4 Energie

havo

4.1 Arbeid en energie

1* **a** Ben je het met Jan eens? Licht je antwoord toe.

- de piano is niet verplaatst $\rightarrow$ $s = 0$ meter
- $W = F \cdot s \quad \rightarrow \quad W = F \cdot 0 = 0 \ \text{N} \cdot \text{m}$
- Jan heeft geen gelijk

2* **a** Heeft de gewichtheffer arbeid verricht bij zijn poging?

- het gewicht is niet verplaatst $\rightarrow$ $s = 0$ meter
- $W = F \cdot s \quad \rightarrow \quad W = F \cdot 0 = 0 \ \text{N} \cdot \text{m}$
- de gewichtheffer heeft geen arbeid verricht

3* **a** Hoeveel arbeid verricht de gewichtheffer in deze tien seconden?

- het gewicht is niet verplaatst $\rightarrow$ $s = 0$ meter
- $W = F \cdot s \quad \rightarrow \quad W = F \cdot 0 = 0 \ \text{N} \cdot \text{m}$
- de gewichtheffer heeft geen arbeid verricht

b Heeft de gewichtheffer arbeid verricht om het gewicht vanaf de vloer boven zijn hoofd te krijgen?

- er is kracht uitgeoefend én het gewicht is verplaats
- $W = F \cdot s$
- bij het optillen heeft de gewichtheffer arbeid verricht.

c Welke kracht verricht er arbeid als het gewicht naar benden valt?

- de zwaartekracht veroorzaakt de beweging en verricht arbeid

d Waar is de energie gebleven als het gewicht stil op de mat ligt?

- de mat is ingedeukt en dit geeft veerenergie
- de mat is warmer geworden door de klap van het gewicht *(warmte is ook energie)*

4** **a** Bereken de afstand waarover je de slee hebt verplaatst.

- $F = 25 \text{ N} \ | \ W = 10000 \text{ J} \ | \ s = \ldots \text{ m}$
- $W = F \cdot s \quad \rightarrow \quad 10000 = 25 \cdot s \quad \rightarrow \quad s = 400 = 4{,}0 \cdot 10^2 \text{ m}$

b Wie heeft er volgens jou gelijk, Emma, Klaas of geen van beiden?
- de slee beweegt met een constante snelheid $\rightarrow \Sigma F = 0$
- de wrijvingskracht moet gelijk zijn aan de trekkracht van 25 N
- Emma heeft gelijk

c Bereken de arbeid die de wrijvingskracht levert.
- $F_{wrijving} = 25\ \text{N} \quad | \quad s = 400\ \text{m} \quad | \quad W = \ldots\ \text{N} \cdot \text{m}$
- $W = F \cdot s \quad \rightarrow \quad W = 25 \cdot 400 = 10000 = 1{,}0 \cdot 10^4\ \text{J}$

5** **a** Hoeveel kracht heb je gebruikt bij het verschuiven van de kast?
- $s = 4\ \text{m} \quad | \quad W = 3200\ \text{J} \quad | \quad F = \ldots\ \text{N}$
- $W = F \cdot s$
- $3200 = F \cdot 4 \quad \rightarrow \quad F = 800 = 8{,}0 \cdot 10^2\ \text{N}$

b Hoever kun je de kast over stokken verplaatsen als je hierbij 4000 J energie gebruikt?
- $F = 800 : 2 = 400\ \text{N} \quad | \quad W = 4000\ \text{N} \cdot \text{m} \quad | \quad s = \ldots\ \text{m}$
- $W = F \cdot s$
- $4000 = 400 \cdot s \quad \rightarrow \quad s = 10\ \text{m}$

6* **a** Wordt er tijdens het rollen arbeid op de bal verricht?
- constante snelheid $\rightarrow \Sigma F = 0$
- er wordt geen arbeid op de bal verricht

b Wordt er bij de botsing arbeid op de bal verricht?
- de snelheid van de bal neemt af
- bij het afremmen werkt er een kracht op de bal
- deze kracht verricht arbeid op de bal

c Waarom gebeurt dit?
- de energie van de rollende bal wordt overgedragen op de kegels

Katrollen

7** **a** Leg uit waarom je bij een losse katrol minder kracht nodig hebt om een voorwerp op te tillen dan bij een vaste katrol.
- bij een losse katrol moet je meer touw inhalen om een gewicht omhoog te takelen
- $W = F \cdot s$
- W blijft gelijk en s wordt groter $\rightarrow$ F wordt kleiner

b Bereken hoeveel kracht je nodig hebt als je een vaste katrol gebruikt.
- bij een vaste katrol moet je evenveel touw inhalen als zonder katrol
- $W = F \cdot s$

- W blijft gelijk en s blijft gelijk $\rightarrow F = F_z$
- $F = F_z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F = 75 \cdot 9{,}81 = 735{,}75 = 7{,}4 \cdot 10^2$ N

c Bereken hoeveel kracht je nodig hebt als je een losse katrol gebruikt.
- je moet twee keer zoveel touw inhalen als de verandering van de hoogte
- $W = F \cdot s \rightarrow$ W blijft gelijk en s wordt twee keer zo groot
- $F = \frac{F_z}{2} \quad \rightarrow \quad F = \frac{735{,}75}{2} = 368 = 3{,}7 \cdot 10^2$ N

d Bereken hoeveel kracht je nodig hebt als je een combinatie van een vaste en een losse katrol gebruikt, zie figuur.
- de vaste katrol geeft geen verandering van de kracht die je nodig hebt
- de losse katrol halveert de kracht: $F = \frac{F_z}{2} \quad \rightarrow \quad F = \frac{735{,}75}{2} = 368 = 3{,}7 \cdot 10^2$ N

8*** **a** Welke katrollen zijn los zijn en welke zijn vast?
- A $\rightarrow$ losse katrol
- B $\rightarrow$ boven vast, onder los
- C $\rightarrow$ bovenste twee vast, onderste los

b Bereken hoeveel kracht je nodig hebt bij het gebruik van takel A, B en C.
- $F_z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F_z = 60 \cdot 9{,}81 = 588{,}6$ N
- beredeneer hoeveel meter touw je moet inhalen om de kist één meter omhoog te takelen
- deze lengte wordt verdeeld over het aantal touwen waaraan de kist is opgehangen
- A $\rightarrow$ 1 meter | B $\rightarrow$ 2 meter | C $\rightarrow$ 3 meter
- A $\rightarrow$ 588,6 N | B $\rightarrow \frac{588{,}6}{2} = 294{,}3$ N | C $\rightarrow \frac{588{,}6}{3} = 196{,}2 = 1{,}9 \cdot 10^2$ N

9** **a** Hoeveel kracht heb je nodig om de kist op te takelen als je bij A, B, C, D, E aan het koord trekt?
- beredeneer hoeveel meter touw je moet inhalen om de kist één meter omhoog te takelen
- deze lengte wordt verdeeld over het aantal touwen waaraan de kist is opgehangen
- A $\rightarrow$ 1 m | B $\rightarrow$ 2 m | C $\rightarrow$ 3 m | D $\rightarrow$ 3 m | E $\rightarrow$ 4 m
- A $\rightarrow$ 24 N | B $\rightarrow \frac{24}{2} = 12$ N | C $\rightarrow \frac{24}{3} = 8{,}0$ N | D $\rightarrow \frac{24}{3} = 8{,}0$ N |

  E $\rightarrow \frac{24}{4} = 6{,}0$ N

b Hoeveel kracht heb je nodig om de kist op te takelen als je bij F aan het koord trekt?

- beredeneer hoeveel meter touw je moet inhalen om de kist één meter omhoog te takelen
- je moet 8 meter touw inhalen:
  - de bovenste katrol stijgt 4 meter
  - de middelste katrol stijgt 2 meter
  - de onderste katrol waaraan de kist is bevestigd stijgt 1 meter
- $F = \frac{F_z}{8} = \frac{24}{8} = 3\ \text{N}$

10*** **a** Hoeveel kracht moet je in P uitoefenen om de emmer omhoog te houden?

- beredeneer hoeveel meter touw je moet inhalen om de kist één meter omhoog te takelen
- je moet 16 meter touw inhalen:
  - de katrol links stijgt 1 meter (samen met de emmer)
  - de tweede katrol van links stijgt 2 meter
  - de derde katrol van links stijgt 4 meter
  - de vierde katrol van links stijgt 8 meter
  - je moet 16 meter touw inhalen om de emmer één meter te laten stijgen
- $F_z = 12 \cdot 9{,}81 = 117{,}72\ \text{N}$
- in punt P moet je $\frac{117{,}2}{16} = 7{,}3575 = 7{,}4\ \text{N}$ uitoefenen

b Hoeveel kracht moet je in P uitoefenen om de emmer met constante snelheid omhoog te takelen?

- de kracht die je moet uitoefenen om de emmer met constante snelheid omhoog te takelen is gelijk aan de kracht die je nodig hebt om de emmer omhoog te houden
- in punt P moet je $\frac{117{,}2}{16} = 7{,}3575 = 7{,}4\ \text{N}$ uitoefenen

11*** **a** Bereken de kracht die de verhuizer moet uitoefenen.

- behalve de kast wordt ook de losse katrol naar boven getakeld
- de massa die omhoog wordt gebracht is $65 + 5 = 70\ \text{kg}$
- $F_z = 70 \cdot 9{,}81 = 686{,}7\ \text{N}$
- bij de losse katrol wordt F_z verdeeld over twee touwen
- de verhuizer moet $\frac{686{,}7}{2} = 343{,}35 = 343 = 3{,}4 \cdot 10^2\ \text{N}$ uitoefenen

b Bereken hoeveel meter touw de verhuizer moet inhalen.

- W blijft gelijk en F wordt twee keer zo klein
- s wordt twee keer zo groot
- $s = 2 \cdot 18 = 36\ \text{m}$

4.2 Energievormen

1** **a** Bereken de arbeid die de motor van de hijskraan verricht.

- $F = F_Z = 800 \cdot 9{,}81 = 7848\ N$ | $s = 15\ m$ | $W = \ldots N \cdot m$
- $W = F \cdot s$
- $W = 7848 \cdot 15 = 117720 = 1{,}2 \cdot 10^5\ J$

b Bereken de zwaarte energie die de steen heeft gekregen.

- $m = 800\ kg$ | $g = 9{,}81\ m/s^2$ | $h = 15\ m$
- $E_Z = m \cdot g \cdot h$
- $E_Z = 800 \cdot 9{,}81 \cdot 15 = 117720\ J = 1{,}2 \cdot 10^5\ J$

c Bereken hoe hoog de steen is opgetild.

- $E_Z = 75.000\ J$ | $m = 800\ kg$ | $g = 9{,}81\ m/s^2$ | $h = \ldots m$
- $E_Z = m \cdot g \cdot h$
- $75000 = 800 \cdot 9{,}81 \cdot h \;\rightarrow\; h = 9{,}55657 = 9{,}6\ m$

2** **a** Bereken de topsnelheid van de trein in meter per seconde.

- km per uur $\rightarrow$ meter per seconde: deel door 3,6
- $v = \dfrac{160}{3{,}6} = 44{,}4444 = 44{,}4\ m/s$

b Bereken de kinetische energie als de trein op topsnelheid rijdt.

- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $E_K = \frac{1}{2} \cdot 350.000 \cdot 44{,}444^2 \;\rightarrow\; E_K = 345679012\ J = 3{,}46 \cdot 10^8\ J$

c Bereken de kinetische energie als de trein een snelheid heeft van 80 km/h.

- $v = \dfrac{80}{3{,}6} = 22{,}2222\ m/s$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $E_K = \frac{1}{2} \cdot 350.000 \cdot 22{,}222^2 \;\rightarrow\; E_K = 86419753 = 8{,}6 \cdot 10^7\ J$

OOK GOED

- de snelheid is twee keer zo klein
- het kwadraat van de snelheid is vier keer zo klein
- $E_K = \dfrac{3{,}45679 \cdot 10^8}{4} = 8{,}64 \cdot 10^7\ J$

3** **a** Bereken de kinetische energie van de bal tijdens het rollen.

- $s = 18{,}3\ m \quad | \quad t = 3{,}4\ s \quad | \quad v_{gem} = \ldots m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad 18{,}3 = v_{gem} \cdot 3{,}4 \quad \rightarrow \quad v_{gem} = 5{,}38235\ m/s$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $E_K = \frac{1}{2} \cdot 4{,}5 \cdot (5{,}38235)^2 \quad \rightarrow \quad E_K = 65{,}18 = 65\ J$

b Hoe is de bowlingbal aan deze energie gekomen?

- bij het werpen van de bal is er arbeid verricht door de spierkracht
- deze arbeid is in de bal gebleven als kinetische energie

c Hoe groot is de gemiddelde kracht op de bowlingbal tijdens het afremmen?

- $E_K = 65{,}1819\ J \quad | \quad s = 0{,}5\ m \quad | \quad F = \ldots N$
- $\Delta E_K = W = F \cdot s$
- $65{,}1819 = F \cdot 0{,}5 \quad \rightarrow \quad F = 130{,}364 = 1{,}3 \cdot 10^2\ N$

4*** **a** Bereken de kinetische energie van de olietanker.

- $11{,}2$ knopen $= 11{,}2 \cdot 1{,}852 = 20{,}7424\ km/h$
- $v = \dfrac{20{,}7424}{3{,}6} = 5{,}761778\ m/s$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $m = 280.000 \cdot 1000\ kg = 2{,}8 \cdot 10^8\ kg$
- $E_K = \frac{1}{2} \cdot 2{,}8 \cdot 10^8 \cdot (5{,}761778)^2 \quad \rightarrow \quad E_K = 4{,}6477 \cdot 10^9 = 4{,}65 \cdot 10^9\ J$

b Bereken hoeveel dagen de man kracht op de olietanker moet uitoefenen om het een snelheid van 11,2 knopen te geven.

