3 Kracht

vwo

3.0 Overzicht

3.1 Wat is een kracht?
- Hoe merk je dat er een kracht werkt?
- Wat is elastische vervorming en wat is plastische vervorming?
- Wat is het symbool voor kracht en wat is de eenheid van kracht?
- Welke drie eigenschappen heeft een kracht?
- Wat is een vectorgrootheid?
- Hoe geef je aan dat kracht een vector is?
- Hoe teken je een kracht?
- Wat is de krachtschaal?
- Hoe gebruik je een verhoudingstabel?

3.2 Optellen en splitsen van krachten
- Wat is de resulterende kracht en wat is het symbool voor de resulterende kracht?
- Met welke twee methoden kun je krachten bij elkaar optellen?
- Wat is het splitsen van een kracht?
- Wanneer mag je Pythogoras gebruiken bij het splitsen van een kracht?
- Hoe luid de stelling van Pythagoras toegepast op een krachtvector?
- Wanneer mag je sin, cos, tan gebruiken bij het splitsen van een kracht?

3.3 Krachten in evenwicht
- Wanneer zijn krachten met elkaar in evenwicht?
- Wat is F_x en wat is F_y?
- Wat weet je van ΣF_x en ΣF_y als de krachten met elkaar in evenwicht zijn?
- Wat moet je doen als je weet dat 3 krachten in evenwicht zijn?

3.4 Zwaartekracht, gewicht en normaalkracht
- Hoe bereken je de zwaartekracht?
- Wat is het zwaartepunt en hoe bepaal je dit punt?
- Wanneer is een voorwerp in evenwicht?
- Wanneer is een evenwicht stabiel en wanneer labiel?
- Wat is het gewicht?
- Wanneer is een voorwerp gewichtloos?
- Wat is de normaalkracht?
- Hoe zijn het gewicht en de normaalkracht aan elkaar gerelateerd?

3.5 Kracht en vervorming
- Wat is het symbool voor vervorming en wat is de eenheid van vervorming?
- Wat is de relatie tussen de kracht en de vervorming voor een ideale veer?
- Wat is de veerconstante en hoe bereken je die?

- Wat is het symbool en wat is de eenheid van de veerconstante?
- Wat is de spankracht en wat is het symbool voor de spankracht?
- Wat is druk en hoe bereken je de druk?
- Wat is het symbool en wat is de eenheid van druk?
- Hoe reken je om van N/m^2 naar Pascal (Pa)?

3.6 Kracht en versnelling
- Wat zijn de drie wetten van Newton?
- Hoe schrijf je de wetten van Newton op met formules?
- Hoe bereken je de versnelling als je de resulterende kracht weet?
- Waarom is "actiekracht = – reactiekracht" niet helemaal juist?
- Werken de "actiekracht" en de "reactiekracht" op hetzelfde voorwerp?
- Welke denkfout wordt veel gemaakt bij de 3[e] wet van Newton?

3.7 Wrijving
- Wat is schuifwrijving en wat is het symbool voor de schuifwrijving?
- Wat bedoel je met $F_{W\,max}$?
- Hoe zijn $F_{W\,max}$ en F_n aan elkaar gerelateerd?
- Wat is f en wat is de eenheid van f?
- Is f bij stilstaan even groot als tijdens het bewegen?
- Wat is rolwrijving (rolweerstand)?
- Waardoor wordt de grootte van de rolweerstand bepaald?
- Wat is luchtwrijving (luchtweerstand)?
- Op welke manier hangt de luchtweerstand af van de frontale oppervlakte?
- Op welke manier hangt de luchtweerstand af van de snelheid?

3.8 Krachten op een helling
- Waarom is het handig om bij een helling F_Z te splitsen in $F_{Z\,x}$ en $F_{Z\,y}$?
- Welke richting heeft $F_{Z\,x}$ en welke richting heeft $F_{Z\,y}$?
- Hoe bereken je $F_{Z\,x}$ en $F_{Z\,y}$?
- Hoe zijn $F_{Z\,y}$ en de normaalkracht aan elkaar gerelateerd?
- Hoe bereken je de resulterende kracht langs de helling als er geen weerstand is?
- Hoe bereken je de resulterende kracht langs de helling als er wel weerstand is?
- Hoe bereken je de versnelling langs de helling als er weerstand is?

3.9 Gekoppelde voorwerpen
- Wat zijn gekoppelde voorwerpen?
- Hoe bereken je de versnelling als geheel?
- Wat vul je in voor de massa van het geheel?
- Met welke kracht moet je bij een verticale beweging altijd rekening houden?

3.1 Wat is een kracht?

Wat een kracht is weet niemand, wat het gevolg is van een kracht is wel bekend.

Een kracht zorgt ervoor dat een voorwerp gaat vervormen.

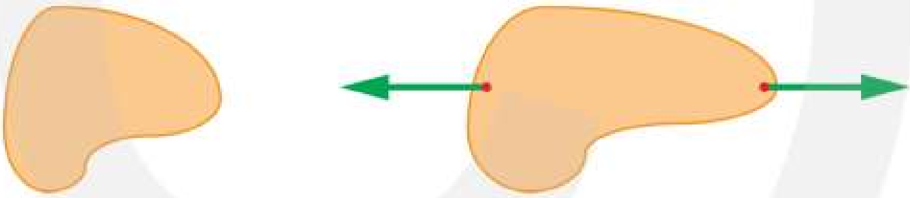
Een kracht kan ervoor zorgen dat een voorwerp gaat versnellen.

Vaak komt het voor dat niet één, maar twee of meer krachten op een voorwerp werken. In dat geval zien we het gevolg van alle krachten samen. Werken de krachten elkaar precies tegen, dan gaat het voorwerp alleen vervormen. Anders gaat het voorwerp zowel vervormen als versnellen.

Elastische en plastische vervorming

We gaan eerst kijken de situatie waarin twee krachten in tegenovergestelde richtingen worden uitgeoefend. Door deze krachten vervormt het voorwerp.

Figuur 1 Vervorming door twee krachten in tegenovergestelde richting.



De vervorming kan **elastisch** of **plastisch** zijn. Bij een elastische vervorming krijgt het voorwerp zijn oorspronkelijke vorm terug als de krachten zijn verdwenen. Bij een plastische vervorming behoudt het voorwerp zijn vorm als de krachten zijn verdwenen.

