

# 4 Energie

VWO

## 4.1 Arbeid en energie

- 1\* Jan trekt zo hard hij kan aan een piano maar er is geen beweging in te krijgen. Volgens Jan heeft zijn spierkracht arbeid verricht, want hij is doodmoe geworden van het trekken.

a Ben je het met Jan eens? Licht je antwoord toe.

- 2\* Een gewichtheffer probeert een gewicht op te tillen, maar het gewicht is te zwaar en het lukt hem niet.

a Heeft de gewichtheffer arbeid verricht bij zijn poging?



- 3\* Een gewichtheffer houdt gedurende tien seconden een gewicht van 92 kg stil boven zijn hoofd.

a Hoeveel arbeid heeft de gewichtheffer in deze tien seconden verricht?

b Heeft de gewichtheffer arbeid verricht om het gewicht vanaf de vloer boven zijn hoofd te krijgen?



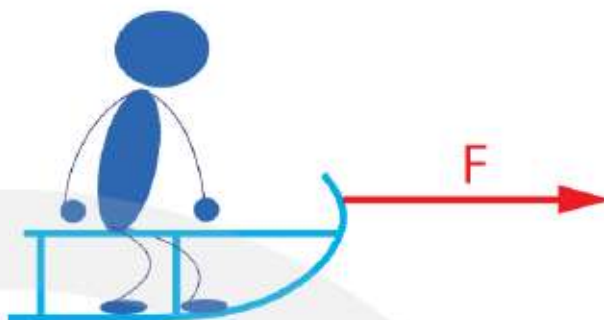
Na tien seconden laat de gewichtheffer het gewicht los en valt het gewicht op de mat.

c Welke kracht verricht er arbeid als het gewicht naar beneden valt?

d Waar is de energie gebleven als het gewicht stil op de mat ligt?

- 4\*\* Met een kracht van 25 N trek je aan een slee. De slee heeft een constante snelheid. Je spierkracht verricht is 10 kJ arbeid.

- a Bereken de afstand waarover je de slee verplaatst.

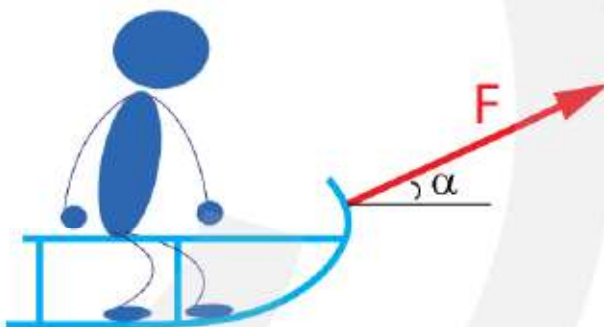


Emma beweert dat de wrijvingskracht ook 25 N is. Klaas is het niet met haar eens want anders zou de slee niet bewegen.

- b Wie heeft er volgens jou gelijk, Emma, Klaas of geen van beiden?  
c Bereken de arbeid die de wrijvingskracht levert.

- 5\*\*\* Met een schuine kracht trek je een slee met constante snelheid over een afstand van 500 m. Hoek  $\alpha$  is  $25^\circ$ . De arbeid die je spierkracht verricht is 10 kJ.

- a Bereken de grootte van je spierkracht.  
b Bereken de arbeid die de wrijvingskracht levert.  
c Bereken de arbeid die de zwaartekracht levert.



- 6\*\* Je moet een zware archiefkast over de vloer schuiven. Als je de kast 4,0 m hebt verplaatst heb je 3200 J energie gebruikt.

- a Hoeveel kracht heb je gebruikt bij het verschuiven van de kast ?

Iemand bedenkt dat je de kast beter over stokken kunt laten rollen. Je hebt dan twee keer zo weinig kracht nodig.

- b Hoever kun je de kast over stokken verplaatsen als je hierbij 4000 J energie gebruikt?



- 7\* Een bowlingbal rolt met een constante snelheid over de baan. Wrijving wordt verwaarloosd.

- a Wordt er tijdens het rollen arbeid op de bal verricht?

Aan het einde van de baan bots de bal op de kegels.

- b Wordt er bij de botsing arbeid op de bal verricht?

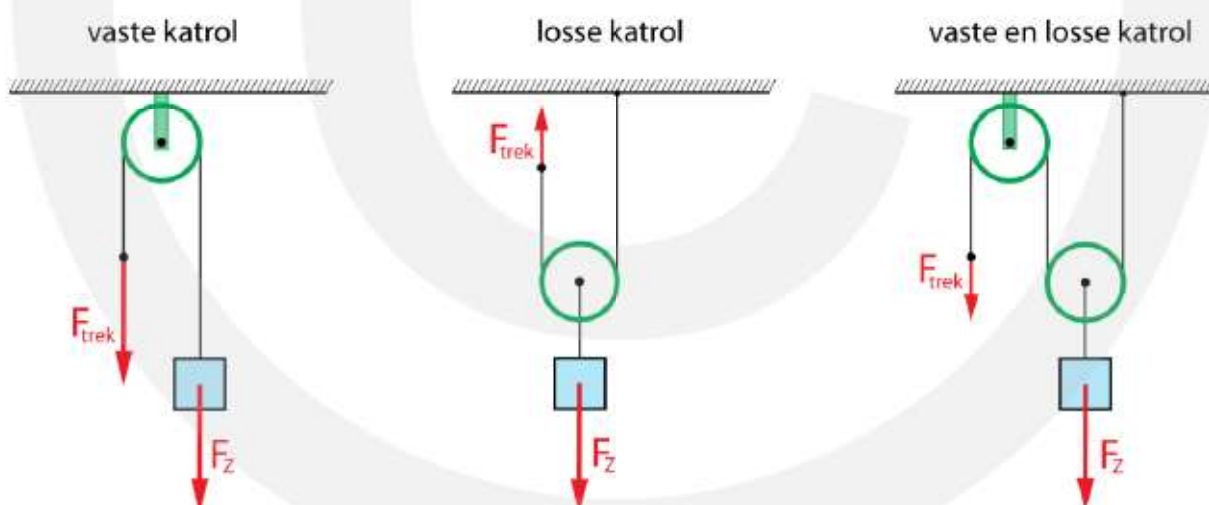
Bij de botsing gaan de kegels bewegen en lijken ze tot leven te komen.

- c Waarom gebeurt dit?



## Katrollen

- 8\*\* We maken onderscheid tussen vaste en losse katrollen, zie figuur.



- a Leg uit waarom je bij een losse katrol minder kracht nodig hebt om een voorwerp op te tillen dan bij een vaste katrol.

Je wilt een kist van 75 kg optakelen.

- b Bereken hoeveel kracht je nodig hebt als je een vaste katrol gebruikt.
- c Bereken hoeveel kracht je nodig hebt als je een losse katrol gebruikt.
- d Bereken hoeveel kracht je nodig hebt als je een combinatie van een vaste en een losse katrol gebruikt, zie figuur.

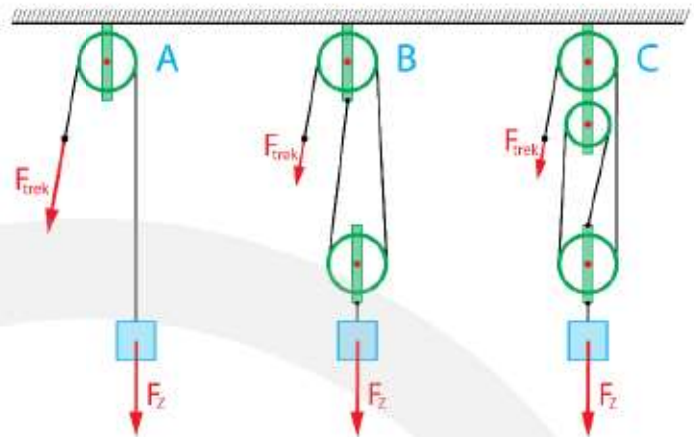


9\*\* In de figuur zie je drie takels.

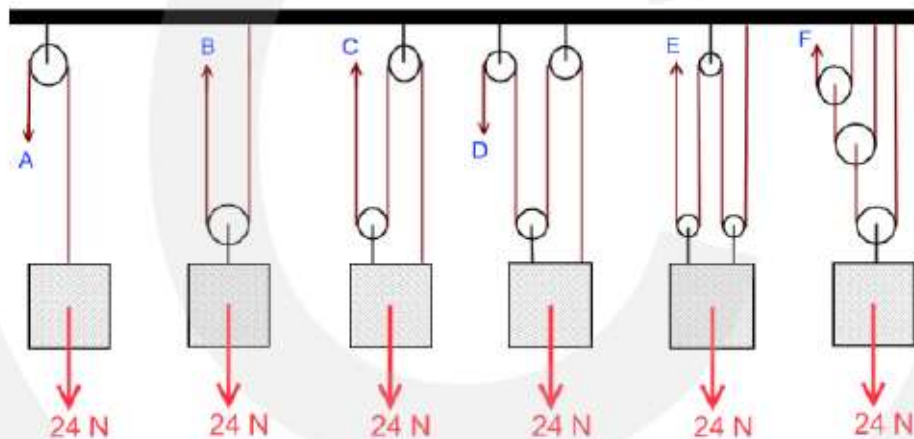
- a Welke katrollen zijn los en welke zijn vast?

Het voorwerp dat je op wilt takelen heeft een massa van 60 kg.

- b Bereken hoeveel kracht je nodig hebt bij het gebruik van takels A, B en C.



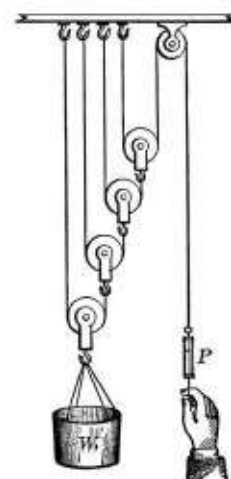
10\*\* In de figuur zie je een kist waarop de zwaartekracht van 24 N werkt. De kist is op zes verschillende manieren aan katrollen bevestigd, zie figuur.



- a Hoeveel kracht heb je nodig om de kist op te takelen als je bij A, B, C, D, E aan het koord trekt?
- b Hoeveel kracht heb je nodig om de kist op te takelen als je bij F aan het koord trekt?

11\*\*\* In de figuur zie een takel. De emmer met water W heeft een massa van 12 kg.

- a Hoeveel kracht moet je in P uitoefenen om de emmer omhoog te houden?
- b Hoeveel kracht moet je in P uitoefenen om de emmer met constante snelheid omhoog te takelen?



**12** \*\*\* Een kast met een massa van 65 kg moet worden opgetakeld naar de vierde verdieping op 18 meter hoogte. Voor het ophijzen wordt een takel gebruikt die bestaat uit een vaste en een losse katrol. De katrollen hebben ieder een massa van 5,0 kg.

- a** Bereken de kracht die de verhuizer moet uitoefenen.
- b** Bereken hoeveel meter touw de verhuizer moet inhalen.

## 4.2 Energievormen

**1\*\*** Een hijskraan tilt een steen van 800 kg 15 m omhoog.

- a** Bereken de arbeid die de motor van de hijskraan verricht.
- b** Bereken de zwaarte-energie die de steen heeft gekregen.

Op zeker moment heeft de hijskraan 200 kJ energie verbruikt.

- c** Bereken hoe hoog de steen is opgetild.



**2\*\*** Een trein rijdt met een maximale snelheid van 160 km per uur. De trein heeft een massa van 350.000 kg.

- a** Bereken de topsnelheid van de trein in meter per seconde.
- b** Bereken de kinetische-energie als de trein op topsnelheid rijdt.
- c** Bereken de kinetische-energie als de trein een snelheid heeft van 80 km/h.

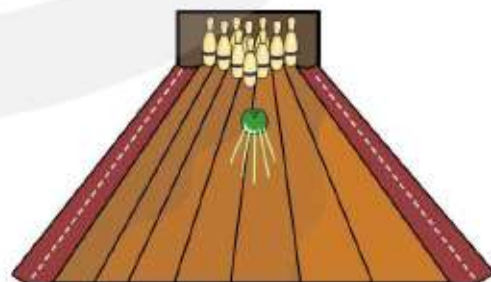


**3\*\*\*** Een bowlingbal met een massa van 4,5 kg rolt met een constante snelheid over de baan. Na 3,4 seconden raakt de bal de eerste kegel die op een afstand van 18,3 m staat.

- a** Bereken de kinetische-energie van de bal tijdens het rollen.
- b** Hoe is de bowlingbal aan deze energie gekomen?

De bal komt 0,50 m achter de eerste kegel tot stilstand.

- c** Hoe groot is de gemiddelde kracht op de bowlingbal tijdens het afremmen?





- 4\*\*\*** Een olietanker vaart met een constante snelheid van 11,2 knopen. Een knoop is 1,852 km/h. De tanker heeft een massa van 280.000 ton. Een ton is 1000 kg.

**a** Bereken de kinetische-energie van de olietanker.

Een sterke man kan per seconde 600 J arbeid leveren.

**b** Bereken hoeveel dagen de man kracht op de olietanker moet uitoefenen om het een snelheid van 11,2 knopen te geven.



- 5\*\*\*** Een auto met een massa van 1500 kg rijdt 90 km/h.

**a** Bereken de kinetische-energie van de auto.

In de bebouwde kom kan de auto nog maar 45 km/h rijden.

**b** Met hoeveel procent is de kinetische-energie afgenomen?

**c** Leg uit waar de verdwenen kinetische-energie is gebleven.

In een woonerf is de snelheid van de auto 18 km/h.

**d** – Hoeveel procent van de oorspronkelijke kinetische-energie is er nog aanwezig?  
– Met hoeveel procent is de kinetische-energie afgenomen?

Omdat er benzine wordt verbrand neemt de massa van de auto langzaam af.

**e** Leg uit of hierdoor  $E_k$  van de auto groter wordt, kleiner wordt of gelijk blijft als hij met constante snelheid rijdt.



- 6\*\*\*** Op massa  $m$  werkt een kracht waardoor de massa versnelt. De beginsnelheid van de massa is 0 m/s. Er werkt maar één kracht.

Voor de verplaatsing  $s$  op tijdstip  $t$  geldt:  $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

Voor de snelheid  $v$  op tijdstip  $t$  geldt:  $v = a \cdot t$

Door bovenstaande formules met elkaar te combineren kan de tijd  $t$  worden

geëlimineerd. Dit geeft  $s = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{a}$

**a** Toon dit aan.

De arbeid die de kracht levert is  $W = F \cdot s$ . Met  $F = \Sigma F = m \cdot a$  vind je:  $W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ .

**b** Toon dit aan.

De arbeid die de kracht verricht is gelijk aan de verandering van kinetische-energie.