- in één seconde levert de man 600 J energie
- om $4{,}6477 \cdot 10^9$ J te leveren heeft hij $\dfrac{4{,}6477 \cdot 10^9}{600} = 7{,}7462 \cdot 10^6$ s nodig
- in 1 dag zitten $24 \cdot 60 \cdot 60 = 86.400$ s
- de man moet $\dfrac{7{,}7462 \cdot 10^6}{86400} = 89{,}655 = 90$ dagen (dag en nacht) duwen

5*** **a** Bereken de kinetische energie van de auto.

- $v = \dfrac{90}{3{,}6} = 25\ m/s \quad | \quad m = 1500\ kg \quad | \quad E_K = \ldots J$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $E_K = \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot 25^2 = 4{,}6875 \cdot 10^5 = 4{,}7 \cdot 10^5\ J$

b Met hoeveel procent is de kinetische energie afgenomen?

- $v_{oud} = 90\ km/h$ | $v_{nieuw} = 45\ km/h$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $v_{nieuw} = \frac{1}{2} \cdot v_{oud} \quad \rightarrow \quad v^2_{nieuw} = \frac{1}{4} \cdot v^2_{oud}$
- $E_{K\,nieuw} = 0{,}25 \cdot E_{K\,oud}$ → de kinetische energie is met 75% afgenomen

OOK GOED

- $v = \dfrac{45}{3{,}6} = 12{,}5\ m/s$ | $m = 1500\ kg$ | $E_K = \ldots J$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $E_K = \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot 25^2 = 1{,}171875 \cdot 10^5\ J$
- $\dfrac{1{,}171875 \cdot 10^5}{4{,}6875 \cdot 10^5} = 0{,}25$
- $E_{K\,nieuw} = 0{,}25 \cdot E_{K\,oud}$ → de kinetische energie is met 75% afgenomen

c Leg uit waar de verdwenen E_K is gebleven.

- de verdwenen E_K is warmte geworden
- deze warmte ontstaat bij het remmen

d Hoeveel procent van de oorspronkelijke kinetische energie is er nog aanwezig?

- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $v_{oud} = 90\ km/h$ | $v_{nieuw} = 18\ km/h$
- $v_{nieuw} = \frac{1}{5} \cdot v_{oud} \quad \rightarrow \quad v^2_{nieuw} = \frac{1}{25} \cdot v^2_{oud}$
- er is nog maar 0,04^e deel van de kinetische energie aanwezig
- E_K is met 96% afgenomen

e Leg uit of hierdoor E_K van de auto groter wordt, kleiner wordt of gelijk blijft.

- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- de massa wordt kleiner en de snelheid blijft gelijk
- E_K wordt dus kleiner

6***

a Bereken hoe hoog de vogel boven de grond vliegt.

- $E_Z = 60\ J$ | $m = 0{,}15\ kg$ | $h = \ldots m$
- $E_Z = m \cdot g \cdot h$
- $60 = 0{,}15 \cdot 9{,}81 \cdot h \quad \rightarrow \quad h = 40{,}77 = 41\ m$

b Met welke snelheid vliegt de vogel?

- $E_Z = 60\ J$ | $E_{totaal} = 80\ J$ | $E_K = \ldots J$
- $E_{totaal} = E_Z + E_K \quad \rightarrow \quad 80 = 60 + E_K \quad \rightarrow \quad E_K = 20\ J$
- $E_Z = 20\ J$ | $m = 0{,}15\ kg$ | $v = \ldots m/s$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $20 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}15 \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v^2 = 266{,}6667 \quad \rightarrow \quad v = 16{,}33 = 16\ m/s$

7* a** Bereken de hoogte die de kar heeft gekregen.

- $E_z = 1000\,J$ | $m = 20\,kg$ | $h = \ldots m$
- $E_z = m \cdot g \cdot h$
- $1000 = 20 \cdot 9{,}81 \cdot h \rightarrow h = 5{,}0968 = 5{,}1\,m$

b Bereken de kracht die nodig is om de kar de helling op te trekken.

- 25 cm stijging per meter $\rightarrow$ $h = 5{,}0968\,m \rightarrow s = 4 \cdot 5{,}0968 = 20{,}387\,m$
- $W = E_K = 1000\,N \cdot m$ | $s = 20{,}387\,m$ | $F = \ldots N$
- $W = F \cdot s$
- $1000 = F \cdot 20{,}387 \rightarrow F = 49{,}05 = 49\,N$

c Hoeveel meter heb je afgelegd?

- $W = 1000\,J$ | $F = 49{,}05\,N$ | $s = \ldots m$
- $W = F \cdot s$
- $1000 = 49{,}05 \cdot s \rightarrow s = 20{,}387 = 20\,m$

8 a** Bereken de veerconstante van de veer.

- $u = 0{,}25\,m$ | $E_{veer} = 3{,}0\,J$ | $C = \ldots N/m$
- $E_{veer} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$
- $3 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot 0{,}25^2 \rightarrow C = 96\,N/m$

b Bereken de arbeid die nodig is om deze veer 40 cm uit te rekken.

- $u = 0{,}40\,m$ | $C = 96\,N/m$ | $E_{veer} = \ldots J$
- $E_{veer} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$
- $E_{veer} = \frac{1}{2} \cdot 96 \cdot 0{,}4^2 = 7{,}68 = 7{,}7\,J$

c Bereken zonder rekenmachine de arbeid die nodig is om deze veer 50 cm uit te rekken.

- 25 cm uitrekken kost 3,0 J energie
- 50 cm uitrekken $\rightarrow$ u wordt twee keer zo groot
- u^2 wordt vier keer zo groot $\rightarrow$ E_{veer} wordt vier keer groter
- $E_{veer} = 4 \cdot 3 = 12\,J$

9 a** Bereken het verschil in kinetische energie tussen Edgar en Lotte.

- $E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
- Edgar: $E_K = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot \left(\frac{7}{3{,}6}\right)^2 = 122{,}878\,J$
- Lotte: $E_K = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot \left(\frac{7}{3{,}6}\right)^2 = 94{,}5216\,J$

- verschil: $122{,}878 - 94{,}5216 = 28{,}3564 = 28\ J$

OOK GOED

- $\Delta E_K = \frac{1}{2} \cdot \Delta m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad \Delta E_K = \frac{1}{2} \cdot (65 - 50) \cdot \left(\frac{7}{3{,}6}\right)^2 = 28{,}356 = 28\ J$

b Bereken hoeveel km/h Lotte moet gaan rennen om net zoveel kinetische energie te hebben als Edgar.

- Edgar: $E_k = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot 1{,}9444^2 = 122{,}878\ J$
- Lotte: $E_k = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot v^2 = 122{,}878\ J \quad \rightarrow \quad v = 2{,}217\ m/s$
- $2{,}217\ m/s = 2{,}217 \cdot 3{,}6 = 7{,}8912 = 7{,}9\ km/h$

10** **a** Toon met deze wet aan dat 1 N gelijk is aan 1 $kg \cdot m \cdot s^{-2}$.

- $[m] = kg \quad | \quad [a] = m/s^2 = m \cdot s^{-2}$
- $[F = kg \cdot m \cdot s^{-2}$ $[F] = kg \cdot m \cdot s^{-2}$

b Toon aan dat de eenheid van kinetische energie $N \cdot m$ is.

- $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
- $[E_K] = kg \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^2 = kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
- $[E_K] = \left(kg \cdot m \cdot s^{-2}\right) \cdot m \quad \rightarrow \quad [E_K] = N \cdot m$

Wet behoud van energie

Bij deze opgaven verwaarlozen we de wrijving.

11** **a** Bereken de snelheid waarmee de balpen op de grond valt.

- zwaarte energie wordt omgezet in kinetische energie
- $E_{begin} = E_Z \quad | \quad E_{in} = 0$ *($E_{K\ begin}$ = 0 want v = 0)*
- $E_{eind} = E_K \quad | \quad E_{uit} = 0$ *($E_{Z\ eind}$ = 0 want h = 0)*
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $E_Z + 0 = E_K + 0$
- $m \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}75 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
- m wegstrepen
- $9{,}81 \cdot 0{,}75 = \frac{1}{2} \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v = 3{,}836 = 3{,}8\ m/s$

12** **a** Hoeveel is zijn zwaartepunt hierbij omhoog gegaan?
- $E = 1000\ J \quad | \quad v_{eind} = 0\ m/s \quad | \quad h_{begin} = 0\ m \quad | \quad h_{eind} = \ldots m$
- $E_{eind} = E_Z = m \cdot g \cdot h_{eind}$
- $1000 = 98 \cdot 9{,}81 \cdot h_{eind} \quad \rightarrow \quad h_{eind} = 1{,}04017 = 1{,}0\ m$
- zijn zwaartepunt is 1,0 m omhoog gegaan

b Hoeveel kinetische energie had hij toen hij los kwam van de grond?
- $E_{begin} = E_K \quad | \quad E_{eind} = E_Z$
- $E_{begin} = E_{eind}$
- $E_{K\ begin} = E_{Z\ eind} = 1000\ J$

c Met welke snelheid kwam hij los van de grond?
- $\frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2 = E_{Z\ eind} = 1000\ J$
- $\frac{1}{2} \cdot 98 \cdot v_{begin}^2 = 1000 \quad \rightarrow \quad v_{begin} = 4{,}51754 = 4{,}5\ m/s$

d Beredeneer met welke snelheid hij weer op de grond landt.
- op het hoogste punt heeft hij 1000 J zwaarte-energie
- als hij op de grond landt is deze energie omgezet in kinetische energie
- als hij landt heeft hij evenveel kinetische energie bij het loskomen
- hij landt met een snelheid van 4,5 m/s

13** **a** Hoeveel kinetische energie heeft het steentje als het loskomt?
- bij loskomen: $E_K = E_{veer} = 16\ J$

b Met welke snelheid komt het steentje los?
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad 16 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}08 \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v = 20\ m/s$

c Hoe hoog komt het steentje?
- op hoogste punt $v_{eind} = 0$
- $E_{begin} = E_K \quad | \quad E_{eind} = E_Z$
- $E_{begin} = E_{eind} = 16\ J$
- $E_{Z\ eind} = m \cdot g \cdot h_{eind}$
- $16 = 0{,}080 \cdot 9{,}81 \cdot h_{eind} \quad \rightarrow \quad 20{,}387 = 20\ m$

d Op welke hoogte heeft het steentje 8,0 J kinetische energie?
- $E_{begin} = 16\ J \quad | \quad E_K = 8{,}0\ J \quad | \quad E_Z = \ldots J$
- $E_{tot} = E_Z + E_K \quad \rightarrow \quad 16 = E_Z + 8 \quad \rightarrow \quad E_Z = 8{,}0\ J$
- $E_Z = 16\ J$ geeft $h = 20\ m \quad \rightarrow \quad E_Z = 8{,}0\ J$ geeft $h = 10\ m$

e Op welke hoogte heeft het steentje de helft van zijn beginsnelheid?

- $v = \frac{20}{2} = 10\ m/s \quad \rightarrow \quad E_K = \frac{1}{2} \cdot 0{,}08 \cdot 10^2 = 4{,}0\ J$
- $E_{tot} = E_Z + E_K \quad \rightarrow \quad 16 = E_Z = 4 \quad \rightarrow \quad E_Z = 12\ J$
- $E_Z = m \cdot g \cdot h \quad \rightarrow \quad 12 = 0{,}08 \cdot 9{,}81 \cdot h \quad \rightarrow \quad h = 15{,}29 = 15\ m$

f Na hoeveel seconde is het steentje terug bij de katapult?

- $\Delta v = 20\ m/s \quad | \quad a = g = 9{,}81\ m/s^2 \quad | \quad t = \ldots s$
- $\Delta v = a \cdot t \quad \rightarrow \quad 20 = 9{,}91 \cdot t \quad \rightarrow \quad t = 2{,}038736\ s$
- $t_{omlaag} = t_{omhoog} \quad \rightarrow \quad t = 2 \cdot 2{,}038736 = 4{,}077472 = 4{,}1\ s$

14** **a** Op welke hoogte heeft de bal een snelheid van 8,0 m/s?

- BEGIN: de bal heeft de beginsnelheid omhoog en een hoogte van 0 m
- EIND: de bal heeft een snelheid van 8,0 m/s en een bepaalde hoogte h_{eind}
- $E_{begin} = E_K \quad | \quad E_{in} = 0$ *($E_{Z\ begin}$ = 0 want h_{begin} = 0)*
- $E_{eind} = E_Z + E_K \quad | \quad E_{uit} = 0$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $E_{K\ begin} = E_{Z\ eind} + E_{K\ eind}$
- $\frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2 = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$
- m wegstrepen
- $\frac{1}{2} \cdot 14^2 = 9{,}81 \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot 8^2 \quad \rightarrow \quad 98 = 9{,}81 \cdot h_{eind} + 32 \quad \rightarrow \quad h_{eind} = 6{,}7278 = 6{,}7\ m$

b Hoe groot is de snelheid van de bal op 8,0 m hoogte?

- BEGIN: de bal heeft de beginsnelheid omhoog en een hoogte van 0 m
- EIND: de bal heeft een hoogte van 8,0 m en een bepaalde snelheid v_{eind}
- $E_{K\ begin} = E_{Z\ eind} + E_{K\ eind}$
- $\frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2 = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$
- m wegstrepen
- $\frac{1}{2} \cdot 14^2 = 9{,}81 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot v_{eind}^2 \quad \rightarrow \quad 98 = 9{,}81 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot v_{eind}^2 \quad \rightarrow \quad v_{eind}^2 = 39{,}04$
- $v_{eind} = 6{,}2482 = 6{,}2\ m/s$

c Hoe hoog komt de bal?