Elastische vervorming:
Als de krachten verdwijnen krijgt het voorwerp zijn oorspronkelijke vorm terug.

Plastische vervorming:
Als de krachten verdwijnen blijft het voorwerp zijn nieuwe vorm houden.

VOORBEELD elastische vervorming

pijl en boog
- je oefent kracht uit om een boog te spannen
- zodra je loslaat krijgt de boog zijn oude vorm terug

een spiraalveer indrukken
- je drukt een spiraalveer een eindje in
- zodra je loslaat krijgt de veer zijn oude vorm terug

VOORBEELD plastische vervorming

een deuk in de auto

- je rijdt met de auto tegen een paaltje
- als de auto wegrijdt blijft de deuk in de auto zitten

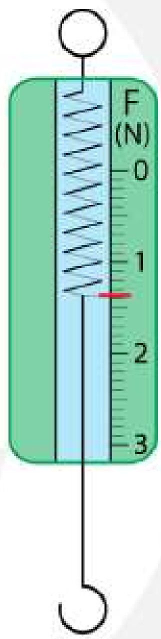
een blok klei vervormen

- je knijpt met je hand een kuil in een blok klei
- als je stopt met knijpen blijft de kuil in de klei zitten

De grootte van een kracht

De **grootte** van een kracht meet je met een **krachtmeter** (bijvoorbeeld een veerunster).

Een krachtmeter geeft aan hoeveel kracht er wordt uitgeoefend.



Figuur 2 Met een krachtmeter (veerunster) meet je de grootte van een kracht. Lees af: de kracht is 1,38 N.

De grootheid kracht heeft als symbool de hoofdletter F (van "force").

De eenheid van kracht is de newton (N).

Kracht heeft een richting

Weet je de grootte van de kracht dan weet je nog niet alles. Kracht heeft namelijk ook een **richting**. Als je opschrijft dat er een kracht werkt van bijvoorbeeld 10 newton dan is het nog niet duidelijk welke richting deze kracht heeft. Het kan naar rechts zijn maar ook naar boven. Grootheden waarbij behalve de hoeveelheid ook de richting ertoe doet zijn **vectorgrootheden**. Kracht is dus een vectorgrootheid en je spreekt van de **krachtvector**.

Kracht heeft een grootte en een richting → kracht is een vector.

Om aan te geven dat kracht een vectorgrootheid is zetten we een pijltje boven de F en schrijven we $\vec{F}$. Dat doen we alleen als de richting van de kracht ertoe doet. Is alleen de grootte van de kracht van belang dan hoef je zo'n pijltje boven de F niet te gebruiken.

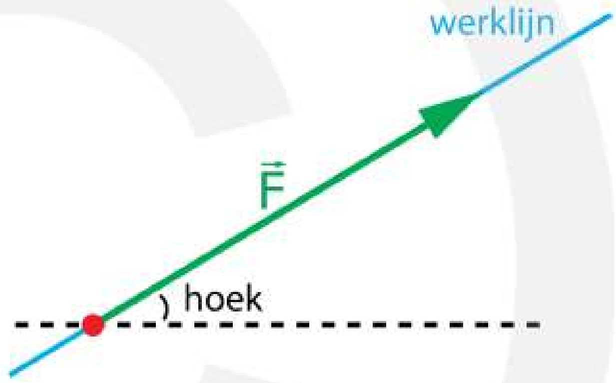
Als je wilt aangeven dat de richting van de kracht van belang is zet je een pijltje boven de F.

$\vec{F}$ geeft aan dat de richting van de kracht ertoe doet.

F geeft aan dat alleen de grootte van de kracht ertoe doet.

Kracht weergeven door een pijl

Omdat kracht een vector is wordt het in een figuur weergegeven door een pijl.



Figuur 3 Kracht is een vector en wordt door een pijl weergegeven. De pijl heeft een lengte, een werklijn en een aangrijpingspunt (rode stip).

De lengte van de pijl geeft de grootte van de kracht aan.

De werklijn geeft de richting van de kracht aan.

Het aangrijpingspunt is de plaats waar de kracht wordt uitgeoefend.

De grootte van de kracht en de lengte van de krachtpijl

Uit de lengte van de krachtpijl kun je de grootte van de kracht berekenen. Je moet dan eerst weten hoeveel newton er hoort bij één centimeter van de getekende pijl. Dit noemen we de **krachtschaal**.

De krachtschaal is de grootte van de kracht gedeeld door de lengte van de getekende krachtpijl.

$$\text{krachtschaal} = \frac{\text{hoeveelheid newton}}{\text{lengte van de pijl}}$$

VOORBEELD krachtschaal

Een kracht van 20 newton is getekend als een pijl met een lengte van 4 cm.

Bereken de krachtschaal.

- $F = 20\,N$ | lengte pijl $= 4$ cm
- $\text{krachtschaal} = \dfrac{\text{hoeveelheid newton}}{\text{lengte van de pijl}}$
- $\text{krachtschaal} = \dfrac{20}{4} = 5$ newton per centimeter

De krachtschaal is gekozen door de tekenaar en zegt niets over de kracht zelf. De tekenaar kan ervoor kiezen om bijvoorbeeld alles twee keer zo groot te tekenen, maar daarmee verandert de hoeveelheid kracht die hij uitbeeldt niet.

De gekozen krachtschaal zegt niets over de grootte van een kracht.

Een verhoudingstabel

Stel je geeft een kracht van 20 newton aan met een 4 centimeter lange pijl. Wil je daarna een kracht van 50 newton aangeven dan moet je een pijl tekenen met een lengte van 10 cm, want de kracht is 50 / 20 = 2,5 keer zo groot en dus moet de krachtpijl 2,5 keer zo lang zijn: $2{,}5 \cdot 4 = 10$ cm.

Dit kun je uitrekenen door een verhoudingstabel te maken.

newton	20	50
centimeter	4	x

Je kunt het onbekende getal x bereken door **kruislings** te **vermenigvuldigen**:

$$\frac{50}{20} = \frac{x}{4} \;\rightarrow\; 50 \cdot 4 = 20 \cdot x \;\rightarrow\; x = \frac{200}{20} = 10\text{ cm}$$

VOORBEELD verhoudingstabel: bereken de kracht

Een krachtpijl is 4 cm lang. De krachtschaal is: 30 N ↔ 5 cm.