**c** Toon dit aan.

**7\*\*** Een vogel met een massa van 150 gram heeft 60 J aan zwaarte-energie.

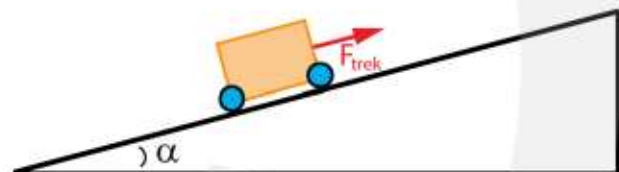
**a** Bereken hoe hoog de vogel boven de grond vliegt.

De vogel heeft in totaal 80 J aan energie.

**b** Met welke snelheid vliegt de vogel?



**8\*\*** Je trekt een kar met een massa van 20 kg met een constante snelheid een helling op. Wrijving wordt verwaarloosd.



Op een bepaald moment heb je 1000 J arbeid verricht. Verwaarloos de arbeid die nodig is om de kar in beweging te brengen.

**a** Bereken de hoogte die de kar heeft gekregen.

Op de helling stijg je 25 cm bij iedere meter die je aflegt.

**b** Hoeveel meter heb je afgelegd?

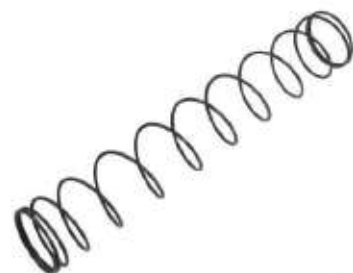
**c** Bereken de kracht die nodig is om de kar de helling op te trekken.

**9\*\*** Om een veer over een afstand van 25 cm uit te rekken is 3,0 J arbeid nodig.

**a** Bereken de veerconstante van de veer.

**b** Bereken de arbeid die nodig is om deze veer 40 cm uit te rekken.

**c** Bereken zonder rekenmachine de arbeid die nodig is om deze veer 50 cm uit te rekken.





**10\*\*\*** Twee veren worden naast elkaar (parallel) aangebracht. Veer 1 heeft een veerconstante van 200 N/m en veer 2 van 400 N/m. De veren worden 20 cm uitgerekt.

- a Bereken de arbeid die hiervoor nodig is.
- b Bereken de veerconstante van de twee parallel gekoppelde veren.
- c Welke conclusie kun je hieruit trekken?

**11+** Twee veren worden achter elkaar (in serie) aangebracht. Veer 1 heeft een veerconstante van 200 N/m en veer 2 van 400 N/m. De totale uitrekking van beide veren samen is 20 cm.

- a Bereken de arbeid die hiervoor nodig is.
- b Bereken de veerconstante van de twee serie gekoppelde veren.
- c Welke conclusie kun je hieruit trekken?

**12++** Vervolg

- a Toon aan dat voor is serie geschakelde veren geldt:  $\frac{1}{C_{\text{serie}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ .

**13\*\*** Edgar en Lotte zijn samen aan het joggen. Hun snelheid is 7,0 km/h. De massa van Edgar is 65 kg en van Lotte 50 kg.

- a Bereken het verschil in kinetische-energie tussen Edgar en Lotte.
- b Bereken hoeveel km/h Lotte moet gaan rennen om net zoveel kinetische-energie te hebben als Edgar.

**14\*\*** De tweede wet van Newton is:  $\Sigma F = m \cdot a$

- a Toon met deze wet aan dat de eenheid newton N gelijk is aan  $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ .
- b Toon aan dat de eenheid van kinetische-energie N · m is.

## Wet behoud van energie

Bij deze opgaven verwaarlozen we de wrijving  $\rightarrow E_{\text{uit}} = 0$ .

- 15\*\*** Een balpen valt van een tafel van 75 cm hoog.
- a** Bereken de snelheid waarmee de balpen op de grond valt.



- 16\*\*** Michael Jordan is een beroemde basketbalspeler. Hij is 1,98 m lang en weegt 98 kg. Na een verticale sprong heeft hij een zwaarte-energie van 1000 J.

- a** Hoeveel is zijn zwaartepunt hierbij omhoog gegaan?
- b** Hoeveel kinetische-energie had hij toen hij los kwam van de grond?
- c** Met welke snelheid kwam hij los van de grond?
- d** Beredeneer met welke snelheid hij weer op de grond landt.



- 17\*\*** Met een katapult schiet je een steentje van 80 gram verticaal omhoog. De gespannen katapult heeft 16 J veerenergie.

- a** Hoeveel kinetische-energie heeft het steentje als het loskomt?
- b** Met welke snelheid komt het steentje los?
- c** Hoe hoog komt het steentje?
- d** Op welke hoogte heeft het steentje 8,0 J kinetische-energie?
- e** Op welke hoogte heeft het steentje de helft van zijn beginsnelheid?
- f** Na hoeveel seconde is het steentje terug bij de katapult?



**18\*\*** Anna trapt een bal verticaal omhoog met een beginsnelheid van 14 m/s.

- a Op welke hoogte heeft de bal een snelheid van 8,0 m/s?
- b Hoe groot is de snelheid van de bal op 8,0 m hoogte?
- c Hoe hoog komt de bal?



**19\*\*\*** Vanaf een toren van  $h = 60$  m wordt een kogel met een beginsnelheid van 40 m/s verticaal omhoog geschoten. De massa van de kogel is 75 g.

- a Bereken de maximale hoogte  $h_{\max}$  die de kogel bereikt.
- b Bereken de arbeid die de zwaartekracht verricht bij de beweging van  $h$  tot  $h_{\max}$ .
- c Bereken de arbeid die de zwaartekracht verricht bij de beweging van  $h_{\max}$  tot de grond.
- d Bereken de arbeid die de zwaartekracht verricht tussen het begin en einde van de beweging.
- e Leg uit waarom de arbeid die de zwaartekracht tussen het begin en einde van de beweging verricht alleen wordt bepaald door  $h$  en niet door  $v_{\text{begin}}$  of  $h_{\max}$ .
- f Bereken de snelheid waarmee de kogel op de grond valt.

**20\*\*** Een speelgoedtreintje met een massa van 200 g trekt op uit stilstand. De motor oefent een kracht van 1,0 N uit over een afstand van 80 cm.

- a Hoeveel arbeid heeft de motor verricht?
- b Wat is eindsnelheid van het treintje?

De motor blijft een kracht van 1,0 N uitoefenen.

- c Na hoeveel meter heeft de speelgoedtrein een snelheid van 2,0 m/s?
- d Welke afstand legt de trein af om zijn snelheid van 1,0 m/s tot 2,0 m/s te laten toenemen?



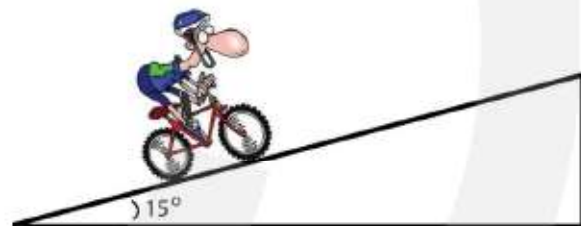


**21\*\*\*** Een trein vertrekt op  $t=0$  uit stilstand met een versnelling van  $0,50 \text{ m/s}^2$ . De massa van de trein is  $400 \text{ ton}$  ( $=400 \cdot 10^3 \text{ kg}$ ).



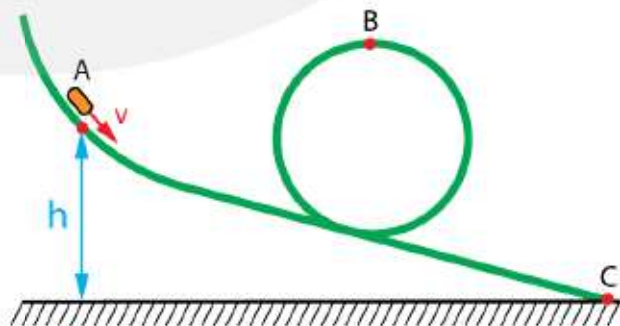
- Bereken de motorkracht.
- Bereken de arbeid die de motor in de eerste seconde verricht.
- Bereken de arbeid die de motor in de tweede seconde verricht.
- Leg uit waarom de motor in de tweede seconde meer arbeid verricht dan in de eerste seconde.
- Bereken de afstand in de 50<sup>e</sup> seconde (tussen  $t=49$  en  $t=50 \text{ s}$ ).
- Bereken de arbeid die de motorkracht verricht in de 50<sup>e</sup> seconde.

**22\*\*\*** Je fiets met constante snelheid een helling van  $15$  graden op. Samen met je fiets weeg je  $75 \text{ kg}$ . Wrijving wordt verwaarloosd.



- Bereken hoeveel meter je bent gestegen als je  $5,0 \text{ km}$  hebt gefietst.
  - Bereken de arbeid die je moet verrichten om  $5,0 \text{ km}$  af te leggen.
- Op de helling moet je even stilstaan voor een rood stoplicht.
- Bereken hoeveel kracht je remmen uitoefenen als je op de helling stilstaat.

**23\*\*\*** In een wrijvingsloze achtbaan wordt een wagen vanaf een bepaalde hoogte uit stilstand losgelaten. Op plaats A heeft de wagen een hoogte van  $6,0 \text{ m}$  en een snelheid van  $15 \text{ m/s}$ . Op plaats B is de snelheid  $10 \text{ m/s}$ .



- Op welke hoogte is de wagen losgelaten?
- Bereken de hoogte van plaats B.
- Bereken de snelheid waarmee de wagen in plaats C aankomt.

Johan beweert dat zonder looping je met een hogere snelheid in C aankomt dan met looping.

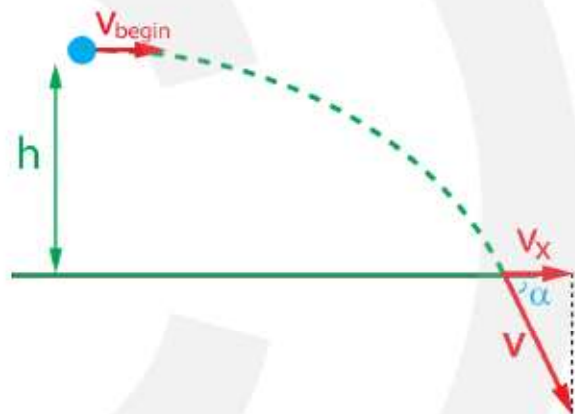
d Ben je het met Johan eens? Geef uitleg.

**24\*\*\*** Een voorwerp met massa  $m$  valt vanaf hoogte  $h$  op de grond. De beginsnelheid is 0. Luchtweerstand wordt verwaarloosd.

a Voor de snelheid  $v$  waarmee de kogel op de grond komt geldt:  $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$   
Toon dit aan.

**25\*\*\*** Een kogel wordt vanaf een hoogte van 25 m horizontaal weggeschoten met een beginsnelheid van 144 km/uur. Luchtweerstand wordt verwaarloosd.

- a Met welke snelheid raakt de kogel de grond?
- b Bereken hoek  $\alpha$  waarmee de kogel de grond raakt. Dit is gelijk aan de richting van de snelheid op het moment waarop de kogel de grond raakt.



**26\*\*\*** Vanaf een 6,0 m hoge toren gooi je een steentje van 80 gram onder een hoek van  $45^\circ$  met een snelheid van 20 m/s schuin omhoog. Zie figuur.

- a Met welke snelheid valt het steentje op de grond?
- b Welke gegevens zijn overbodig?
- c Als je het steentje met twee keer zoveel snelheid weggooit komt hij dan ook met twee keer zo veel snelheid op de grond?



**27** \*\*\*\* Een kogel met massa  $m$  wordt vanaf een toren van hoogte  $h$  weggeschoten met beginsnelheid  $v_{\text{begin}}$ . Luchtweerstand wordt verwaarloosd. Voor de grootte van snelheid  $v$  waarmee de kogel de grond raakt geldt:  $v_{\text{eind}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_{\text{begin}} + v_{\text{begin}}^2}$ .

**a** Toon dit aan.

Aan de formule kun je zien dat de eindsnelheid  $v_{\text{eind}}$  onafhankelijk is van de massa én van de richting waarin de kogel wordt weggeschoten. Emma beweert dat de tijd die de kogel nodig heeft om de grond te bereiken ook onafhankelijk is van  $m$ . Anouk denkt dat de tijd wel afhankelijk is van  $m$ .

**b** Leg uit wie van hen gelijk heeft.

Emma beweert bovendien dat de tijd die de kogel nodig heeft om de grond te bereiken ook onafhankelijk is van de richting van  $v_{\text{begin}}$ . Anouk denkt dat de tijd wel afhankelijk is van de richting van  $v_{\text{begin}}$ .

**c** Leg uit wie van hen gelijk heeft.



## 4.3 Energie afstaan (wrijving)

- 1\*\* Een steen van 2,0 kg valt van een toren van 5,0 m hoog. De gemiddelde luchtweerstand is 3,0 N.

a Bereken de snelheid waarmee de steen op de grond valt.



- 2\*\* Je skiet een helling af. Onderaan heb je een snelheid van 10 m/s gekregen en komt dan op een horizontaal stuk waar de schuifwrijving 40 N is. Samen met je skies weeg je 60 kg.

a Welke afstand leg je af voor je tot stilstand komt?

b Wat is je snelheid na 50 m?

c Op welke afstand is je snelheid 3,0 m/s?

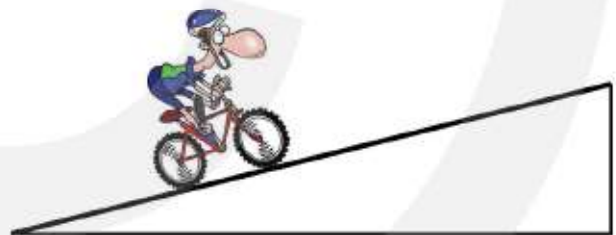


- 3\*\*\* Je fietst met constante snelheid een schuine helling op. Bij iedere meter die je aflegt stijgt je 20 cm. De gemiddelde wrijvingskracht is 50 N. Samen met je fiets weeg je 70 kg.

a Bereken de arbeid die je moet verrichten om 1,0 km af te leggen

Als de trapper één keer rondgaat heeft je voet één meter afgelegd en is je fiets een halve meter vooruit gegaan.

b Bereken de kracht die je nodig hebt om vooruit te komen.



- 4\*\*\* Jeroen gaat met zijn skateboard vanaf een helling van 20 m lang en 8,0 meter hoog. Jeroen heeft met skateboard een massa van 65 kg. Hij begint uit stilstand.

a Bereken de snelheid van Jeroen onder aan de helling als er geen wrijving is.



Jeroen durft niet met zo'n grote snelheid naar beneden. Daarom neemt hij een helling die ook 8,0 meter hoog is maar een lengte heeft van 50 m.

- b** Bereken opnieuw de snelheid van Jeroen onder aan de helling als er geen wrijving is.