- BEGIN: de bal heeft de beginsnelheid omhoog en een hoogte van 0 m
- EIND: de bal heeft een snelheid van 0 m/s en een bepaalde hoogte h_{eind}
- $E_{K\ begin} = E_{Z\ eind} + E_{K\ eind}$
- $\frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2 = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$
- m wegstrepen
- $\frac{1}{2} \cdot 14^2 = 9{,}81 \cdot h_{eind} + 0 \quad \rightarrow \quad 98 = 9{,}81 \cdot h_{eind} \quad \rightarrow \quad h_{eind} = 9{,}9898 = 10\ m$

15* a** Bereken de maximale hoogte h_{max} die de kogel bereikt.

- $E_{begin} = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{begin} = 0{,}075 \cdot 9{,}81 \cdot 60 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}075 \cdot 40^2 = 44{,}145 + 60 = 104{,}145$ J
- $E_{eind} = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{in} = 0$ en $E_{uit} = 0$ *(want geen wrijving)*
- $E_{begin} = E_{eind}$ *(wet behoud van energie)*
- $104{,}145 = 0{,}075 \cdot 9{,}81 \cdot h_{eind} + 0$ *($E_{K\,eind}$ = 0 want v=0 bij maximale hoogte)*
- $104{,}145 = 0{,}075 \cdot 9{,}81 \cdot h_{eind} \rightarrow h_{eind} = 141{,}5494 = 1{,}4 \cdot 10^2$ m

b Bereken de arbeid die de zwaartekracht verricht bij de beweging van h tot h_{max}.

- $F = -F_z = -m \cdot g = -0{,}73575$ N *(minteken want kracht remt de kogel af)*
- $F = -0{,}73575$ N | $s = 141{,}5494 - 60 = 81{,}5494$ m | $W = \dots$ J
- $W = F \cdot s$
- $W = -0{,}73575 \cdot 81{,}5494 = -60$ J

c Bereken de arbeid die de zwaartekracht verricht bij de beweging van h_{max} tot de grond.

- $F = F_z = m \cdot g = 0{,}73575$ N *(plusteken want kracht versnelt de kogel)*
- $F = 0{,}73575$ N | $s = 141{,}5494$ m | $W = \dots$ J
- $W = F \cdot s$
- $W = 0{,}73575 \cdot 141{,}5494 = 104{,}145 = 1{,}0 \cdot 10^2$ J

d Bereken de arbeid die de zwaartekracht verricht tussen het begin en einde van de beweging.

- $W_{totaal} = W_{ophoog} + W_{omlaag}$
- $W_{totaal} = -60 + 104{,}145 = 44{,}145 = 44$ J

e Leg uit waarom de arbeid die de zwaartekracht tussen het begin en einde van de beweging verricht alleen wordt bepaald door h en niet door v_{begin} of h_{max}.

- omhoog van h tot h_{max} wordt later in de andere richting afgelegd
- tussen h_{begin} en h_{max} is de arbeid van de zwaartekracht -60 J
- tussen h_{max} en h_{begin} is de arbeid van de zwaartekracht +60 J
- als de kogel weer terug is bij de beginhoogte heeft de zwaartekracht geen netto arbeid verricht
- tussen hoogte h en de grond verricht de zwaartekracht 44 J positieve arbeid

f Bereken de snelheid waarmee de kogel op de grond valt.

- $E_{begin} = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{begin} = 0{,}075 \cdot 9{,}81 \cdot 60 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}075 \cdot 40^2 = 44{,}145 + 60 = 104{,}145$ J
- $E_{eind} = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{in} = 0$ en $E_{uit} = 0$ *(want geen wrijving)*

- $E_{begin} = E_{eind}$ *(wet behoud van energie)*
- $104{,}145 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}075 \cdot v_{eind}^2$ *($E_{Z\,eind}$ = 0 want h=0 op de grond)*
- $104{,}145 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}075 \cdot v_{eind}^2 \rightarrow v_{eind} = 52{,}699 = 53\ m/s$

16** **a** Hoeveel arbeid heeft de motor verricht na 40 cm?
- $F = 0{,}50\ N \ \ | \ \ s = 0{,}40\ m \ \ | \ \ W = \ldots J$
- $W = F \cdot s \rightarrow W = 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}20\ J$

b Wat is de snelheid na 40 cm?
- arbeid wordt kinetische energie
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow 0{,}2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}6 \cdot v^2 \rightarrow v = 0{,}8165 = 0{,}82\ m/s$

c Na hoeveel meter heeft de speelgoedtrein een snelheid van 2,0 m/s?
- $m = 0{,}60\ kg \ \ | \ \ v = 2{,}0\ m/s \ \ | \ \ E_K = \ldots J$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow E_K = \frac{1}{2} \cdot 0{,}6 \cdot 2^2 \rightarrow E_K = 1{,}2\ J$
- arbeid wordt kinetische energie $\rightarrow W = E_K = 1{,}2\ J$
- $W = F \cdot s \rightarrow 1{,}2 = 0{,}5 \cdot s \rightarrow s = 2{,}4\ m$

d Welke afstand legt de trein af om zijn snelheid van 1,0 m/s tot 2,0 m/s te laten toenemen?
- $v = 1\ m/s \rightarrow E_K = \frac{1}{2} \cdot 0{,}6 \cdot 1^2 = 0{,}3\ J$
- $v = 2\ m/s \rightarrow E_K = \frac{1}{2} \cdot 0{,}6 \cdot 2^2 = 1{,}2\ J$
- toename Ek: $\Delta E_K = 1{,}2 - 0{,}3 = 0{,}9\ J$
- arbeid wordt kinetische energie $\rightarrow W = \Delta E_K = 0{,}9\ J$
- $W = F \cdot s \rightarrow 0{,}9 = 0{,}5 \cdot s \rightarrow s = 1{,}8\ m$

17*** **a** Bereken de motorkracht.
- $m = 400 \cdot 10^3\ kg \ \ | \ \ a = 0{,}50\ m/s^2 \ \ | \ \ \Sigma F = \ldots N$
- $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow \Sigma F = 400 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5 = 200 \cdot 10^3 = 2{,}0 \cdot 10^5\ N$

b Bereken de arbeid die de motor in de eerste seconde verricht.
- bereken eerst de afstand na één seconde
- $a = 0{,}50\ m/s^2 \ \ | \ \ t = 1{,}0\ s \ \ | \ \ \Delta v = \ldots m/s$
- $\Delta v = a \cdot t \rightarrow \Delta v = 0{,}5 \cdot 1 = 0{,}50\ m/s$
- $v_{gem} = \dfrac{\Delta v}{2} \rightarrow v_{gem} = \dfrac{0{,}50}{2} = 0{,}25\ m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow s = 0{,}25 \cdot 1 = 0{,}25\ m$
- $F = 2{,}0 \cdot 10^5\ N \ \ | \ \ s = 0{,}25\ m \ \ | \ \ W = \ldots N$
- $W = F \cdot s \rightarrow W = 2{,}0 \cdot 10^5 \cdot 0{,}25 = 5{,}0 \cdot 10^4\ J$

OOK GOED

- gebruik $s = \frac{1}{2}a \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad s = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 1^2 = 0{,}25\ \text{m}$

c Bereken de arbeid die de motor in de tweede seconde verricht.

- bereken eerst de afstand na twee seconden
- $a = 0{,}50\ \text{m/s}^2 \ \mid\ t = 2{,}0\ \text{s} \ \mid\ \Delta v = \ldots \text{m/s}$
- $\Delta v = a \cdot t \quad \rightarrow \quad \Delta v = 0{,}5 \cdot 2 = 1{,}0\ \text{m/s}$
- $v_{gem} = \dfrac{\Delta v}{2} \quad \rightarrow \quad v_{gem} = \dfrac{1{,}0}{2} = 0{,}50\ \text{m/s}$
- $s = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad s = 0{,}50 \cdot 2 = 1{,}0\ \text{m}$
- $F = 2{,}0 \cdot 10^5\ \text{N} \ \mid\ s = 1{,}0\ \text{m} \ \mid\ W = \ldots \text{N}$
- $W = F \cdot s \quad \rightarrow \quad W = 2{,}0 \cdot 10^5 \cdot 1{,}0 = 2{,}0 \cdot 10^5\ \text{J}$
- na één seconde: $W = 5{,}0 \cdot 10^4\ \text{J}$
- na twee seconden: $W = 2{,}0 \cdot 10^5\ \text{J}$
- in de tweede seconde: $\Delta W = 2{,}0 \cdot 10^5 - 5{,}0 \cdot 10^4 = 1{,}5 \cdot 10^5\ \text{J}$

OOK GOED

- gebruik $s = \frac{1}{2}a \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad s = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 2^2 = 1{,}0\ \text{m}$

d Leg uit waarom de motor in de tweede seconde meer arbeid verricht dan in de eerste seconde.

- $W = F \cdot s$
- in de tweede seconde legt de trein 3 keer zoveel afstand af
- de kracht blijft hetzelfde
- in de tweede seconde wordt er 3 keer meer arbeid verricht

e Bereken de verplaatsing van de trein in de 50ᵉ seconde (tussen t=49 en t=50 s).

- $t = 49\ \text{s} \ \mid\ s = \frac{1}{2}a \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad s = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 49^2 = 600{,}25\ \text{m}$
- $t = 50\ \text{s} \ \mid\ s = \frac{1}{2}a \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad s = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 49^2 = 625\ \text{m}$
- afstand in de 50ᵉ seconde $625 - 600{,}25 = 25\ \text{m}$

f Bereken de arbeid die de motorkracht verricht in de 50ᵉ seconde.

- $F = 2{,}0 \cdot 10^5\ \text{N} \ \mid\ s = 25\ \text{m} \ \mid\ W = \ldots \text{N}$
- $W = F \cdot s \quad \rightarrow \quad W = 2{,}0 \cdot 10^5 \cdot 25 = 5{,}0 \cdot 10^6\ \text{J}$

18*** **a** Bereken hoeveel meter je bent gestegen als je 1,0 km hebt gefietst.

- $\sin \alpha = \dfrac{\text{overstaand}}{\text{schuin}}$
- $\sin 15 = \dfrac{\text{overstaand}}{5000} \quad \rightarrow \quad \text{overstaand} = 1294 = 1{,}3 \cdot 10^3\ \text{m}$

b Bereken de arbeid die je moet verrichten om 5,0 km af te leggen.
- je moet arbeid verrichten om te stijgen
- $E_{begin} = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{in} = W_{in}$
- $E_{eind} = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$ *(de snelheid verandert niet → v_{eind} = v_{begin})*
- $E_{uit} = 0$ *(want geen wrijving)*
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $m \cdot g \cdot h_{begin} + E_K + W_{in} = m \cdot g \cdot h_{eind} + E_K$ *(E_K wegstrepen want verandert niet)*
- $75 \cdot 9{,}81 \cdot 0 + W_{in} = 75 \cdot 9{,}81 \cdot 1294 \rightarrow W = 9{,}5213 \cdot 10^5 = 9{,}5 \cdot 10^5$ J

c Bereken hoe veel kracht je remmen uitoefenen geven om op de helling stil te blijven staan.
- $s = 5000$ m | $W = 9{,}5213 \cdot 10^5$ | $F = \ldots$ N
- $W = F \cdot s \rightarrow 9{,}5213 \cdot 10^5 = F \cdot 5000 \rightarrow F = 1{,}90426 \cdot 10^2 = 1{,}9 \cdot 10^2$ N
- dit is de kracht die nodig is om met constante snelheid te rijden
- de remkracht die nodig is om stil te staan is hieraan gelijk → $F_{rem} = 1{,}9 \cdot 10^2$ N

19*** **a** Op welke hoogte is de wagen losgelaten?
- $v_{begin} = 0$ m/s | $v_{eind} = 15$ m/s | $h_{eind} = 6$ m | $h_{begin} = \ldots$ m
- $E_{begin} = E_Z = m \cdot g \cdot h_{begin}$ *(v_{begin} is 0 → $E_{K\ begin}$ =0)*
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{begin} = E_{eind}$ *(E_{in} = 0 en E_{uit} = 0)*
- $m \cdot 9{,}81 \cdot h_{begin} = m \cdot 9{,}81 \cdot 6 + \frac{1}{2} m \cdot 15^2$
- massa wegstrepen *(m komt in iedere term voor)*
- $9{,}81 \cdot h_{begin} = 9{,}81 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 15^2 \rightarrow h_{begin} = 17{,}46789 = 17$ m

b Bereken de hoogte van plaats B.
- BEGIN wagen in punt A | EIND wagen in punt B
- $h_{begin} = 6{,}0$ m | $v_{begin} = 15$ m/s | $v_{eind} = 10$ m/s | $h_{eind} = \ldots$ m
- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{begin} = E_{eind}$ *(E_{in} = 0 en E_{uit} = 0)*
- $m \cdot 9{,}81 \cdot 6 + \frac{1}{2} m \cdot 15^2 = m \cdot 9{,}81 \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} m \cdot 10^2$
- massa wegstrepen *(m komt in iedere term voor)*
- $9{,}81 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 15^2 = 9{,}81 \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot 10^2 \rightarrow 171{,}36 = 9{,}81 \cdot h_{eind} + 50$
- $9{,}81 \cdot h_{eind} = 171{,}36 - 50 = 121{,}36$
- $h_{eind} = 121{,}36 / 9{,}81 = 12{,}371 = 12$ m

c Bereken de snelheid waarmee de wagen in plaats C aankomt.

