}924453\,s$
- horizontaal: $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha \quad \rightarrow \quad v_{0x} = 25{,}13274 \cdot \cos 45 = 17{,}77153\,m/s$
- $\Delta x = v_{0x} \cdot t \quad \rightarrow \quad \Delta y = 17{,}77153 \cdot 3{,}924453 = 69{,}743538 = 69{,}7\,m$

e Bereken de snelheid waarmee de steen op de grond komt.
- $v_x = v_{0x} = 17{,}77153\,m/s$
- $v_y = g \cdot t_{omlaag} \quad \rightarrow \quad v_y = 9{,}81 \cdot 2{,}112880 = 20{,}727353\,m/s$
- Pythagoras: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 27{,}302938 = 27{,}3\,m/s$

f Bereken de hoek waarmee de steen op de grond komt.
- $\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} \quad \rightarrow \quad \tan\alpha = \frac{20{,}727353}{17{,}77153} = 1{,}1663235$
- $\alpha = 49{,}39038 = 49{,}4°$

11.5 Gravitatie

1[**] **a** Bereken de aantrekkende gravitatiekracht die deze stenen op elkaar uitoefenen.

- $F_G = G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ met $G = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$
- $F_G = 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{1 \cdot 1}{1^2} = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \text{N}$

b Bereken de afstand tussen twee puntmassa's van 1,0 kg die een gravitatie-kracht van 1,0 N op elkaar uitoefenen.

- $F_G = G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$
- $1 = 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{1 \cdot 1}{r^2} \rightarrow r^2 = 6{,}674 \cdot 10^{-11} \rightarrow r = 8{,}169 \cdot 10^{-6} = 8{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$

2[**] **a** Leid de formule af voor g die volgt uit de gravitatiewet van Newton.

- vlak bij het oppervlak van de aarde geldt: $m_1 = M_{aarde}$ en $r = r_{aarde}$
- $F_G = G \cdot \dfrac{M_{aarde}}{r_{aarde}^2} \cdot m \rightarrow F_G = \left(G \cdot \dfrac{M_{aarde}}{r_{aarde}^2}\right) \cdot m = g \cdot m$
- $g = G \cdot \dfrac{M_{aarde}}{r_{aarde}^2}$

b Geef de eenheid af van de gravitatieconstante G in basiseenheden.

- $[G] = \text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$
- $\text{N} = \text{kg} \cdot \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- $[G] = \text{kg} \cdot \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \dfrac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} = \dfrac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

c Leid de eenheid van g af uit de gravitatiewet van Newton.

- $g = G \cdot \dfrac{M_{aarde}}{r_{aarde}^2} \rightarrow [g] = \dfrac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^2} = \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

3[***] **a** Bereken de massa's van de twee loden bollen.

- dichtheid van lood: $\rho = 11300\ \text{kg} / \text{m}^3$
- volume grote bol: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}15^3 = 1{,}4137 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$
- volume kleine bol: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}0255^3 = 6{,}9456 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^3$
- $\rho = \dfrac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V$

- lood: $\rho = 11300\,kg/m^3$
- grote bol: $m_{groot} = 11300 \cdot 1{,}4137 \cdot 10^{-2} = 159{,}748 = 160\,kg$
- kleine bol: $m_{klein} = 11300 \cdot 6{,}9456 \cdot 10^{-5} = 0{,}78485 = 0{,}785\,kg$

b Bereken de gravitatiekracht tussen de twee bollen als de afstand tussen de bollen gemeten vanaf de buitenkant 1,0 cm is.
- r is de afstand tussen de zwaartepunten van de bollen in meter
- $r = 0{,}15 + 0{,}0255 + 0{,}010 = 0{,}1855\,m$
- $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$
- $F_G = 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{159{,}75 \cdot 0{,}78485}{0{,}1855^2} = 2{,}431789 \cdot 10^{-7} = 2{,}43 \cdot 10^{-7}\,N$