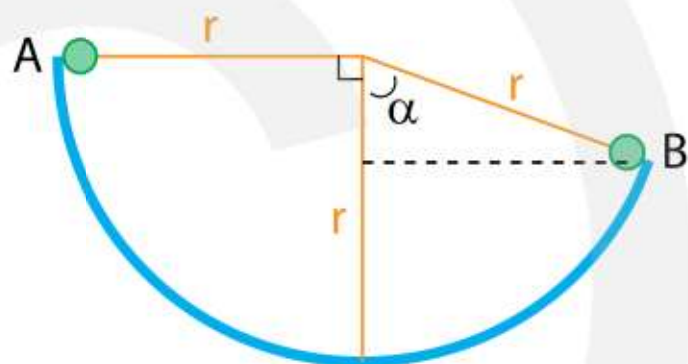
Ook bij deze helling vindt Jeroen de snelheid te groot. Daarom besluit hij tijdens de afdaling van de 50 m helling met een constante kracht te remmen. Hij durft maximaal 36 km/h te rijden.

- c** Bereken de gemiddelde remkracht die hij moet uitoefenen om onderaan de helling een snelheid van 36 km/h te hebben.

5\*\*\*\*

Een kogel met een massa van 70 g wordt in een cirkelvormige goot bij A losgelaten. Zie figuur.

De diameter van de baan is 100 cm. Hoek  $\alpha$  is  $70^\circ$



Op plaats A is de hoogte van de bal gelijk aan de straal  $r$ . Op plaats B is de hoogte van de bal:  $h = r - r \cdot \cos \alpha$ .

- a** Toon dit aan.
- b** Bereken de snelheid waarmee de kogel de goot bij B verlaat. Verwaarloos wrijvingskrachten.
- c** Bereken de snelheid waarmee de kogel de goot bij B verlaat als de wrijvingskracht 30 mN is.
- d** Bereken hoe groot de wrijvingskracht moet zijn om er voor te zorgen dat de kogel precies bij B tot stilstand komt.



## 4.4 Arbeid en kinetische-energie

Gebruik waar mogelijk de wet van arbeid en kinetische-energie.

- 1\*\* Julia fietst met 6,0 m/s over een horizontale weg. De massa van Julia en haar fiets is 70 kg. Ze remt af voor een stoplicht met een remkracht van 150 N.

- a Hoeveel afstand legt ze tijdens het remmen af?
- b Na hoeveel meter is haar snelheid afgenomen tot 3,0 m/s?

Daarna fietst Julia verder met 6,0 m/s. Plotseling steekt er een kat over op 3,0 m voor haar wiel.

- c Hoeveel remkracht moet ze geven om vlak voor de kat tot stilstand te komen?

- 2\*\*\* Jan rijdt op zijn motor met een snelheid van 7,0 m/s. De massa van Jan en zijn motor is 250 kg. Op 100 m afstand is een stoplicht dat over 10 s op rood gaat springen. Om op tijd het groen stoplicht te halen moet Jan versnellen. Weerstand wordt verwaarloosd.



- a Bereken de noodzakelijke versnelling van de motor.
- b Met welke snelheid passeert Jan het stoplicht?
- c Bereken de arbeid die de motor verricht tijdens de versnelling met  $\Sigma W = \Delta E_k$ .
- d Bereken de arbeid die de motor verricht tijdens de versnelling met  $\Sigma F = m \cdot a$ .

- 3\*\*\* Twee auto's rijden frontaal op elkaar. Eén van de auto's rijdt 50 km/h en weegt 1200 kg. Bij de botsing deukt hij 30 cm in.



- a Bereken de kracht op deze auto.
- b Bereken de vertraging van deze auto.
- c Na hoeveel seconde staat deze auto stil?



4\*\*\*

Aan het einde van een ritje in de achtbaan heeft het karretje een snelheid van  $18 \text{ m/s}$ . Daarna wordt het karretje afgeremd tot een snelheid van  $3,0 \text{ m/s}$  door een remkracht van  $2,5 \text{ kN}$ . Het karretje inclusief passagier weegt  $200 \text{ kg}$ .

- a Bereken de afstand die het karretje tijdens het remmen aflegt.

Het karretje rijdt met  $3,0 \text{ m/s}$  de aankomsthal in waar het nogmaals wordt afgeremd en in  $1,5 \text{ m}$  tot stilstand komt.

- b Hoe groot is de remkracht in dit deel?

- c Hoe groot is de vertraging in dit deel?



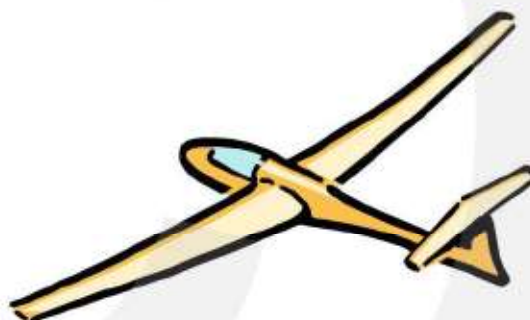
5\*\*\*\*

Een zweefvliegtuig met een massa van  $350 \text{ kg}$  heeft een constante snelheid van  $90 \text{ km/h}$ . Iedere seconde verliest het zweefvliegtuig  $80 \text{ cm}$  hoogte.

Uit het gegeven dat de snelheid constant is kun je concluderen dat er een wrijvingskracht op het zweefvliegtuig werkt.

- a Leg uit waarom je dit mag concluderen.

- b Bereken de wrijvingskracht.



6\*\*\*\*

Een vrachtauto met een massa van  $20 \text{ ton}$  rijdt met  $60 \text{ km/h}$  een berg op. De motor oefent een kracht uit van  $10 \text{ kN}$ .

- a Hoeveel is de vrachtauto na  $1,0 \text{ km}$  gestegen?

*HINT de motor en de zwaartekracht verrichten arbeid*

Na de top begint een afdaling, waarbij je iedere  $100 \text{ meter}$   $20 \text{ meter}$  daalt. De vrachtauto rijdt nu  $80 \text{ km/h}$ . Na  $200 \text{ m}$  komt er een haarspeldbocht waarbij je maar  $30 \text{ km/h}$  mag rijden. De chauffeur remt af met een constante remkracht.

- b Bereken de benodigde remkracht.

*HINT de rem en de zwaartekracht verrichten arbeid*

## 4.5 Vermogen

**1\*\*** De motor van een hijskraan heeft een vermogen van 7,5 kW.

- a** Hoeveel pk(hp) is dit?
- b** Met welke snelheid kan de hijskraan een last van 1000 kg ophijzen?

De hijskraan moet worden gebruikt om dakpannen omhoog te brengen. Een dakpan weegt 5,0 kg en wordt in 13 seconden naar het dak op 25 hoogte getild.

- c** Hoeveel dakpannen worden per keer omhoog gebracht?

**2\*\*** Drie roeiers halen in hun roeiboot een constante snelheid van 5,5 m/s. De wrijvingskracht op de roeiboot is 240 N.

- a** Bereken het vermogen van één roeier.
- b** Bereken hoeveel arbeid een roeier verricht in een wedstrijd over 2,0 km.



**3\*\*** Om je armspieren te trainen maak je push ups. Je schouders gaan daarbij 34 cm omhoog. Je weegt 60 kg en je zwaartepunt ligt precies halverwege je handen en je voeten.

- a** Hoeveel cm gaat je zwaartepunt omhoog bij een push up?
- b** Hoeveel kracht moeten je armen zetten bij een push up?



Je wil 2,0 kJ arbeid verrichten.

- c** Hoeveel push ups moet je hiervoor doen?

Iedere 2,0 s maak je een push up.

- d** Hoeveel vermogen lever je?

**4\*\*** Een lucifer is 2,0 mm breed, 2,0 mm dik en 55 mm lang en is gemaakt van espenhout. De dichtheid van espenhout is  $420 \text{ kg/m}^3$ .

**a** Hoeveel chemische energie bevat één lucifer?

Een lucifer brandt in 40 seconde geheel op.

**b** Wat is het vermogen van de vlam?



**5\*\*** Een waxinelichtje is gemaakt van voornamelijk paraffine. De stookwaarde van paraffine is  $40 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ . Een waxinelichtje heeft een diameter van 38 mm en een hoogte van 13 mm. De vlam van een waxinelichtje heeft een vermogen van 40 W.

**a** Hoeveel uur kan een waxinelichtje branden?

**6\*\*\*** Een auto van 800 kg trekt in 4,0 seconde op uit stilstand naar 50 km/uur. Wrijving wordt verwaarloosd.

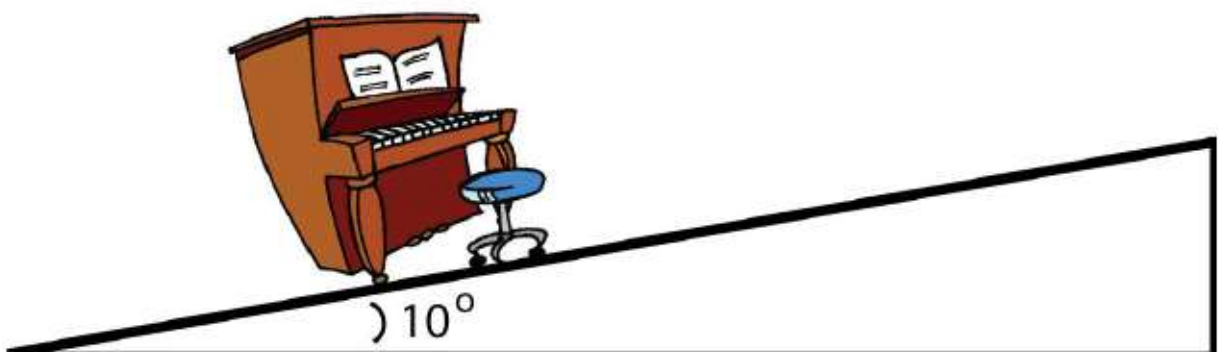
**a** Hoeveel is de kinetische-energie toegenomen?

**b** Wat is het vermogen van de motor?

**c** Hoeveel pk(cv) is dit?

**d** Hoeveel meter heeft de auto nodig om met hetzelfde motorvermogen van 50 km/h naar 100 km/h te gaan? Wrijving wordt verwaarloosd.

**7\*\*\*** Willem duwt een piano over een helling met een hoek van 10 graden met een constante snelheid omhoog. De piano weegt 250 kg. De lengte van de helling is 5,0 m. De wrijvingskracht is 180 N.





**a** Bereken de arbeid die Willem verricht om de piano omhoog te duwen.

Het duurt een halve minuut voordat de piano boven is.

**b** Bereken het vermogen van Willem.

**c** Bereken de kracht die Willem op de piano uitoefent.

**8** \*\*\*\* Bij het fietsen geldt voor de luchtweerstand:

$$F_{W \text{ lucht}} = k \cdot A \cdot v^2$$

- $F_{W \text{ lucht}}$  is de luchtweerstand (N)
- $k$  is een constant getal dat afhangt van de stroomlijn
- $A$  is de frontale oppervlakte ( $\text{m}^2$ )
- $v$  is de snelheid ( $\text{m/s}$ )

**a** Toon aan dat de eenheid van  $k$  gelijk is aan  $\text{kg/m}^3$ .

Voor een fiets is getal  $k$  ongeveer  $0,65 \text{ kg/m}^3$ . De frontale oppervlakte van een fiets schatten we op  $0,60 \text{ m}^2$ .

**b** Bereken  $F_{W \text{ lucht}}$  als je  $20 \text{ km/h}$  fietst.

**c** Bereken het vermogen als je  $20 \text{ km/h}$  fietst.

Julia en Maaïke vragen zich af hoeveel het vermogen kleiner wordt als je de snelheid halveert van  $20$  naar  $10 \text{ km/h}$ . Volgens Julia heb je dan ook de helft van het vermogen nodig. Maaïke denkt dat je dan nog maar een kwart van het vermogen nodig hebt, omdat de snelheid in het kwadraat staat in de formule van  $F_{W \text{ lucht}}$ .

**d** Leg uit wie er gelijk heeft, Julia, Maaïke of geen van beiden.

Om uit te zoeken hoe het zit gaat Julia  $2,0 \text{ km}$  fietsen met een snelheid van  $10 \text{ km/h}$  en daarna met een snelheid van  $20 \text{ km/h}$ .

**e** Wat is haar vermogen als ze met  $10 \text{ km/h}$  fietst?

**f** Klopt je antwoord op vraag d?

Julia en Maaïke denken ook na over de arbeid die verricht als je  $2,0 \text{ km}$  fietst met  $10 \text{ km/h}$  en een snelheid van  $20 \text{ km/h}$ .

**g** Toon aan dat je bij  $20 \text{ km/h}$   $4x$  zoveel arbeid verricht als bij  $10 \text{ km/h}$ .



## 4.6 Rendement

**1\*\*** Een waterpomp pompt in 30 minuten  $25 \cdot 10^3$  kg water 6,0 meter omhoog en gebruikt daarbij 3,0 MJ aan elektrische energie.

- a** Bereken het nuttig vermogen van de waterpomp.
- b** Bereken het rendement van de waterpomp.

**2\*\*** Simon beklimt een 81 meter hoge kerktoeren met 90 traptreden per minuut. De afstand tussen twee treden is 20 cm. Simon heeft een massa van 62 kg. Zijn spieren hebben een rendement van 23%

- a** Hoe lang heeft Simon nodig om boven te komen?
- b** Hoeveel nuttige energie hebben Simons spieren geleverd?
- c** Hoeveel energie hebben Simons spieren gebruikt?

Na een tijdje gaat Simon de trap af naar beneden. Hierbij verbruikt hij de helft van de energie van het naar boven lopen. Door het beklimmen van de kerktoeren heeft hij honger gekregen en gaat hij een pizzapunt eten. Een pizza weegt 350 gram en heeft een voedingswaarde van 250 kcal (kilocalorie) per 100 gram. Eén pizzapunt is een achtste pizza.

- d** Is één pizzapunt genoeg om de gebruikte energie weer aan te vullen?

**3\*\*** Op 16 augustus 2009 loopt Usain Bolt het wereldrecord op de 100 m sprint met een tijd van 9,58 seconden. Na 60 meter bereikt hij zijn topsnelheid van 12 m/s.

Voor de wedstrijd eet Usain een aantal chicken-nuggets die een voedingswaarde hebben van 1250 kJ per 100 gram. Een portie chicken-nuggets weegt 300 gram en bevat 20 stuks. Usain Bolt heeft een massa van 93 kg. Zijn spieren hebben een rendement van 20%.