Bereken de grootte van de kracht.

- verhoudingstabel:

newton	30	x
centimeter	5	4

- kruislings vermenigvuldigen: $30 \cdot 4 = 5 \cdot x$
- $x = \dfrac{30 \cdot 4}{5} \;\rightarrow\; x = \dfrac{120}{5} = 24 \;\rightarrow\; F = 24\,N$

3.2 Optellen en splitsen van krachten

Krachten optellen

Vaak komt het voor dat er twee of meer krachten zijn. In dat geval moet je de krachten bij elkaar **optellen**. Daarbij moet je rekening houden met de richting van de krachten. Staan twee krachten in dezelfde richting, dan geeft de optelling een ander resultaat dan als de krachten in tegenovergestelde richting staan.

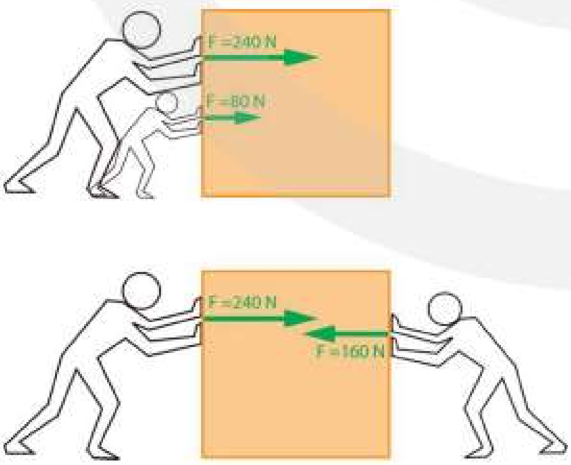
Tel je alle krachten bij elkaar op dan noem je dit de **resulterende kracht, F_{res}**. De resulterende kracht is het **resultaat** van alle krachten samen. Het optellen van alle krachten geef je aan met het somteken: Σ (Griekse letter sigma).

$$\vec{F}_{res} = \Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots$$

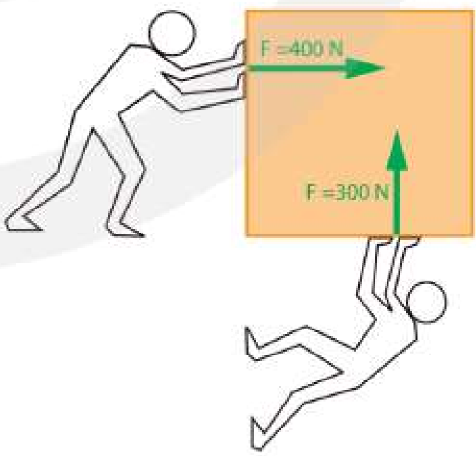
De resulterende kracht is de som van alle krachten.

De resulterende kracht geef je aan met $\Sigma\vec{F}$.

In figuur 4 wordt op een kist twee krachten uitgeoefend. Bij het bovenste plaatje staan de twee krachten in dezelfde richting, de totale kracht is 240 + 80 = 320 N. Bij het onderste plaatje staan de twee krachten in tegenovergestelde richting, de totale kracht is 240 – 160 = 80 N. Het is ook mogelijk dat de twee krachten een hoek met elkaar maken. Dat zie je in figuur 5, waarbij twee krachten loodrecht op elkaar staan.



Figuur 4
Boven: twee krachten staan in dezelfde richting.
Onder: twee krachten staan in tegenovergestelde richting.



Figuur 5
Twee krachten staan loodrecht op elkaar.

Omdat de krachten bij figuur 6 niet in dezelfde richting staan mag je niet zeggen dat de totale kracht 300 + 400 = 700 N is. De krachten staan ook niet in tegengestelde richting, dus de totale kracht is ook niet 400 – 300 = 100 N.

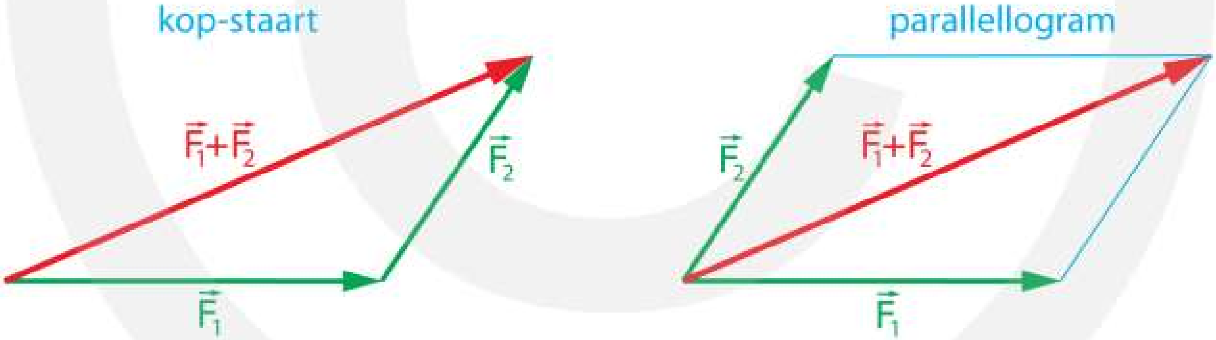
Om de totale kracht te bepalen moet je een tekening maken. Zo'n tekening van krachten heet een **constructie**. Stel er zijn twee krachten $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$ en je wilt de totale kracht weten, dan moet je de krachtpijlen $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$ tekenen en daarna een constructie maken. Er zijn twee methoden waaruit je kunt kiezen.