4** **a** Bereken de massa van de aarde.
- omtrek $= 2\pi \cdot r$
- $4{,}003 \cdot 10^7 = 2\pi \cdot r \rightarrow r = 6{,}371 \cdot 10^6\,m$
- $g = G \cdot \frac{M_{aarde}}{r_{aarde}^2}$
- $9{,}817 = 6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{M_{aarde}}{(6{,}371 \cdot 10^6)^2}$
- $M_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}\,kg$

b Bereken het volume van de aarde.
- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (6{,}371 \cdot 10^6)^3 \rightarrow V = 1{,}0832 \cdot 10^{21}\,m^3$

c Bereken de gemiddelde dichtheid van de aarde.
- $\rho = \frac{m}{V}$
- $\rho = \frac{5{,}972 \cdot 10^{24}}{1{,}0832 \cdot 10^{21}} \rightarrow \rho = 5{,}51 \cdot 10^3\,kg/m^3$
- $\rho = 5{,}51\,g/cm^3$

d Welke conclusie kun je trekken uit bovenstaande gegevens in combinatie met het antwoord op vraag c?
- de dichtheid van steen is een stuk kleiner dan de gemiddelde dichtheid van de aarde
- de dichtheid van metalen is een wat groter dan de gemiddelde dichtheid van de aarde
- de aarde kan niet voornamelijk uit steen bestaan maar moet ook veel metaal bevatten

5*** **a** Welke kracht werkt in dit gedachtenexperiment als middelpuntzoekende kracht?

- zonder luchtweerstand werkt alleen de zwaartekracht op de kogel
- $\Sigma F = F_Z = F_{mpz}$

b Toon dit aan.

- $\Sigma F = F_Z = F_{mpz}$
- $m \cdot \frac{v^2}{r_{aarde}} = m \cdot g$
- massa wegstrepen
- $v^2 = g \cdot r_{aarde} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{g \cdot r_{aarde}}$

c Bereken de beginsnelheid waarbij dit het geval is. Luchtwrijving wordt verwaarloosd.

- opzoeken: $r_{aarde} = 6{,}378 \cdot 10^6$ m
- $v = \sqrt{9{,}81 \cdot 6{,}378 \cdot 10^6} = 7{,}91 \cdot 10^3$ m/s

d Bereken de omlooptijd van de kogel.

- $v_{baan} = 7{,}9100 \cdot 10^3$ m/s
- omtrek aarde: $\text{omtrek} = 2\pi \cdot r_{aarde} = 4{,}0074 \cdot 10^7$ m
- $s = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad 4{,}0074 \cdot 10^7 = 7{,}91 \cdot 10^3 \cdot t \quad \rightarrow \quad t = 5{,}066242 \cdot 10^3$ s
- $t = 1{,}40729 = 1{,}41$ uur

6** **a** Bereken de gravitatiekracht die de Aarde op de Maan uitoefent.

- $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ met $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$
- $m_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg | $m_{maan} = 0{,}0735 \cdot 10^{24}$ kg
- $F_G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}972 \cdot 10^{24} \cdot 0{,}0735 \cdot 10^{24}}{(384{,}4 \cdot 10^6)^2} = 1{,}9825 \cdot 10^{20} = 1{,}983 \cdot 10^{20}$ N

b Bereken de gravitatiekracht die de Maan op de Aarde uitoefent.

- gebruik dezelfde formule met dezelfde getallen
- zelfde antwoord: $F_G = 1{,}983 \cdot 10^{20}$ N

c Bereken de omlooptijd van de aarde om de maan in dagen.

- $F_{mpz} = 1{,}9825 \cdot 10^{20}$ N | $m_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg | $r = 384{,}4 \cdot 10^6$ m
- $F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$
- $1{,}9825 \cdot 10^{20} = \frac{5{,}972 \cdot 10^{24} \cdot v^2}{384{,}4 \cdot 10^6} \quad \rightarrow \quad v = 112{,}9636 = 113{,}0$ m/s

7** **a** Gebruik de derde wet van Kepler om de afstand tussen de aarde en de maan te berekenen.

- derde wet van Kepler: $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$; $G = 6{,}6726 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$
- $T = 27{,}321\ dagen = 2{,}36053 \cdot 10^6\ s$
- $\frac{r^3}{(2{,}36053 \cdot 10^6)^2} = \frac{6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 5{,}624374 \cdot 10^{25} \quad \rightarrow \quad r = 3{,}83 \cdot 10^8\ m$

OPMERKING: de werkelijke afstand is $r = 3{,}844 \cdot 10^8\ m$. Het verschil wordt veroorzaakt doordat de massa van de maan niet verwaarloosbaar is ten opzichte van de massa van de aarde.

8** **a** Gebruik de derde wet van Kepler om de afstand tussen Mars en de zon te berekenen.