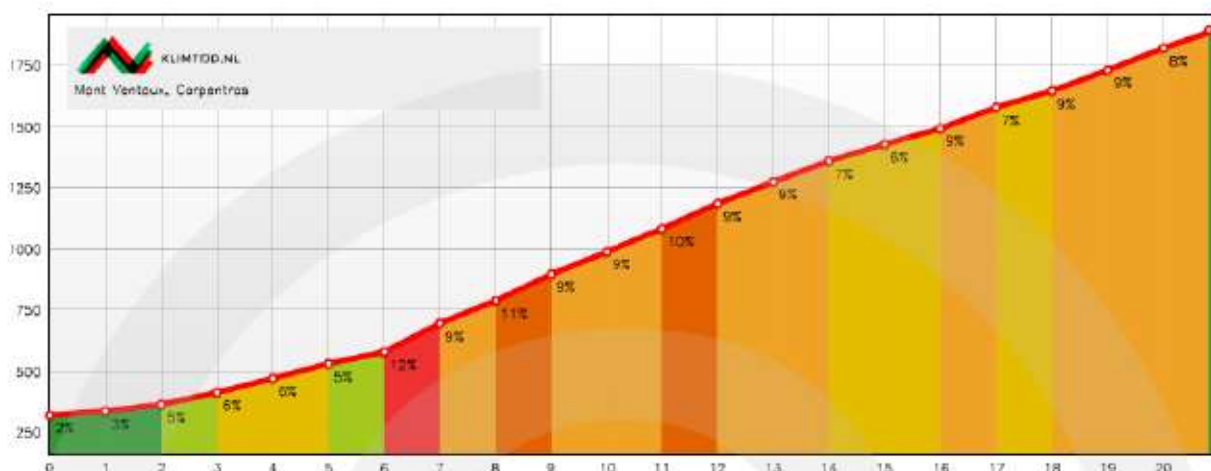


- a** Is de energie één chicken-nugget genoeg voor Usain Bolt om zijn topsnelheid te bereiken?



4\*\*\*

De Mont Ventoux is na de Alpe d'Huez de beroemdste fietsberg in Frankrijk. Over een afstand van 21 km stijgt je 1576 m. In de figuur staat op de verticale as de hoogte en op de horizontale as de gereden afstand.



Samen met je fiets weegt je 80 kg. Je fietst met een gemiddelde snelheid van 9,0 km/h. De luchtweerstand is gemiddeld 50 N. De energie om uit stilstand naar 9,0 km/h te gaan is te verwaarlozen.

**a** Bereken je gemiddelde vermogen.

Tussen 6,0 en 7,0 km is de klim het steilst, met een stijgingspercentage van 12%. In 1000 meter stijgt je dan 120 meter. Je gebruikt hierbij een bergverzet op je fiets. Het voorste tandwiel en het achterste tandwiel hebben beide 32 tanden.

**b** Hoeveel kracht moet je uitoefenen om het stuk tussen 6,0 en 7,0 km met een snelheid van 9,0 km/h af te leggen?

Je spieren hebben een rendement van 21%.

**c** Hoeveel energie verbruikt je om de Mont Ventoux te beklimmen?

Een Big Mac weegt 200 gram en heeft een voedingswaarde van 257 kcal per 100 gram.

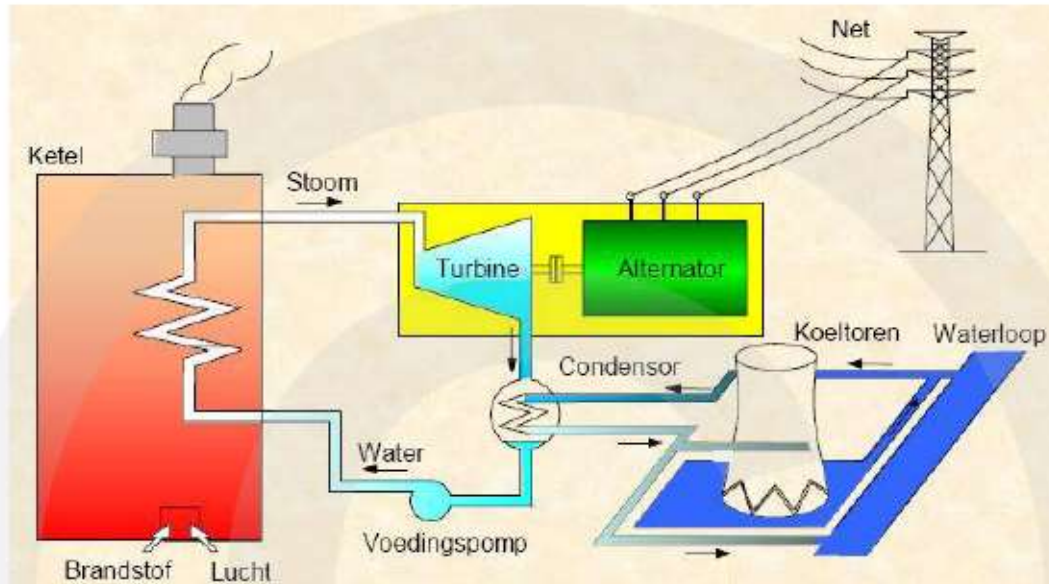
**d** Hoeveel Big Macs moet je eten om de energie die je gebruikt hebt om de Mont Ventoux op te klimmen aan te vullen.





5\*\*\*

De grootste elektriciteitscentrale van Nederland is de Eemshavencentrale. Deze centrale werkt op steenkool en heeft een vermogen van 1560 MW. Vanwege de schadelijke uitstoot van CO<sub>2</sub>, zwaveloxide, koolwaterstoffen en fijnstof is er veel verzet tegen deze centrale die in 2015 in bedrijf is genomen en 1,5 miljard euro heeft gekost. De Eemshavencentrale heeft een rendement van 46%.



**a** Hoeveel ton steenkool gebruikt deze centrale per jaar als hij continu op vol vermogen werkt?

Een vrachtauto heeft een laadvermogen van 40 ton. Stel dat de kolen voor deze centrale met vrachtauto's zou worden aangevoerd.

**b** Hoeveel vrachtauto's zijn er per dag nodig?

In plaats van met vrachtauto's wordt de steenkool aangevoerd met zeeschepen met een laadvermogen van 50.000 duizend ton.

**c** Hoeveel zeeschepen zijn er per jaar nodig?

6\*\*\*

Een personenauto rijdt met een constante snelheid van 120 km/h. Het benzineverbruik bij deze snelheid is 6,0 liter per 100 km. Voor de luchtweerstand geldt:

$$F_w = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

- $F_w$  is de luchtweerstand (N)
- $c_w$  is de luchtweerstandcoëfficiënt
- $\rho$  is de dichtheid van lucht (kg/m<sup>3</sup>)
- $A$  is de frontale oppervlakte van het voorwerp (m<sup>2</sup>)
- $v$  is de snelheid van het voorwerp (m/s)



De luchtweerstandcoëfficiënt van een gestroomlijnde auto is 0,40 (geen eenheid).

- a** Schat de frontale oppervlakte van de auto.
- b** Bereken de kracht die de motor levert bij een constante snelheid van 120 km/h.
- c** Bereken de nuttige energie per kilometer.
- d** Bereken het energieverbruik per kilometer.
- e** Bereken het rendement van de benzinemotor.

# Examenvragen havo

## Roeien

Door met een roeiriem in het water af te zetten, wordt een boot voortbewogen. De roeiriem wordt daarbij als hefboom gebruikt.



Figuur 1

Tijdens een wedstrijd maakt een roeier 28 slagen per minuut. Bij elke slag verplaatst hij het handvat van de roeiriem met een gemiddelde kracht van 320 N over een afstand van 1,5 m in de richting van de kracht.

- 3p **a** Bereken de arbeid die de roeier daarbij in één minuut verricht.

Bij een race legde de Nederlandse 'acht met stuurman' (zie figuur 1) de afstand van 2000 m af in 6 minuten en 40 seconden. In een krantenartikel stond dat elke roeier tijdens deze race een gemiddeld vermogen ontwikkelde van 450 W.

- 4p **b** Bereken, uitgaande van deze gegevens, de gemiddelde wrijvingskracht op de boot tijdens deze race.

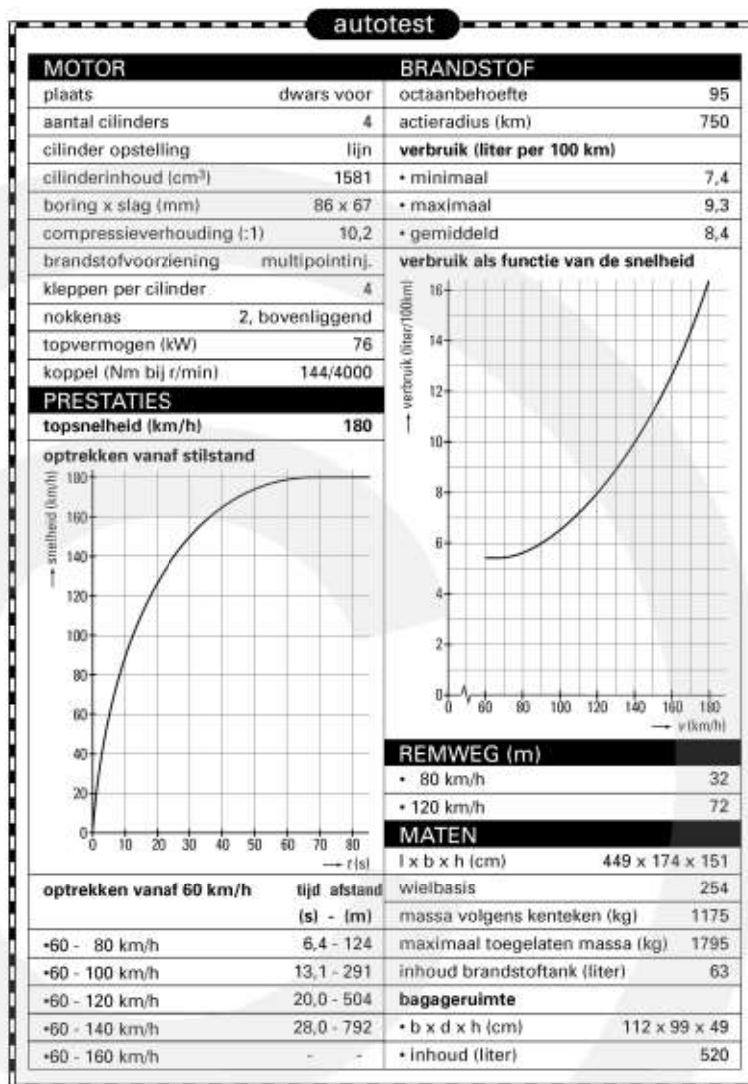
Tijdens een andere race is de voorkant van hun boot (boot A) nog 600 m van de finish verwijderd, terwijl hun snelheid 5,00 m/s is. Ze liggen op dat moment op de tweede plaats. Tussen de voorkant van hun boot en de achterkant van de boot die voorligt (boot B), zit een ruimte van 30 m. Boot B heeft een snelheid van 4,70 m/s. De boten hebben elk een lengte van 19 m.

- 4p **c** Leg met behulp van een berekening uit welke boot het eerst de finish bereikt als hun snelheid niet meer verandert.



## Autotest

In autotijdschriften staan vaak testrapporten van nieuwe auto's. Zo'n testrapport bestaat uit een bespreking van het rijgedrag van de auto en een overzicht met een groot aantal gegevens in de vorm van tabellen en grafieken. In figuur 1 is zo'n overzicht afgedrukt.



Figuur 1

Onder brandstof- of benzineverbruik wordt verstaan het aantal liters benzine dat wordt verbruikt als een auto 100 km aflegt. Het brandstofverbruik hangt onder andere af van de snelheid van de auto en de rijstijl van de chauffeur. In het testrapport staat het minimale, maximale en gemiddelde verbruik vermeld. Ook is de actieradius gegeven. Dit is de afstand die een auto af kan leggen met één volle tank. De inhoud van de brandstoftank staat ook in het rapport vermeld.

- 3p **a** Leg met een berekening uit met welk van de drie genoemde brandstofverbruiken de actieradius bepaald is.

Onder de remweg verstaat men de afstand die de auto aflegt vanaf het moment dat de bestuurder op de rem trapt. De remweg van een auto hangt af van zijn snelheid maar ook van een aantal andere factoren, zoals bijvoorbeeld het profiel van de banden. We laten luchtweerstand en/of wind buiten beschouwing omdat de invloed daarvan klein is.

- 3p **b** Noem nog drie factoren die van invloed zijn op de remweg van een auto.

Als de auto met topsnelheid rijdt, levert de motor het topvermogen. Volgens het testrapport is zijn topvermogen dan 76 kW.

- 4p **c** Bereken, gebruikmakend van het testrapport, de totale wrijvingskracht op de auto als deze met topsnelheid rijdt.

Uitlaatgassen van auto's belasten het milieu.

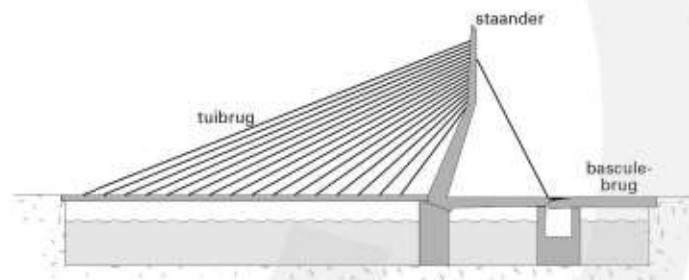
Tussen Annabel en Jochem ontstaat een discussie over de vraag wanneer een auto de lucht meer vervuult: als een auto met gemiddeld 120 km/h van Arnhem naar Nijmegen rijdt of als dezelfde auto deze afstand aflegt met een gemiddelde snelheid van 80 km/h. Jochem zegt: „Het maakt niets uit. Bij hoge snelheid verbruikt de auto meer benzine, maar dat wordt gecompenseerd doordat hij de afstand in een kortere tijd aflegt.” Annabel zegt: „De tijd doet er niet toe. Bij hoge snelheid verbruikt de auto het meeste benzine en vervuult de lucht dus het meest.”

- 3p **d** Wie van beiden heeft gelijk? Licht je keuze toe.

## Erasmusbrug

De Erasmusbrug in Rotterdam is in 1996 in gebruik genomen. Deze brug bestaat uit twee gedeelten: een tuibrug en een basculebrug. Zie figuur 1.

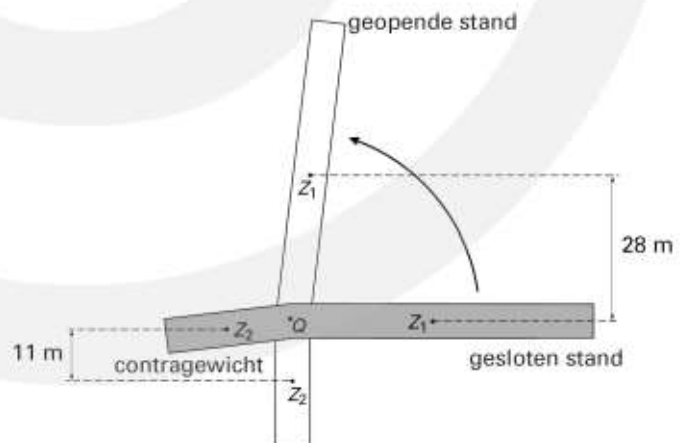
**Figuur 1**



### De basculebrug

De basculebrug kan geopend worden. In figuur 2 is schematisch de stand van de basculebrug in de gesloten en in de geopende situatie weergegeven. Al het overige is in de tekening weggelaten.