– kop-staartmethode –

- begin met $\vec{F}_1$
- $\vec{F}_2$ begint waar $\vec{F}_1$ ophoudt → de krachten worden kop-staart getekend
- $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ is de pijl die begint bij het begin van $\vec{F}_1$ en eindigt bij het einde van $\vec{F}_2$

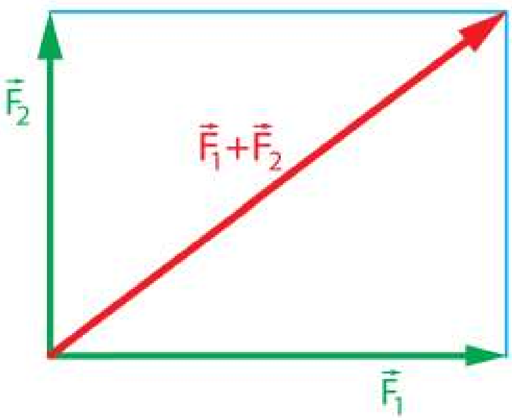
– parallellogrammethode –

- construeer een parallellogram met $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$ als schuine zijden
- $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ is de pijl die begint bij het begin en eindigt in de hoek schuin daar tegenover



Figuur 6 Krachten kunnen bij elkaar worden opgeteld door ze kop-staart te tekenen (links) of door een parallellogram te tekenen (rechts).

Passen we de kop-staartmethode of de parallellogrammethode toe voor de situatie in figuur 6 dan krijgen we de constructie van figuur 7. Door de lengte van de kracht-pijlen te meten en de verhouding te gebruiken vind je een resulterende kracht van 500 N.



Figuur 7 Constructie van de twee krachten in figuur 5. De resulterende kracht is 500 N.

Het voordeel van de kop-staartmethode is dat je meerdere krachtpijlen snel achter elkaar kunt optellen. Bij de parallellogrammethode kun je telkens maar twee krachtpijlen optellen. Vandaar dat de kop-staart methode meestal sneller werkt. Als je drie krachtpijlen $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ en $\vec{F}_3$ met de parallellogrammethode wilt optellen moet je eerst $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$ optellen: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{12}$ en daarna tel je $\vec{F}_3$ hierbij op: $\vec{F}_{12} + \vec{F}_3 = \vec{F}_{123}$.

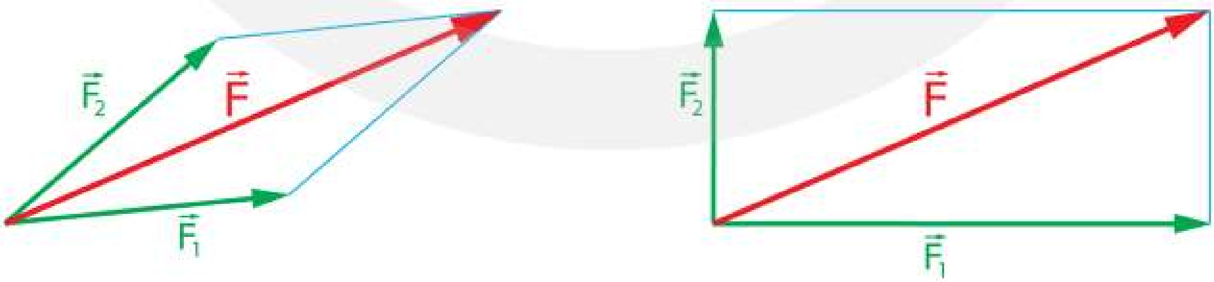
Krachten splitsen

Een kracht splitsen in twee krachten is het omgekeerde van twee krachten bij elkaar optellen. Bij het splitsen van een kracht $\vec{F}$ bepaal je de krachten $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$ zodat geldt: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. De krachten $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$ noem je **componenten** van kracht $\vec{F}$.

Bij het splitsen van een kracht $\vec{F}$ bepaal je de krachten $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$ die bij elkaar opgeteld de kracht $\vec{F}$ geven.

Het splitsen van een kracht kan op verschillende manieren gebeuren. Net zoals je kunt schrijven $10 = 2 + 8$, $10 = 6 + 4$, $10 = 5 + 5$, etc. kun je ook kracht $\vec{F}$ op oneindig veel manieren splitsen. In figuur 8 zie je hoe kracht $\vec{F}$ op verschillende manieren kan worden gesplitst. In beide gevallen geldt $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Links zijn de componenten $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$ niet loodrecht op elkaar gekozen, rechts is dat wel het geval.

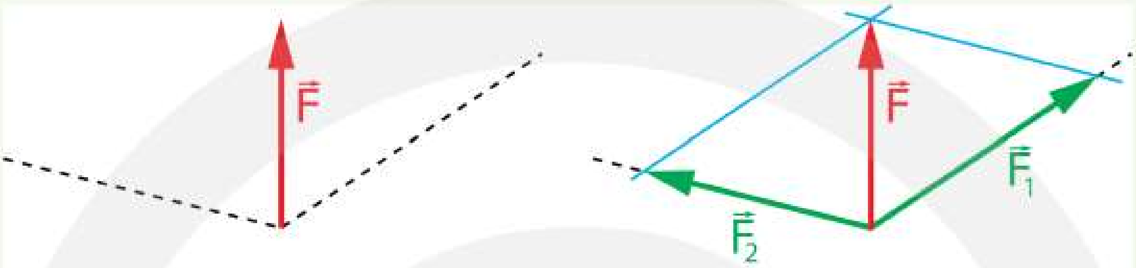
Om een kracht $\vec{F}$ te kunnen splitsen in $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$ moet je de **richtingen** weten van $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$. Als je deze richtingen weet kan kracht $\vec{F}$ nog maar op één manier worden gesplitst.



Figuur 8 Krachten kunnen op verschillende manieren worden gesplitst. Links is kracht F gesplitst in componenten F_1 en F_2 die niet loodrecht op elkaar staan. Recht is dezelfde kracht gesplitst in F_1 en F_2 die wel loodrecht op elkaar staan.

VOORBEELD het splitsen van een kracht

Een kracht $\vec{F}$ (rode pijl) moet worden gesplitst in twee krachten in $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$. De richtingen van $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$ zijn aangegeven (stippellijnen). Zie figuur 9.



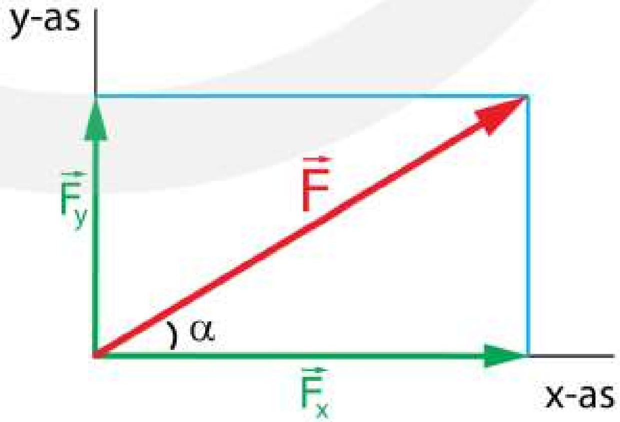
Figuur 9

Splits kracht $\vec{F}$ in $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$.