- BEGIN wagen in punt A | EIND wagen in punt C
- $h_{begin} = 6{,}0\,m$ | $v_{begin} = 15\,m/s$ | $h_{eind} = 0\,m$ | $v_{eind} = \ldots m/s$
- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} m \cdot v^2_{begin}$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} m \cdot v^2_{eind}$
- $E_{begin} = E_{eind}$ *($E_{in} = 0$ en $E_{uit} = 0$)*
- $m \cdot 9{,}81 \cdot 6 + \frac{1}{2} m \cdot 15^2 = m \cdot 9{,}81 \cdot 0 + \frac{1}{2} m \cdot v^2_{eind}$
- massa wegstrepen *(m komt in iedere term voor)*
- $9{,}81 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 15^2 = \frac{1}{2} \cdot v^2_{eind} \rightarrow v^2_{eind} = 342{,}72$
- $v_{eind} = 18{,}5127 = 19\,m/s$

d Ben je het met Johan eens? Geef uitleg.

- aan de berekening bij b zie je dat alleen de energie in het begin bij punt A er toe doet
- hoe de wagen van A naar C gaat is niet belangrijk
- Johan heeft geen gelijk
- *als er wrijving is maakt de gereden afstand wél uit*

20** **a** Voor de snelheid v waarmee de kogel op de grond komt geldt: $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$
Toon dit aan.

- $E_{begin} = E_Z = m \cdot g \cdot h$ *(begin v=0 → $E_{K\,begin} = 0$)*
- $E_{eind} = E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ *(eind h=0 → $E_{Z\,eind} = 0$)*
- $E_{begin} = E_{eind} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ *(m wegstrepen)*
- $v^2 = 2 \cdot g \cdot h \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

21*** **a** Met welke snelheid raakt de kogel de grond?

- $h_{begin} = 25\,m$ | $v_{begin} = 144/3{,}6 = 40\,m/s$ | $h_{eind} = 0\,m$
- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{begin}$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{eind}$
- $E_{in} = 0$ en $E_{uit} = 0$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{begin} = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{eind}$
- m wegstrepen *(want komt in iedere term voor)*
- $9{,}81 \cdot 25 + \frac{1}{2} \cdot 40^2 = 9{,}81 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot v^2_{eind}$
- $v^2_{eind} = 2090{,}5 \rightarrow v_{eind} = 45{,}722 = 46\,m/s$

b Bereken hoek α waarmee de kogel de grond raakt.

- de snelheid in horizontale richting is constant *(want er is geen wrijving)*
- horizontaal: $v_{eind\,hor} = v_x = 40\ m/s$
- $\cos\alpha = \dfrac{v_{eind,x}}{v_{eind}} \rightarrow \cos\alpha = \dfrac{40}{45{,}722} = 0{,}87485 \rightarrow \alpha = \cos^{-1}(0{,}87485) = 29°$

22*** **a** Met welke snelheid valt het steentje op de grond?

- $h_{begin} = 6{,}0\ m \quad | \quad v_{begin} = 20\ m/s \quad | \quad h_{eind} = 0\ m$
- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{in} = 0$ en $E_{uit} = 0$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2 = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- m wegstrepen *(want komt in iedere term voor)*
- $9{,}81 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 20^2 = 9{,}81 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot v_{eind}^2$
- $v_{eind}^2 = 517{,}72 \rightarrow v_{eind} = 22{,}75346 = 23\ m/s$

b Welke gegevens zijn overbodig?

- de massa is overbodig en wordt weggestreept
- de hoek waarmee je het steentje gooit gebruik je niet in de berekening

c Als je het steentje met twee keer zoveel snelheid weggooit komt hij dan ook met twee keer zo veel snelheid op de grond?

- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{eind} = E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{begin} = E_{eind} \rightarrow m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $2 \cdot g \cdot h_{begin} + v_{begin}^2 = v_{eind}^2$
- als v_{begin} twee keer zo groot is wordt v_{eind} minder dan twee keer zo groot

23*** **a** Voor de grootte van snelheid v waarmee de kogel de grond raakt geldt: $v_{eind} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_{begin} + v_{begin}^2}$. Toon dit aan.

- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{in} = 0$ en $E_{uit} = 0$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2 = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$

- m wegstrepen *(want komt in iedere term voor)*
- $g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot v_{begin}^2 = 0 + \frac{1}{2} \cdot v_{eind}^2$ ($E_{Z\,eind} = 0$ want $h_{eind} = 0$)
- $v_{eind}^2 = 2 \cdot g \cdot h_{begin} + v_{begin}^2$ links en recht met 2 vermenigvuldigen →
- $v_{eind} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_{begin} + v_{begin}^2}$

b Leg uit wie van hen gelijk heeft.
- $E_{tot} = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$ *(de totale aanwezige mechanische energie)*
- op ieder moment geldt: $m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
- m wegstrepen *(want komt in iedere term voor)*
- $g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v^2 = g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot v_{begin}^2$
- op ieder moment zijn h en v onafhankelijk van de massa

- omdat op ieder moment h en v onafhankelijk zijn van de massa is de totale afgelegde afstand en de totale tijd ook onafhankelijk van de massa
- Emma heeft dus gelijk

c Leg uit wie van hen gelijk heeft.
- als de kogel (schuin) omhoog wordt geschoten is zijn baan langer dan wanneer hij (schuin) omlaag wordt geschoten.
- de eindsnelheid is in beide gevallen gelijk
- de tijd zal voor een (schuin) omhoog geschoten kogel langer zijn dan van een (schuin) omlaag geschoten kogel
- Anouk heeft dus gelijk

4.3 Energie afstaan (wrijving)

1** **a** Bereken de snelheid waarme e de steen op de grond valt.
- zwaarte energie wordt omgezet in kinetische energie plus warmte
- $E_{begin} = E_Z \quad | \quad E_{in} = 0$ *($E_{K\ begin}$ = 0 want v = 0)*
- $E_{eind} = E_K \quad | \quad E_{uit} = F_W \cdot s$ *($E_{Z\ eind}$ = 0 want h = 0)*
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $E_Z + 0 = E_K + F_W \cdot s$
- $2 \cdot 9{,}81 \cdot 5 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v^2 + 3 \cdot 5 \quad \rightarrow \quad v = 9{,}116 = 9{,}1\,m/s$

2** **a** Welke afstand leg je af voor je tot stilstand komt?
- $E_{begin} = E_K \quad | \quad E_{in} = 0$ *($E_{Z\ begin}$ = 0 want h_{begin} = 0)*
- $E_{eind} = 0 \quad | \quad E_{uit} = F_W \cdot s$ *($E_{Z\ eind}$ = 0 want h_{eind} = 0)*
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $\frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2 = F \cdot s$
- $\frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 10^2 = 40 \cdot s \quad \rightarrow \quad s = 75\,m$

b Wat is je snelheid na 50 m?
- $E_{begin} = E_{K\ begin} \quad | \quad E_{in} = 0$
- $E_{eind} = E_{K\ eind} \quad | \quad E_{uit} = F_W \cdot s$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $\frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 + F \cdot s$
- $\frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 10^2 = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot v_{eind}^2 + 40 \cdot 50 \quad \rightarrow \quad v_{eind} = 5{,}7735 = 5{,}8\,m/s$

c Op welke afstand is je snelheid 3,0 m/s?
- $E_{begin} = E_{K\ begin} \quad | \quad E_{in} = 0$
- $E_{eind} = E_{K\ eind} \quad | \quad E_{uit} = F_W \cdot s$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $\frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 + F \cdot s$
- $\frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 10^2 = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 3^2 + 40 \cdot s \quad \rightarrow \quad s = 68{,}25 = 68\,m$

3*** **a** Bereken de arbeid die je moet verrichten om 1,0 km af te leggen
- je moet arbeid verrichten om te stijgen én om de wrijving te overwinnen
- 1,0 km afleggen $\rightarrow$ $1000 \cdot 0{,}2 = 200\,m$ gestegen
- $E_{begin} = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{in} = W_{in}$

- $E_{eind} = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$ *(de snelheid verandert niet → $v_{eind} = v_{begin}$)*
- $E_{uit} = F_W \cdot s$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $m \cdot g \cdot h_{begin} + E_K + W_{in} = m \cdot g \cdot h_{eind} + E_K + F_W \cdot s$ *(E_K wegstrepen want verandert niet)*
- $70 \cdot 9{,}81 \cdot 0 + W_{in} = 70 \cdot 9{,}81 \cdot 200 + 50 \cdot 1000 \quad \rightarrow \quad W = 1{,}8734 \cdot 10^5 = 1{,}9 \cdot 10^5$ J

b Bereken de kracht die je nodig hebt om vooruit te komen.
- de benodigde energie is de arbeid die je spierkracht verricht
- $W = F_{spier} \cdot s$
- 1000 meter afleggen → afstand voet = 2000 meter
- $1{,}8734 \cdot 10^5 = F_{spier} \cdot 2000 \quad \rightarrow \quad F_{spier} = 93{,}67 = 94$ N

4*** **a** Bereken de snelheid van Jeroen onder aan de helling als er geen wrijvingskrachten zijn.
- $E_{begin} = E_Z = m \cdot g \cdot h \quad | \quad E_{eind} = E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $E_{begin} = E_{eind} \quad \rightarrow \quad m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- massa wegstrepen
- $g \cdot h = \frac{1}{2} v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$
- $v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 8{,}0} = 12{,}5 \text{ m/s}$

b Bereken opnieuw de snelheid van Jeroen onder aan de helling.
- Omdat er geen wrijving is speelt de lengte van de helling geen rol
- $v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 8{,}0} = 12{,}5 \text{ m/s}$

c Bereken de gemiddelde remkracht die hij moet uitoefenen.
- $E_{begin} = E_Z = m \cdot g \cdot h$ *(E_K = 0 want v = 0)*
- $E_{eind} = E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $E_{begin} + E_{toegevoegd} = E_{eind} + E_{onttrokken}$
- $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + Q$
- $Q = F_W \cdot s$
- v_{eind} = 10 m/s (maximaal toelaatbare snelheid)
- $65 \cdot 9{,}81 \cdot 8{,}0 = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot 10^2 + F_W \cdot 50$
- $F_W = 37$ N

4.4 Arbeid en kinetische energie

Gebruik waar mogelijk de wet van arbeid en kinetische energie.

1** **a** Hoeveel afstand legt ze tijdens het remmen af?
- $m = 70\,kg$ | $v_{begin} = 6{,}0\,m/s$ | $v_{eind} = 0\,m/s$ | $F = 150\,N$ | $s = \ldots m$
- $\Sigma W = \Delta E_K \rightarrow \Sigma F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $-150 \cdot s = \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 0^2 - \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 6^2 = -1260 \rightarrow s = 8{,}4\,m$

b Na hoeveel meter is haar snelheid afgenomen tot 3,0 m/s?
- $m = 70\,kg$ | $v_{begin} = 6{,}0\,m/s$ | $v_{eind} = 3{,}0\,m/s$ | $F = 150\,N$ | $s = \ldots m$
- $\Sigma W = \Delta E_K \rightarrow \Sigma F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $-150 \cdot s = \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 3^2 - \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 6^2 = -945 \rightarrow s = 6{,}3\,m$

c Hoeveel remkracht moet ze geven om vlak voor de kat tot stilstand te komen?
- $m = 70\,kg$ | $v_{begin} = 6{,}0\,m/s$ | $v_{eind} = 0\,m/s$ | $s = 3{,}0\,m$ | $F = \ldots N$
- $\Sigma W = \Delta E_K \rightarrow \Sigma F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $-F \cdot 3 = \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 0^2 - \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 6^2 = -1260 \rightarrow F = 420 = 4{,}2 \cdot 10^2\,N$

2*** **a** Bereken de noodzakelijke versnelling van de scooter.
- $s = 100\,m$ | $t = 10\,s$ | $v_{gem} = \ldots m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow 100 = v_{gem} \cdot 10 \rightarrow v_{gem} = 10\,m/s$
- $v_{gem} = \dfrac{v_{begin} + v_{eind}}{2} \rightarrow 10 = \dfrac{7 + v_{eind}}{2} \rightarrow v_{eind} = 13\,m/s$
- $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{13 - 7}{10} = 0{,}60\,m/s^2$

b Met welke snelheid passeert Jan het stoplicht?
- $v_{eind} = 13\,m/s$ (zie vraag a)

c Bereken de arbeid die de motor verricht tijdens de versnelling met $\Sigma W = \Delta E_K$.
- $m = 70\,kg$ | $v_{begin} = 7\,m/s$ | $v_{eind} = 13\,m/s$ | $\Sigma W = \ldots J$
- $\Sigma W = \Delta E_K \rightarrow \Sigma W = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $\Sigma W = \frac{1}{2} \cdot 160 \cdot 13^2 - \frac{1}{2} \cdot 160 \cdot 7^2 \rightarrow \Sigma W = 9{,}6 \cdot 10^3\,J$

d Bereken de arbeid die de motor verricht tijdens de versnelling met $\Sigma F = m \cdot a$.
- $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow \Sigma F = 160 \cdot 0{,}6 = 96\,N$
- $W = F \cdot s = 96 \cdot 100 = 9{,}6 \cdot 10^3\,J$

3*** **a** Bereken de kracht op deze auto.

- $m = 1200\ \text{kg} \quad | \quad v_{begin} = \dfrac{50}{3,6} = 13,888\ \text{m/s} \quad | \quad v_{eind} = 0\ \text{m/s} \quad | \quad s = 0,40\ \text{m}$
- $\Sigma W = \Delta E_K \quad \rightarrow \quad \Sigma F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $F \cdot 0,3 = \frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot 0^2 - \frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot 13,888^2 = -1,1574 \cdot 10^5$
- $F = 3,858 \cdot 10^5 = 3,9 \cdot 10^5\ \text{N}$

b Bereken de vertraging van deze auto.