**Figuur 2**



Bij het openen draait de brug om punt Q. Over het gedeelte links van Q rijden geen auto's. Het dient als contragewicht bij het openen van de brug. Het gedeelte rechts van Q noemen we het wegdek. In figuur 2 geeft  $Z_1$  het zwaartepunt aan van het wegdek en  $Z_2$  het zwaartepunt van het contragewicht. In de geopende stand bevindt  $Z_1$  zich 28 m hoger en bevindt  $Z_2$  zich 11 m lager dan in de gesloten stand. De massa van het wegdek is 1560 ton en de massa van het contragewicht 1050 ton (1 ton = 1000 kg).



Een grote elektromotor kan de brug in 120 seconden van helemaal dicht naar helemaal open draaien. Wrijving mag hierbij worden verwaarloosd. De arbeid die de elektromotor moet verrichten om de brug te openen, is gelijk aan de verandering van de zwaarte-energie van het wegdek en van het contragewicht.

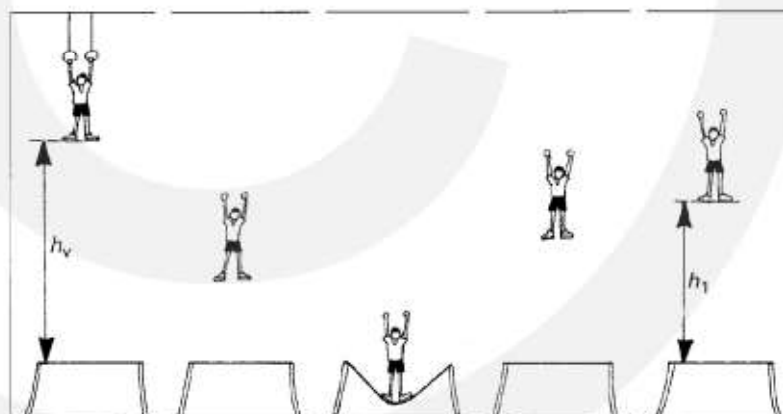
- 4p **a** Bereken op basis van deze informatie het gemiddelde vermogen dat de elektromotor moet leveren om de brug van de gesloten in de geopende stand te krijgen.

## Trampolinespringen

Roy, Sander en Elvira doen onderzoek aan trampolinespringen. Ze bekijken twee technieken: één waarbij de proefpersoon zich niet afzet tijdens het contact met de trampoline en één waarbij hij zich juist zoveel mogelijk afzet.

### *Onderzoek 1, zonder afzet*

Roy hangt in de gymzaal op een bepaalde hoogte aan de ringen, recht boven de trampoline, en laat zich vallen. Zie figuur 1. De valhoogte  $h_v$  en de hoogte  $h_1$  tot waar hij terugveert zonder zich af te zetten tegen de trampoline, worden gemeten. Voor beide hoogtes wordt de afstand van de trampoline tot de onderkant van zijn voeten gemeten.

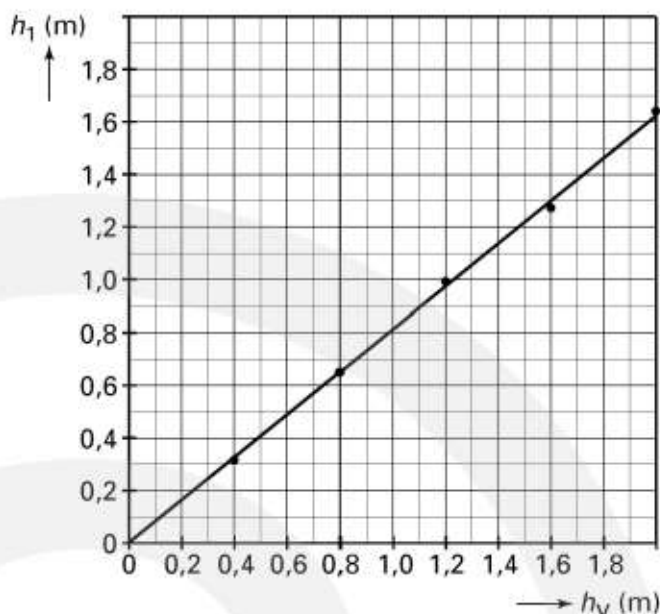


**Figuur 1**

De eerste onderzoeksvraag die ze zich stellen is: Wat is het verband tussen  $h_1$  en  $h_v$ ? Ze hebben dit onderzocht door metingen te doen bij verschillende valhoogtes. Van de metingen hebben ze een grafiek gemaakt. Zie figuur 2. Van deze grafiek willen ze het functievoorschrift opstellen.



**Figuur 2**



- 3p **a** Bepaal het functievoorschrift dat bij de grafiek van figuur 2 hoort.

Het rendement van een trampoline kun je definiëren als de kinetische-energie vlak ná het verlaten van de trampoline gedeeld door de kinetische-energie vlak vóór het raken van de trampoline. Uit deze definitie volgt dat, bij verwaarlozing van de luchtwrijving, het rendement  $\eta$  van de trampoline te berekenen is met de formule:

$$\eta = \frac{h_1}{h_V}$$

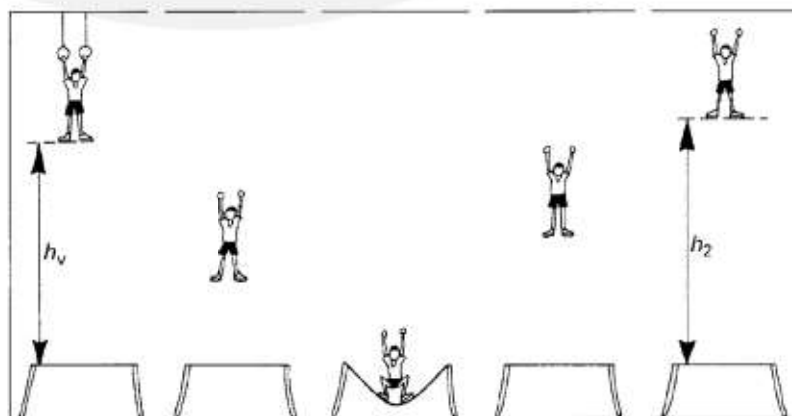
- 4p **b** Toon dit aan met behulp van bovenstaande definitie.

Aan het eind van dit deel van hun onderzoek vragen ze zich af of de massa van een trampolinespringer van invloed is op de hoogte  $h_1$  tot waar hij terugveert.

- 2p **c** Geef aan hoe ze dit kunnen onderzoeken.

#### Onderzoek 2, met afzet

Het groepje doet vervolgens een serie metingen waarbij Roy zich tijdens het contact met de trampoline zo goed mogelijk afzet. De hoogte tot waar hij dan terugveert, noemen ze  $h_2$ . Zie figuur 3.



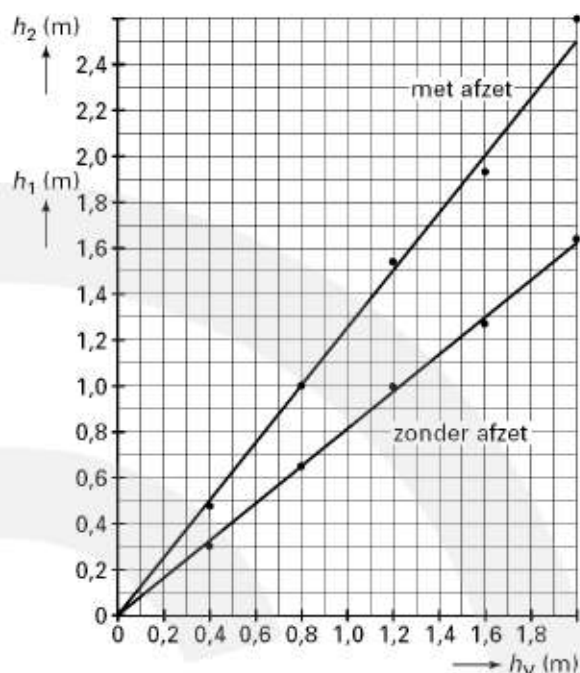
**Figuur 3**

De grafiek van hun metingen is weer-gegeven in figuur 4. Bij een van hun metingen veert Roy terug tot een hoogte van 1,00 m.

- 1p **d** Bepaal met behulp van figuur 4 van welke hoogte  $h_v$  hij zich in deze situatie heeft laten vallen.

Bij een andere meting laat Roy zich van een hoogte van 1,10 m vallen en veert éénmaal terug. Hij zet zich daarbij zo goed mogelijk af. Roy heeft een massa van 70 kg.

- 4p **e** Bepaal hoeveel arbeid hij tijdens het afzetten minstens verricht. Verwaarloos daarbij wrijvingskrachten



Figuur 4

## Windenergie

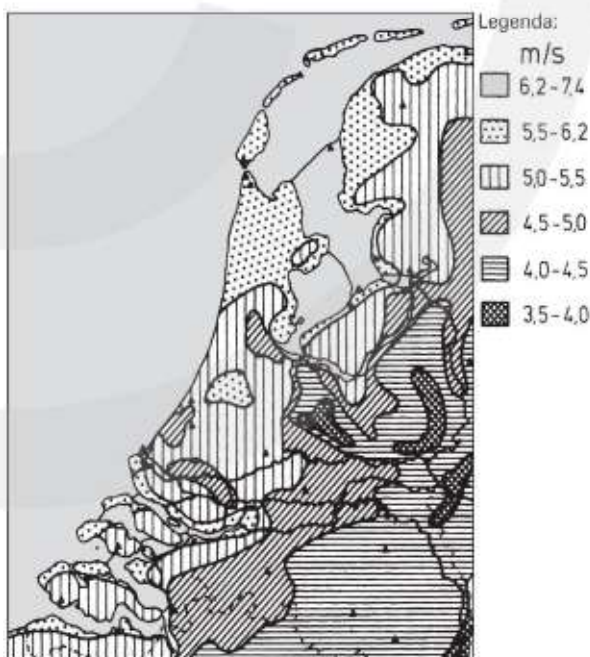
In de Noordzee, 8 kilometer voor de kust, wil men een windmolenpark bouwen. Bekijk figuur 1.

- 2p **a** Leg met behulp van figuur 1 uit waarom men voor een windmolenpark in zee gekozen heeft.

In een windmolen zit een turbine die kinetische-energie van de wind omzet in elektrische energie. De kinetische-energie van de lucht die per seconde op een windmolen afkomt, geven we aan met  $P$ . Hiervoor geldt de volgende formule:

$$P = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot v^3$$

- $\rho$  de dichtheid van de lucht ( $= 1,29 \text{ kg/m}^3$ ),
- $A$  de oppervlakte van de cirkel die de wieken bij het ronddraaien bestrijken (in  $\text{m}^2$ ),
- $v$  de windsnelheid (in  $\text{m/s}$ ).



Figuur 1

De windmolens van het toekomstige park hebben een wieklengte van 30 m. Zie figuur 2. Stel dat de windsnelheid bij zo'n molen 43 km/h is (windkracht 6).



- 3p **b** Bereken  $P$  voor deze situatie.

Bij het passeren van de windmolen neemt de snelheid van de wind af. De hoeveelheid energie die de wind daarbij afgeeft, hangt af van de windsnelheden vóór en achter de molen. Het verschil hiertussen moet niet te klein maar ook niet te groot zijn.

Al sinds 1926 is bekend dat de optimale afremming van de wind overeenkomt met een afname van de windsnelheid tot een derde deel. In dat geval wordt een bepaald percentage van de kinetische-energie aan de wind onttrokken.

- 3p **c** Bereken dit percentage met behulp van de boven gegeven formule.

**Figuur 2**

De energieopbrengst per jaar van het toekomstige windmolenpark wordt geschat op  $1,1 \cdot 10^9$  MJ. Een gemiddeld huishouden in Nederland verbruikt per jaar  $3,0 \cdot 10^3$  kWh.

- 3p **d** Bereken hoeveel huishoudens volgens deze schatting op dit windmolenpark zouden kunnen worden aangesloten.

In de praktijk worden huizen niet rechtstreeks aangesloten op het windmolenpark. De door het park geproduceerde elektrische energie wordt toegevoerd aan het elektriciteitsnet waarop de huizen zijn aangesloten.

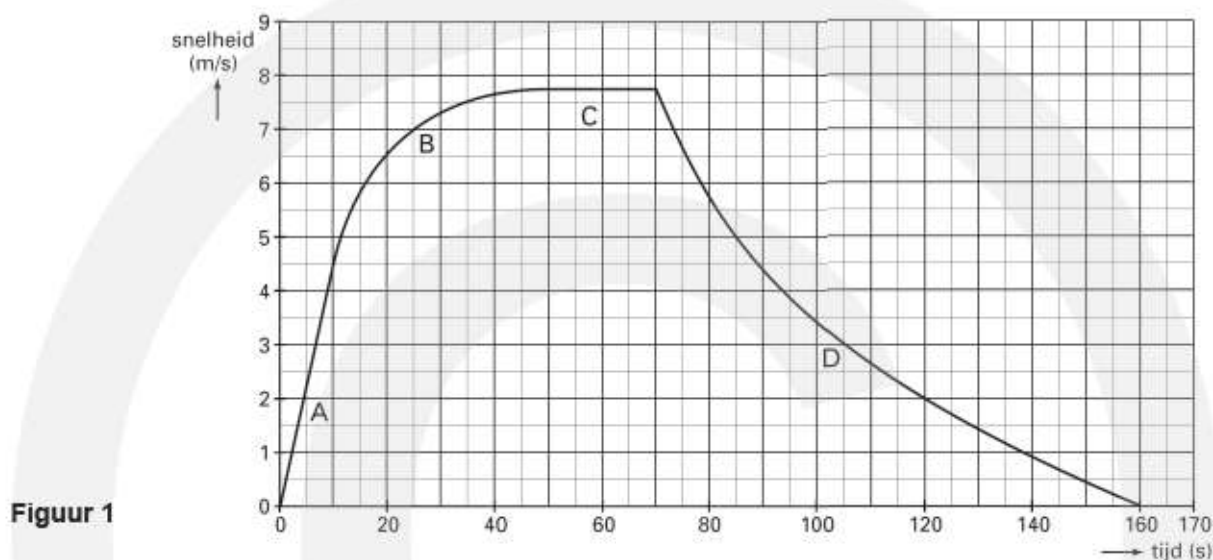
- 2p **e** Noem twee argumenten waarom het de voorkeur heeft om de huizen op het elektriciteitsnet aan te sluiten en niet rechtstreeks op het windmolenpark.