- derde wet van Kepler: $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$
- $T = 687{,}0\ dagen = 5{,}93568 \cdot 10^7\ s$
- massa Zon is $1{,}9884 \cdot 10^{30}\ kg$
- $\frac{r^3}{(5{,}93568 \cdot 10^7)^2} = \frac{6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 1{,}184297 \cdot 10^{34} \quad \rightarrow \quad r = 2{,}279398 \cdot 10^{11} = 2{,}279 \cdot 10^{11}\ m$

b Gebruik de derde wet van Kepler om de kortste afstand tussen Aarde en Mars te berekenen.

- bereken op dezelfde manier de afstand tussen de Aarde en de zon
- Aarde – Zon: $r = 1{,}496 \cdot 10^{11}\ m$
- kleinste afstand: $r_{min} = 2{,}279 \cdot 10^{11} - 1{,}496 \cdot 10^{11} = 7{,}83 \cdot 10^{10}\ m$

c Bereken de gemiddelde snelheid van de raket.

- $T = 245\ dagen = 2{,}1168 \cdot 10^7\ s$
- $r_{min} = 7{,}83 \cdot 10^{10}\ m$
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $7{,}38 \cdot 10^{10} = v_{gem} \cdot 2{,}1168 \cdot 10^7$
- $v_{gem} = 3{,}486 \cdot 10^3\ m/s \quad (= 12.551 km/h)$

9** **a** Bereken de massa van het centrum van de Melkweg uitgedrukt in aantal keer de zonmassa.

- derde wet van Kepler: $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$
- $T = 2{,}45 \cdot 10^8$ jaar $= 7{,}731612 \cdot 10^{15}$ s (een jaar heeft 365,25 dagen)
- $\frac{(2{,}5 \cdot 10^{20})^3}{(7{,}731612 \cdot 10^{15})^2} = \frac{6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot M}{4\pi^2}$
- $M_{melkweg} = 1{,}54648 \cdot 10^{41}$ kg
- $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg
- $\frac{M_{melkweg}}{m_{zon}} = \frac{1{,}54648 \cdot 10^{41}}{1{,}9884 \cdot 10^{30}} = 7{,}78 \cdot 10^{10}$ (78 miljard keer de zonmassa)

b Verwacht je dat de werkelijke massa groter of kleiner is dan de berekende massa? Leg je antwoord uit.

- de werkelijke massa is groter want alle sterren op grotere afstand van het centrum dan de zon worden niet meegeteld

10*** **a** Bereken de massa van de maan.

- derde wet van Kepler: $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ | $G = 6{,}6726 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}
- $T = 119$ minuten $= 7140$ s
- $r = 1{,}738 \cdot 10^6 + 112000 = 1{,}49 \cdot 10^6$ m
- $\frac{(1{,}85 \cdot 10^6)^3}{(7140)^2} = \frac{6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot M}{4\pi^2}$
- $M_{maan} = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg

11*** **a** Leg uit wat met een polaire baan wordt bedoeld.

- een polaire baan is een baan om de Noordpool en de Zuidpool

b Gebruik de derde wet van Kepler om de afstand van de MetOP satelliet tot het middelpunt van de aarde te berekenen.

- derde wet van Kepler: $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$
- $T = 101$ minuten $= 6060$ s | $m_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg | $r = \ldots$ m
- $\frac{r^3}{(6060)^2} = \frac{6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 3{,}70681 \cdot 10^{20} \rightarrow r = 7{,}18345 \cdot 10^6 = 7{,}18 \cdot 10^6$ m

c Hoeveel kilometer staat de MetOp satelliet boven het aardoppervlak?

- $\text{hoogte} = r - r_{aarde}$
- $\text{hoogte} = 7{,}18345 \cdot 10^6 - 6{,}371 \cdot 10^6 = 8{,}12 \cdot 10^5\ \text{m} = 812\ \text{km}$

12*** **a** Bereken de omtrek van de baan van de ISS.

- $\text{omtrek} = 2\pi \cdot r$
- $r = 6{,}371 \cdot 10^6 + 370000 = 6{,}741 \cdot 10^6\ \text{m}$
- $\text{omtrek} = 2\pi \cdot 6{,}741 \cdot 10^6 \quad \rightarrow \quad \text{omtrek} = 4{,}2355 \cdot 10^7\ \text{m}$

b Gebruik de derde wet van Kepler om de omlooptijd van de ISS in zijn baan om de aarde te berekenen.

