

15 Relativiteit

vwo

15.1 Relativiteit volgens Galileo Galileï

- 1* Hieronder staan vier beweringen:
- Bea heeft een snelheid v en Anna staat stil.
 - Bea heeft een snelheid v ten opzichte van Anna.
 - Anna heeft een snelheid v en Bea staat stil.
 - Anna heeft een snelheid v ten opzichte van Bea.

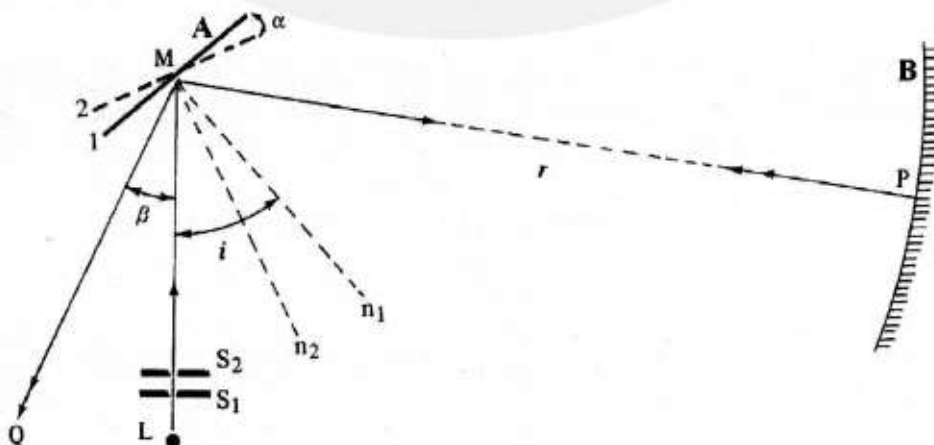
a Leg uit of deze vier beweringen alle vier tegelijkertijd waar kunnen zijn.

- 2** We rekenen vaak met een lichtsnelheid van $3,0 \cdot 10^8$ m/s.

a Bereken hoeveel procent deze afgeronde lichtsnelheid afwijkt van de werkelijke lichtsnelheid in vacuüm.

- 3*** In 1862 meet Léon Foucault (Frankrijk, 1819 – 1868) de lichtsnelheid door met een roterende spiegel te werken.

Tijdens het heen en weer gaan van de lichtstraal tussen de roterende spiegel A en de vaste spiegel B is de roterende spiegel over hoek α gedraaid. Dit geeft een hoek β tussen de richting van de opvallende lichtstraal L en de richting van lichtstraal Q die heen en weer is gegaan. Zie figuur.



a Beredeneer hoe de hoeken α en β aan elkaar zijn gerelateerd.

De afstand tussen punt M op de roterende spiegel en punt P op de vaste spiegel is 500 meter. De spiegel heeft een toerental van $2,4 \cdot 10^4$ omwentelingen per minuut.

b Bereken hoek β bij een lichtsnelheid van $3,0 \cdot 10^8$ m/s.

4** Bea bevindt zich in een trein die met een constante snelheid naar voren rijdt. Ze laat een appel uit haar hand vallen.

a Leg uit waar de appel terecht komt:

- achter Bea's voeten, want Bea beweegt tijdens het vallen naar voren
- vóór Bea's voeten, want de appel beweegt tijdens het vallen naar voren
- op Bea's voeten

b Volgens Bea beweegt de appel:

- in een rechte lijn met een constante snelheid naar beneden
- in een rechte lijn met een constante versnelling naar beneden
- in een kromme baan met een constante snelheid
- in een kromme baan met een constante versnelling
- anders, namelijk

Anna bevindt zich langs het spoor en ziet de appel vallen.

c Volgens Anna beweegt de appel:

- in een rechte lijn met een constante snelheid naar beneden
- in een rechte lijn met een constante versnelling naar beneden
- in een kromme baan met een constante snelheid
- in een kromme baan met een constante versnelling
- anders, namelijk

d Zijn Anna en Bea het eens over de aard van de beweging?

5** Bea bevindt zich in een trein die afremt. Ze laat een appel uit haar hand vallen.

a Leg uit waar de appel terecht komt:

- achter Bea's voeten, want Bea beweegt tijdens het vallen naar voren
- vóór Bea's voeten, want tijdens het vallen remt Bea af
- op Bea's voeten

b Volgens Bea beweegt de appel:

- in een rechte lijn met een constante snelheid naar beneden
- in een rechte lijn met een constante versnelling naar beneden
- in een kromme baan met een constante snelheid
- in een kromme baan met een constante versnelling
- anders, namelijk

Anna bevindt zich langs het spoor en ziet de appel vallen.

- c** Volgens Anna beweegt de appel:
- in een rechte lijn met een constante snelheid naar beneden
 - in een rechte lijn met een constante versnelling naar beneden
 - in een kromme baan met een constante snelheid
 - in een kromme baan met een constante versnelling
 - anders, namelijk
- d** Zijn Anna en Bea het eens over de aard van de beweging?

6*** Bea bevindt zich in een trein die afremt. Anna bevindt zich langs het spoor en laat een appel uit haar hand vallen.

- a** Leg uit waar de appel volgens Bea terecht komt:
- achter Anna's voeten
 - vóór Anna's voeten
 - op Anna's voeten
- b** Volgens Bea beweegt de appel:
- in een rechte lijn met een constante snelheid naar beneden
 - in een rechte lijn met een constante versnelling naar beneden
 - in een kromme baan met een constante snelheid
 - in een kromme baan met een constante versnelling
 - anders, namelijk
- c** Volgens Anna beweegt de appel:
- in een rechte lijn met een constante snelheid naar beneden
 - in een rechte lijn met een constante versnelling naar beneden
 - in een kromme baan met een constante snelheid
 - in een kromme baan met een constante versnelling
 - anders, namelijk
- d** Zijn Anna en Bea het eens over de aard van de beweging?

7* In de relativiteitstheorie wordt onderscheid gemaakt tussen inertiaal referentiestelsels en niet-inertiaal referentiestelsels.

- a** Leg uit wat het verschil is tussen deze twee soorten stelsels.

8* Einstein neemt twee postulaten (veronderstellingen) als uitgangspunt in zijn speciale relativiteitstheorie.

- a** Beschrijf deze postulaten in je eigen woorden.

9** Volgens Galileï en Einstein kun je geen fysisch onderscheid maken tussen een inertiaalstelsel in rust en een inertiaalstelsel met een constante snelheid?

a Zijn de drie wetten van Newton hiermee in overeenstemming?

Stel dat je wel fysisch onderscheid zou kunnen maken tussen een inertiaalstelsel in rust en een inertiaalstelsel met een constante snelheid.

b Bedenk een onrealistische gebeurtenis dat hiervan een consequentie zou zijn.

10*** Twee schepen A en B varen naar het Noorden. Schip A heeft een snelheid van 3 m/s en schip B heeft een snelheid van 5 m/s.

a Wat is de snelheid van schip A gezien vanuit schip B?

b Wat is de snelheid van schip B gezien vanuit schip A?

c Hoe kan de stuurman van schip A weten dat hij met 3 m/s vaart?

Volgens de kapitein van schip A vaart het schip niet met 3 m/s maar met 5 m/s.

d Kan de kapitein hierin gelijk hebben?

Volgens een matroos van schip A vaart het schip niet met 3 m/s maar ligt het stil.

e Kan de matroos hierin gelijk hebben?

De bemanning van de schepen zien een albatros overvliegen naar het Zuiden. Volgens de bemanning van schip A heeft de albatros een snelheid van 12 m/s.

f Wat is de snelheid van de albatros volgens de bemanning van schip B.

De albatros heeft een massa van 3,0 kg.



g Bereken de kinetische energie van de albatros volgens de bemanningen op de schepen A en B.

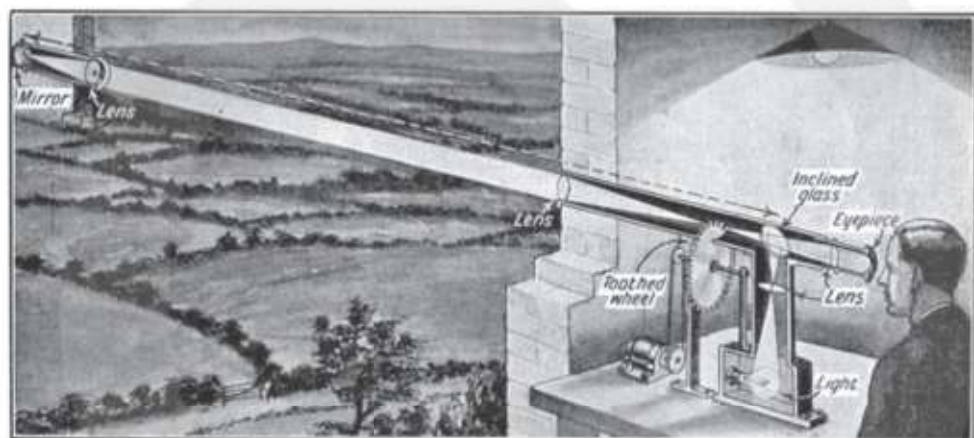
h Hoeveel kinetische energie heeft de albatros in het echt?

11** Een lamp zendt licht in alle richtingen uit. Beschouw de fotonen die naar links en naar rechts worden uitgezonden.

- a Hoe snel gaan deze fotonen ten opzichte van elkaar volgens Newton.
- b Hoe snel gaan deze fotonen ten opzichte van elkaar volgens Einstein.

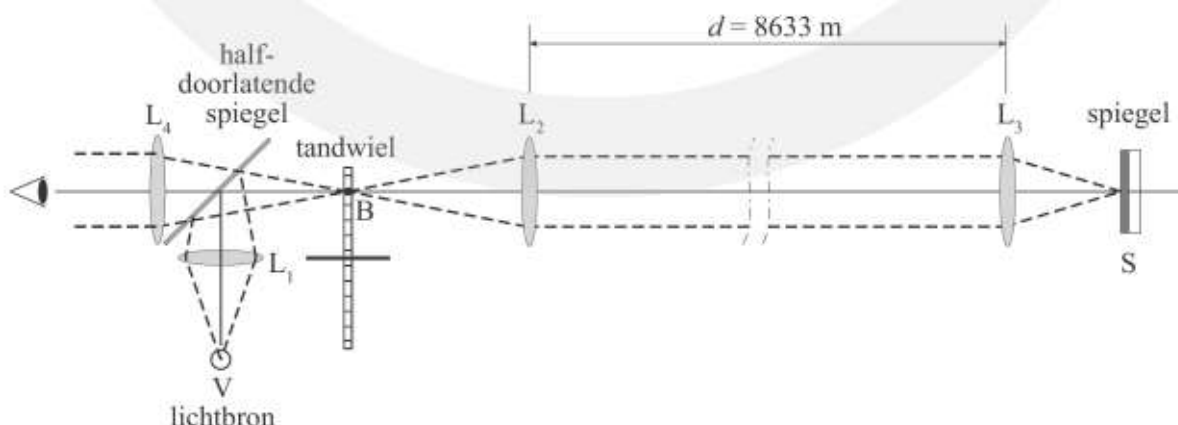
Meten van de lichtsnelheid door Fizeau (aangepast)

In 1849 bepaalde Armand Fizeau in Parijs de lichtsnelheid met de opstelling zoals weergegeven in een 'artist impression'. Zie figuur 1. Hier is een kijker te zien met daarin een tandwiel dat snel rond kan draaien.