## Fietsen

Jeanette heeft een versnellingsmeter op de bagagedrager van haar fiets gemonteerd. Zij trekt op vanuit stilstand, rijdt even met constante snelheid en laat zich vervolgens uitrijden zonder te trappen of te remmen.

In figuur 1 is het (snelheid, tijd)-diagram te zien dat ze met behulp van een computer van haar metingen heeft gemaakt.



Het diagram bevat vier karakteristieke delen:

- A: van  $t = 0$  tot  $t = 10$  s
- B: van  $t = 10$  tot  $t = 50$  s
- C: van  $t = 50$  tot  $t = 70$  s
- D: van  $t = 70$  tot  $t = 160$  s

De beweging van de fiets in de delen A, B, C en D is te karakteriseren door in de tabel een kruisje op de juiste plaats te zetten. Voor de delen A en C is dat al gebeurd.

- 2p **a** Karakteriseer de beweging van de fiets in de delen B en D. Gebruik daarvoor onderstaande tabel.

|        | stilstand | constante snelheid | eenparig versneld | niet-eenparig versneld | eenparig vertraagd | niet-eenparig vertraagd |
|--------|-----------|--------------------|-------------------|------------------------|--------------------|-------------------------|
| Deel A |           |                    | X                 |                        |                    |                         |
| Deel B |           |                    |                   |                        |                    |                         |
| Deel C |           | X                  |                   |                        |                    |                         |
| Deel D |           |                    |                   |                        |                    |                         |

De massa van de fiets en Jeanette samen is 72 kg.

- 4p **b** Bepaal de resulterende kracht die op de fiets werkt in deel A.

In deel C is het vermogen waarmee Jeanette fietst  $1,5 \cdot 10^2$  watt.

- 4p **c** Bepaal de grootte van de wrijvingskracht die ze dan ondervindt.

In deel D laat Jeanette zich uitrijden.

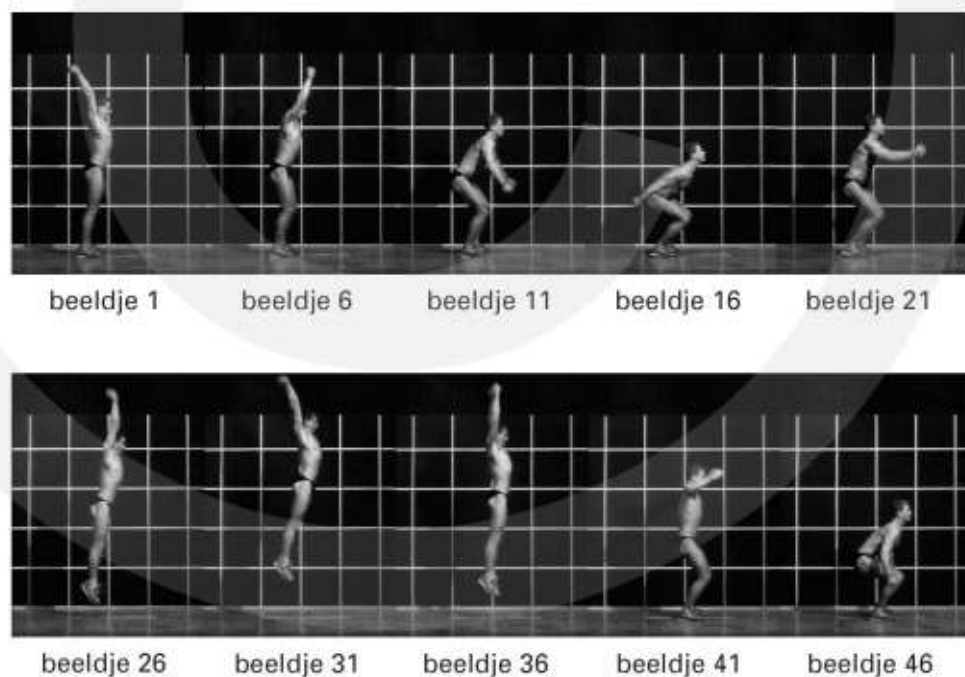
- 4p **d** Bepaal de afstand die ze aflegt tijdens het uitrijden.

In deel D zijn twee wrijvingskrachten van belang: de luchtweerstand en de rolweerstand. De rolweerstand is onafhankelijk van de snelheid.

- 4p **e** Beredeneer uit de vorm van deel D van de grafiek dat de luchtweerstand kleiner wordt als de snelheid afneemt.

### Springen vanuit stand

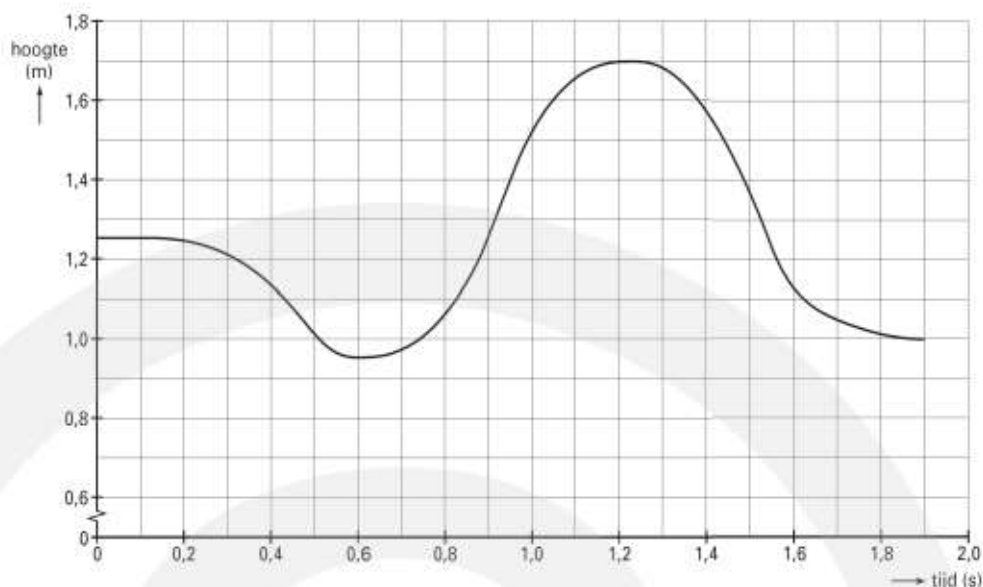
Bij basketbaltraining wordt geoefend om vanuit stand zo hoog mogelijk te springen. Van zo'n oefensprong is een opname gemaakt. De filmcamera maakte 25 beeldjes per seconde. In figuur 1 is een aantal beeldjes weergegeven.



**Figuur 1**

- 2p **a** Bereken de tijd tussen beeldje 1 en beeldje 6. Verwaarloos daarbij de belichtingstijd van elk beeldje.

Met behulp van een film is de hoogte van het zwaartepunt van de springer als functie van de tijd vastgelegd. Zie de figuur 2.



**Figuur 2**

Op  $t = 0$  s staat de springer rechtop, terwijl hij op  $t = 0,60$  s zo ver mogelijk door zijn knieën gezakt is. Zijn zwaartepunt bevindt zich dan in het laagste punt.

- 2p **b** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage hoever het zwaartepunt van de springer hierbij is gedaald.

Op het tijdstip  $t = 0,90$  s komt de springer los van de grond.

- 3p **c** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage zo nauwkeurig mogelijk de snelheid op dat tijdstip.

Tijdens het afzetten voor de sprong verricht de springer arbeid. Deze arbeid is gelijk aan de toename van zijn zwaarte-energie tussen het laagste punt en het hoogste punt. De springer heeft een massa van 76 kg.

Neem aan dat de afzet duurt van het tijdstip  $t = 0,60$  s totdat hij loskomt van de grond.

- 5p **d** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage het gemiddelde vermogen van de springer tijdens de afzet. Geef de uitkomst in twee significante cijfers.

Om blessures te voorkomen, zakt een springer bij het neerkomen ver door zijn knieën.

- 3p **e** Leg uit waarom het verstandig is dat hij dan door zijn knieën zakt. Baseer je uitleg op de relatie  $\Delta E_k = F \cdot s$ .



## Stuiteren

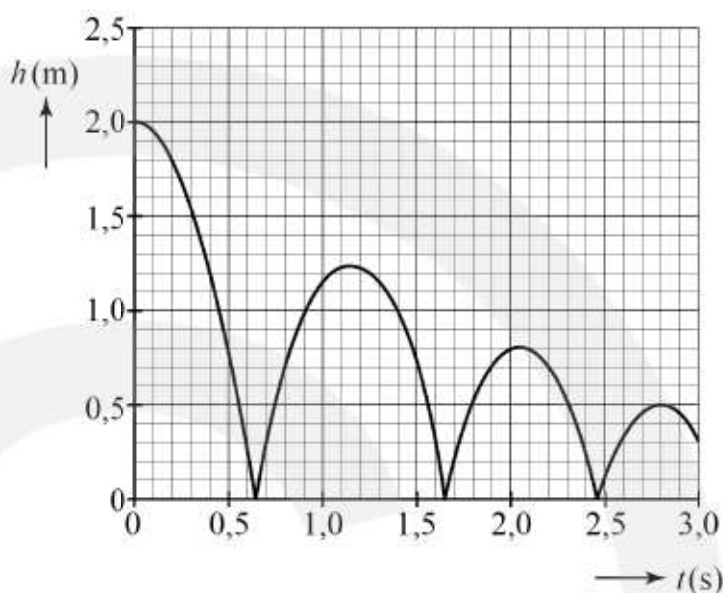
Bij veel balsporten is het van belang dat de bal goed stuitert. Om aan te geven hoe goed een bal stuitert, is de zogenaamde stuiterfactor  $S$  gedefinieerd:

$$S = \sqrt{\frac{h_s}{h}}$$

Hierin is  $h_s$  de stuiterhoogte en  $h$  de valhoogte.

Renate heeft gelezen dat bij een officieel goedgekeurde voetbal de stuiterfactor moet voldoen aan:  $0,78 \leq S \leq 0,91$ .

Om te onderzoeken of haar voetbal daaraan voldoet, filmt ze de stuitende bal. Met behulp van een videometing heeft ze het (hoogte,tijd)-diagram gemaakt dat in figuur 1 is weergegeven.



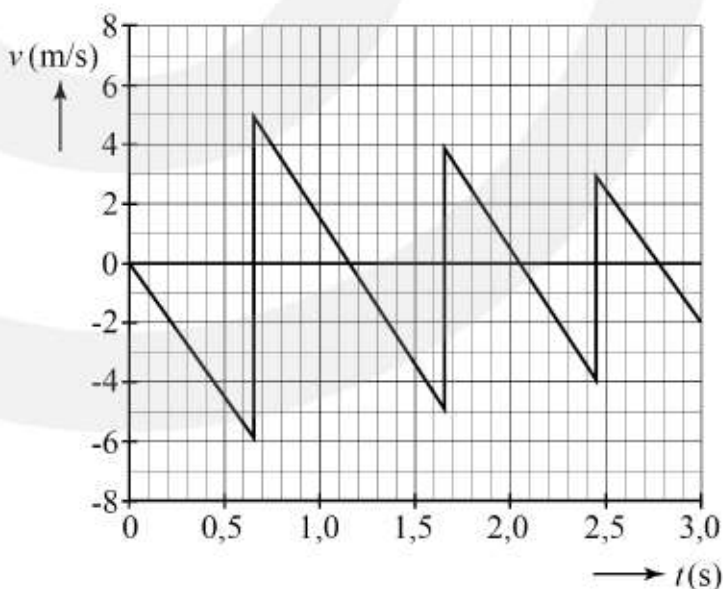
Figuur 1

- 3p **a** Voldoet haar voetbal aan de officiële eisen? Licht je antwoord toe met een berekening.

Figuur 2 is het  $(v,t)$ -diagram van de stuitende bal. Als de bal valt, is de snelheid negatief. Bij het omhoog gaan, is de snelheid positief.

Als de bal de grond raakt, verandert de snelheid in korte tijd van grootte en richting; de grafiek loopt dan zeer steil.

Op de tijdstippen  $t = 0$  s,  $t = 0,64$  s,  $t = 1,15$  s,  $t = 1,66$  s enzovoort, is de snelheid van de bal  $0$  m/s. De voetbal bevindt zich op die momenten op de grond of in een hoogste punt.



Figuur 2

- 2p **b** Hoe kun je aan de  $(v,t)$ -grafiek zien dat de bal zich op  $t = 1,15$  s in een hoogste punt bevindt?

De luchtweerstand op de bal is te verwaarlozen.

- 2p **c** Hoe blijkt dat uit de grafiek van figuur 2? Licht je antwoord toe.

De voetbal heeft een massa van 430 g. De contacttijd van de bal met de grond tijdens de eerste stuit is  $6,9 \cdot 10^{-3}$  s.

Voor de gemiddelde kracht tijdens een stuit geldt:

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

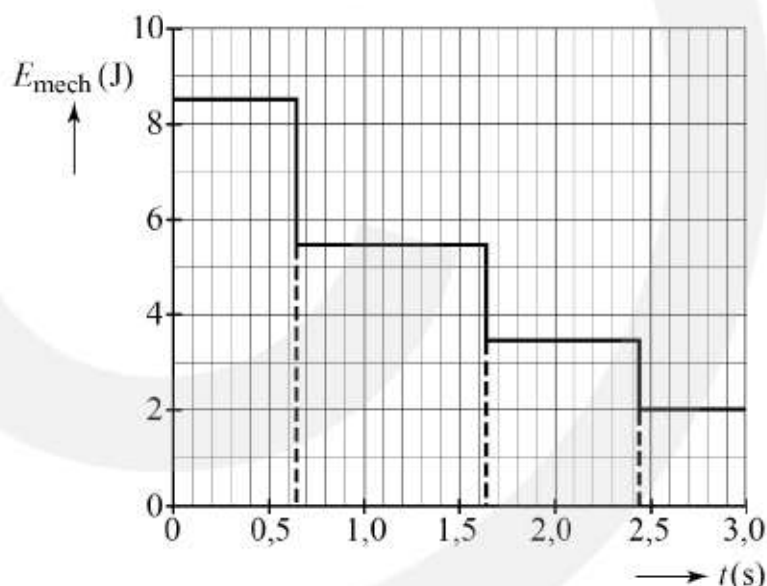
- F is de gemiddelde gracht in newton (N)
- m is de massa in kilogram (kg)
- $\Delta v$  is de verandering van de snelheid bij een stuit in meter per seconde (m/s)
- $\Delta t$  is de contacttijd tijdens een stuit in seconde (s)

- 3p **d** Bepaal de (gemiddelde) kracht van de grond op de bal tijdens de eerste stuit.