- teken een lijn evenwijdig aan de richting van $\vec{F}_1$ door de punt van $\vec{F}$ (blauw)
- teken een lijn evenwijdig aan de richting van $\vec{F}_2$ door de punt van $\vec{F}$ (blauw)
- bepaal de snijpunten van de getekende blauwe lijnen met de stippellijnen
- teken de pijlen $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$

Optellen en splitsen van krachten door te rekenen

Bij voorkeur splitsen we een kracht in twee loodrechte componenten $\vec{F}_x$ en $\vec{F}_y$.
Hiertoe definiëren we een x-richting en een y-richting die de x-as en de y-as van een x,y coördinatenstelsel vormen. Splits je in dit coördinatenstelsel een kracht in een x-component en een y-component dan is het mogelijk om berekeningen te maken.



Figuur 10 Kracht $\vec{F}$ wordt gesplitst in componenten $\vec{F}_x$ en $\vec{F}_y$ die loodrecht op elkaar staan.

Weet je van kracht $\vec{F}$ de x-component $\vec{F}_x$ en de y-component $\vec{F}_y$ dan kun je met de stelling van **Pythagoras** de grootte van kracht $\vec{F}$ berekenen.

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

Je kunt ook gebruik maken van de goniometrie: **sinus, cosinus en tangens**.

$$F_y = F \cdot \sin\alpha \qquad F_x = F \cdot \cos\alpha \qquad F_y = F_x \cdot \tan\alpha$$

Hoek α kan worden berekend met:

$$\tan\alpha = \frac{F_y}{F_x} \quad \rightarrow \quad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$

VOORBEELD een kracht splitsen in loodrechte componenten

Kracht F heeft een grootte van 200 N en een hoek α van 30° ten opzichte van de horizontaal.

Bereken de componenten F_x en F_y.

- $F_x = F \cdot \cos\alpha \rightarrow F_x = 200 \cdot \cos 30 = 173\,N$
- $F_y = F \cdot \sin\alpha \rightarrow F_y = 200 \cdot \sin 30 = 100\,N$

VOORBEELD een component berekenen

Kracht F heeft een grootte van 100 N en een x-component van 80 N.

Bereken de y-component van deze kracht.

- gebruik pythagoras: $F^2 = F_x^2 + F_y^2$
- $100^2 = 80^2 + F_y^2$
- $F_y^2 = 10000 - 6400 = 3600 \rightarrow F_y = \sqrt{3600} = 60\,N$

OOK GOED (maar meer rekenwerk)

- $\cos\alpha = \frac{F_x}{F} \rightarrow \cos\alpha = \frac{80}{100} = 0{,}8$
- $\alpha = \cos^{-1} 0{,}8 = 36{,}87^0$
- $F_y = F \cdot \sin\alpha$
- $F_y = 100 \cdot \sin 36{,}87$
- $F_y = 60\,N$

3.3 Krachten in evenwicht

Krachten in evenwicht

Werken er twee of meer krachten op een voorwerp, dan moeten deze krachten bij elkaar worden opgeteld om de resulterende kracht te krijgen. Is de resulterende kracht nul, dan werken de krachten elkaar tegen. De krachten zijn dan met elkaar in **evenwicht**, zodat het voorwerp als geheel niet in beweging komt.

Krachten zijn in evenwicht als de resulterende kracht nul is.

$$\text{Evenwicht :} \quad \Sigma\vec{F} = \vec{0}$$

Onafhankelijke richtingen x en y

Stel er werken twee krachten op een voorwerp. Kracht $\vec{F}_x$ werkt horizontaal (in de x-richting) en kracht $\vec{F}_y$ werkt verticaal (in de y-richting). Een verticale kracht (y-richting) kan nooit een horizontale kracht (x-richting) tegenwerken. Het omgekeerde geldt ook. Werken er twee krachten $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$ op een voorwerp dan kunnen we $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$ splitsen in de x-richting (horizontaal) en in de y-richting (verticaal):

$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{1y}$ en $\vec{F}_2 = \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{2y}$

De resulterende kracht op het voorwerp is nul als geldt:

$F_{1x} + F_{2x} = 0$ en $F_{1y} + F_{2y} = 0$

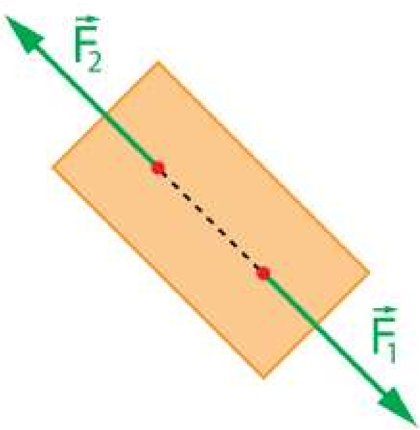
Bij het oplossen van vraagstukken zullen we vaak gebruik maken van deze regel.

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \quad \leftrightarrow \quad \Sigma F_x = 0 \quad \text{en} \quad \Sigma F_y = 0$$

Twee krachten in evenwicht

In het eenvoudigste geval werken er twee krachten die elkaar opheffen.