- derde wet van Kepler: $\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G \cdot M}{4\pi^2}$
- $r = 6{,}741 \cdot 10^6\ \text{m} \quad | \quad m = 5{,}972 \cdot 10^{24}\ \text{kg} \quad | \quad T = \ldots\ \text{s}$
- $\dfrac{(6{,}741 \cdot 10^6)^3}{T^2} = \dfrac{6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- kruislings vermenigvuldigen:
  $T^2 = \dfrac{4\pi^2 \cdot (6{,}741 \cdot 10^6)^3}{6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}} \quad \rightarrow \quad T = 5{,}50831 \cdot 10^3 = 5{,}51 \cdot 10^3\ \text{s}$

c Bereken de snelheid van de ISS in zijn baan om de aarde.

- $s = 4{,}2355 \cdot 10^7\ \text{m} \quad | \quad t = 5508{,}3\ \text{s} \quad | \quad v_{gem} = \ldots\ \text{m/s}$
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $4{,}2355 \cdot 10^7 = v_{gem} \cdot 5508{,}3$
- $v_{gem} = 7{,}6886 \cdot 10^3 = 7{,}69 \cdot 10^3\ \text{m/s}$

13*** **a** Bereken de omlooptijd van de GPS satelliet.

- $\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$
- $r = 2{,}66 \cdot 10^7\ \text{m}$
- $\dfrac{(2{,}66 \cdot 10^7)^3}{T^2} = \dfrac{6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- kruislings vermenigvuldigen: $T^2 = \dfrac{4\pi^2 \cdot (2{,}66 \cdot 10^7)^3}{6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}$
- $T^2 = 1{,}86462 \cdot 10^9 \quad \rightarrow \quad T = 4{,}31812 \cdot 10^4 = 4{,}32 \cdot 10^4\ \text{s}$

b Bereken hoeveel graden de aarde om haar as is gedraaid in de omwentelingstijd van een GPS satelliet.

- $24\,h = 8{,}64 \cdot 10^4\ s$
- de aarde draait 360 graden in $8{,}64 \cdot 10^4\ s$
- in $4{,}31812 \cdot 10^4\ s$ draait de aarde $\dfrac{4{,}31812 \cdot 10^4}{8{,}64 \cdot 10^4} \cdot 360 = 179{,}92 = 180$ graden

c Bereken hoeveel omwentelingen een GPS satelliet per dag om de aarde maakt.
- in 1 omwenteling draait de aarde 180 graden
- in 2 omwenteling draait de aarde 360 graden
- een GPS satelliet heeft precies 2 omwentelingen per dag

14* a** Leg uit wat met een geostationaire baan wordt bedoeld.
- een satelliet met een geostationaire baan staat stil boven een vast punt op het aardoppervlak
- een geostationaire baan heeft een omwentelingstijd van exact 24 uur
- een satelliet met een geostationaire baan bevindt zich op een boven de evenaar van de aarde

b Leg uit waarom dit noodzakelijk is.
- als de baan van de satelliet een helling maakt ten opzichte van het vlak van de evenaar staat de satelliet niet meer stil boven een vast punt op het aardoppervlak

c Bereken de afstand van een geostationaire satelliet tot het middelpunt van de aarde.
- $\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$
- $T = 24\,h = 8{,}64 \cdot 10^4\ s$ | $m_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}\ kg$
- $\dfrac{r^3}{86400^2} = \dfrac{6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $r^3 = 7{,}5363895 \cdot 10^{22} \rightarrow r = 4{,}22397 \cdot 10^7 = 4{,}224 \cdot 10^7\ m$

d Bereken hoe hoog een geostationaire satelliet zich boven het aardoppervlak bevindt.
- $h_{geostationair} = 4{,}22397 \cdot 10^7 - 6{,}378 \cdot 10^6 = 3{,}58617 \cdot 10^7\ m = 3{,}586 \cdot 10^7\ km$

e Bereken de baansnelheid van een geostationaire satelliet.
- $r = 4{,}22397 \cdot 10^7\ m$ | $T = 86400\ s$ | $v_{baan} = \ldots m/s$
- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot 4{,}22397 \cdot 10^7}{86400} = 3{,}071758 \cdot 10^3 = 3{,}072 \cdot 10^3\ m/s$

15*** **a** Denk je dat de ster die de supernova heeft veroorzaakt daadwerkelijk is ontploft op 4 juli 1054? Zo nee, wanneer dan wel?