Met de computer maakt Renate ook de grafiek van de mechanische energie  $E_{\text{mech}}$  als functie van de tijd. Zie figuur 3.

De mechanische energie is de som van de bewegingsenergie en de zwaarte-energie.

**Figuur 3**



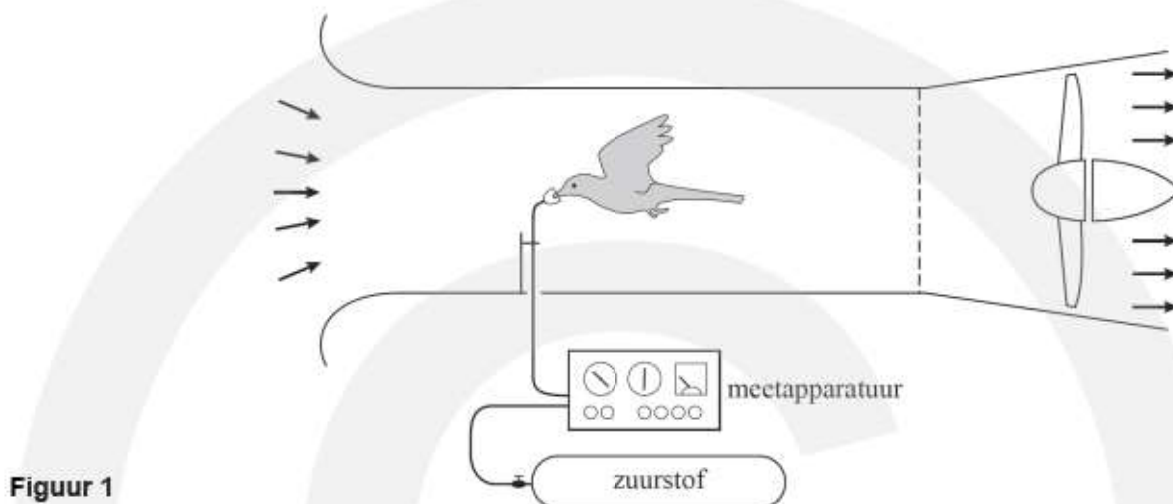
- 2p **e** Hoe blijkt uit de grafiek van figuur 3 dat de luchtweerstand op de bal te verwaarlozen is? Licht je antwoord toe.

In de  $(E_{\text{mech}}, t)$ -grafiek is af te lezen hoeveel energie de bal verliest bij een stuit. Dat energieverlies is ook te berekenen.

- 4p **f** Controleer met een berekening het energieverlies bij de tweede stuit. Maak daartoe gebruik van de  $(v, t)$ - of van de  $(h, t)$ -grafiek.

## Het parkietje van Tucker

Professor Tucker bestudeert al jaren het vliegen van vogels. Hij slaagde er in om een parkiet te leren vliegen in een windtunnel. Zie figuur 1. Als het vogeltje al vliegend op zijn plaats blijft, is zijn snelheid dus even groot als die van de lucht in de windtunnel. Door de parkiet een zuurstofmasker op te zetten, kon hij bovendien zijn energieverbruik bepalen.

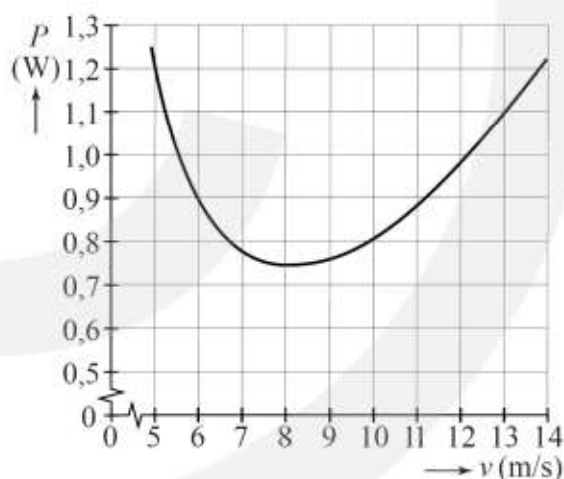


Figuur 1

Bij verschillende snelheden bepaalde Tucker het vermogen dat het vogeltje voor het vliegen moest leveren (het vliegvermogen  $P$ ). Zie de grafiek in figuur 2.

Tijdens één van deze metingen stond de windsnelheid in de tunnel ingesteld op 8,0 m/s.

Uit het zuurstofverbruik bleek dat de parkiet daarbij in totaal 60 J energie had verbruikt. Van de energie die de parkiet verbruikt, is 25% nodig voor het vliegen.



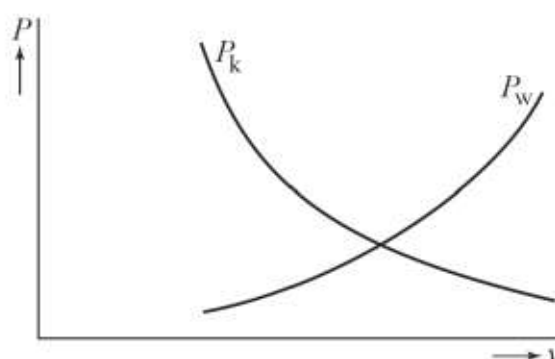
Figuur 2

- 5p **a** Bepaal de 'afstand' die de parkiet bij deze meting heeft afgelegd.

In figuur 2 valt op dat vogels bij lage snelheden een groot vermogen moeten leveren. Om dat te begrijpen is figuur 3 getekend. Daarin is te zien dat het vliegvermogen bestaat uit

- het vermogen  $P_w$  nodig om de wrijvingskracht te overwinnen,
- het vermogen dat is aangeduid met  $P_k$ .

Figuur 3





Het vermogen  $P_k$  is uniek voor vogels; lopende dieren hebben alleen met  $P_w$  te maken.

- 2p **b** Beantwoord de volgende vragen:
- Leg uit waarom  $P_w$  een stijgende functie is.
  - Leg uit waarom vogels het vermogen  $P_k$  moeten leveren en lopende dieren niet.

Wanneer vogels grote afstanden moeten afleggen, vliegen ze met een snelheid (de zogenaamde kruissnelheid) waarbij de arbeid die ze per meter verrichten zo klein mogelijk is.

Bij een snelheid van 10 m/s is de arbeid die de parkiet per meter verricht kleiner dan bij een snelheid van 8,0 m/s.

- 3p **c** Toon dat aan met behulp van figuur 2 en een berekening.

In figuur 4 zijn de zwaartekracht  $\vec{F}_z$  en de wrijvingskracht  $\vec{F}_w$  op de parkiet getekend als hij met een constante horizontale snelheid vliegt.

Doordat hij met zijn vleugels lucht wegduwt, werkt er nog een derde kracht  $\vec{F}$  op de parkiet. De massa van de parkiet is 36 g.

- 5p **d** Construeer in figuur 4 de vector  $\vec{F}$  en bepaal de grootte van deze kracht in newton.



Figuur 4

Als de parkiet schuin omhoog vliegt, moet hij meer vermogen leveren omdat zijn zwaarte-energie dan toeneemt.

Als de parkiet met een constante snelheid van 8,0 m/s onder een hoek van  $5,0^\circ$  schuin omhoog vliegt (zie figuur 5), blijkt hij 0,25 W meer vermogen te leveren dan bij dezelfde horizontale snelheid.



Figuur 5

- 4p **e** Controleer dit extra vermogen met een berekening. Bereken daartoe eerst hoeveel meter het parkietje stijgt in één seconde.

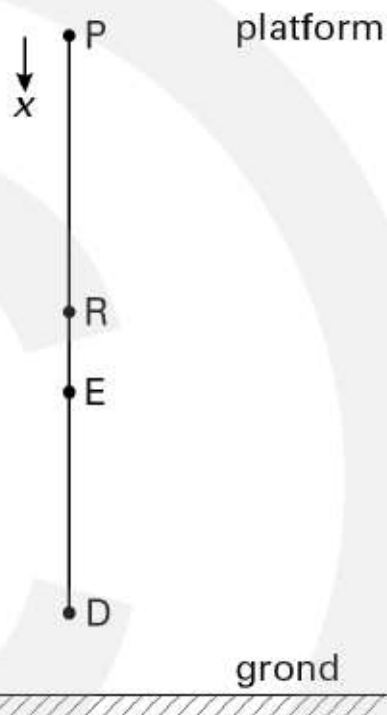
## Examenvragen vwo

### Bungee jump (aangepast)

Joop mag voor zijn verjaardag op kosten van zijn vrienden een bungee jump maken. Een 15 m lang, elastisch koord is aan één kant vastgemaakt aan een platform en aan de andere kant aan Joop. Hij laat zich zonder beginsnelheid van het platform vallen. Zie figuur 1. In het laagste punt van de 'sprong' is het koord 20 m uitgerekt.

Voor een natuurkundige beschrijving van de sprong zijn vier punten op verschillende hoogten interessant. In de schematische tekening in figuur 1 zijn deze punten met letters aangegeven:

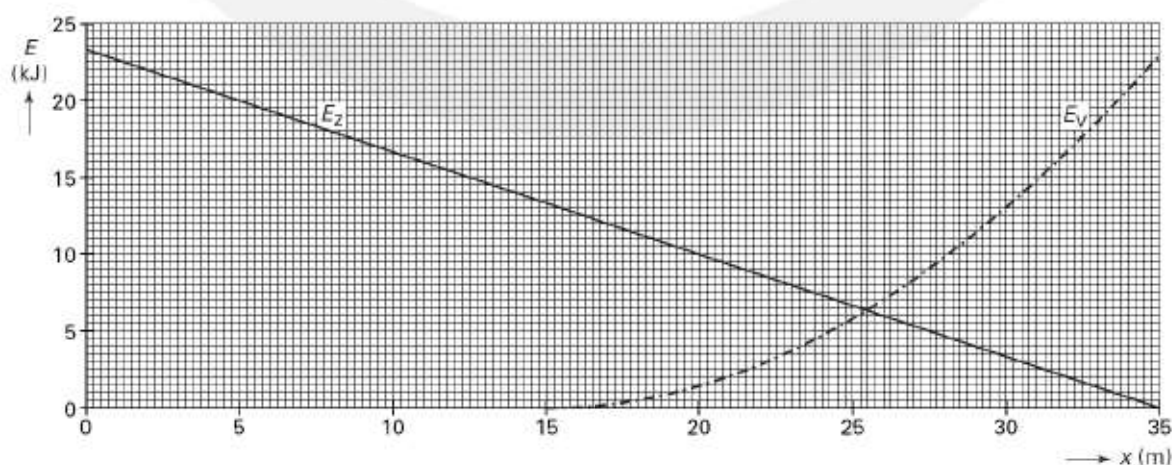
- P is het platform waar de sprong begint;
- R is de plaats (15 m onder P) waar het koord begint uit te rekken;
- E is de evenwichtsstand waar Joop aan het einde van de sprong in rust blijft hangen voordat hij weer omhoog getrokken wordt;
- D is het laagste punt (35 m onder P).



- 2p a Bereken of Joop op het traject van R naar E versnelt of vertraagt. Verwaarloos wrijvingskrachten.

Figuur 1

In figuur 2 zijn de zwaarte-energie  $E_z$  van Joop ten opzichte van punt D en de veer-energie  $E_v$  van het koord uitgezet tegen de valafstand  $x$ , die gemeten wordt ten opzichte van punt P.



Figuur 2

- 3p **b** Toon met behulp van figuur 2 aan dat de massa van Joop 67 kg is.
- 3p **c** Bereken de snelheid na 15 m vallen. Verwaarloos wrijvingskrachten.
- 4p **d** Teken in figuur 2 de grafiek voor de kinetische energie van Joop als functie van de valafstand  $x$ . Verwaarloos wrijvingskrachten.

Voor een ideale veer geldt de wet van Hooke:  $F = C \cdot u$ ,  $F$  is de kracht om de veer over lengte  $u$  uit te rekken en  $C$  is de veerconstante. Neem aan dat het elastisch koord zich gedraagt als een ideale veer.

- 3p **e** Bepaal de veerconstante van het elastisch koord als de uitrekking maximaal is. Verwaarloos wrijvingskrachten.

In werkelijkheid spelen wrijvingskrachten bij bungeejumpen een belangrijke rol. Dat kun je zien als je naar een bungee jump staat te kijken.

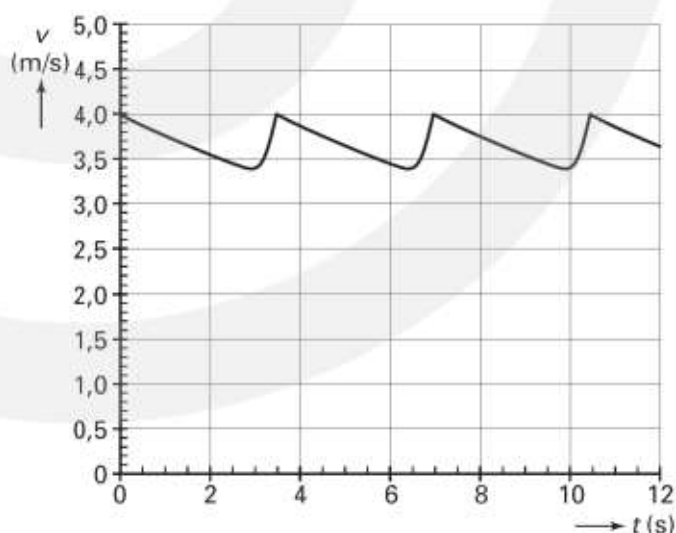
- 2p **f** Leg uit waaraan je dat kunt zien.

## Steppen

Arie en Bianca wijden hun praktische opdracht aan natuurkundige aspecten van het steppen. In figuur 1 zie je een foto van de step die zij gebruiken.