- $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$
- $F_{1x} + F_{2x} = 0 \rightarrow F_{1x} = -F_{2x}$
- $F_{1y} + F_{2y} = 0 \rightarrow F_{1y} = -F_{2y}$

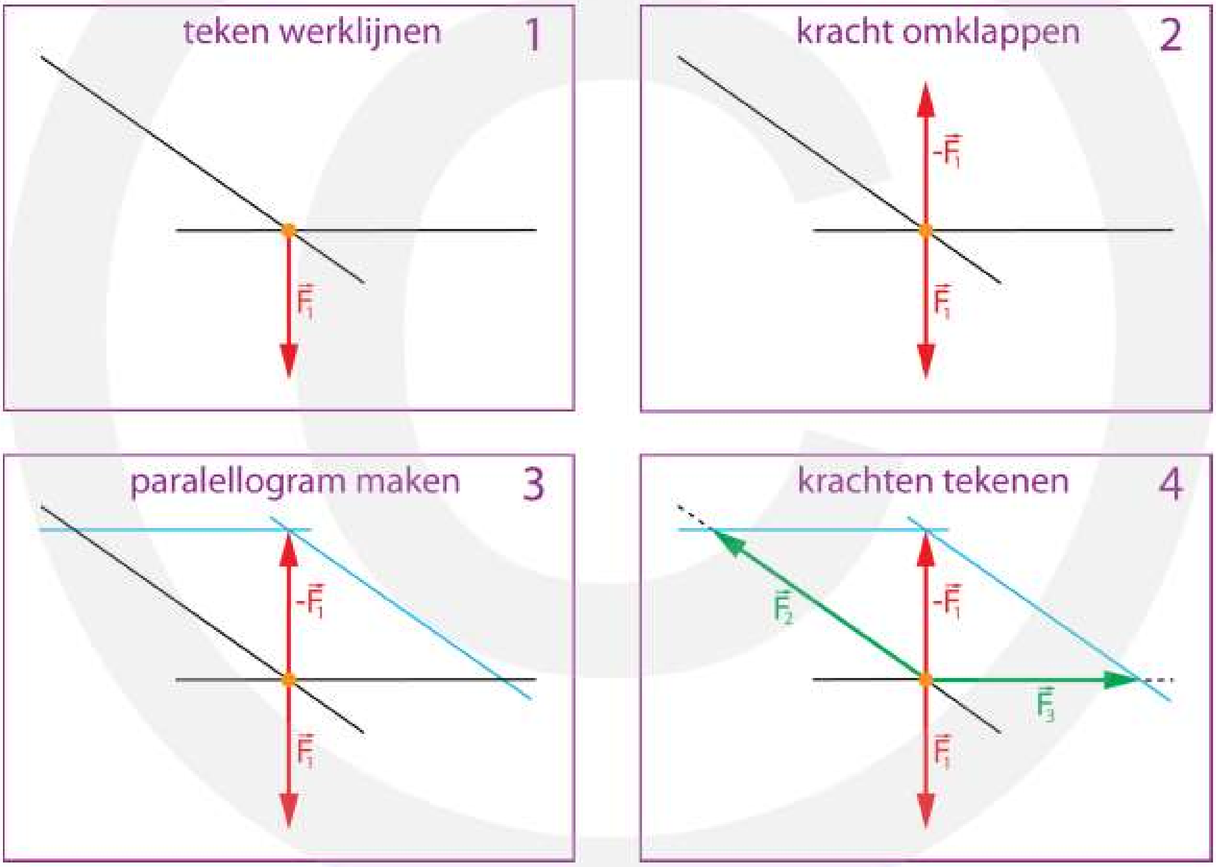


Figuur 11 Twee krachten in evenwicht.

Drie krachten in evenwicht

Als drie krachten met elkaar in evenwicht zijn geldt: $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$. Dit geeft: $\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_1$. Stel dat kracht $\vec{F}_1$ gegeven is dan zoeken we de krachten $\vec{F}_2$ en $\vec{F}_3$ die bij elkaar opgeteld $-\vec{F}_1$ opleveren. De werklijnen (richtingen) van $\vec{F}_2$ en $\vec{F}_3$ moeten bekend zijn om dit te kunnen oplossen. In figuur 12 zie je hoe het in zijn werk gaat.

1 teken de werklijnen (meestal zijn deze gegeven)
2 klap $\vec{F}_1$ om
3 maak het paralellogram
4 teken de krachten $\vec{F}_2$ en $\vec{F}_3$



Figuur 12 Bepaal de krachten $\vec{F}_2$ en $\vec{F}_3$ zodat $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$.

Nadat je de krachten $\vec{F}_2$ en $\vec{F}_3$ hebt getekend kun je uitrekenen hoe groot ze zijn. Je hebt daarvoor de grootte van $\vec{F}_1$ nodig én de lengte van de drie krachtpijlen. Stel dat in figuur 13 kracht F_1 gelijk is aan 100 N dan vinden we:

- opmeten: lengte pijl $F_1 = 20$ mm , lengte pijl $F_2 = 35$ mm , lengte pijl $F_3 = 28$ mm
- verhoudingstabel:

newton	100	F2	F3
millimeter	20	35	28

- $F_2 = \dfrac{100 \cdot 35}{20} \rightarrow F_2 = \dfrac{3500}{20} = 175\text{ N}$

- $F_3 = \frac{100 \cdot 28}{20} \rightarrow F_3 = \frac{2800}{20} = 140\ N$

In het eenvoudigste geval staan twee van deze krachten loodrecht op elkaar. De derde kracht staat schuin. Je gaat dan als volgt te werk.