Figuur 1

Deze kijker bevond zich op Montmartre. Meer dan 8 km verderop, op de Mont Valérien à Suresnes, stond het tweede deel van zijn opstelling (o.a. een spiegel). De hele opstelling staat schematisch getekend in figuur 2.



Figuur 2

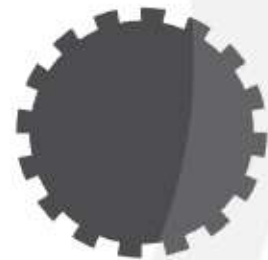
De opstelling werkt als volgt:

- Een lichtbundel uit een puntvormige lichtbron V valt op een lens L_1 .
- Vanuit deze lens valt de geconvergeerde lichtbundel op een halfdoorlatende spiegel. Deze halfdoorlatende spiegel reflecteert de helft van het licht dat erop valt, de andere helft wordt doorgelaten.
- De gereflecteerde lichtbundel convergeert in punt B. Daar bevindt zich het tandwiel. Als het tandwiel stilstaat, valt het licht tussen twee tanden door.
- Via de lenzen L_2 en L_3 komt de bundel op spiegel S terecht.
- De lichtbundel legt vervolgens de omgekeerde weg af terug naar de halfdoorlatende spiegel.
- Het doorgelaten deel van de lichtbundel komt via lens L_4 in het oog van de waarnemer.

De afstand tussen de lenzen L_2 en L_3 bedraagt in de opstelling 8,633 km. Het uitlijnen van de opstelling is ontzettend moeilijk. Stel dat de spiegel S over een hoek van $0,10^\circ$ gedraaid is. Een teruggekaatste lichtstraal valt dan niet op L_2 maar op een bepaalde afstand ernaast.

3p **a** Bereken die afstand.

De breedte van een tand van het tandwiel is even groot als de opening tussen twee tanden, zoals figuur 3 schematisch weergeeft. Om de lichtsnelheid te bepalen wordt het tandwiel in beweging gebracht. Bij een laag toerental zal een gedeelte van de bundel die tussen twee tanden doorgegaan is, na reflectie door spiegel S op de volgende tand van de tandwiel vallen. Bij een bepaald hoger toerental zal de hele doorgelaten bundel op de volgende tand van het tandwiel vallen. De waarnemer ziet dan niets meer.



Figuur 3

De tijd die het licht nodig heeft om van het tandwiel naar de spiegel en terug te gaan, is dan precies gelijk aan de tijd die het tandwiel nodig heeft om de breedte van één tand (of van één opening) op te schuiven. Voor de lichtsnelheid geldt dan:

$$c = \frac{4Nd}{T}$$

Hierin is:

- c de lichtsnelheid in m/s;
- N het aantal tanden van het tandwiel;
- d de afstand zoals aangegeven in figuur 2, in m;
- T de omlooptijd van het tandwiel waarbij de waarnemer net geen licht ziet, in s.

3p **b** Leid deze formule af.

Fizeau maakte gebruik van een tandwiel met 720 tanden. De waarnemer zag net niets meer bij een omloofrequentie van 12,6 Hz.

3p **c** Bereken hoeveel procent de lichtsnelheid die Fizeau zo gemeten heeft, afwijkt van de waarde in Binas.

15.2 Tijdrek, gelijktijdigheid en lengtekrimp

1** In een bewegend referentiestelsel verloopt de tijd half zo snel dan in een stilstaand referentiestelsel.

a Wat is de snelheid van dit stelsel?

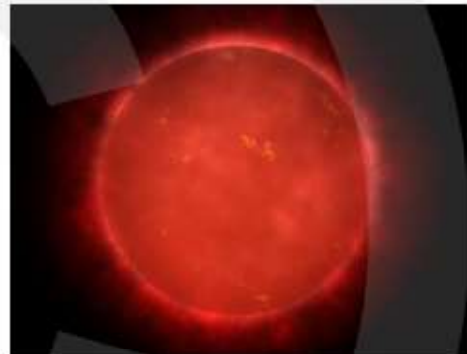
Van een ander bewegend stelsel is de γ -factor 10.

b Wat is de snelheid van dit stelsel?

2*** Bea wil graag de ster Proxima Centauri bezoeken. De afstand van de aarde tot deze ster is $4,00 \cdot 10^{16}$ m. Bea reist in een raket met een snelheid van $0,50 \cdot c$. Anna blijft op aarde. Voordat Bea vertrekt zet ze haar klok gelijk met die van Anna.

a Hoeveel jaar duurt de reis volgens Anna?

HINT een jaar heeft gemiddeld 365,25 dagen



Als Bea is aangekomen stuurt ze een bericht aan Anna met de duur van de reis volgens haar klok. Anna merkt dat de duur van de reis die Bea waarneemt niet hetzelfde is als de tijd die zij heeft uitgerekend (vraag a).

b Hoeveel jaar verschil is er tussen de tijd volgens Anna en de tijd van Bea?

Anna en Bea verschillen niet van mening over de snelheid van de raket.

c Leg uit waarom niet.

Volgens Bea duurt de reis dus korter dan volgens Anna.

d Welke conclusie trekt Bea?

e Wat is de afstand tot de Proxima Centauri volgens Bea?

3*** Nadat Bea de ster Proxima Centauri heeft bezocht heeft ze een nog ambitieuzer reisplan. Ze wil het zwarte gat "Sagittarius A" in het centrum van de Melkweg bezoeken. Dit zwarte gat heeft een massa van 3,7 miljoen keer die van de zon, dus ze moet wel goed opletten dat ze er niet in verdwijnt. De afstand tussen de aarde en Sagittarius A is $25,9 \cdot 10^3$ lichtjaar.

Anna vindt het niet zo'n goed plan, want zelfs als je met de lichtsnelheid reist duurt het 25,9 duizend jaar om er te komen. Bea leeft dus niet lang genoeg om Sagittarius A te bezoeken.

a Ben je het met Anna eens?

Bea is eigenwijs en zegt dat het best mogelijk is. Ze maakt een berekening waarin ze 25,9 jaar nodig heeft om er te komen.

b Welke snelheid heeft Bea gebruikt in haar berekening?

Bea stelt Anna gerust en zegt dat het gaat lukken. Ze belooft een bericht aan Anna te sturen als ze is aangekomen.

c Is Anna gerustgesteld met de belofte dat ze een bericht ontvangt van Bea?

4** Bea bevindt zich in een vliegtuig op 10 km hoogte en Anna bevindt zich op de grond. Het vliegtuig heeft een snelheid van 1000 km/h. Ze willen hun klokken gelijkzetten.

a Leg uit hoe ze dit kunnen doen.

b Leg uit wat wordt bedoeld met "klokken gelijk zetten".



Anna en Bea hebben hun klokken gelijk gezet. Ze besluiten om elkaar na precies één uur op te bellen.

c Wie belt er als eerste Anna of Bea, of bellen ze op hetzelfde moment?

5*** Bea bevindt zich in het midden van een rijdende trein. Anna bevindt zich op het perron. De trein heeft een lengte van 200 m en een snelheid van 100 m/s. Als Bea in het midden van de trein pal voor Anna is ziet Anna twee bliksems tegelijkertijd inslaan aan de voorkant en aan de achterkant van de trein. De lichtflitsen komen volgens Anna niet tegelijk bij Bea aan.

a Leg uit waarom dit het geval is.

b Bereken het tijdsverschil tussen de aankomst van de twee lichtflitsen bij Bea volgens de klok van Anna.

c Bereken het tijdsverschil tussen de aankomst van de twee lichtflitsen bij Bea volgens de klok van Bea.

d Slaan de bliksems volgens Bea ook tegelijkertijd in?

6** Voor het optellen van snelheden geldt:

Volgens Galileï: $v_A = v_B + v_{AB}$

Volgens Einstein: $v_A = \frac{v_B + v_{AB}}{1 + \frac{v_B \cdot v_{AB}}{c^2}}$

- v_A is de snelheid van een voorwerp waargenomen door A
- v_B is de snelheid van een voorwerp waargenomen door B
- v_{AB} is de snelheid tussen de waarnemers A en B

a Leg uit dat als v_{AB} veel kleiner is dan de lichtsnelheid de formule van Einstein hetzelfde resultaat geeft als de formule van Galileo.

7** Bea bevindt zich in een raket die met een snelheid van $0,5c$ langs de aarde vliegt. In de raket verricht Bea een experiment waarin ze een bundel elektronen eerst met een snelheid van $0,5c$ naar voren schiet en later met een snelheid van $0,5c$ naar achteren (gemeten in haar eigen referentiestelsel).

a Bereken de snelheid van de naar voren geschoten elektronen zoals waargenomen door Anna.

b Bereken de snelheid van de naar achteren geschoten elektronen zoals waargenomen door Anna.

8*** Voor het optellen van snelheden geldt volgens Einstein: $v_A = \frac{v_B + v_{AB}}{1 + \frac{v_B \cdot v_{AB}}{c^2}}$

- v_A is de snelheid van een voorwerp waargenomen door Anna
- v_B is de snelheid van een voorwerp waargenomen door Bea
- v_{AB} is de snelheid tussen Anna en Bea

De snelheid tussen de referentiestelsels van Anna en Bea is $0,5c$. Bea neemt een gebeurtenis waar met een snelheid van $0,8c$.

a Bereken de snelheid die Anna waarneemt.

Anna neemt een gebeurtenis waar met een snelheid van $0,8c$ in dezelfde richting als de snelheid van referentiestelsel B.

b Bereken de snelheid die Bea waarneemt.

Anna neemt een gebeurtenis waar met een snelheid van $0,8c$ in tegenovergestelde richting aan de snelheid van referentiestelsel B.

c Bereken de snelheid die Bea waarneemt.

9** Voor het optellen van snelheden geldt volgens Einstein: $v_A = \frac{v_B + v_{AB}}{1 + \frac{v_B \cdot v_{AB}}{c^2}}$

- v_A is de snelheid van een voorwerp waargenomen door Anna
- v_B is de snelheid van een voorwerp waargenomen door Bea
- v_{AB} is de snelheid tussen Anna en Bea

Volgens Galileo geldt: $v_A = v_B + v_{AB}$

- a In welke gevallen komen de uitkomsten van de twee formules overeen?
- b Stel $v_{AB} = c$, welke relatie geldt er dan tussen v_A en v_B ?

10*** Een sterrenstelsel beweegt met een snelheid van $\frac{2}{3}c$ van ons vandaan in noordelijke richting. Het licht heeft een snelheid c ten opzichte van dit sterrenstelsel.

- a Hoe groot is de snelheid van het licht ten opzichte van ons?

Een ander sterrenstelsel beweegt met een snelheid $\frac{2}{3}c$ van ons vandaan in zuidelijke richting.

- b Kan het licht van het ene stelsel het andere stelsel ooit bereiken?
- c Bereken de onderlinge snelheid van de stelsels.