- $m = 1200\ \text{kg} \quad | \quad F = 3,858 \cdot 10^5\ \text{N} \quad | \quad a = \ldots\ \text{m/s}^2$
- $\Sigma F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad 3,858 \cdot 10^5 = 1200 \cdot a \quad \rightarrow \quad a = 3,215 \cdot 10^2 = 3,2 \cdot 10^2\ \text{m/s}^2$

c Na hoeveel seconde staat deze auto stil?

- $\Delta v = 13,888\ \text{m/s} \quad | \quad a = 3,215 \cdot 10^2\ \text{m/s}^2 \quad | \quad t = \ldots\ \text{s}$
- $\Delta v = a \cdot t \quad \rightarrow \quad 13,888 = 3,215 \cdot 10^2 \cdot t \quad \rightarrow \quad t = 4,32 \cdot 10^{-2} = 4,3 \cdot 10^{-2}\ \text{s}$

4*** **a** Bereken de afstand die het karretje tijdens het remmen aflegt.

- $v_{begin} = 18\ \text{m/s} \quad | \quad v_{eind} = 3,0\ \text{m/s}$
- $\Sigma F = -2500\ \text{N} \quad | \quad m = 200\ \text{kg} \quad | \quad s = \ldots\ \text{m}$
- $\Sigma W = \Delta E_K \quad \rightarrow \quad \Sigma F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $-2500 \cdot s = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 3^2 - \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 18^2 \quad \rightarrow \quad -2500 \cdot s = 900 - 32400 = -31500$
- mintekens wegstrepen: $s = \dfrac{31500}{2500} = 12,6 = 13\ \text{m}$

b Hoe groot is de remkracht in dit deel?

- $m = 200\ \text{kg} \quad | \quad v_{begin} = 3,0\ \text{m/s} \quad | \quad v_{eind} = 0\ \text{m/s} \quad | \quad s = 1,5\ \text{m} \quad | \quad F = \ldots\ \text{N}$
- $\Sigma W = \Delta E_K \quad \rightarrow \quad \Sigma F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $-F \cdot 1,5 = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0^2 - \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 3^2 = -900 \quad \rightarrow \quad F = 600 = 6,0 \cdot 10^2\ \text{N}$

c Wat is de vertraging in dit deel?

- $m = 200\ \text{kg} \quad | \quad F = 600\ \text{N} \quad | \quad a = \ldots\ \text{m/s}^2$
- $\Sigma F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad 600 = 200 \cdot a \quad \rightarrow \quad a = 3,0\ \text{m/s}^2$

5**** **a** Leg uit waarom je dit mag concluderen.

- bij het dalen oefent de zwaartekracht arbeid uit
- als er geen wrijvingskracht is veroorzaakt deze arbeid een toename van de kinetische energie
- als de snelheid constant is neemt E_K niet toe en moet er dus nog een kracht werken
- deze kracht is de wrijvingskracht op het zweefvliegtuig

b Bereken de wrijvingskracht.

- $m = 350\ kg$ | $v_{begin} = v_{eind} = \frac{90}{3,6} = 25\ m/s$ | $s_{verticaal} = 0,80\ m$
- $\Sigma W = \Delta E_K \rightarrow \Sigma W = \frac{1}{2}m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_{begin}^2$
- $v_{begin} = v_{eind} \rightarrow \Sigma W = \Delta E_K = 0$
- $W_Z - W_W = 0 \rightarrow F_Z \cdot s_{verticaal} - F_W \cdot s = 0$ *(gebruik afstand per seconde)*
- $350 \cdot 9,81 \cdot 0,8 - F_W \cdot 25 = 0 \rightarrow F_W = 109,872 = 1,1 \cdot 10^2\ N$

6**** **a** Hoeveel is de vrachtauto na 1,0 km gestegen?

- $m = 20 \cdot 10^3\ kg$ | $v_{begin} = v_{eind} = \frac{60}{3,6} = 16,666\ m/s$ | $s = 1000\ m$
- $\Sigma W = \Delta E_K \rightarrow \Sigma W = \frac{1}{2}m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_{begin}^2$
- $v_{begin} = v_{eind} \rightarrow \Sigma W = \Delta E_K = 0$
- $W_{motor} - W_Z = 0 \rightarrow F_{motor} \cdot s - F_Z \cdot s_{verticaal} = 0$
- $1,0 \cdot 10^4 \cdot 1000 - 2,0 \cdot 10^4 \cdot 9,81 \cdot s_{verticaal} = 0 \rightarrow s_{verticaal} = 50,9684 = 51\ m$

b Bereken de benodigde remkracht.

- $m = 20 \cdot 10^3\ kg$ | $v_{begin} = \frac{80}{3,6} = 22,222\ m/s$ | $v_{eind} = \frac{30}{3,6} = 8,333\ m/s$
- $\Sigma W = \Delta E_K \rightarrow \Sigma W = \frac{1}{2}m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_{begin}^2$
- $\Sigma W = \frac{1}{2} \cdot 2,0 \cdot 10^4 \cdot 8,333^2 - \frac{1}{2} \cdot 2,0 \cdot 10^4 \cdot 22,222^2 \rightarrow \Sigma W = -4,243827 \cdot 10^6\ J$
- $s_{verticaal} = 40\ m$ | $s = 200\ m$ | $F_Z = 2,0 \cdot 10^4 \cdot 9,81 = 1,962 \cdot 10^5\ N$
- $\Sigma W = W_Z - W_{rem} \rightarrow \Sigma W = F_Z \cdot s_{verticaal} - F_{rem} \cdot s$
- $-4,243827 \cdot 10^6 = 1,962 \cdot 10^5 \cdot 40 - F_{rem} \cdot 200 \rightarrow F_{rem} = 6,0459 \cdot 10^4 = 6,0 \cdot 10^4\ N$

4.5 Vermogen

1** **a** Hoeveel pk(hp) is dit?

- opzoeken: 1 pk (hp) = 745,7 W
- aantal pk (hp): $\frac{7500}{745{,}7} = 10{,}058 = 10 \text{ pk (hp)}$

b Met welke snelheid kan de hijskraan een last van 1000 kg ophijsen?

- $P = 7500 \text{ W} \;\;|\;\; F = 1000 \cdot 9{,}81 = 9810 \text{ N} \;\;|\;\; v = \ldots \text{ m/s}$
- $P = F \cdot v$
- $7500 = 9810 \cdot v \;\rightarrow\; v = 0{,}7645 = 0{,}76 \text{ m/s}$

c Hoeveel dakpannen worden per keer omhoog gebracht?

- $s = 25 \text{ m} \;\;|\;\; t = 13 \text{ s} \;\;|\;\; v_{gem} = \ldots \text{ m/s}$
- $s = v_{gem} \cdot t \;\rightarrow\; 25 = v_{gem} \cdot 13 \;\rightarrow\; v_{gem} = 1{,}923 \text{ m/s}$
- $P = 7500 \text{ W} \;\;|\;\; v = 19{,}23 \text{ m/s} \;\;|\;\; F = \ldots \text{N}$
- $P = F \cdot v \;\rightarrow\; 7500 = F \cdot 19{,}23 \;\rightarrow\; F = 3900 \text{ N}$
- gewicht van één dakpan: $5 \cdot 9{,}81 = 49{,}05 \text{ N}$
- aantal dakpannen: $\frac{3900}{49{,}05} = 79{,}51$ afronden op 79 of op 80 dakpannen

2** **a** Bereken het vermogen van één roeier.

- constante snelheid $\rightarrow F = F_W = 240 \text{ N}$
- $F = 240 \text{ N} \;\;|\;\; v = 5{,}5 \text{ m/s} \;\;|\;\; P = \ldots \text{ W}$
- $P = F \cdot v \;\rightarrow\; P = 240 \cdot 5{,}5 = 1320 \text{ W}$
- vermogen van één roeier: $P = \frac{1320}{3} = 440 = 4{,}4 \cdot 10^2 \text{ W}$

b Bereken hoeveel arbeid een roeier verricht in een wedstrijd over 2,0 km.

- $s = 2000 \text{ m} \;\;|\;\; v = 5{,}5 \text{ m/s} \;\;|\;\; t = \ldots \text{ s}$
- $s = v_{gem} \cdot t \;\rightarrow\; 2000 = 5{,}5 \cdot t \;\rightarrow\; t = 363{,}6363 \text{ s}$
- $E = P \cdot t \;\rightarrow\; E = 440 \cdot 363{,}6363 = 1{,}6 \cdot 10^5 \text{ J}$

OOG GOED

- kracht per roeier: $F = \frac{240}{3} = 80 \text{ N}$
- $W = F \cdot s \;\rightarrow\; W = 80 \cdot 2000 = 1{,}6 \cdot 10^5 \text{ J}$

3** **a** Hoeveel cm gaat je zwaartepunt omhoog bij een push up?

- zwaartepunt halverwege je handen en je voeten
- je schouders gaan 34 cm omhoog $\rightarrow$ je zwaartepunt gaat $\frac{34}{2} = 17$ cm omhoog

b Hoeveel kracht moeten je armen zetten bij een push up?

- de kracht is verdeeld tussen je handen en je voeten
- $F = \frac{F_z}{2} \quad \rightarrow \quad F = \frac{60 \cdot 9{,}81}{2} = 294{,}3 = 2{,}9 \cdot 10^2$ N

c Hoeveel push ups moet je hiervoor doen?

- $W = 3000$ J | $F = 294{,}3$ N | $s = \ldots$ m
- $W = F \cdot s \quad \rightarrow \quad 2000 = 294{,}3 \cdot s \quad \rightarrow \quad s = 6{,}79579$ m
- 0,17 m per push up
- aantal push ups: $\frac{6{,}79579}{0{,}17} = 39{,}975 = 40$ push ups

d Hoeveel vermogen lever je?

- arbeid van één push up: $W = F \cdot s \quad \rightarrow \quad W = 294{,}3 \cdot 0{,}17 = 50{,}031$ J
- $W = 50{,}031$ J | $t = 2{,}0$ s | $P = \ldots$ W
- $W = E = P \cdot t \quad \rightarrow \quad 50{,}031 = P \cdot 2$ | $P = 25{,}0155 = 25$ W

4** **a** Hoeveel chemische energie bevat één lucifer?

- inhoud van één lucifer: $V = \ell \cdot b \cdot h \quad \rightarrow \quad V = 55 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2{,}2 \cdot 10^{-7}$ m³
- $\rho = 420$ kg/m³ | $V = 2{,}2 \cdot 10^{-7}$ m³ | $m = \ldots$ kg
- $\rho = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad 420 = \frac{m}{2{,}2 \cdot 10^{-7}} \quad \rightarrow \quad m = 9{,}24 \cdot 10^{-5}$ kg
- opzoeken stookwaarde hout: $16 \cdot 10^6$ J/kg
- één lucifer bevat $16 \cdot 10^6 \cdot 9{,}24 \cdot 10^{-5} = 1478{,}4 = 1{,}5 \cdot 10^3$ J chemische energie

b Wat is het vermogen van de vlam?

- $E = P \cdot t \quad \rightarrow \quad 1478{,}4 = P \cdot 40 \quad \rightarrow \quad P = 36{,}96 = 37$ W

5** **a** Hoeveel uur kan een waxinelichtje branden?

- inhoud: $V = \pi r^2 \cdot h \quad \rightarrow \quad V = \pi \cdot (19 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 13 \cdot 10^{-3} = 1{,}47435 \cdot 10^{-5}$ m³
- opzoeken: $\rho = 0{,}85 \cdot 10^3$ kg/m³
- $\rho = 0{,}85 \cdot 10^3$ kg/m³ | $V = 1{,}47435 \cdot 10^{-5}$ m³ | $m = \ldots$ kg
- $\rho = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad 0{,}85 \cdot 10^3 = \frac{m}{1{,}47435 \cdot 10^{-5}} \quad \rightarrow \quad m = 1{,}2532 \cdot 10^{-2}$ kg
- stookwaarde paraffine: $40 \cdot 10^6$ J/kg

- één waxinelichtje bevat $40 \cdot 10^6 \cdot 1{,}2532 \cdot 10^{-2} = 5{,}012788 \cdot 10^5$ J
- $E = 5{,}012788 \cdot 10^5\ J \ \mid\ P = 50\ W \ \mid\ t = \ldots s$
- $E = P \cdot t \ \rightarrow\ 5{,}012788 \cdot 10^5 = 40 \cdot t \ \rightarrow\ t = 1{,}253197 \cdot 10^4\ s$
- $t = \dfrac{1{,}253197 \cdot 10^4}{3600} = 3{,}4811 = 3{,}5$ uur

6*** **a** Hoeveel is de kinetische energie toegenomen?

- $m = 800\ kg \ \mid\ v_{begin} = 0\ m/s \ \mid\ v_{eind} = \dfrac{50}{3{,}6} = 13{,}888\ m/s \ \mid\ \Delta E_K = \ldots J$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \ \rightarrow\ E_K = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 13{,}888^2 = 7{,}716 \cdot 10^4 = 7{,}7 \cdot 10^4\ J$

b Wat is het vermogen van de motor?

- $E = 7{,}716 \cdot 10^4\ J \ \mid\ t = 4{,}0\ s \ \mid\ P = \ldots W$
- $E = P \cdot t$
- $7{,}716 \cdot 10^4 = P \cdot 4 \ \rightarrow\ P = 1{,}929 \cdot 10^4 = 1{,}9 \cdot 10^4\ W$

c Hoeveel pk(cv) is dit?