Stappenplan krachten in evenwicht

1 Teken alle krachten op het voorwerp.

2 De twee loodrechte krachten noem je $\vec{F}_x$ en $\vec{F}_y$.

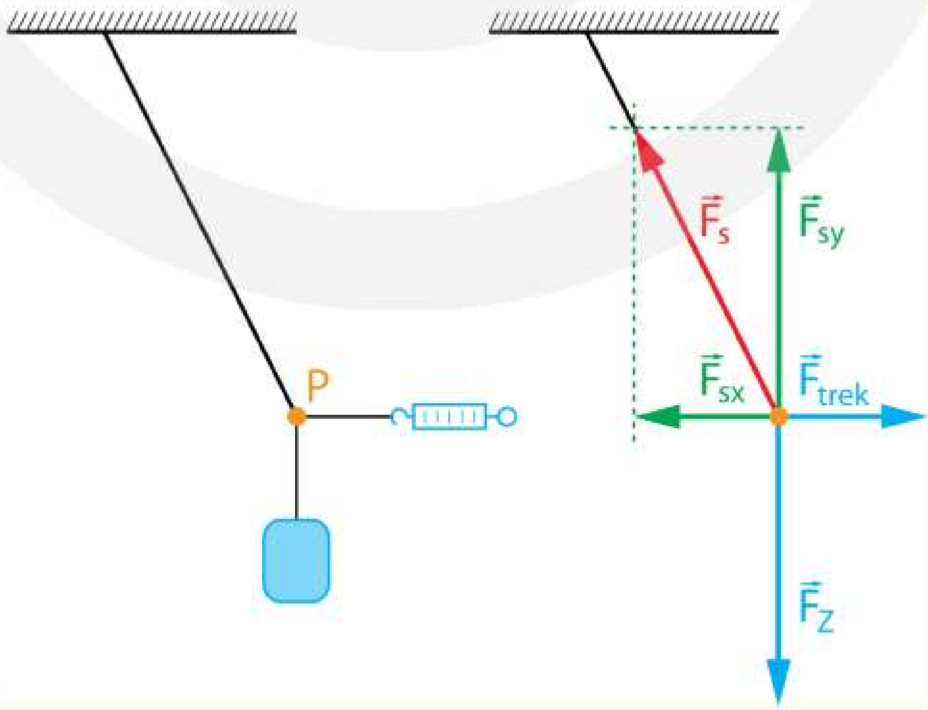
3 Splits de schuine kracht F_S in de x-richting en de y-richting: $\vec{F}_S = \vec{F}_{S\,x} + \vec{F}_{S\,y}$.

4 Evenwicht:

$$F_{S\,x} + F_x = 0 \quad \rightarrow \quad F_{S\,x} = -F_x \qquad (F_{links} = F_{rechts})$$
$$F_{S\,y} + F_y = 0 \quad \rightarrow \quad F_{S\,y} = -F_y \qquad (F_{omlaag} = F_{omhoog})$$

VOORBEELD opzij getrokken touw

Een gewicht is met een touw aan het plafond bevestigd. Op punt P wordt een horizontale kracht naar rechts uitgeoefend. Het gewicht is in rust. De zwaartekracht op het gewicht is 100 N. Zie Figuur 13.



Figuur 13

BEPAAL de trekkracht F_{trek}.

- opmeten in figuur 13: lengte pijl F_Z = 38 mm | lengte pijl F_{trek} = 19 mm
- verhoudingstabel:

newton	100	x
millimeter	38	19

- $x = \dfrac{100 \cdot 19}{38} = 50 \;\rightarrow\; F_{trek} = 50\,\text{N}$

BEPAAL de kracht in het touw F_S.

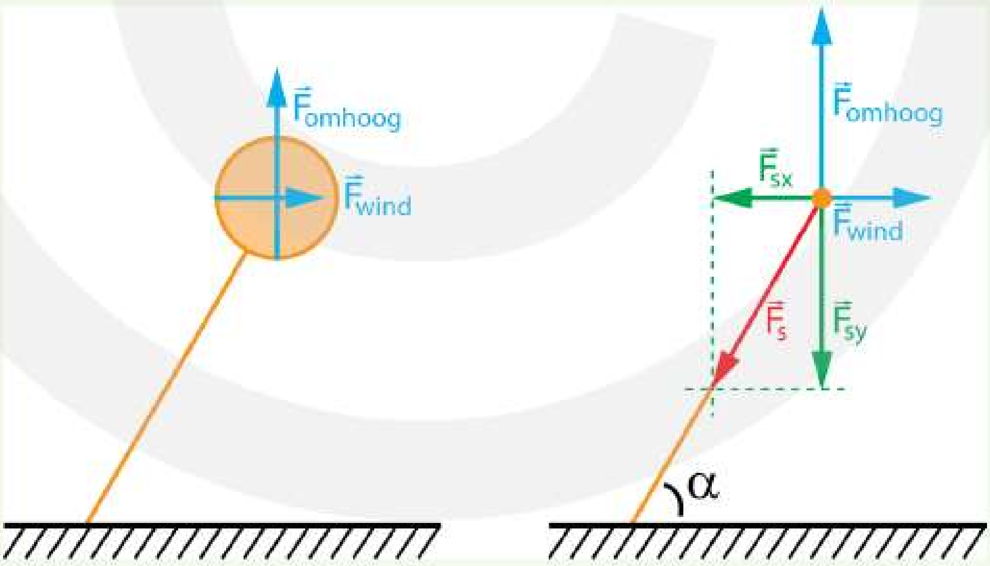
- opmeten in figuur 13: lengte pijl F_Z = 38 mm | lengte pijl F_S = 43 mm
- verhoudingstabel:

newton	100	x
millimeter	38	43

- $x = \dfrac{100 \cdot 43}{38} = 113 \;\rightarrow\; F_S = 113\,\text{N}$

VOORBEELD ballon in de wind

Een ballon gevuld met helium hangt stil aan een touw in de wind. De kracht F_{omhoog} werkt omhoog en de windkracht werkt naar rechts. Zie figuur 14. Rechts zie je de krachten op de ballon. We vatten de ballon op als een punt, zodat alle krachten in één punt aangrijpen. Hoek α is 60°.



Figuur 14

BEPAAL de kracht F_S die het touw op de ballon uitoefent als F_{wind} = 4 N.

- de ballon hangt stil dus $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$
- $\vec{F}_{links} = \vec{F}_{rechts} \;\rightarrow\; F_{S\,x} = F_{wind} = 4\,\text{N}$
- opmeten in figuur 15: lengte pijl F_{wind} = 14 mm | lengte pijl F_S = 28 mm
- verhoudingstabel:

newton	4	x
millimeter	14	28

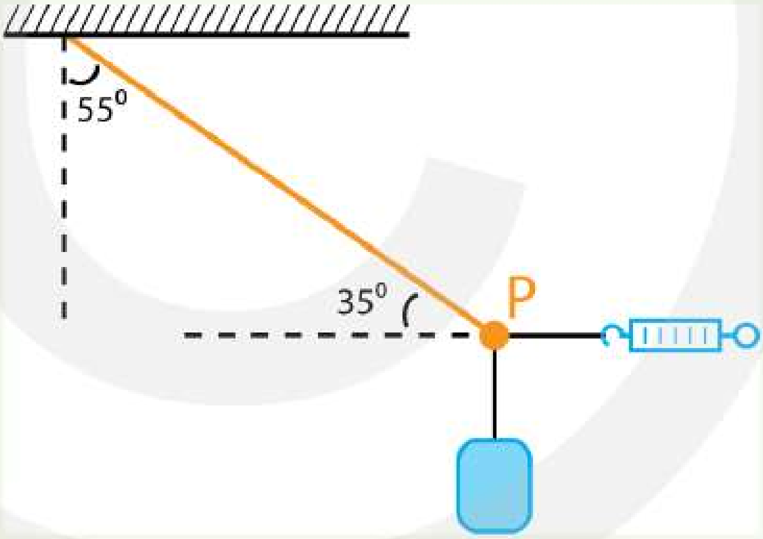
- $x = \dfrac{4 \cdot 28}{14} = 8 \;\rightarrow\; F_S = 8\,\text{N}$

BEREKEN de kracht F_S die het touw op de ballon uitoefent als F_{wind} = 4 N.