- het licht heeft 6500 jaar nodig om van de plaats van de supernova naar de aarde te bewegen
- in werkelijkheid vond de supernova 6500 eerder plaats
- dus $1054 - 6500 = 5446$ jaar voor christus

b Hoe vaak past het zonnestelsel tot aan Pluto in de Krabnevel? Hint: gebruik de formule voor het volume van een bol.

- 5,5 lichtjaar is $5{,}5 \cdot 9{,}460886 \cdot 10^{15} = 5{,}2034873 \cdot 10^{16}$ m
- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- krabnevel: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (5{,}2034873 \cdot 10^{16})^3 \quad \rightarrow \quad V = 5{,}9016317 \cdot 10^{50}\ m^3$
- afstand Zon – Pluto is $5{,}91 \cdot 10^{12}$ m
- zonnestelsel: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (5{,}91 \cdot 10^{12})^3 \quad \rightarrow \quad V = 8{,}6467 \cdot 10^{38}\ m^3$
- $\dfrac{V_{krabnevel}}{V_{zonnestelsel}} = \dfrac{5{,}9106317 \cdot 10^{50}}{8{,}6467 \cdot 10^{38}} = 6{,}8357 \cdot 10^{11} = 6{,}8 \cdot 10^{11}$
- het zonnestelsel past $6{,}8 \cdot 10^{11}$ keer in de krabnevel

c Bereken de omloopfrequentie van de Krab-pulsar.

- $T = 33{,}4 \cdot 10^{-3}$ s | $f = \ldots$ Hz
- $f = \dfrac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \dfrac{1}{33{,}4 \cdot 10^{-3}} = 29{,}94 = 29{,}9$ Hz

d Hoe groot is dan de gravitatiekracht op deze persoon?

- $m_{pulsar} = 1{,}4 \cdot 1{,}9884 \cdot 10^{30} = 2{,}78376 \cdot 10^{30}$ kg
- $r_{pulsar} = 1{,}4378 \cdot 10^{-5} \cdot 6{,}963 \cdot 10^{8} = 1{,}00114 \cdot 10^{4}$ m
- $F_G = G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ met $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$
- $F_G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{2{,}78376 \cdot 10^{30} \cdot 60}{(1{,}00114 \cdot 10^{4})^2} = 1{,}11216 \cdot 10^{14} = 1{,}1 \cdot 10^{14}$ N

e Bereken deze middelpuntzoekende kracht.

- $r_{pulsar} = 1{,}00114 \cdot 10^{4}$ m | $T_{pulsar} = 33{,}4 \cdot 10^{-3}$ s | $v_{baan} = \ldots$ m/s
- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
- $v_{baan} = \dfrac{2\pi \cdot 1{,}00114 \cdot 10^{4}}{33{,}4 \cdot 10^{-3}} = 1{,}85010 \cdot 10^{7}$ m/s
- $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v_{baan}^2}{r}$
- $F_{mpz} = \dfrac{60 \cdot \left(1{,}85010 \cdot 10^{7}\right)^2}{1{,}00114 \cdot 10^{4}} = 2{,}05139 \cdot 10^{12} = 2{,}1 \cdot 10^{12}$ N

f Wordt vanwege de snelle rotatie de persoon van de Krabpulsar afgeslingerd?

- de gravitatiekracht is $F_G = 1{,}1 \cdot 10^{14}$ N
- de middelpuntzoekende kracht is $F_{mpz} = 2{,}1 \cdot 10^{12}$ N
- F_{grav} is groter dan F_{mpz} → de persoon wordt er niet afgeslingerd

16** **a** Bereken de kracht die de zon op Pioneer-10 uitoefent op een afstand van $6{,}2 \cdot 10^{12}$ m.

- $m_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg | $m_{pioneer} = 240$ kg | $r = 6{,}2 \cdot 10^{12}$ m
- $F_G = G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ met $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
- $F_G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{1{,}9884 \cdot 10^{30} \cdot 240}{(6{,}2 \cdot 10^{12})^2} = 8{,}28528 \cdot 10^{-4} = 8{,}29 \cdot 10^{-4}$ N

b Op welke afstand van de aarde is de Pioneer-10 nu ongeveer? Ga er van uit dat de Pioneer-10 vanaf de lancering in 1971 een constante snelheid heeft?