11*** Twee bankrovers zijn met hun buit op de vlucht voor de politie. Hun vluchtauto gaat met een snelheid van $\frac{3}{4}c$. De politieauto gaat met een snelheid van $\frac{1}{2}c$. Deze beide snelheden zijn gemeten ten opzichte van de grond. Een agent vuurt een kogel af met een snelheid van $\frac{1}{3}c$. Deze snelheid is gemeten ten opzichte van de politieauto.

- a Bereikt de kogel de boeven volgens Galileo?
- b Bereikt de kogel de boeven volgens Einstein?

Vraag b heb je waarschijnlijk beantwoord vanuit een waarnemer op de grond. Je kunt vraag b ook beantwoorden vanuit het referentiestelsel van de politie, het referentiestelsel van de boeven en het referentiestelsel van de kogel. In onderstaande tabel zijn de gegevens ingevuld.

- c Vul de lege cellen van onderstaande tabel.

snellheid van → t.o.v. ↓	grond	politie	boeven	kogel
grond	0	$\frac{1}{2}c$	$\frac{3}{4}c$	
politie				$\frac{1}{3}c$
boeven				
kogel				

15.3 Ruimtetijd diagram

- 1* Hieronder lees je vier beweringen over ruimtetijddiagrammen:
- op de horizontale as staat de tijd en op de verticale as staat de ruimte
 - op de horizontale as staat de ruimte en op de verticale as staat de tijd
 - op de horizontale as staat de ruimte en op de verticale as staat ook de ruimte
 - op de horizontale as staat de tijd en op de verticale as staat ook de tijd

- 2* a Wat is de betekenis van het snijpunt van twee wereldlijnen.
- b Kunnen twee wereldlijnen elkaar twee keer snijden?
- c Teken in een ruimtetijddiagram twee gelijktijdige gebeurtenissen.
- d Teken in hetzelfde ruimtetijddiagram twee gebeurtenissen op dezelfde plaats.

- 3** a Teken het ruimtetijddiagram van een foton dat in vacuüm beweegt in positieve richting.
- b Teken het ruimtetijddiagram van een foton dat in vacuüm beweegt in negatieve richting.

De brekingsindex van een stof is de factor waarmee de lichtsnelheid wordt verkleind. Voor geel licht met $\lambda = 589 \text{ nm}$ heeft water een brekingsindex van 1,333.

- c Bereken de snelheid van geel licht in water.

Een foton met $\lambda = 589 \text{ nm}$ beweegt in water in positieve richting.

- d Teken in het ruimtetijddiagram van vraag a de grafiek van dit foton.

- 4** Johan bevindt zich op 5 meter van de oorsprong. Op $t=0 \text{ s}$ schijnt hij met een lamp gedurende 15 ns in de richting van de oorsprong.

- a Bereken de lengte van de uitgezonden lichtstraal.
- b Teken het ruimtetijddiagram voor de beweging van de voorkant van de uitgezonden lichtstraal.
- c Teken het ruimtetijddiagram als Johan de lamp 15 ns in de tegenovergestelde richting laat schijnen.

5*** In het ruimtetijd-diagram zie je twee gebeurtenissen 1 en 2.

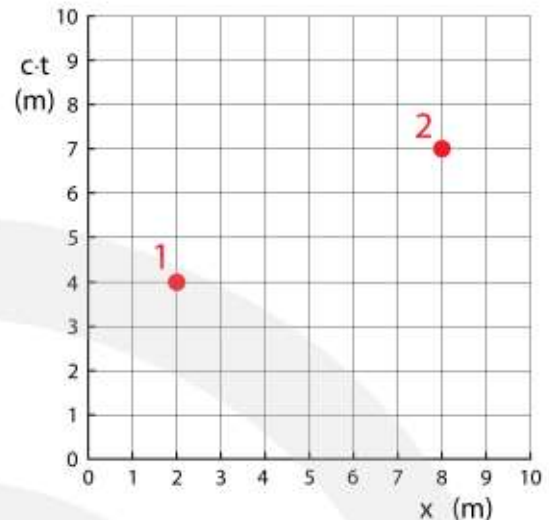
- a Bepaal de afstand in ruimte tussen de gebeurtenissen 1 en 2.
- b Bepaal de afstand in tijd tussen de gebeurtenissen 1 en 2.

In de relativiteitstheorie wordt het **ruimtetijdinterval** $(\Delta s)^2$ gedefinieerd als:
 $(\Delta s)^2 = (\Delta ct)^2 - (\Delta x)^2$

- c Wat is de eenheid van s^2 ?
- d Bereken het ruimtetijdinterval van de gebeurtenissen 1 en 2.

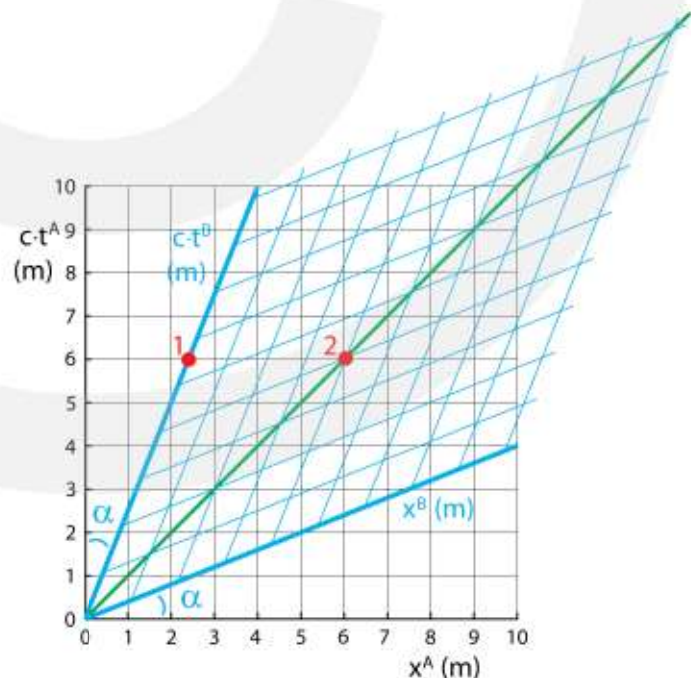
Een gebeurtenis met een positief ruimtetijdinterval noemen we **tijdachtig** en met een negatief ruimtetijdinterval **ruimteachtig**.

- e Verklaar de begrippen tijdachtig bij $(\Delta s)^2 > 0$ en ruimteachtig bij $(\Delta s)^2 < 0$.



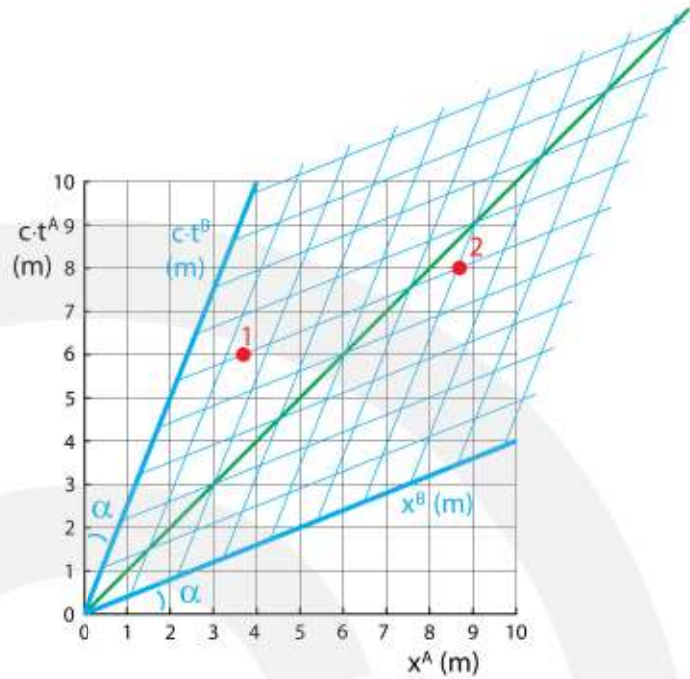
6*** Hiernaast staan de ruimtetijd-diagrammen van Anna (zwart) en Bea (blauw). De gebeurtenissen 1 en 2 zijn gelijktijdig voor Anna maar niet gelijktijdig voor Bea.

- a Leg uit welke gebeurtenis volgens Bea als eerste plaatsvindt: 1 of 2.
- b Bepaal het tijdverschil tussen 1 en 2 volgens Bea.
- c Bepaal het afstandsverschil tussen 1 en 2 volgens Anna.
- d Bepaal het afstandsverschil tussen 1 en 2 volgens Bea.

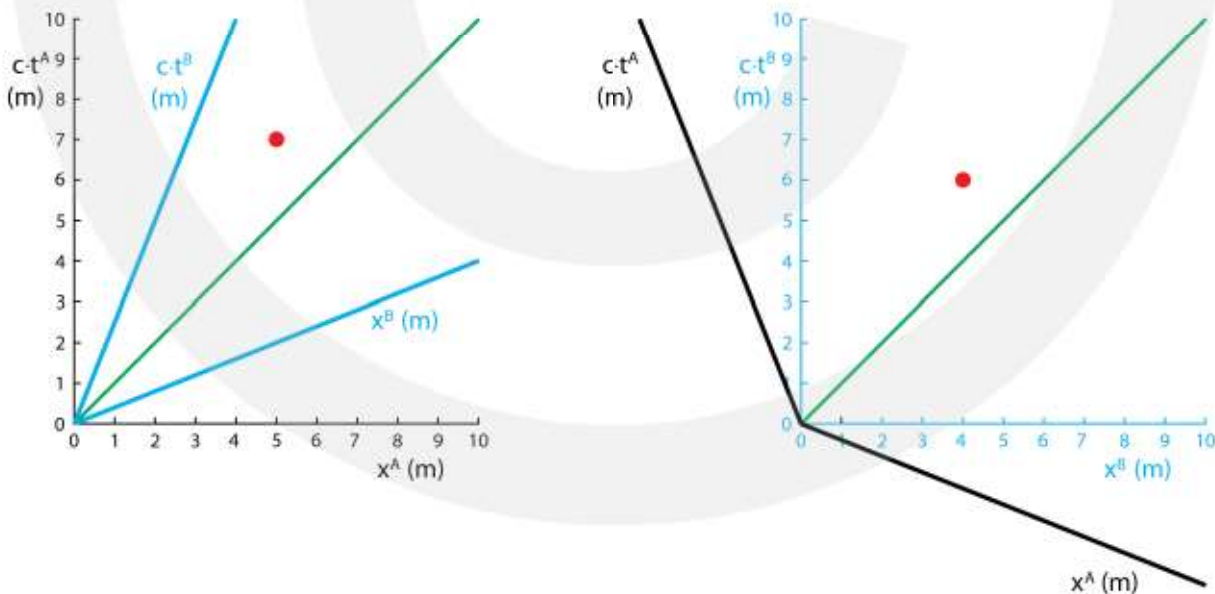


7*** Hiernaast staan de ruimtetijd-diagrammen van Anna (zwart) en Bea (blauw). De gebeurtenissen 1 en 2 zijn gelijktijdig voor Bea maar niet gelijktijdig voor Anna.