**Figuur 1**

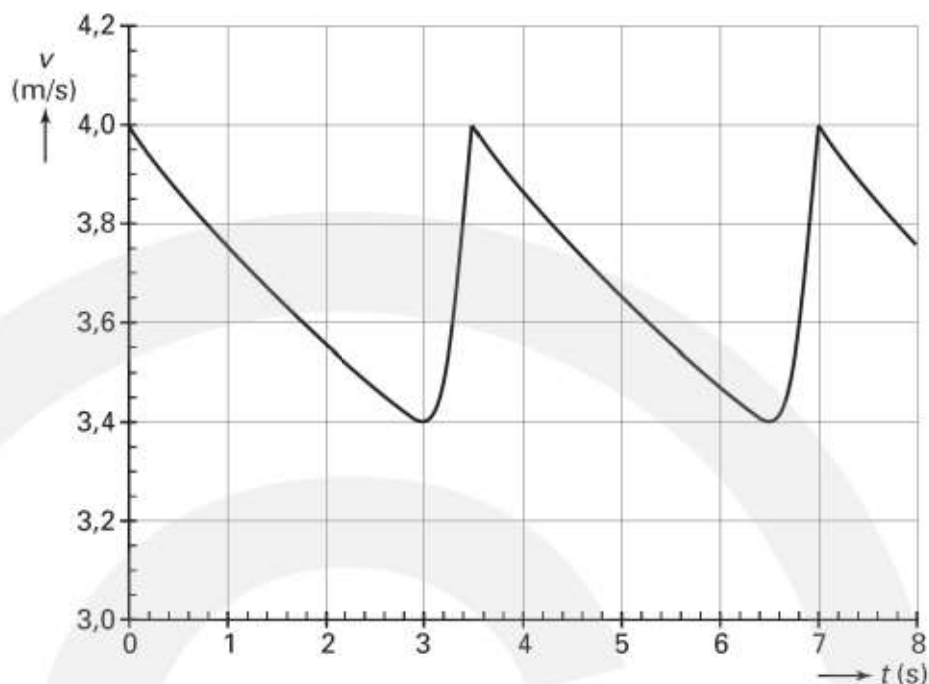


**Figuur 2**

Arie gaat met zijn rechtermoot op de step staan en zet (periodiek) met zijn linkermoot af. Tijdens de afzet neemt de snelheid toe. Na de afzet neemt de snelheid weer af ten gevolge van wrijving. Zie figuur 2. Een deel van deze figuur staat hieronder vergroot weergegeven.



**Figuur 2  
vergroot**



Arie stept een afstand van 200 m. De snelheid verloopt daarbij voortdurend zoals in figuur 2 is weergegeven.

- 4p **a** Bepaal hoe vaak Arie een afzetbeweging maakt om 200 m af te leggen.

Arie wil uit de grafiek het grootste vermogen bepalen, dat hij op een bepaald tijdstip levert. Hij gebruikt daarbij de formule:

$$P = F_{\text{afzet}} \cdot v = m \cdot a \cdot v$$

- 3p **b** Leg uit dat het met deze formule bepaalde vermogen maximaal is aan het einde van de afzet.

- 2p **c** Leg uit dat Arie bij het gebruik van deze formule de wrijvingskracht verwaarloost.

De massa van Arie met de step is 67 kg.

- 4p **d** Bepaal aan de hand van de figuur op de uitwerkbijlage het maximale vermogen dat Arie door het gebruik van deze formule vindt.

Op de step werkt een rolwrijvingskracht  $F_{W \text{ rol}}$ . Op Arie en de step werkt tevens een kracht ten gevolge van de luchtweerstand  $F_{W \text{ lucht}}$ . Voor de totale wrijvingskracht geldt:

$$F_{W \text{ totaal}} = F_{W \text{ rol}} + F_{W \text{ lucht}}$$

De rolwrijvingskracht is onafhankelijk van de snelheid. De luchtweerstand is evenredig met  $v^2$ .

- 2p **e** Beschrijf hoe Arie en Bianca met gebruikmaking van een krachtmeter de waarde voor de rolwrijvingskracht kunnen bepalen.

## SoloTrek

Lees het volgende artikel.

**Zelf vliegen met de SoloTrek**  
Trek Aerospace Sunnyvale (VS) brengt na jaren van research en testen de SoloTrek op de markt. Zie figuur 1. Met deze mini-helicopter kunnen mensen zelfstandig het luchtruim kiezen. De SoloTrek heeft twee tegen elkaar in draaiende rotorbladen in een vaste behuizing die naar voren kunnen kantelen. De rotorbladen zorgen zowel voor de kracht die nodig is om op te stijgen als voor de voortstuwing. De SoloTrek heeft een tank die 47 liter benzine kan bevatten en de motor heeft een vermogen van 120 pk.

naar: Technisch Weekblad, 17 januari 2003



Figuur 1

Tijdens de start draaien de rotorbladen in een horizontaal vlak. Bij deze start wordt de luchtweerstandskracht verwaarloosd. In verticale richting werken dan twee krachten op de SoloTrek: de zwaartekracht  $F_z$  en de stuwkracht  $F_{\text{stuw}}$ . Veronderstel dat de stuwkracht constant is. De totale massa bedraagt 255 kg. De piloot bereikt in 4,0 s een hoogte van 5,0 m.

- 5p **a** Bereken met de wet van arbeid en kinetische-energie de hiervoor benodigde stuwkracht.

In het artikel wordt een ouderwetse eenheid van vermogen gebruikt, de paardenkracht (pk). Er wordt bedoeld dat het maximale nuttige vermogen dat de motor kan leveren 120 pk bedraagt. Bij dit vermogen heeft de motor een rendement van 30%.

- 5p **b** Bereken hoe lang je op dit vermogen kunt vliegen als je met een volle tank begint. Gebruik de paardenkracht (CV) in je berekening.

## Jan-van-gent

De jan-van-gent is de grootste zeevogel van het Noordzeegebied. Zie figuur 1. Hij leeft van vis, die hij door middel van een snelle duik vanuit de lucht uit het water haalt. Vanaf een hoogte van 30 m duikt hij daarbij zonder beginsnelheid loodrecht naar beneden en komt met een snelheid van ruim  $100 \text{ km h}^{-1}$  in het water terecht.



Figuur 1

- 4p **a** Toon met behulp van energiebehoud aan dat deze snelheid in een vrije val over 30 m niet gehaald wordt.

Een jan-van-gent heeft een massa van 2,8 kg. Op het tijdstip  $t = 0 \text{ s}$  versnelt hij zonder verticale beginsnelheid door middel van een krachtige vleugelslag loodrecht naar beneden. Behalve de zwaartekracht levert hij dus zelf een kracht. Op  $t = 0,82 \text{ s}$  is zijn snelheid  $27 \text{ m s}^{-1}$ .

- 4p **b** Bereken met de wet van arbeid en kinetische-energie de gemiddelde kracht die de jan-van-gent tijdens dit gedeelte van zijn duik levert.

Vanaf  $t = 0,82 \text{ s}$  werkt alleen de zwaartekracht nog. De jan-van-gent bevindt zich op dat moment nog 28 m boven het water.

- 3p **c** Bereken met behulp van energiebehoud met welke snelheid hij in het water terecht komt. Verwaarloos daarbij de luchtweerstand.



## Bungee-trampoline

Lisa gaat trampolinespringen op een bungee-trampoline. Zie figuur 1.

Lisa krijgt een tuigje om waaraan twee elastische koorden zijn vastgemaakt. De elastische koorden zitten vast aan staalkabels. Deze kabels worden door een elektromotor om een haspel gewonden. Daardoor wordt Lisa langzaam verticaal omhooggetrokken totdat ze een flink stuk boven de trampoline stil hangt.

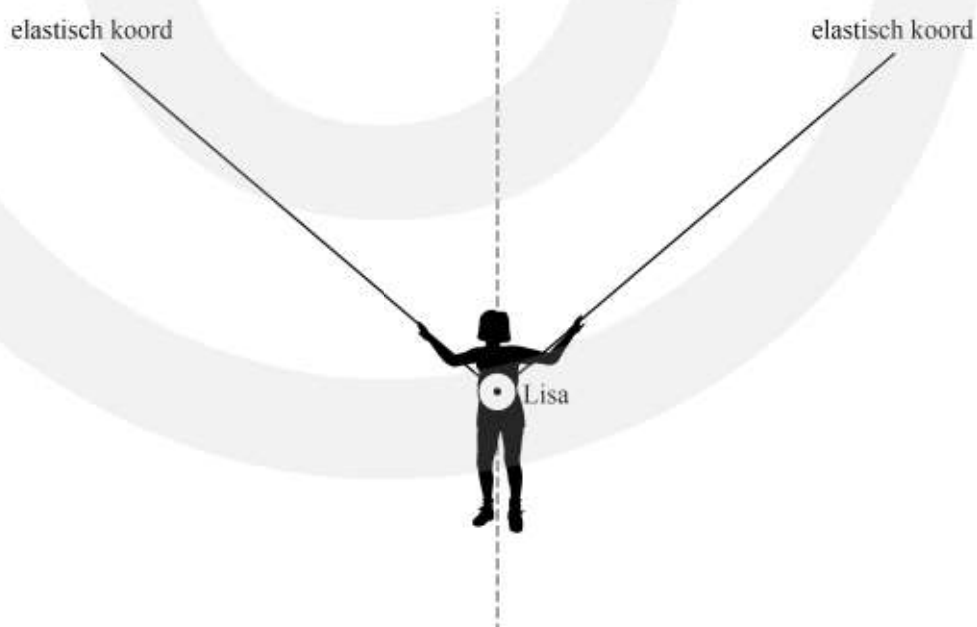
Elk elastisch koord heeft een veerconstante van  $120 \text{ N m}^{-1}$  en wordt vanuit ontspannen toestand  $3,1 \text{ m}$  uitgerekt. Het zwaartepunt van Lisa gaat hierbij  $2,3 \text{ m}$  omhoog. De massa van Lisa met haar tuigje is  $48 \text{ kg}$ .



Figuur 1

- 4p a Bereken de arbeid die de elektromotor hiervoor moet verrichten.

De situatie waarbij ze stil hangt is schematisch weergegeven figuur 2.

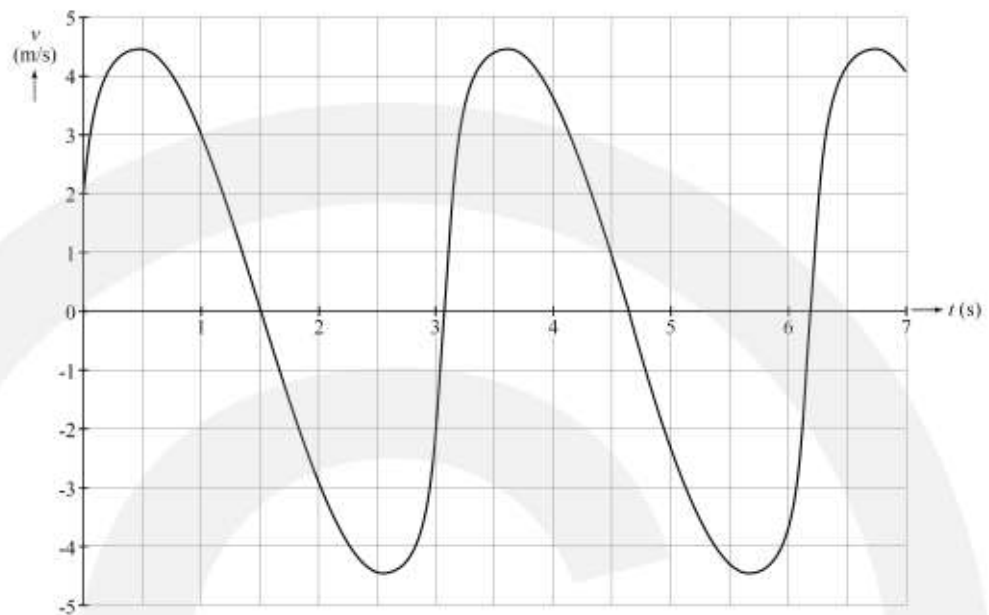


Figuur 2

- 4p b Bepaal met behulp van een constructie in figuur 2 de grootte van de kracht in één elastisch koord.

Vervolgens wordt Lisa door een helper omlaag getrokken totdat haar voeten de trampoline raken en zij zich kan afzetten. Na een aantal keren afzetten maakt Lisa hoge, verticale sprongen. Zij komt hierbij niet boven de stellage uit. Van de sprongen

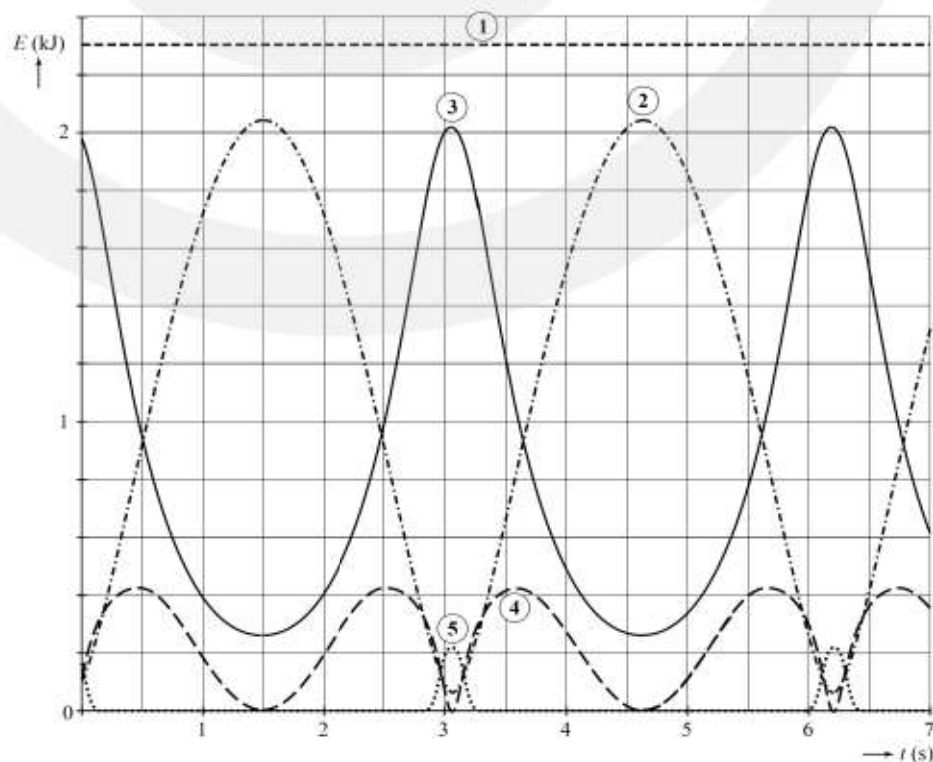
worden met een videocamera opnamen gemaakt. Op grond hiervan is een  $(v, t)$ -grafiek gemaakt van het zwaartepunt van Lisa. Zie figuur 3.



**Figuur 3**

- 3p **c** Bepaal met behulp van de figuur 3 het maximale hoogteverschil van het zwaartepunt van Lisa tijdens één sprong.
- 4p **d** Ga met behulp van een bepaling in de figuur 3 na of in het hoogste punt van de beweging de elastieken nog krachten uitoefenen op Lisa.

De sprongen van Lisa worden nagebootst in een model. Dit levert het diagram van figuur 4.



**Figuur 4**

In figuur 4 staan energieën weergegeven als functie van de tijd:

- kinetische-energie  $E_K$
- zwaarte-energie  $E_z$
- veer-energie van de elastieken  $E_{V-el}$
- veer-energie van de trampoline  $E_{V-tr}$
- totale energie  $E_{tot}$

- 3p **e** Vul in onderstaande tabel in hoe bovengenoemde energieën corresponderen met de grafieken 1 tot en met 5.

| Grafiek | Energie |
|---------|---------|
| 1       |         |
| 2       |         |
| 3       |         |
| 4       |         |
| 5       |         |