- $1\,pk\,(cv) = 735{,}5\ W$
- $1{,}929 \cdot 10^4\ W = \dfrac{1{,}929 \cdot 10^4}{735{,}5} = 26{,}227 = 26\ pk(cv)$

d Hoeveel meter heeft de auto nodig om met hetzelfde motorvermogen van 50 km/h naar 100 km/h te gaan? Wrijving wordt verwaarloosd.

- $m = 800\ kg \ \mid\ v_{begin} = \dfrac{50}{3{,}6} = 13{,}888\ m/s \ \mid\ v_{eind} = \dfrac{100}{3{,}6} = 27{,}778\ m/s$
- $\Delta E_K = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $\Delta E_K = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 27{,}778^2 - \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 13{,}888^2 = 2{,}3148 \cdot 10^5\ J$
- $E = P \cdot t \ \rightarrow\ 2{,}3148 \cdot 10^5 = 1{,}929 \cdot 10^4 \cdot t \ \rightarrow\ t = 12\ s$
- $v_{gem} = \dfrac{75}{3{,}6} = 20{,}8333\ m/s \ \mid\ t = 12\ s \ \mid\ s = \ldots m$
- $s = v_{gem} \cdot t \ \rightarrow\ s = 20{,}8333 \cdot 12 = 250 = 2{,}5 \cdot 10^2\ m$

7*** **a** Bereken de arbeid die Willem verricht om de piano omhoog te duwen.

- $\sin\alpha = \dfrac{\text{overstaand}}{\text{schuin}} \ \rightarrow\ \sin 10 = \dfrac{\text{overstaand}}{5} \ \rightarrow\ \text{overstaand} = 0{,}86824\ m$
- $h_{begin} = 0\ m \ \mid\ h_{eind} = 0{,}86824\ m \ \mid\ v_{begin} = v_{eind}$
- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$

- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2 + E_{in} = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 + E_{uit}$
- $E_{uit} = F_W \cdot s = 180 \cdot 5 = 900\ J$
- $v_{begin} = v_{eind} \quad \rightarrow \quad E_{K\ begin} = E_{K\ eind}$
- $250 \cdot 9{,}81 \cdot 0 + E_{in} = 250 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}86824 + 900 \quad \rightarrow \quad E_{in} = 3029{,}36 = 3{,}0 \cdot 10^3\ J$

b Bereken het vermogen van Willem.
- $E = 3029{,}36\ J \quad | \quad t = 30\ s \quad | \quad P = \ldots W$
- $E = P \cdot t$
- $3029{,}36 = P \cdot 30 \quad \rightarrow \quad P = 100{,}9796 = 1{,}0 \cdot 10^2\ W$

c Bereken de kracht die Willem op de piano uitoefent.
- $E_{in} = 3029{,}36\ J \quad | \quad s = 5{,}0\ m \quad | \quad F = \ldots N$
- $E_{in} = W = F \cdot s$
- $3029{,}36 = F \cdot 5 \quad \rightarrow \quad F = 605{,}872 = 6{,}1 \cdot 10^2\ N$

8*** **a** Toon aan dat de eenheid van k gelijk is aan kg/m³.
- eenheid van kracht is $N = kg \cdot \frac{m}{s^2}$
- vul de eenheden in bij de formule $F_{W\ lucht} = k \cdot A \cdot v^2$
- $kg \cdot \frac{m}{s^2} = [k] \cdot m^2 \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^2 = [k] \cdot m^2 \cdot \frac{m^2}{s^2}$ *([k] is de eenheid van k)*
- $kg \cdot \frac{m}{s^2} = [k] \cdot m^2 \cdot \frac{m^2}{s^2} \quad \rightarrow \quad kg \cdot m = [k] \cdot m^4 \quad \rightarrow \quad [k] = \frac{kg}{m^3}$

b Bereken $F_{W\ lucht}$ als je 20 km/h rijdt.
- $k = 0{,}65\ kg/m^3 \quad | \quad A = 0{,}60\ m^2 \quad | \quad v = \frac{20}{3{,}6} = 5{,}555\ m/s \quad | \quad F_{W\ lucht} = \ldots N$
- $F_{W\ lucht} = k \cdot A \cdot v^2$
- $F_{W\ lucht} = 0{,}65 \cdot 0{,}6 \cdot 5{,}555^2 = 12{,}037 = 12\ N$

c Bereken het vermogen als je 20 km/h rijdt.
- $F = 12{,}037\ N \quad | \quad v = \frac{20}{3{,}6} = 5{,}555\ m/s \quad | \quad P = \ldots W$
- $P = F \cdot v \quad \rightarrow \quad P = 12{,}037 \cdot 5{,}555 = 66{,}8724 = 67\ W$

d Leg uit wie er gelijk heeft, Julia, Maaike of geen van beide.
- als de snelheid halveert wordt de kracht 4 keer zo klein
- $P = F \cdot v$
- F wordt 4x zo klein en v wordt 2x zo klein
- P wordt 8x zo klein → geen van beide hebben gelijk

e Wat is haar vermogen als ze met 10 km/h fietst?

- $k = 0{,}65\ kg/m^3 \quad | \quad A = 0{,}60\ m^2 \quad | \quad v = \dfrac{10}{3{,}6} = 2{,}777\ m/s \quad | \quad F_{W\ lucht} = \ldots N$
- $F_{W\ lucht} = k \cdot A \cdot v^2$
- $F_{W\ lucht} = 0{,}65 \cdot 0{,}6 \cdot 2{,}777^2 = 3{,}00926 = 3{,}0\ N$
- $P = F \cdot v \quad \rightarrow \quad P = 3{,}00926 \cdot 2{,}777 = 8{,}359 = 8{,}4\ W$

f Klopt je antwoord op vraag d?

- 67 W bij 20 km/h en 8,4 W bij 10 km/h
- $\dfrac{66{,}8724}{8{,}359} = 8{,}00 \quad \rightarrow$ het antwoord op vraag d klopt

g Toon aan dat je bij 20 km/h 4x zoveel arbeid verricht als bij 10 km/h.

- 10 km/h: $W = F \cdot s \quad \rightarrow \quad W = 3{,}00926 \cdot 2000 = 6{,}0 \cdot 10^3\ J$
- 20 km/h: $W = F \cdot s \quad \rightarrow \quad W = 12{,}037 \cdot 2000 = 2{,}4074 \cdot 10^4 = 24 \cdot 10^3\ J$
- bij 20 km/h verricht je 4x zoveel arbeid als bij 10 km/h

4.6 Rendement

1**

a Bereken het nuttig vermogen van de waterpomp.

- $m = 25 \cdot 10^3$ kg | $h = 6{,}0$ m | $t = 1{,}8 \cdot 10^3$ s | $P_{nut} = \dots$ W
- $E_{nut} = E_Z = m \cdot g \cdot h \;\rightarrow\; E_{nut} = 25 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 6 = 1{,}4715 \cdot 10^6$ J
- $E = P \cdot t \;\rightarrow\; 1{,}4715 \cdot 10^6 = P \cdot 1{,}8 \cdot 10^3 \;\rightarrow\; P = 817{,}5 = 8{,}2 \cdot 10^2$ W

b Bereken het rendement van de waterpomp.

- $E_{nut} = 1{,}4715 \cdot 10^6$ J | $E_{in} = 3{,}0 \cdot 10^6$ J | $\eta = \dots$
- $\eta = \dfrac{E_{nut}}{E_{in}} \;\rightarrow\; \eta = \dfrac{1{,}4715 \cdot 10^6}{3{,}0 \cdot 10^6} = 0{,}4905 = 0{,}49 \quad (= 49\%)$

2**

a Hoe lang heeft Simon nodig om boven te komen?

- hoogte per minuut: $90 \cdot 0{,}2 = 18$ m
- $\dfrac{81}{18} = 4{,}5$ minuten heeft Simon nodig

b Hoeveel nuttige energie hebben Simons spieren geleverd?

- $m = 62$ kg | $h = 81$ m | $E_{nut} = \dots$ J
- $E_{nut} = E_Z = m \cdot g \cdot h \;\rightarrow\; E_{nut} = 62 \cdot 9{,}81 \cdot 81 = 4{,}926582 \cdot 10^4 = 4{,}9 \cdot 10^4$ J

c Hoeveel energie hebben Simons spieren gebruikt?

- $E_{nut} = 4{,}926582 \cdot 10^4$ J | $\eta = 0{,}23$ | $E_{in} = \dots$ J
- $\eta = \dfrac{E_{nut}}{E_{in}}$
- $0{,}23 = \dfrac{4{,}926582 \cdot 10^4}{E_{in}} \;\rightarrow\; E_{in} = \dfrac{4{,}926582 \cdot 10^4}{0{,}23} = 2{,}142 \cdot 10^5 = 2{,}1 \cdot 10^5$ J

d Is één pizzapunt genoeg om de verbruikte energie weer aan te vullen?

- totaal verbruikte energie: $1{,}5 \cdot 2{,}142 \cdot 10^5 = 3{,}213 \cdot 10^5$ J
- één pizza is $250 \cdot \dfrac{350}{100} = 875$ kcal
- opzoeken: 1 calorie is 4,184 joule
- $875 \text{ kcal} = 875 \cdot 10^3 \cdot 4{,}184 = 3{,}661 \cdot 10^6$ J
- $\dfrac{1}{8}$pizza is $\dfrac{3{,}661 \cdot 10^6}{8} = 4{,}576 \cdot 10^5 = 4{,}6 \cdot 10^5$ J
- een pizzapunt (⅛ pizza) is genoeg

3** **a** Is de energie één chicken nugget genoeg voor Usain Bolt om zijn topsnelheid te bereiken?

- $m = 93\,kg$ | $v = 12\,m/s$ | $E_K = \ldots J$
- $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- $E_K = \frac{1}{2} \cdot 93 \cdot 12^2 = 6{,}696 \cdot 10^3\ J$
- $E_{nut} = E_K = 6{,}696 \cdot 10^3\ J$ | $\eta = 0{,}20$ | $E_{in} = \ldots J$
- $\eta = \dfrac{E_{nut}}{E_{in}}$
- $0{,}20 = \dfrac{6{,}693 \cdot 10^3}{E_{in}} \rightarrow E_{in} = \dfrac{6{,}693 \cdot 10^3}{0{,}2} = 3{,}348 \cdot 10^4\,J$
- een portie chicken nuggets bevat $3 \cdot 1{,}25 \cdot 10^6 = 3{,}75 \cdot 10^6\ J$
- 1 chicken nugget bevat $\dfrac{3{,}75 \cdot 10^6}{20} = 1{,}875 \cdot 10^5\ J$
- dit is meer dan $3{,}348 \cdot 10^4\ J \rightarrow$ één chicken nuggets is genoeg

4*** **a** Bereken je gemiddelde vermogen.

- $m = 80\,kg$ | $h = 1576\,m$ | $F_W = 50\,N$ | $s = 21 \cdot 10^3\ m$
- $E_{tot} = E_Z + W_{lucht} \rightarrow E_{tot} = m \cdot g \cdot h + F_W \cdot s$
- $E_{tot} = 80 \cdot 9{,}81 \cdot 1576 + 50 \cdot 21 \cdot 10^3 = 1{,}2368 \cdot 10^6 + 1{,}05 \cdot 10^6 = 2{,}2868 \cdot 10^6\ J$
- $s = 21 \cdot 10^3$ | $v_{gem} = 9{,}0\,km/h$ | $t = \ldots h$
- $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow 21 = 9 \cdot t \rightarrow t = 2{,}333\,h \rightarrow t = 8400\,s$
- $E = P \cdot t \rightarrow 2{,}2868 \cdot 10^6 = P \cdot 8400 \rightarrow P = 272{,}24 = 2{,}7 \cdot 10^2\ W$

b Hoeveel kracht moet je uitoefenen om het stuk tussen 6,0 en 7,0 km met een snelheid van 9,0 km/h af te leggen?

- $m = 80\,kg$ | $h = 120\,m$ | $F_W = 50\,N$ | $s = 1000\,m$
- $E_{tot} = E_Z + W_{lucht} \rightarrow E_{tot} = m \cdot g \cdot h + F_W \cdot s$
- $E_{tot} = 80 \cdot 9{,}81 \cdot 120 + 50 \cdot 1000 = 1{,}44176 \cdot 10^5\ J$
- $E_{tot} = W = F \cdot s$
- $1{,}44176 \cdot 10^5 = F \cdot 1000 \rightarrow F = 144{,}176 = 1{,}4 \cdot 10^2\ N$
- omdat het verzet 1 : 1 is moet je een kracht van $F = 1{,}4 \cdot 10^2\ N$ uitoefenen

c Hoeveel energie verbruik je om de Mont Ventoux te beklimmen?

- $E_{tot} = E_{nut} = 2{,}2868 \cdot 10^6\ J$ | $\eta = 0{,}21$ | $E_{in} = \ldots J$
- $\eta = \dfrac{E_{nut}}{E_{in}}$
- $0{,}21 = \dfrac{2{,}2868 \cdot 10^6}{E_{in}} \rightarrow E_{in} = \dfrac{2{,}2969 \cdot 10^6}{0{,}21} = 1{,}08897 \cdot 10^7 = 1{,}1 \cdot 10^7\ J$

d Hoeveel Big Macs moet je eten om de energie de je gebruikt hebt om de Mout Ventoux op te klimmen aan te vullen.

- totaal verbruikte energie: $1{,}08897 \cdot 10^7$ J
- één pizza is $2 \cdot 257 = 514$ kcal
- opzoeken: 1 calorie is 4,184 joule
- $514\ \text{kcal} = 514 \cdot 10^3 \cdot 4{,}184 = 2{,}150576 \cdot 10^6$ J
- aantal Big Macs nodig $\dfrac{1{,}08897 \cdot 10^7}{2{,}150576 \cdot 10^6} = 5{,}06362 = 5{,}0$ Big Mags

5*** **a** Hoeveel ton steenkool gebruikt deze centrale per jaar als hij continu op vol vermogen werkt?