- Leg uit welke gebeurtenis volgens Anna als eerste plaatsvindt: 1 of 2.
- Bepaal het tijdsverschil tussen 1 en 2 volgens Anna.
- Bepaal het afstandsverschil tussen 1 en 2 volgens Bea.
- Bepaal het afstandsverschil tussen 1 en 2 volgens Anna.



8*** Hieronder staan ruimtetijddiagrammen. Links is de situatie waarin Anna (zwarte stelsel) stilstaat en Bea (blauwe stelsel) beweegt. Rechts is de situatie gezien vanuit Bea waarin zij stilstaat en Anna beweegt.



De hoek tussen de zwarte en de blauwe assen is in beide gevallen hetzelfde.

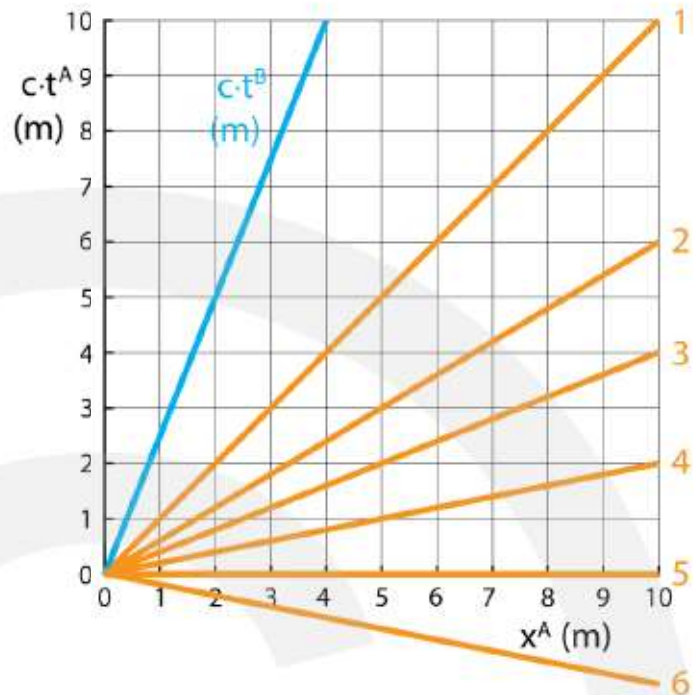
- Leg uit waarom dit het geval is.

Een rode stip geeft een gebeurtenis aan. De coördinaten van deze gebeurtenis geven aan waar (ruimte-as) en wanneer (tijd-as) deze gebeurtenis plaatsvindt.

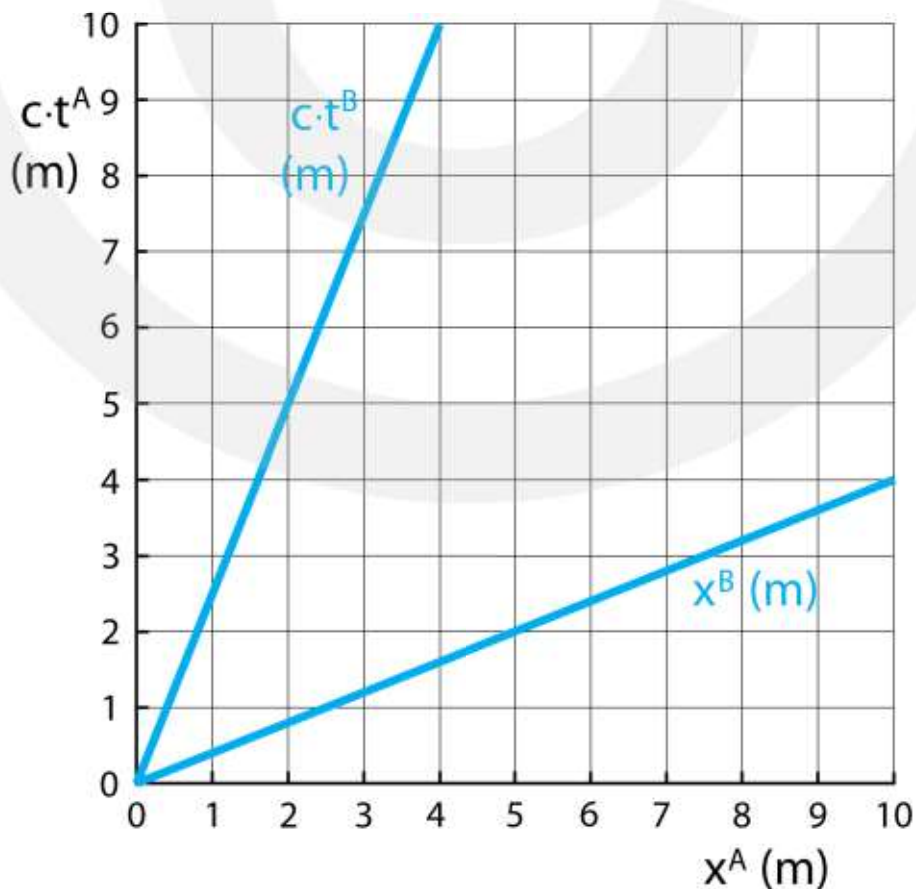
- Geef in de figuur links de coördinaten van de gebeurtenis aan in beide stelsels.
- Geef in de figuur rechts de coördinaten van de gebeurtenis aan in beide stelsels.

9*** Hiernaast zie je ruimtetijd-diagrammen van twee stelsels A (zwart) en B (blauw).

- Bepaal de snelheid van stelsel B ten opzichte van stelsel A.
- Welke van de lijnen 1 t/m 6 is de ruimte-as van het blauwe stelsel?
- Welke van de lijnen 1 t/m 6 is de ruimte-as van het blauwe stelsel volgens Galileo?



10*** In de figuur zie je het stelsel van Anna (zwart) en het stelsel van Bea (blauw). Bea beweegt met een snelheid van $0,4c$.



a Leg dit uit.

In het stelsel van Bea bevindt zich een spiegel. Op $t = 0$ zendt Anna een lichtpuls uit die op deze spiegel wordt teruggekaatst. Op $t = 10/c$ seconde is de lichtpuls terug bij Anna.

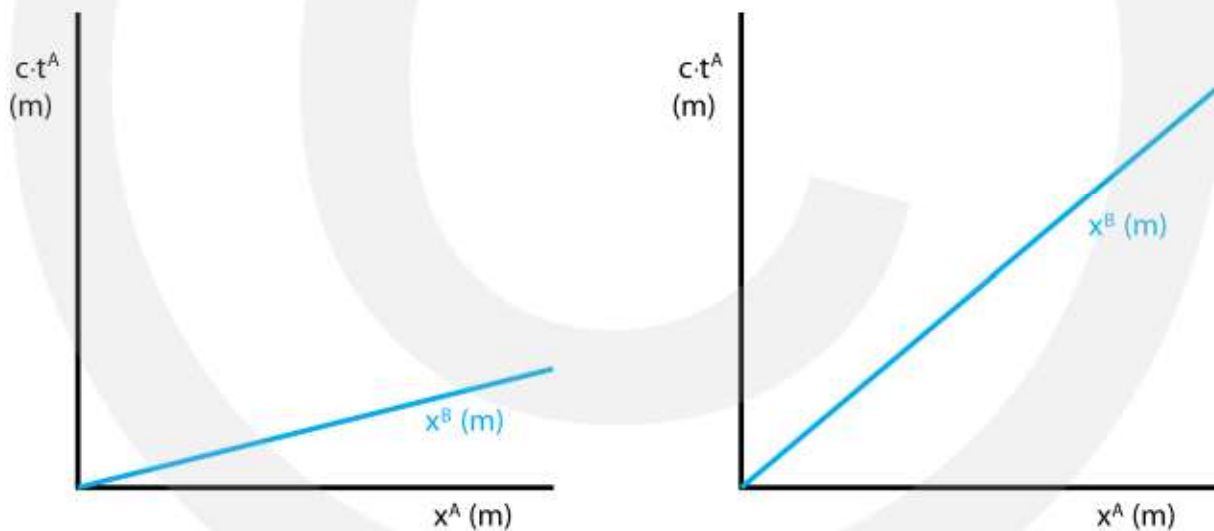
b Teken de wereldlijn van de lichtpuls heen en terug.

c Teken de wereldlijn van de spiegel.

d Hoe groot is de afstand tussen Bea en de spiegel volgens Anna?

e Hoe groot is de afstand tussen Bea en de spiegel volgens Bea?

11**** In de figuur zie je de x-as van het ruimtetijd diagram van bewegende stelsels (blauw) en de assen van het ruimtetijd diagram van een stilstaand stelsel (zwart).



a Welk stelsel heeft de grootste snelheid?

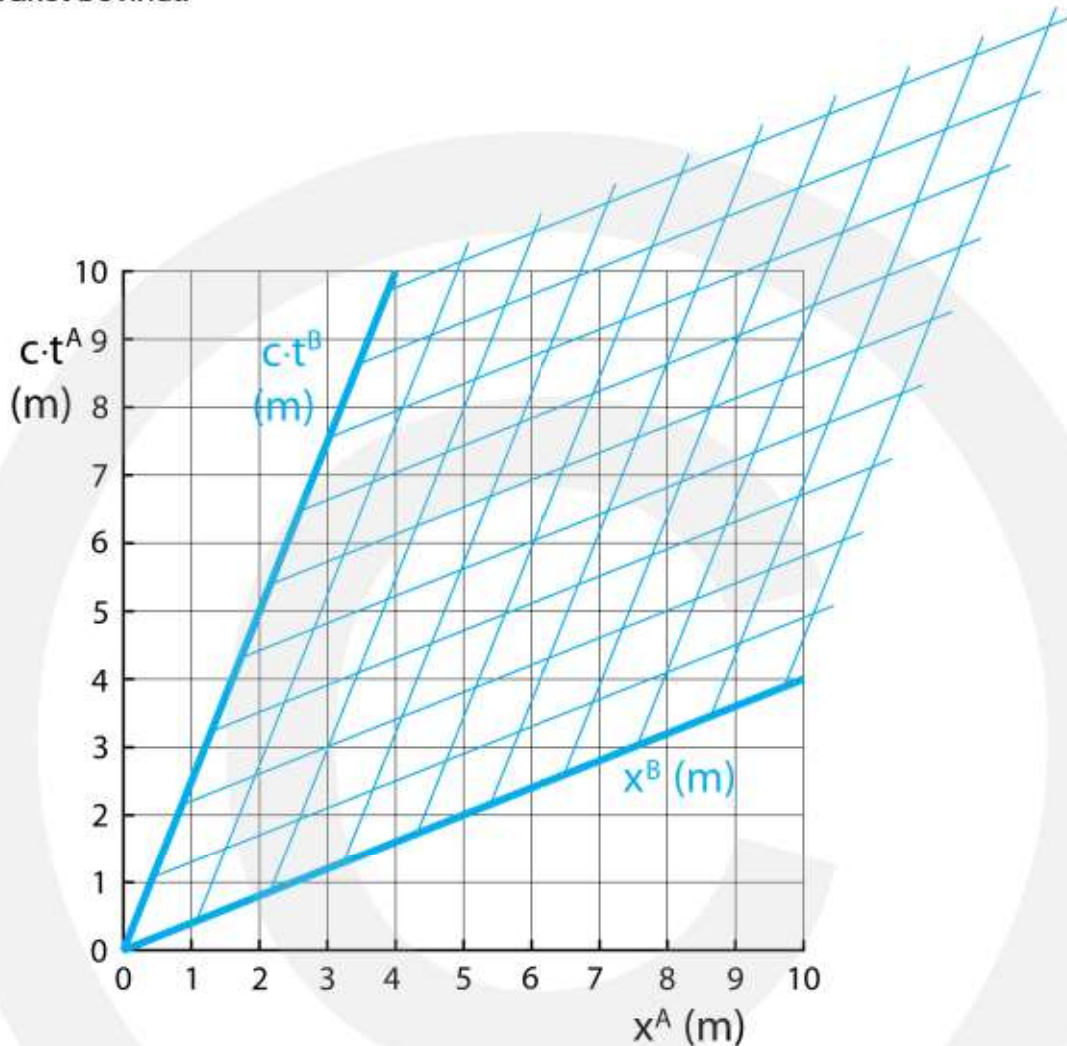
b Bepaal de snelheid van de bewegende stelsels.

c Teken de tijd-as van de bewegende stelsels.

d Teken de wereldlijn van een lichtstraal die op $t=0$ door $x=0$ gaat.

e Is het mogelijk om een ruimtetijd diagram te tekenen van een stelsel met een snelheid groter dan de lichtsnelheid?