- $s = 6{,}2 \cdot 10^{12}$ m | $t = 11$ jaar $= 3{,}47 \cdot 10^8$ s | $v_{gem} = \ldots$ m/s
- $v_{gem} = \dfrac{s}{t} \rightarrow v_{gem} = \dfrac{6{,}2 \cdot 10^{12}}{3{,}47 \cdot 10^8} = 1{,}787 \cdot 10^4$ m/s
- $\mathbf{2017 - 1972 = 45\ jaar = 1{,}419 \cdot 10^9\ s}$
- $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow s = 1{,}787 \cdot 10^4 \cdot 1{,}419 \cdot 10^9 = 2{,}536 \cdot 10^{13} = 2{,}5 \cdot 10^{13}$ m

OOK GOED

- verhoudingstabel
-

jaar	11	45
meter	$6{,}2 \cdot 10^{12}$	s

- kruislings vermenigvuldigen: $s = \dfrac{45 \cdot 6{,}2 \cdot 10^{12}}{11} = 2{,}536 \cdot 10^{13} \rightarrow s = 2{,}5 \cdot 10^{13}$ m

c Hoeveel jaar doet de Pioneer-10 om bij Aldebaran aan te komen?

- afstand Aldebaran is $63{,}1 \cdot 10^{16}$ m
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $\mathbf{63{,}1 \cdot 10^{16} = 1{,}787 \cdot 10^4 \cdot t \rightarrow t = 3{,}531 \cdot 10^{13}\ s}$
- $t = \dfrac{3{,}531 \cdot 10^{13}}{365{,}25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 1{,}1189 \cdot 10^6 = 1{,}1 \cdot 10^6$ jaar

OOK GOED

- verhoudingstabel
-

jaar	11	x
meter	$6{,}2 \cdot 10^{12}$	$63{,}1 \cdot 10^{16}$

- kruislings vermenigvuldigen: $x = \dfrac{11 \cdot 63{,}1 \cdot 10^{16}}{6{,}2 \cdot 10^{12}} = 1{,}1195 \cdot 10^6$
- $\mathbf{t = 1{,}1 \cdot 10^6\ jaar}$

c Hoe kun je aan de afbeelding zien hoe groot mensen zijn?
- op de achtergrond staat een afbeelding van de Piuoneer-10 sonde
- daarmee kan de afmeting van een mens worden vergeleken

17*** **a** Bereken de massa van de ster Gliese.
- $r = 0{,}21\,AE = 0{,}21 \cdot 0{,}1496 \cdot 10^{12} = 3{,}1416 \cdot 10^{10}$ m
- $T = 61{,}0\,d = 61{,}0 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 5{,}2704 \cdot 10^{6}$ s
- $\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G \cdot M}{4\pi^2}$ met $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$
- $\dfrac{\left(3{,}1416 \cdot 10^{10}\right)^3}{\left(5{,}2704 \cdot 10^{6}\right)^2} = \dfrac{6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot M}{4\pi^2}$
- $M = 6{,}603124 \cdot 10^{29} = 6{,}6 \cdot 10^{29}$ kg

b Bereken de straal van Giese b.
- $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$ | $m = 600 \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24} = 3{,}5832 \cdot 10^{27}$ kg | $V = \ldots m^3$
- $\rho = \dfrac{m}{V} \rightarrow V = \dfrac{m}{\rho}$
- $V = \dfrac{3{,}5832 \cdot 10^{27}}{1{,}0 \cdot 10^{3}} = 3{,}5832 \cdot 10^{24}\ m^3$
- volume bol: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
- $3{,}5832 \cdot 10^{24} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow r = 9{,}4928 \cdot 10^{7} = 9{,}49 \cdot 10^{7}$ m

c Is Giese b groter of kleiner dan Jupiter?
- de straal van Jupiter is $69{,}91 \cdot 10^6$ m
- Giese b is dus groter dan Jupiter

d Stel dat de New Horizon doorvliegt naar de planeet Giese b. In welk jaar zou hij dan aankomen?
- $s = 15{,}2$ lichtjaar $= 15{,}2 \cdot 9{,}460886 \cdot 10^{15} = 1{,}438055 \cdot 10^{15}$ m
- $v_{gem} = 16{,}3 \cdot 10^3$ m/s
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $1{,}438055 \cdot 10^{15} = 16{,}3 \cdot 10^3 \cdot t \rightarrow t = 8{,}82242 \cdot 10^{12}$ s
- $t = \dfrac{8{,}82242 \cdot 10^{12}}{365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 2{,}79561 \cdot 10^5 = 2{,}80 \cdot 10^5$ jaar