- $1\ \text{jaar} = 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 3{,}1536 \cdot 10^7$ s
- $P = 1{,}560 \cdot 10^9$ W $\mid$ $t = 3{,}1536 \cdot 10^7$ s $\mid$ $E = \ldots$ J
- $E = P \cdot t \rightarrow E = 1{,}560 \cdot 10^9 \cdot 3{,}1536 \cdot 10^7 = 4{,}919616 \cdot 10^{16}$ J
- $E_{nut} = 4{,}919616 \cdot 10^{16}$ J $\mid$ $\eta = 0{,}46$ $\mid$ $E_{in} = \ldots$ J
- $\eta = \dfrac{E_{nut}}{E_{in}}$
- $0{,}46 = \dfrac{4{,}919616 \cdot 10^{16}}{E_{in}} \rightarrow E_{in} = \dfrac{4{,}919616 \cdot 10^{16}}{0{,}46} = 1{,}06948 \cdot 10^{17}$ J
- opzoeken stookwaarde steenkool: $29 \cdot 10^6$ J/kg
- aantal kg steenkool: $\dfrac{1{,}06948 \cdot 10^{17}}{29 \cdot 10^6} = 3{,}687868 \cdot 10^9$ kg
- 1 ton = 1000 kg $\rightarrow$ $\dfrac{3{,}687968 \cdot 10^9}{1000} = 3{,}687868 \cdot 10^6 = 3{,}7 \cdot 10^6$ ton

b Hoeveel vrachtauto's zijn er per dag nodig?

- aantal ton steenkool per jaar: $3{,}687868 \cdot 10^6$ ton
- aantal vrachtauto's per jaar: $\dfrac{3{,}687868 \cdot 10^6}{40} = 9{,}21967 \cdot 10^4$
- aantal vrachtauto's per dag: $\dfrac{9{,}21967 \cdot 10^4}{365} = 252{,}5937 = 2{,}5 \cdot 10^2$ vrachtauto's

c Hoeveel zeeschepen zijn er per jaar nodig?

- aantal ton steenkool per jaar: $3{,}687868 \cdot 10^6$ ton
- $\dfrac{3{,}687868 \cdot 10^6}{50000} = 73{,}757 = 74$ schepen per jaar

6* a** Schat de frontale oppervlakte van de auto.

- de auto is ongeveer 1,3 m breed en 1,5 m hoog
- de frontale oppervlakte is $1{,}3 \cdot 1{,}5 = 1{,}95$ dus ongeveer 2,0 m^2 (marge 0,5 m^2)

b Bereken de kracht die de motor levert bij een constante snelheid van 120 km/h.

- opzoeken dichtheid van lucht: $\rho = 1{,}293\ kg/m^3$
- $c_W = 0{,}40$ | $\rho = 1{,}293\ kg/m^3$ | $A = 2{,}0\ m^2$ | $v = 120/3{,}6 = 33{,}333\ m/s$
- $F_W = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$
- $F_W = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 1{,}293 \cdot 2 \cdot 33{,}333^2 = 574{,}667\ N$
- $F_{motor} = F_W = 5{,}7 \cdot 10^2\ N$

c Bereken de nuttige energie per kilometer.

- $F = 574{,}667\ N$ | $s = 1000\ m$ | $E_{nut} = \ldots J$
- $E_{nut} = W = F \cdot s$
- $E_{nut} = 574{,}667 \cdot 1000 = 5{,}7 \cdot 10^5\ J$

d Bereken het energieverbruik per kilometer.

- benzineverbruik is 6,0 liter per 100 km
- verbruik per kilometer: $6/100 = 0{,}060$ liter / km

e Bereken het rendement van de benzinemotor.

- opzoeken stookwaarde benzine: $33 \cdot 10^9\ J/m^3$
- 1 liter is $10^{-3}\ m^3$ → energie per liter: $33 \cdot 10^6$ J / liter
- energie per kilometer: $0{,}060 \cdot 33 \cdot 10^6 = 1{,}98 \cdot 10^6$ J / km
- $E_{in} = 1{,}98 \cdot 10^6\ J$ | $E_{nut} = 7{,}2 \cdot 10^5\ J$ | $\eta = \ldots$
- $\eta = \frac{E_{nut}}{E_{in}} \rightarrow \eta = \frac{5{,}74667 \cdot 10^5}{1{,}98 \cdot 10^6} = 0{,}29 \quad (= 29\%)$

Examenvragen havo

Roeien

3p **a** Bereken de arbeid die de roeier daarbij in één minuut verricht.

- gebruik $W = F \cdot s$ 1
- per slag: $W = 320 \cdot 1{,}5 = 480$ J 1
- per minuut: $28 \cdot 480 = 1{,}344 \cdot 10^4 = 1{,}3 \cdot 10^4$ J 1

4p **b** Bereken, uitgaande van deze gegevens, de gemiddelde wrijvingskracht op de boot tijdens deze race.

- $s = 2000$ m | $t = 400$ s $\rightarrow$ $v = \frac{s}{t} = \frac{2000}{400} = 5{,}0$ m / s 1
- gebruik: $P = F \cdot v$ 1
- één roeier: $450 = F \cdot 5$ $\rightarrow$ $F = 90$ N 1
- 8 roeiers: $F = 8 \cdot 90 = 720$ N 1

4p **c** Leg met behulp van een berekening uit welke boot het eerst de finish bereikt als hun snelheid niet meer verandert.

- boot A: $s = 600$ m | $v = 5{,}0$ m / s $\rightarrow$ $t = \frac{s}{v}$ $\rightarrow$ $t = \frac{600}{5} = 120$ s 1
- boot B: $s = 600 - 30 - 19 = 551$ m 1
- boot B: $s = 551$ m | $v = 4{,}7$ m / s $\rightarrow$ $t = \frac{s}{v}$ $\rightarrow$ $t = \frac{551}{4{,}7} = 117{,}23$ s 1
- boot B wint want die heeft minder tijd nodig om de finish te bereiken 1

Autotest

3p **a** Leg met een berekening uit met welk van de drie genoemde brandstofverbruiken de actieradius bepaald is.

- aflezen: actieradius = 750 km en inhoud van de tank = 63 liter 1
- per 100 km is het verbruik: $\frac{63}{750} \cdot 100 = 8{,}4$ liter 1
- de actieradius is met het gemiddelde verbruik bepaald 1

3p **b** Noem nog drie factoren die van invloed zijn op de remweg van een auto.

- soort banden
- soort wegdek
- massa auto (+ inzittenden)
- remkracht

1 punt per goede factor, alleen de eerste 3 genoemde factoren worden beoordeeld

4p **c** Bereken, gebruikmakend van het testrapport, de totale wrijvingskracht op de auto als deze met topsnelheid rijdt.

- aflezen topsnelheid: 180 km / h $= 180 / 3{,}6 = 50$ m / s 1
- gebruik: $P = F \cdot v$ 1

- inzicht: $F = F_W$ 1
- $P = F_W \cdot v \quad \rightarrow \quad 76 \cdot 10^3 = F_W \cdot 50 \quad \rightarrow \quad F_W = 1{,}52 \cdot 10^3 = 1{,}5 \cdot 10^3\ \text{N}$ 1

3p **d** Wie van beiden heeft gelijk? Licht je keuze toe.
- inzicht: $F_{W\,lucht} = k \cdot v^2$ (dus niet recht evenredig) 1
- bij een hogere snelheid verbruikt de auto voor elke afgelegde km meer benzine 1
- Annabel heeft gelijk 1

Erasmusbrug

4p **a** Bereken op basis van deze informatie het gemiddelde vermogen dat de elektromotor moet leveren om de brug van de gesloten in de geopende stand te krijgen.
- $E_{Z\,1}$ neemt toe met: $E_{Z\,1} = m_1 \cdot g \cdot h_1$ en $E_{Z\,12}$ neemt af met: $E_{Z\,2} = m_2 \cdot g \cdot h_2$ 1
- $E = 1560 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 28 - 1050 \cdot 9{,}81 \cdot 11 = 3{,}15195 \cdot 10^8\ \text{J}$ 1
- gebruik: $P = \dfrac{E}{t}$ 1
- $P = \dfrac{3{,}15195 \cdot 10^8}{120} = 2{,}62663 \cdot 10^6 = 2{,}6 \cdot 10^6\ \text{W}$ 1

Trampolinespringen

3p **a** Bepaal het functievoorschrift dat bij de grafiek van figuur 2 hoort.
- de grafiek is een rechte lijn door de oorsprong $\rightarrow h_1 = C \cdot h_v$ (C is constant) 1
- inzicht: C is de helling van de lijn $\rightarrow C = \dfrac{1{,}62}{2{,}0} = 0{,}81$ 1
- geeft $h_1 = 0{,}81 \cdot h_v$ 1

4p **b** Toon dit aan met behulp van bovenstaande definitie.
- definitie: $\eta = \dfrac{E_{K\,na}}{E_{K\,voor}}$ 1
- wet behoud van energie $\rightarrow E_{K\,voor} = E_{Z\,begin} = m \cdot g \cdot h_v$ 1
- wet behoud van energie $\rightarrow E_{K\,na} = E_{Z\,eind} = m \cdot g \cdot h_1$ 1
- $\dfrac{E_{K\,na}}{E_{K\,voor}} = \dfrac{m \cdot g \cdot h_1}{m \cdot g \cdot h_v} = \dfrac{h_1}{h_v}$ 1

2p **c** Geef aan hoe ze dit kunnen onderzoeken.
- twee personen met verschillende massa laten zich van <u>dezelfde hoogte</u> vallen 1
- meet de terugveerhoogte 1

1p **d** Bepaal met behulp van figuur 4 van welke hoogte h_v hij zich in deze situatie heeft laten vallen.

- aflezen $h_v = 0{,}80\,m$ (marge 0,01 m) 1

4p **e** Bepaal hoeveel arbeid hij tijdens het afzetten minstens verricht. Verwaarloos daarbij wrijvingskrachten.

- $E_{afzet} = E_{Z\ eind\ met\ afzet} - E_{Z\ eind\ zonder\ afzet} = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$ 1
- aflezen zonder afzet: $h_1 = 0{,}90\,m$ 1
- aflezen met afzet: $h_2 = 1{,}4\,m$ 1
- $E_{afzet} = 70 \cdot 9{,}81 \cdot (1{,}4 - 0{,}9) = 343{,}35 = 3{,}4 \cdot 10^2\ J$ 1

OOK GOED

- $E_{begin} = E_{Z\ begin} = m \cdot g \cdot h_v \quad | \quad E_{eind} = E_{Z\ eind} + E_{tramp}$
- voor de energie die in de trampoline blijft geldt: $E_{tramp} = m \cdot g \cdot (h_v - h_1)$
- aflezen met afzet: $h_2 = 1{,}4\,m$ 1
- aflezen zonder afzet: $h_1 = 0{,}90\,m$ 1
- $E_{in} = E_{afzet} \quad | \quad E_{uit} = 0$ *(want geen wrijving)*
- $E_{eind} = E_{Z\ eind} + E_{tramp} \quad \rightarrow \quad E_{eind} = m \cdot g \cdot h_2 + m \cdot g \cdot (h_1 - h_v)$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $m \cdot g \cdot h_v + E_{afzet} = m \cdot g \cdot h_2 + m \cdot g \cdot (h_1 - h_v)$ 1
- $70 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}1 + E_{afzet} = 70 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}4 + 70 \cdot 9{,}81 \cdot (1{,}1 - 0{,}9)$
- $E_{afzet} = 343{,}35 = 3{,}4 \cdot 10^2\ J$ 1

Windenergie

2p **a** Leg met behulp van figuur 1 uit waarom men voor een windmolenpark in zee gekozen heeft.

- de windsnelheid boven zee is groter 1
- daardoor is de energieopbrengst boven zee groter 1

3p **b** Bereken P voor deze situatie.

- $A = \pi \cdot r^2 \quad \rightarrow \quad A = \pi \cdot 30^2 = 2{,}82743 \cdot 10^3\ m^3$ 1
- gebruik $P = \frac{1}{2}\rho \cdot A \cdot v^3$ met $v = 43/3{,}6 = 11{,}9444\ m/s$ 1
- $P = \frac{1}{2} \cdot 1{,}29 \cdot 2{,}82743 \cdot 10^3 \cdot 11{,}9444^3 = 3{,}107774 \cdot 10^6 = 3{,}1 \cdot 10^6\ W$ 1

3p **c** Bereken dit percentage met behulp van de boven gegeven formule.

- v is 3 keer zo klein $\rightarrow P = \frac{1}{2}\rho \cdot A \cdot v^3$ is $3^3 = 27$ keer zo klein 1
- percentage van aan de wind onttrokken kinetische energie is: $\left(1 - \frac{1}{27}\right) \cdot 100\%$ 1
- $\left(1 - \frac{1}{27}\right) \cdot 100\% = 96{,}296 = 96\%$ 1

OOK GOED

- $P_{voor} = 3{,}108 \cdot 10^6$ W 1
- $P_{na} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}29 \cdot 2{,}82743 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{11{,}9444}{3}\right)^3 = 1{,}151 \cdot 10^5$ W 1
- onttrokken: $\frac{P_{voor} - P_{na}}{P_{voor}} \cdot 100\% = \frac{3{,}108 \cdot 10^6 - 1{,}151 \cdot 10^5}{3{,}108 \cdot 10^6} \cdot 100\% = 96{,}296 = 96\%$ 1

3p **d** Bereken hoeveel huishoudens volgens deze schatting op dit windmolenpark zouden kunnen worden aangesloten.