- 12**** In de figuur zie je het ruimtetijd diagram van Anna (zwart) en Bea (blauw) die zich in een raket bevindt.



- a Welke snelheid heeft de raket?

Als Bea in de oorsprong is schiet ze een kogel weg met snelheid $0,2c$.

- b Teken de wereldlijn van de kogel.

- c Bepaal uit het RT-diagram de snelheid van de kogel volgens Anna?

- d Controleer met $v_A = \frac{v_B + v_{AB}}{1 + \frac{v_B \cdot v_{AB}}{c^2}}$ of je bepaling klopt.

In een andere situatie staat Bea op een afstand van $5,0$ m (in haar stelsel) en schiet ze op $t=0$ een kogel weg met een snelheid $0,2c$.

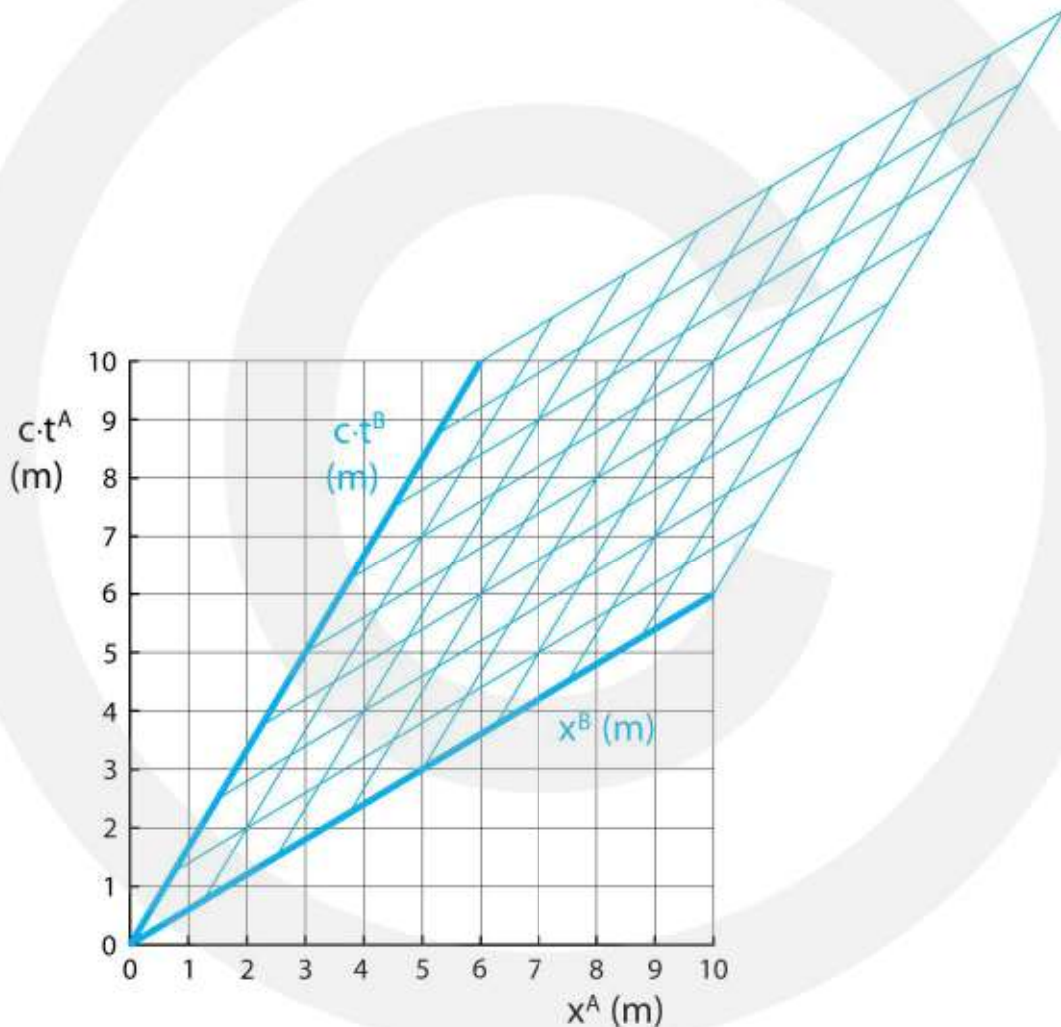
- e Teken de wereldlijn van de kogel.

- f Bereken (zonder het RT-diagram te gebruiken) de plaats en het tijdstip waarop volgens Bea de kogel wordt ingehaald door een lichtstraal die op $t=0$ in de oorsprong is vertrokken?

g Klopt je berekening met je antwoord op vraag e?

h Bepaal uit het RT-diagram de plaats en het tijdstip waarop volgens Anna de kogel wordt ingehaald door een lichtstraal die op $t=0$ in de oorsprong is vertrokken?

13*** In de figuur zie je het ruimtetijddiagram van Anna (zwart) en Bea (blauw) die zich in een raket bevindt. Anna bevindt zich in de oorsprong.



In Bea's raket zijn twee schemerlampen. Eén schemerlamp staat op 4,0 m afstand van de oorsprong en gaat op $t = 0$ aan.

a Waar en wanneer gaat deze schemerlamp aan volgens Anna?

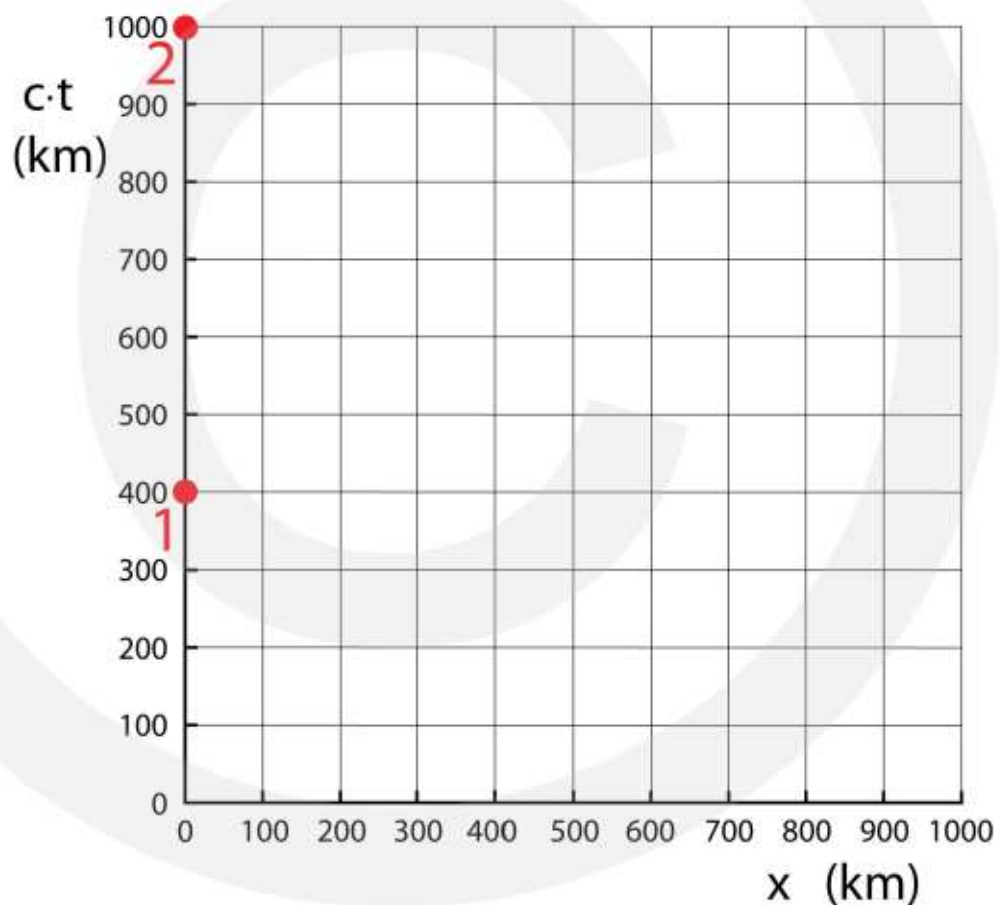
b Op welk tijdstip ziet Anna voor het eerst het licht van deze schemerlamp?

Op $t = 0$ gaat er in Bea's raket ook een andere schemerlamp aan. Anna ziet op tijdstip $c \cdot t = 10$ het licht van deze andere schemerlamp aangaan.

c Wat is volgens Bea de afstand tussen de twee schemerlampen?

- d Wat is volgens Anna de afstand tussen de twee schemerlampen?
- e Zijn je antwoorden op c en d in overeenstemming met de lengtekrimp?

14**** Anna bevindt zich in Lille (Rijsel) op 200 km vanaf Parijs. Lyon ligt 400 km voorbij Parijs. In Parijs wordt op een bepaald moment de verlichting van de Eiffeltoren aangezet. Op een ander moment wordt de verlichting van de basiliek Notre-Dame de Fourvière in Lyon aangezet. Gebeurtenis 1 in het ruimtetijd diagram is het tijdstip waarop Anna de verlichting van de Eiffeltoren ziet aangaan. Gebeurtenis 2 is het tijdstip waarop Anna de verlichting van de Notre-Dame de Fourvière ziet aangaan. Figuur 1 is het RT-diagram van Anna met daarin de gebeurtenissen 1 en 2.