Gravitatie-energie

18* a** Hoeveel energie is er nodig om 8000 kg vanaf het aardoppervlak naar het ISS te brengen? HINT gebruik de gravitatie-energie

- BEGIN lading op het oppervlakte van de aarde
- $r = 6{,}371 \cdot 10^6$ m
- $m_1 = 8000$ kg | $m_2 = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg | $r = 6{,}371 \cdot 10^6$ m | $E_G = \ldots$ J
- $E_G = -G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r}$
- $E_G = -6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{8000 \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}371 \cdot 10^6} = -5{,}0047 \cdot 10^{11}$ J
- EIND satelliet op 370 km hoogte
- $r = 370 \cdot 10^3 + 6{,}371 \cdot 10^6 \text{ m} = 6{,}741 \cdot 10^6$ m
- $E_G = -6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{8000 \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}741 \cdot 10^6} = -4{,}73 \cdot 10^{11}$ J
- VERSCHIL
- $E_{G\,eind} - E_{G\,begin} = -4{,}73 \cdot 10^{11} - (-5{,}0047 \cdot 10^{11}) = 2{,}746988 \cdot 10^{10} = 2{,}747 \cdot 10^{10}$ J

b Leg uit of je dan een te grote of een te kleiner waarde vindt.

- de gravitatiekracht neemt af als de hoogte toeneemt
- een berekening met zwaarte-energie geeft een te grote waarde

c Bereken hoeveel procent de berekening met de zwaarte-energie afwijkt van de werkelijke waarde.

- $m = 8000$ kg | $g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$ | $h = 370 \cdot 10^3$ m | $E_Z = \ldots$ J
- $E_Z = m \cdot g \cdot h$
- $E_Z = 8000 \cdot 9{,}81 \cdot 370 \cdot 10^3 = 2{,}90376 \cdot 10^{10}$ J
- procentueel verschil $\dfrac{2{,}90376 \cdot 10^{10} - 2{,}746988 \cdot 10^{10}}{2{,}746988 \cdot 10^{10}} \cdot 100\% = 5{,}7\%$

19* a** Bereken het aantal omwentelingen van het ruimtevaartuig gedurende het verblijf van Armstrong en Aldrin op de maan.

- $r = h + r_{maan} \rightarrow r = 1{,}12 \cdot 10^5 + 1{,}738 \cdot 10^6 = 1{,}85 \cdot 10^6$ m
- $\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G \cdot M}{4\pi^2}$
- $\dfrac{(1{,}85 \cdot 10^6)^3}{T^2} = \dfrac{6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}0735 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$
- $T^2 = 5{,}095793 \cdot 10^7 \rightarrow T = 7138{,}48 \text{ s} \rightarrow T = 1{,}98291 \text{h}$
- aantal omwentelingen in 21,5 uur $\rightarrow \dfrac{21{,}5}{1{,}982911} = 10{,}84264 = 11$ omwentelingen

b Bereken hoeveel energie hiervoor nodig is.

- BEGIN maanlander op het oppervlakte van de maan
- $r = 1{,}738 \cdot 10^6$ m
- $m_1 = 16000$ kg | $m_2 = 0{,}0735 \cdot 10^{24}$ kg | $r = 1{,}738 \cdot 10^6$ m | $E_G = \ldots$ J
- $E_G = -G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r}$
- $E_G = -6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{16000 \cdot 0{,}0735 \cdot 10^{24}}{1{,}738 \cdot 10^6} = -4{,}515786 \cdot 10^{10}$ J
- EIND satelliet op 112 km hoogte
- $r = 112 \cdot 10^3 + 1{,}738 \cdot 10^6$ m $= 1{,}85 \cdot 10^6$ m
- $E_G = -6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{16000 \cdot 0{,}0735 \cdot 10^{24}}{1{,}85 \cdot 10^6} = -4{,}242398 \cdot 10^{10}$ J
- VERSCHIL
- $E_{G\,eind} - E_{G\,begin} = -4{,}242398 \cdot 10^{10} - (-4{,}515786 \cdot 10^{10}) = 2{,}7339 \cdot 10^9 = 2{,}7 \cdot 10^9$ J