- gemiddeld verbruik huishouden: $3{,}0 \cdot 10^3 \cdot 3{,}6 \cdot 10^6 = 1{,}08 \cdot 10^{10}$ J 1
- inzicht: $\text{aantal huishoudens} = \frac{\text{energieopbrengst per jaar}}{\text{verbruik per jaar}}$ 1
- $\text{aantal huishoudens} = \frac{1{,}1 \cdot 10^{15}}{1{,}08 \cdot 10^{10}} = 1{,}0185 \cdot 10^5 = 1{,}0 \cdot 10^5$ 1

2p **e** Noem twee argumenten waarom het de voorkeur heeft om de huizen op het elektriciteitsnet aan te sluiten en niet rechtstreeks op het windmolenpark.

- als er weinig wind staat produceert het windmolenpark te weinig energie 1
- als er veel vraag is (piekuren) produceert het windmolenpark te weinig energie 1

Fietsen

2p **a** Karakteriseer de beweging van de fiets in de delen B en D. Gebruik daarvoor de tabel.

	stilstand	constante snelheid	eenparig versneld	niet-eenparig versneld	eenparig vertraagd	niet-eenparig vertraagd
Deel A			X			
Deel B				X		
Deel C		X				
Deel D						X

4p **b** Bepaal de resulterende kracht die op de fiets werkt in deel A.

- a volgt uit steilheid van de grafiek in deel A 1
- $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{4{,}5}{10} = 0{,}45 \text{ m/s}^2$ 1
- $m = 72 \text{ kg} \mid a = 0{,}45 \text{ m/s}^2 \mid \Sigma F = \ldots \text{N}$ 1
- $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow \Sigma F = 72 \cdot 0{,}45 = 32{,}4 = 32 \text{ N}$ 1

4p **c** Bepaal de grootte van de wrijvingskracht die ze dan ondervindt.

- aflezen: $v = 7{,}75 \text{ m/s}$ 1
- $P = F \cdot v$ 1
- $1{,}5 \cdot 10^2 = F \cdot 7{,}75 \rightarrow F = 19{,}3548 = 19 \text{ N}$ 1
- $v = \text{constant} \rightarrow \Sigma F = F - F_W = 0 \rightarrow F = F_W = 19 \text{ N}$ 1

4p **d** Bepaal de afstand die ze aflegt tijdens het uitrijden.

- afgelegde afstand is oppervlakte onder (v, t)-grafiek 1
- tussen 70 en 160 s is de oppervlakte 25 (grote) hokjes 1
- een hokje correspondeert met $1{,}0 \cdot 10 = 10\ \text{m}$ 1
- Jeanette legt $10 \cdot 25 = 250 = 2{,}5 \cdot 10^2\ \text{m}$ 1

4p **e** Beredeneer uit de vorm van deel D van de grafiek dat de luchtweerstand kleiner wordt als de snelheid afneemt.

- in deel D wordt bij afnemende snelheid de steilheid van de grafiek kleiner 1
- de steilheid van de grafiek is gelijk aan de versnelling a $\rightarrow$ a neemt af 1
- $\Sigma F = F_{lucht} + F_{rol} = m \cdot a$ met $F_{rol} = \text{constant}$ 1
- a neemt af en F_{rol} is constant $\rightarrow$ F_{lucht} wordt kleiner 1

Springen vanuit stand

2p **a** Bereken de tijd tussen beeldje 1 en beeldje 6. Verwaarloos daarbij de belichtingstijd van elk beeldje.

- tussen beeldje 1 en beeldje 6 zitten 5 periodes 1
- tijd tussen 2 beeldjes is $\dfrac{1}{25} = 0{,}040\ \text{s}$
- 5 periode $\rightarrow$ $5 \cdot 0{,}04 = 0{,}20\ \text{s}$ 1

2p **b** Bepaal met behulp van de figuur hoever het zwaartepunt van de springer hierbij is gedaald.

- hoogteverschil tussen t = 0 en t = 0,6 s is $1{,}26 - 0{,}96 = 0{,}30\ \text{m}$ 1
- dus 0,30 m gedaald 1

3p **c** Bepaal met behulp van de figuur zo nauwkeurig mogelijk de snelheid op dat tijdstip.

- teken een lange raaklijn op t = 0,9 s 1
- bepaal de richtingscoëfficiënt 1
- $v = \dfrac{1{,}8 - 0{,}6}{1{,}09 - 0{,}66} = 2{,}79 = 2{,}8\ \text{m/s}$ (marge 0,4 m/s) 1

5p **d** Bepaal met behulp van de figuur het gemiddelde vermogen van de springer tijdens de afzet. Geef de uitkomst in twee significante cijfers.

- tussen t = 0,6 en t = 0,9 s zet de springer zich af 1
- aflezen $h_{begin} = 0{,}96\ \text{m}$ | $h_{eind} = 1{,}70\ \text{m}$ 1
- $W = E_{in} = m \cdot g \cdot \Delta h \rightarrow W = 76 \cdot 9{,}81 \cdot (1{,}70 - 0{,}96) \rightarrow W = 551{,}71\ \text{J}$ 1
- $t = 0{,}30\ \text{s}$ | $E = 551{,}71\ \text{J}$ | $P = \ldots\ \text{W}$
- $E = P \cdot t \rightarrow 551{,}71 = P \cdot 0{,}30 \rightarrow P = 1839 = 1{,}8 \cdot 10^3\ \text{W}$ 2

3p **e** Leg uit waarom het verstandig is dat hij dan door zijn knieën zakt. Baseer je uitleg op de relatie $\Delta E_K = F \cdot s$.

- er is een hoeveelheid E_K die moet worden opgenomen 1

- remkracht F moet klein zijn $\rightarrow$ s moet groot zijn 1
- hoe meer je door je knieën zakt hoe kleiner de remkracht is hoe minder blessures 1

Stuiteren

3p **a** Voldoet haar voetbal aan de officiële eisen? Licht je antwoord toe met een berekening.

- aflezen $h = 2{,}0\text{ m}$ en $h_s = 1{,}24\text{ m}$ (marge 0,02 m) 1
- $S = \sqrt{\dfrac{1{,}24}{2{,}0}} = 0{,}7874$ 1
- de bal voldoet dus aan de eisen 1

2p **b** Hoe kun je aan de (v,t)-grafiek zien dat de bal zich op t = 1,15 s in een hoogste punt bevindt?

- in het hoogste punt gaat de snelheid van een positieve naar een negatieve waarde 1
- dat is het geval op t = 1,15 s 1

2p **c** Hoe blijkt dat uit de grafiek van figuur 2? Licht je antwoord toe.

- $a = \dfrac{-5{,}0 - 5{,}0}{1{,}65 - 0{,}65} = -10\text{ m/s}^2 = -g$ (minteken niet verplicht) 1
- de versnelling is (ongeveer) gelijk aan g $\rightarrow$ de luchtweerstand is te verwaarlozen 1

OOK GOED

- de grootte van de snelheid waarmee de bal na een stuit omhoog gaat is gelijk aan de snelheid waarmee de bal daarna de grond raakt 1
- bij luchtweerstand zou er snelheidsverlies zijn 1

4p **d** Bepaal de (gemiddelde) kracht van de grond op de bal tijdens de eerste stuit.

- $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \dfrac{5{,}0 - (-6{,}0)}{6{,}9 \cdot 10^{-3}} = 1594{,}2\text{ m/s}^2$ 2
- gebruik $\Sigma F = m \cdot a$ 1
- $F = 0{,}43 \cdot 1594{,}2 = 685{,}5 = 6{,}9 \cdot 10^2\text{ N}$ 1

2p **e** Hoe blijkt uit de grafiek van figuur 3 dat de luchtweerstand op de bal te verwaarlozen is? Licht je antwoord toe.

- als de bal door de lucht beweegt blijft de energie constant 1
- bij luchtweerstand neemt de mechanische energie af (want er ontstaat warmte) 1

4p **f** Controleer met een berekening het energieverlies bij de tweede stuit. Maak daartoe gebruik van de (v,t)- of van de (h,t)-grafiek.

- aflezen energie verlies bij tweede stuit $\rightarrow 5{,}5 - 3{,}5 = 2{,}0\text{ J}$ 1

- aflezen (v, t)-grafiek: $v_1 = 5{,}0\ m/s$ en $v_2 = 4{,}0\ m/s$ (marge 0,1 m/s) 1
- inzicht $\Delta E_K = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$ 1
- $\Delta E_K = \frac{1}{2} \cdot 0{,}43 \cdot 5^2 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}43 \cdot 4^2 = 1{,}935$ en is ongeveer gelijk aan 2,0 1

OOK GOED
- aflezen energie verlies bij tweede stuit $\rightarrow 5{,}5 - 3{,}5 = 2{,}0\ J$ 1
- aflezen (h, t)-grafiek: $h_1 = 1{,}24\ m$ en $h_2 = 0{,}80\ m$ (marge 0,02 m) 1
- inzicht $\Delta E_Z = m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2$ 1
- $\Delta E_Z = 0{,}43 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}24 - 0{,}43 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}8 = 1{,}856$ en is ongeveer gelijk aan 2,0 1

Het parkietje van Tucker

5p **a** Bepaal de 'afstand' die de parkiet bij deze meting heeft afgelegd.
- $\eta = \frac{E_{nut}}{E_{in}} \cdot 100\% \rightarrow 25 = \frac{E_{nut}}{60} \cdot 100 \rightarrow E_{nut} = 15\ J$ 1
- 8,0 m/s $\rightarrow$ aflezen figuur 2 $\rightarrow$ P = 0,74 W 1
- gebruik $E = P \cdot t \rightarrow 15 = 0{,}74 \cdot t \rightarrow t = 20{,}27\ s$ 1
- gebruik $s = v_{gem} \cdot t$ 1
- $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow s = 8 \cdot 20{,}27 = 162{,}16 = 1{,}6 \cdot 10^2\ m$ (marge $0{,}1 \cdot 10^2$ m) 1

2p **b** Beantwoord de volgende vragen:
- Leg uit waarom P_w een stijgende functie is.
- de luchtweerstand neemt toe als de snelheid toeneemt 1
- Leg uit waarom vogels het vermogen P_k moeten leveren en lopende dieren niet.
- vogels hebben vermogen nodig om in de lucht te blijven / de zwaartekracht te overwinnen 1

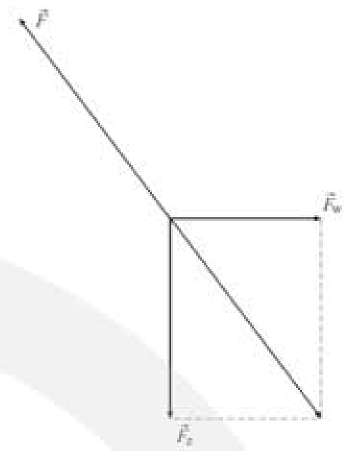
3p **c** Toon dat aan met behulp van figuur 2 en een berekening.
- $v = 10\ m/s \rightarrow P = 0{,}81\ W$ en $v = 8\ m/s \rightarrow P = 0{,}74\ W$ (marge 0,02 W) 1
- inzicht dat arbeid per meter gelijk is aan $\frac{P}{v}$ 1
- $8\ m/s \rightarrow W_{per\ meter} = \frac{0{,}74}{8} = 0{,}0925\ J/m$

  $10\ m/s \rightarrow W_{per\ meter} = \frac{0{,}81}{10} = 0{,}081\ J/m$ dit is minder dan bij 8,0 m/s 1

OOK GOED
- $v = 10\ m/s \rightarrow P = 0{,}81\ W$ en $v = 8\ m/s \rightarrow P = 0{,}74\ W$ (marge 0,02 W) 1
- inzicht $W_{per\ meter} = P \cdot t_{per\ meter}$ 1
- $8\ m/s \rightarrow 1{,}0\ m$ in $0{,}125\ s \rightarrow E_{per\ meter} = 0{,}74 \cdot 0{,}125 = 0{,}0925\ J/m$

  $10\ m/s \rightarrow 1{,}0\ m$ in $0{,}10\ s \rightarrow E_{per\ meter} = 0{,}81 \cdot 0{,}1 = 0{,}081\ J/m$ dit is minder 1

5p **d** Construeer in figuur 4 de vector $\vec{F}$ en bepaal de grootte van deze kracht in newton.



- teken de vectorsom $\vec{F}_Z + \vec{F}_W$ *(parallelogram)* 1
- teken $\vec{F}$ *(even groot in tegengestelde richting)* 1
- opmeten: $\vec{F}$ is 5/4 keer de lengte van $\vec{F}_Z$ 1
- $F_Z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F_Z = 0{,}036 \cdot 9{,}81 = 0{,}35316\ \text{N}$ 1
- $F = \frac{5}{4} \cdot 0{,}35316 = 0{,}44145 = 0{,}44\ \text{N}$ 1

4p **e** Controleer dit extra vermogen met een berekening.
Bereken daartoe eerst hoeveel meter het parkietje stijgt in één seconde.

- in 1,0 s legt de parkiet 8,0 m schuin omhoog af $\rightarrow \Delta h = 8{,}0 \cdot \sin 5 = 0{,}69725\ \text{m}$ 1
- gebruik $E_Z = m \cdot g \cdot h$ 1
- inzicht dat ΔP de toename van E_Z in 1 seconde is 1
- $E_{Z\ \text{per seconde}} = 0{,}036 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}69725 = 0{,}24624 = 0{,}25\ \text{J} \quad \rightarrow \quad P = 0{,}25\ \text{W}$ 1