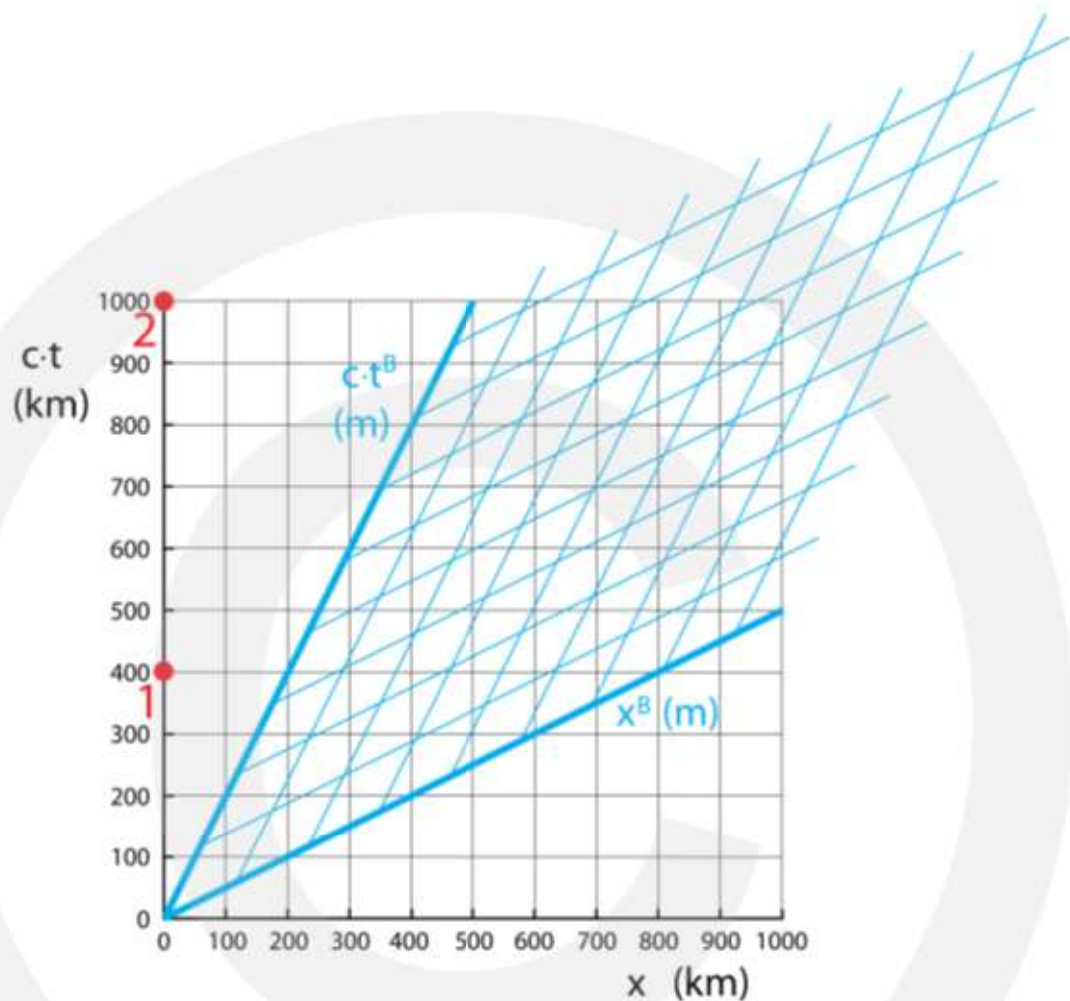
Figuur 1

- a Teken de wereldlijnen van de Eiffeltoren en van de basiliek Notre-Dame de Fourvière.

Anna ziet de verlichting $c \cdot t = 600 \cdot 10^3 \rightarrow t = \frac{600 \cdot 10^3}{c}$ s na elkaar aangaan.

- b Is het werkelijke tijdverschil van aanzetten volgens Anna groter, kleiner of gelijk aan deze waarneming?
- c Bepaal de tijdstippen waarop de verlichting van de Eiffeltoren en van de Notre-Dame de Fourvière volgens Anna worden aangezet.

Bea reist met een supersnelle TGV van Lille naar Lyon. Op $t=0$ vertrekt Bea uit Lille. Figuur 2 is het RT-diagram van Bea (blauw) met de gebeurtenissen 1 en 2.



Figuur 2

- d Bepaal de snelheid van de TGV.
- e Bepaal het tijdstip waarop Bea de verlichting van de Eiffeltoren ziet aangaan.
- f Bepaal het tijdstip waarop Bea de verlichting van de Notre-Dame de Fourvière ziet aangaan.
- g Bepaal de tijdstippen waarop de verlichting van de Eiffeltoren en van de Notre-Dame de Fourvière volgens Bea worden aangezet.

15**** Anna en Bea zijn een tweeling. Charlotte is even oud als Anna en Bea en woont op een andere planeet op 4 lichtjaar afstand van de aarde. De planeet is in rust ten opzichte van de aarde. Op haar 16^e verjaardag besluit Bea om Charlotte te gaan bezoeken. Reizend met een snelheid van $0,8c$ overbrugt ze de afstand van 4 lichtjaar in relatief korte tijd.

- a Hoe oud is Charlotte als Bea arriveert?

Na een jaar bij Charlotte te hebben gewoond gaat Bea terug naar Anna.

b Hoe oud is Anna als Bea arriveert?

c Hoe oud Bea als ze thuiskomt?

Een afstand van 4 lichtjaar afleggen met een snelheid van $0,8c$ kost volgens de wetten van Newton 5 jaar. Het licht doet over deze afstand 4 jaar. Bea is 3 jaar ouder geworden tijdens de reis.

d Is het niet in tegenspraak met het feit dat niets sneller beweegt dan licht terwijl 4 lichtjaar door Bea in 3 jaar kan worden afgelegd?

16^{***} Anna en Bea zijn een tweeling. Bea maakt een ruimtereis, Anna blijft thuis.

a Is het mogelijk dat Bea terugkeert voordat Anna wordt geboren?

De ouders van Anna en Bea maken een ruimtereis terwijl hun kinderen thuis blijven.

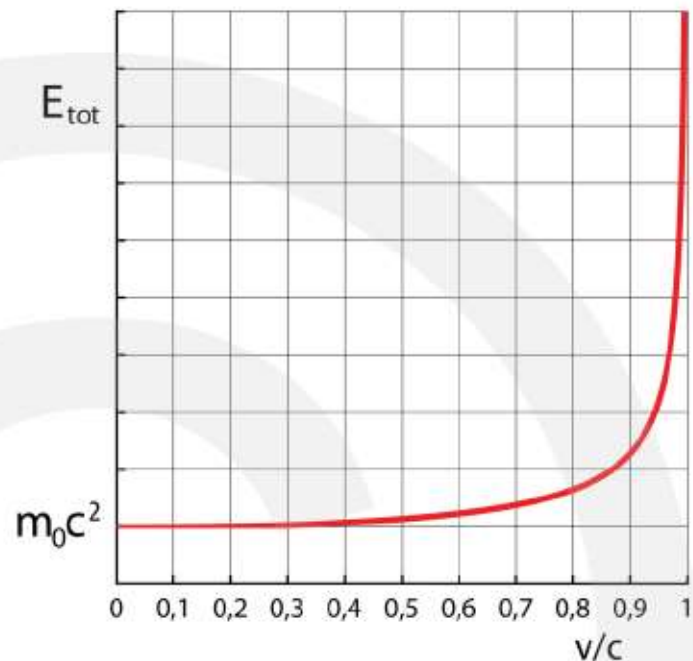
b Is het mogelijk dat de ouders jonger zijn dan Anna en Bea als ze weer thuis komen?

15.4 Massa en energie

1** In de figuur hiernaast zie je hoe de totale energie van een voorwerp afhangt van zijn snelheid.

a Schets in de figuur hoe de kinetische energie afhangt van de snelheid.

b Bereken de snelheid waarbij de kinetische energie gelijk is aan de rustenergie.



2** Als kinetische energie aan een voorwerp wordt toegevoegd neemt de massa van het voorwerp toe. De formule die die relatie legt tussen de snelheid van het voorwerp en de massa is:

$$m_b = \gamma \cdot m_e \quad \text{met} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- m_b is de massa in het bewegend referentiestelsel (kg)
- m_e is de massa in het eigen (stilstaand) referentiestelsel (kg)
- v is de snelheid tussen de referentiestelsels A en B (m/s)
- c is de lichtsnelheid (m/s)

a Leg uit dat bij deze formule de massa toeneemt als de snelheid groter wordt.

Anna en Bea wegen allebei 50 kg. Bea gaat op reis in een raket die een snelheid krijgt van met $0,6c$.

b Bereken de massa van Bea gezien vanuit het referentiestelsel van Anna.

c Bereken de massa van Anna gezien vanuit het referentiestelsel van Bea.

d Bereken bij welke snelheid Bea 100 kg weegt volgens Anna.

3*** Voor de rustenergie geldt: $E = m_0 \cdot c^2$ en

Voor de totale energie geldt: $E = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2$

De kinetische energie is het verschil: $E_k = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2$

In de klassieke mechanica geldt voor de kinetische energie: $E_k = \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2$

a Bereken met de klassieke formule de kinetische energie van een voorwerp met een rustmassa van 2,0 kg en een snelheid van 0,8c.

b Bereken met $E_k = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2$ de kinetische energie van een voorwerp met een rustmassa van 2,0 kg en een snelheid van 0,8c.

c Hoeveel procent verschil is er tussen de klassieke en de relativistische kinetische energie?

4*** **a** Bereken de rustenergie van een heliumkern.

Heliumkernen krijgen tijdens een supernova een totale energie van 3,5 nJ.

b Bereken de snelheid van de heliumkernen met $E_k = \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2$

c Leg uit waarom deze formule voor de kinetische energie niet gebruikt mag worden.

d Bereken de snelheid van de heliumkernen met $E = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2$

5*** Een ruimteschip versnelt vanuit stilstand tot 33% van de lichtsnelheid.

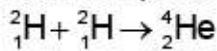
a Bereken met hoeveel procent de totale energie van het ruimteschip toeneemt.

Het ruimteschip versnelt verder totdat zijn totale energie is verdubbeld ten opzichte van de rustenergie.

b Bereken de snelheid van het ruimteschip bij deze energie.

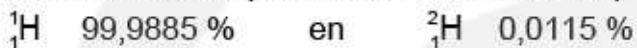
6***

In Nederland wordt jaarlijks 30 PJ (petajoule) energie verbruikt. Mogelijk lukt het om in de toekomst energie te produceren door het laten fuseren (samensmelten) van deuteriumkernen. Deuterium is de naam van het isotoop van waterstof waarbij de kern één proton en één neutron bevat. De volgende kernreactie treedt hierbij op:



- a Toon aan dat bij deze reactie 23,8 MeV energie vrijkomt.
- b Bereken hoeveel ${}^2_1\text{H}$ kernen er jaarlijks nodig zijn om Nederland van energie te voorzien.

Waterstof komt op aarde voor in twee isotopen:

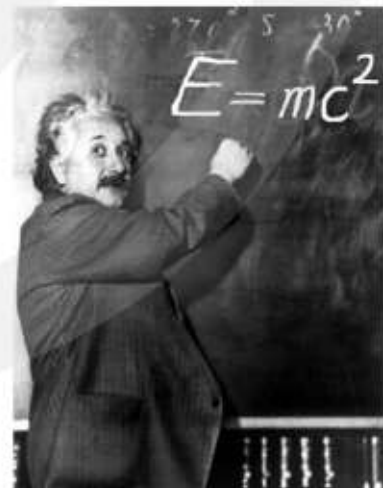


- c Bereken hoeveel ${}^2_1\text{H}$ kernen er gemiddeld in een kilogram water zitten.
- d Bereken hoeveel kilogram water er jaarlijks nodig is om Nederland van energie te voorzien.

De formule van Einstein

Lees onderstaand artikel.

Amerikaanse en Europese wetenschappers hebben in 2005 in een gezamenlijk project de juistheid van de beroemde formule van Einstein $E = m \cdot c^2$ onderzocht. Ze gingen uit van de reactie waarbij Si-28 een neutron invangt. Hierbij ontstaat Si-29 en komen twee gamma-fotonen vrij. Volgens de formule van Einstein zou de energie van de twee fotonen samen overeen moeten komen met het massaverschil voor en na de reactie. In Boston (USA) werd het massaverschil bepaald en in Grenoble (Frankrijk) de golflengtes van beide fotonen. Beide metingen werden met zeer grote nauwkeurigheid verricht. De wetenschappers hebben hiermee de juistheid van de formule van Einstein met een nauwkeurigheid van één op tien miljoen aangetoond.



Op het Massachusetts Institute of Technology in Boston (USA) werd het massaverschil van Si-28 en Si-29 bepaald via een frequentiemeting. De atomen werden eerst éénmaal geïoniseerd, vervolgens versneld en daarna in een homogeen magnetisch veld gebracht. De snelheid van de Si⁺-ionen stond loodrecht op de richting van het magnetisch veld. Hierdoor kwamen beide ionen in een cirkelbaan.

2p **a** Leg uit waarom de baan van de ionen cirkelvormig is.

De onderzoekers konden gedurende een half jaar heel nauwkeurig de frequenties meten waarmee de ionen ronddraaiden. De frequentie f waarmee een ion met lading q ronddraait in een magneetveld met sterkte B hangt af van zijn massa m en niet van zijn snelheid en de straal van de cirkel:

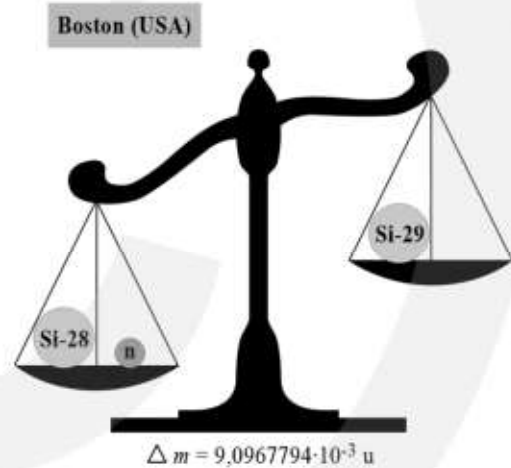
$$f = \frac{Bq}{2\pi m}$$

3p **b** Leid deze formule af uit formules in Binas.

De waarde van B was 8,5 T.

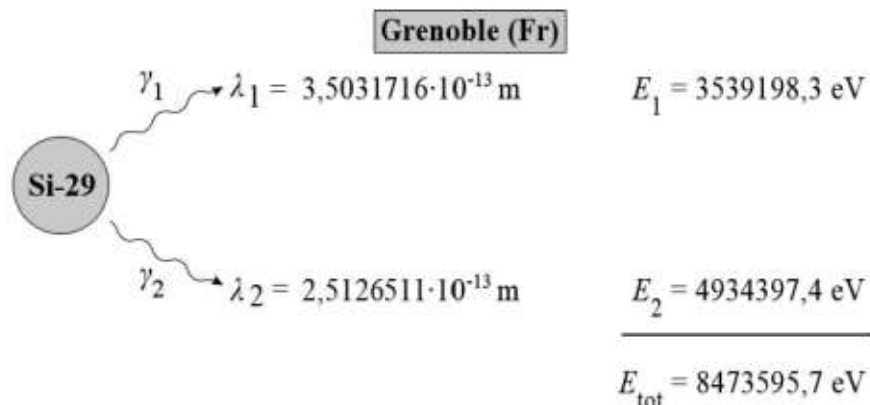
2p **c** Bereken voor één van de ionen de frequentie waarmee hij ronddraaide.

Omdat de massa van het neutron precies bekend was, konden de Amerikaanse onderzoekers uit de metingen van de frequenties het massadefect exact bepalen. Dit eindresultaat is in figuur 1 weergegeven.



Figuur 1

Onderzoekers van het Institut Laue-Langevin in Grenoble (Frankrijk) beschikken over een spectrometer om zeer nauwkeurig de golflengte van gamma-fotonen te bepalen. De gammastraling die vrijkomt bij de invangreactie werd door hen gemeten. In figuur 2 staan de resultaten weergegeven. Bij elk foton is ook de energie ervan berekend.



Figuur 2

Omdat de waarden in BINAS niet nauwkeurig genoeg zijn, staan in de tabel hieronder waarden van enkele constanten en grootheden die je moet gebruiken bij de volgende twee vragen.

Lichtsnelheid	$c = 2,997\,924\,6 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Constante van Planck	$h = 6,626\,069\,0 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Elementair ladingskwantum	$e = 1,602\,176\,5 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Atomaire massa-eenheid	$u = 1,660\,538\,8 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

- 3p **d** Laat zien dat de berekende energie E_1 van het eerste gamma-foton γ_1 overeenkomt met de gemeten golflengte λ_1 .
Hint: bereken eerst de frequentie van het foton.

In de laatste zin van het artikel wordt een bewering gedaan over de nauwkeurigheid.

- 3p **e** Ga met een berekening uitgaande van de gegevens in de figuren 1 en 2 na of met de experimenten de formule van Einstein met een nauwkeurigheid van één op tien miljoen is aangetoond.

In één van de genoemde wetenschappelijke instituten hadden de onderzoekers een neutronenbron nodig om hun experiment uit te kunnen voeren.

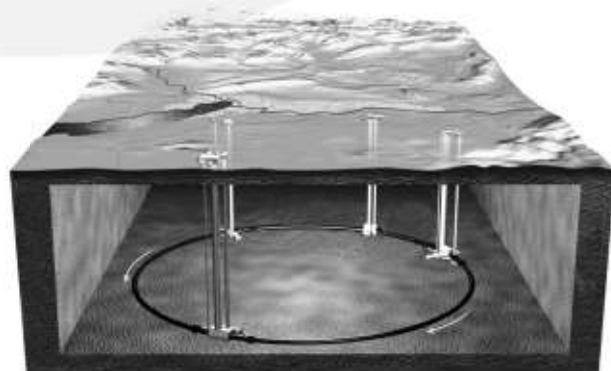
- 2p **f** Leg uit in welk instituut dat was.

LHC

Lees het krantenartikel.

Large Hadron Collider (LHC) geopend

Wetenschappers zijn al jaren op zoek naar het zogenaamde Higgs-deeltje. Om dit te vinden, is in de buurt van Genève in het voorjaar van 2010 de Large Hadron Collider (LHC) in gebruik genomen. Deze ondergrondse deeltjesversneller is met een diameter van maar liefst 8,4858 km de grootste ter wereld.



In de LHC worden protonen versneld tot bijna de lichtsnelheid. De LHC bestaat uit een ondergrondse ring met daarin twee dicht naast elkaar gelegen cirkelvormige

buizen. In de twee buizen gaan twee bundels protonen rond in tegengestelde richting. Als ze door het versnellen een energie van 7,0 TeV (tera-elektronvolt) hebben gekregen, laten de wetenschappers de protonen in een detector tegen elkaar botsen. Tijdens de botsing ontstaan allerlei elementaire deeltjes. Hierbij hopen de wetenschappers het Higgs-deeltje te vinden.

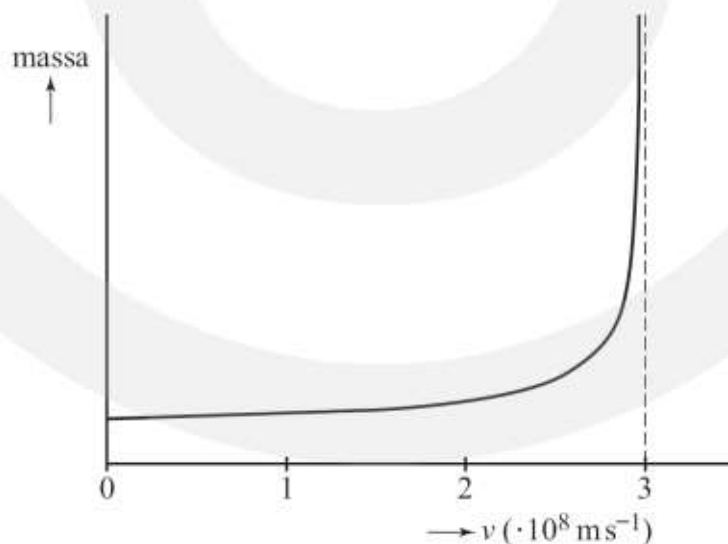
Voordat de protonen in de ring van de LHC binnenkomen, worden ze eerst in een lineaire versneller versneld. (Deze versneller is niet te zien in de figuur in het artikel.) Daarbij doorlopen de protonen een groot aantal malen een elektrische spanning van 5,0 kV.

- 4p **a** Bereken hoe vaak de protonen deze spanning moeten doorlopen om een snelheid van $1,2 \cdot 10^7$ m/s te krijgen als ze vanuit stilstand versneld worden.

Voordat de protonen in de grote ring komen, worden ze in twee bundels gesplitst. Daarna worden de protonen versneld totdat ze 11245 maal per seconde de ring doorlopen.

- 3p **b** Bereken hoeveel procent de snelheid van de protonen dan verschilt van de lichtsnelheid.

Als je met de klassieke theorie de kinetische energie van 7,0 TeV omrekent naar de snelheid van het proton vind je een waarde die veel groter is dan de lichtsnelheid. Volgens de relativiteitstheorie is dit niet mogelijk, omdat de massa van een deeltje tot oneindig toeneemt als het deeltje de lichtsnelheid bereikt. Dit is weergegeven in figuur 1.

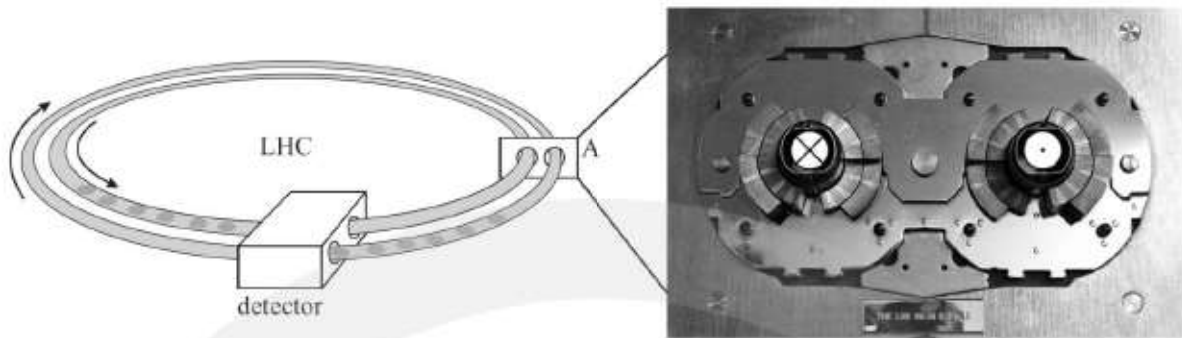


Figuur 1

Bij elke omwenteling neemt de kinetische energie van een proton toe.

- 2p **c** Leg uit aan de hand van figuur 1 dat een proton nooit de lichtsnelheid bereikt, hoe groot de kinetische energie ook is.

In de ring bevinden zich twee buizen waarin de protonen in tegengestelde richting bewegen. Dit is schematisch weergegeven in figuur 2. Rechts in figuur 2 zie je een foto van de dwarsdoorsnede bij punt A.



Figuur 2

De protonen worden in de buizen in een cirkelbaan gehouden door sterke elektromagneten om de buizen. In figuur 2 is aangegeven dat de protonen in de rechterbuis naar je toe bewegen (•) en in de linkerbuis van je af (x).

- 2p **d** Teken in het rechterdeel van figuur 2 de richtingen van de magneetvelden in elke buis afzonderlijk.

Voor een proton met een energie van 7,0 TeV dat rondgaat in een buis geldt voor de middelpuntzoekende kracht:

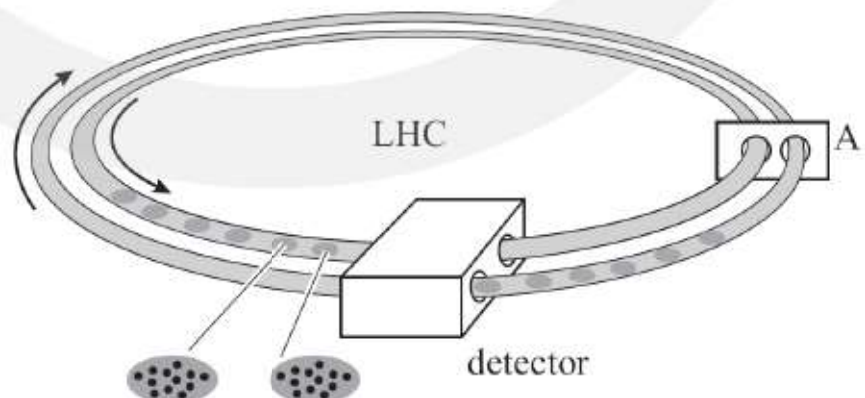
$$F_{\text{mpz}} = \frac{E}{r}$$

Hierin is:

- E de energie van het proton,
- r de straal van de baan.

- 4p **e** Bereken de sterkte van het magneetveld.

De protonen gaan in groepjes door de buizen. Dit is schematisch weergegeven in figuur 3.



Figuur 3

In één buis bewegen 2808 groepjes protonen. Hierdoor is in die buis de stroomsterkte gelijk aan 0,582 A.

- 4p **f** Bereken hoeveel protonen er in één groepje zitten.

In de detector laten de wetenschappers de bundels elkaar snijden. Als twee protonen op elkaar botsen, kunnen nieuwe elementaire deeltjes ontstaan. De wetenschappers hopen hierbij het 'Higgs-deeltje' te vinden. De massa van het Higgs-deeltje is nog niet bekend. Wel zijn schattingen gemaakt. Eén van de schattingen stelt dat de massa van het Higgs-deeltje in de orde van grootte van 10^{-25} kg is.

- 3p **g** Laat met een berekening zien of de energie van de twee botsende protonen genoeg is om een Higgs-deeltje te laten ontstaan.



15.5 Algemene relativiteitstheorie

- 1**** De algemene relativiteitstheorie is gefundeerd op het equivalentieprincipe.
- a** Beschrijf het equivalentieprincipe met eigen woorden.
- Vincent beweert dat het equivalentieprincipe inhoudt dat zwaartekracht niet bestaat.
- b** Leg uit wat Vincent met deze stelling bedoelt.
- c** Ben je het met Vincent eens?
- 2**** Zonder het te beseffen gebruikt Newton de grootheid massa op twee verschillende manieren.
- a** Welke twee manieren zijn dit?
- b** Leg uit hoe de grootheid massa in de theorie van Newton wordt gebruikt.
- 3***** Uit het equivalentieprincipe volgt dat licht afbuigt door de zwaartekracht.
- a** Leg uit waarom licht door de zwaartekracht afbuigt. Maak bij je uitleg gebruik van een tekening.
- Ook zonder het equivalentieprincipe kun je concluderen dat licht afbuigt door de zwaartekracht. Er geldt immers: $E = mc^2$.
- b** Leg uit hoe je met $E = mc^2$ kunt concluderen dat licht afbuigt door de zwaartekracht.
- c** Bereken de massa van een foton met een golflengte van 500 nm.
- d** Bereken de zwaartekracht op dit foton bij de oppervlakte van de aarde.

Vallend foton

Lees het volgende artikel.

Lichtgewicht?

Een foton heeft geen rustmassa maar wel energie. Echter volgens de vergelijking van Einstein $E = mc^2$ zijn massa en energie equivalente begrippen. Maar iets dat massa heeft, hoe gering ook, moet gevoelig zijn voor de zwaartekracht! In 1960 slaagden de natuurkundigen Pound en Rebka erin dit idee van Einstein experimenteel te testen. Zij richtten γ -fotonen vanaf de top van de Harvard-toren naar de aarde. Tijdens deze val neemt de foton-energie toe onder invloed van de zwaarte-kracht. Daarmee wordt ook de frequentie van de fotonen groter. Deze minieme toename in de frequentie konden Pound en Rebka meten. Voor dit experiment is de extreme nauwkeurigheid van $1:10^{15}$ vereist.



Figuur 1 De toren van Harvard

Voor de fotonen gebruikten Pound en Rebka γ -straling afkomstig van ${}^{57}_{28}\text{Fe}$.

Deze isotoop ontstaat bij een vervalreactie, waarbij ${}^{57}_{27}\text{Co}$ een deeltje invangt.

2p **a** Geef de reactievergelijking van het ontstaan van ${}^{57}_{28}\text{Fe}$.

De gevormde ${}^{57}_{28}\text{Fe}$ -kern bevindt zich in een soort aangeslagen toestand en valt terug naar de grondtoestand onder uitzenden van de γ -straling, met een halveringstijd $\tau = 9,8 \cdot 10^{-8}$ s.

Voor het experiment is een voortdurende stroom γ -fotonen nodig.

2p **b** Leg uit dat de korte halveringstijd geen probleem is voor deze voortdurende stroom γ -fotonen.

Voor de frequentie f_g van de fotonen op de grond geldt:

$$hf_g = hf_h + E_Z \quad \text{waarin geldt} \quad E_Z = \frac{hf_h}{c^2} gH$$

Hierin is:

- f_g de frequentie waarmee een foton de grond bereikt;
- f_h de frequentie waarmee een foton in de top van de toren wordt uitgezonden;
- E_Z de zwaarte-energie van een foton;
- h de constante van Planck;
- H de hoogte van de toren: $H = 22,6$ m ;
- g de valversnelling;
- c de lichtsnelheid.

- 3p **c** Leid de uitdrukking voor E_z af.
De nauwkeurigheid van het experiment moet zo groot zijn, omdat de verandering in de fotonenergie tijdens de val erg klein is. De verhouding tussen E_z en de oorspronkelijke fotonenergie bepaalt namelijk hoe groot de nauwkeurigheid in dit experiment moet zijn.
- 3p **d** Bereken deze verhouding bij dit experiment.



15.6 Gekromde ruimte

1** De planeet Jupiter heeft vier manen. Europa is de kleinste van hen en heeft een straal van 1568 km en een massa van $4,8 \cdot 10^{22}$ kg.

- Bereken de dichtheid van de maan Europa.
- Breken de ontsnappingssnelheid van Europa.
- Bereken de Schwarzschildstraal van Europa.

2** De zon heeft een Schwarzschildstraal van 2,95 km. Als de zon het grootste deel van het waterstof heeft verbruikt zwelt de zon op en wordt een rode reus. Uiteindelijk krijgt de zon een straal die 250 keer groter is dan de huidige straal, ongeveer gelijk aan de afstand tussen de aarde en de zon. Gezien vanaf de aarde vult de zon dan het grootste deel van de hemel.

- Verandert de Schwarzschildstraal van de zon als ze een rode reus is geworden?

3** Een ster die 1,5 tot 3 keer zo groot is dan de zon eindigt zijn leven als neutronenster. De interne druk is zo groot dat de elektronen in de atoomkernen worden geperst, waarbij protonen veranderen in neutronen. Een neutronenster is een bol met op elkaar gestapelde neutronen. Een neutronenster met de massa van de zon heeft een straal van 10 km.

- Leg uit waarom neutronenster met een straal van 10 km geen zwart gat is.

Als een neutronenster materiaal uit de ruimte invangt, neemt zijn straal toe. De dichtheid verandert hierbij niet, omdat alle materie wordt omgezet in neutronen.

Voor de massa van een bol geldt: $m = \rho \cdot V$ met $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$.

De Schwarzschildstraal bereken je met: $R_s = \frac{2 \cdot G \cdot m}{c^2}$

- Bereken de dichtheid van een neutronenster. Gebruik de massa van de zon.

Als een neutronenster voldoende materie heeft ingevangen wordt zijn straal gelijk aan zijn Schwarzschildstraal. De neutronenster is dan een zwart gat geworden.

Voor straal waarbij dit gebeurt geldt: $r = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi \cdot G \cdot \rho}}$

- Leid deze formule af.

- d Bereken bij welke straal een neutronenster een zwart gat wordt.
- e Bereken de massa van deze neutronenster uitgedrukt in zonmassa's.

4⁺⁺ Is de straal van een bolvormig voorwerp gelijk is aan zijn Schwarzschildstraal, dan wordt dit voorwerp een zwart gat. Voor de dichtheid van zo'n zwart geldt:

$$\rho = \frac{3c^6}{32\pi \cdot G^3 \cdot m^2} \quad . \quad \text{Dit is de minimale dichtheid van een zwart gat.}$$

- + a Leid deze formule af.
- b Bereken de minimale dichtheid van een zwart gat met een Schwarzschildstraal van 1,0 mm.

5^{*}** Een GPS-satelliet draait rond de aarde met een snelheid van 4,0 km/s. De klok van een GPS-satelliet wijkt dagelijks 39 μs af met een klok op aarde. Deze afwijking wordt veroorzaakt door de snelheid (speciale relativiteit) én door de gravitatie (algemene relativiteit).

- a Beredeneer of de speciale relativiteit ervoor zorgt dat de GPS-klok voorloopt of achterloopt met een klok op aarde.
- b Beredeneer of de algemene relativiteit ervoor zorgt dat de GPS-klok voorloopt of achterloopt met een klok op aarde.
- c Vul de formule in waarmee je de dagelijkse afwijking van de GPS-klok vanwege zijn snelheid (speciale relativiteit) kunt uitrekenen.
- d Leg uit waarom je rekenmachine dit niet kan uitrekenen.
- e Vul de formule in waarmee je de dagelijkse afwijking van de GPS-klok vanwege zijn hoogte (algemene relativiteit) kunt uitrekenen.
- f Leg uit waarom je rekenmachine dit niet kan uitrekenen.