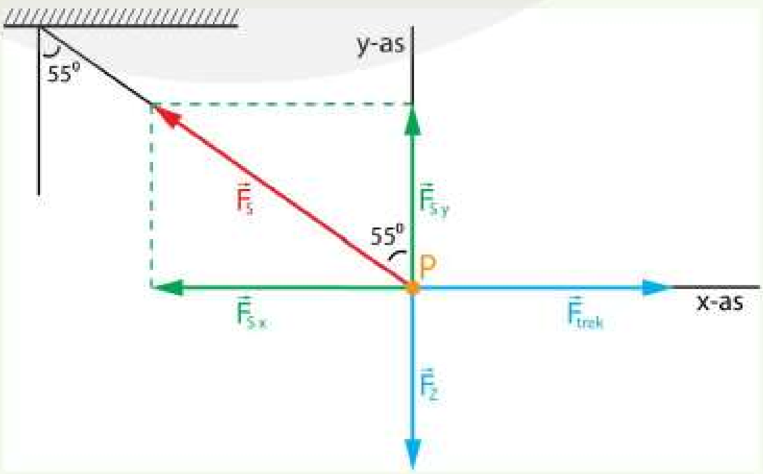
- de ballon hangt stil dus $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$
- $\vec{F}_{links} = \vec{F}_{rechts} \quad \rightarrow \quad F_{S\,x} = F_{wind} = 4\text{ N}$
- $\cos 60 = \dfrac{F_{S\,x}}{F_S}$
- $F_S = \dfrac{4}{\cos 60} = \dfrac{4}{0{,}5} = 8\text{ N}$

VOORBEELD opzij getrokken touw

Een gewicht hangt aan het plafond. Op punt P wordt een kracht naar rechts uitgeoefend. Het gewicht is in evenwicht. De zwaartekracht is 100 N. Het touw maakt een hoek van 55 ° met de zwaartekracht. Zie Figuur 15 en 16.



Figuur 15



Figuur 16

BEPAAL de grootte van de spankracht.

- kies een handige schaalfactor en teken $\vec{F}_z$
- keer de richting van $\vec{F}_z$ om en teken $-\vec{F}_z$ dit is gelijk aan $\vec{F}_{s\,y}$
- teken $\vec{F}_s$
- meet de lengte van $\vec{F}_s$ en bereken de grootte van deze kracht
- $F_s = 174\text{ N}$

BEPAAL de grootte van de horizontale trekkracht.

- teken $\vec{F}_{s\,x}$
- meet de lengte van $\vec{F}_{s\,x}$ en bereken de grootte van deze kracht
- $F_{s\,x} = F_{trek}$
- $F_{trek} = 143\text{ N}$

BEREKEN de spankracht.

- $\vec{F}_z + \vec{F}_{hor} + \vec{F}_s = \vec{0}$
- $\vec{F}_z + \vec{F}_{s\,y} = \vec{0} \quad \rightarrow \quad F_{s\,y} = F_z = 100\text{ N}$
- $F_{s\,y} = F_s \cdot \cos 55 \quad \rightarrow \quad F_s = \dfrac{F_{s\,y}}{\cos 55} = \dfrac{100}{0{,}5736} = 174\text{ N}$

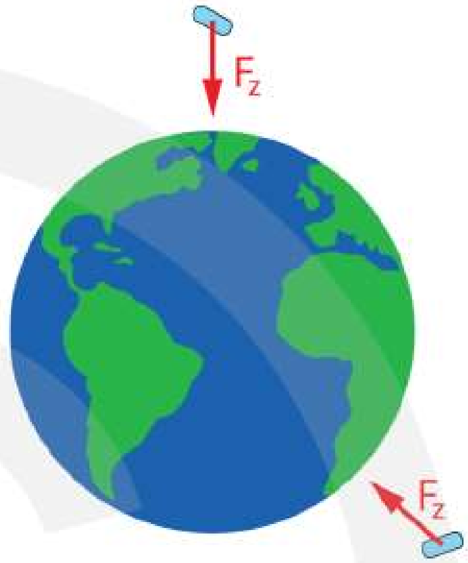
BEREKEN de horizontale trekkracht.

- $\vec{F}_{trek} + \vec{F}_{s\,x} = \vec{0} \quad \rightarrow \quad F_{trek} = F_{s\,x}$
- $F_{s\,x} = F_s \cdot \sin 55 = 143\text{ N} \quad \rightarrow \quad F_{trek} = 143\text{ N}$

3.4 Zwaartekracht, gewicht en normaalkracht

De zwaartekracht

Een kracht waar we veel mee te maken hebben is de **zwaartekracht F_Z**. Dit is de kracht waarmee de aarde aan ieder voorwerp trekt. De zwaartekracht is altijd verticaal naar beneden gericht, naar het middelpunt van de aarde. Aan voorwerpen met veel massa trekt de aarde harder dan aan voorwerpen met weinig massa.



Figuur 17 Op iedere voorwerp oefent de aarde een zwaartekracht F_Z uit.

Om de grootte van de zwaartekracht op aarde te berekenen moet je de massa in kilogram vermenigvuldigen met het getal 9,81. Het getal 9,81 is de versnelling die iedere voorwerp krijgt als het naar de aarde valt en wordt daarom de **valversnelling** genoemd met het symbool g.

$$F_Z = m \cdot g$$

- F_Z is de zwaartekracht in newton (N)
- m is de massa van het vallende voorwerp in kilogram (kg)
- g is de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m/s^2)

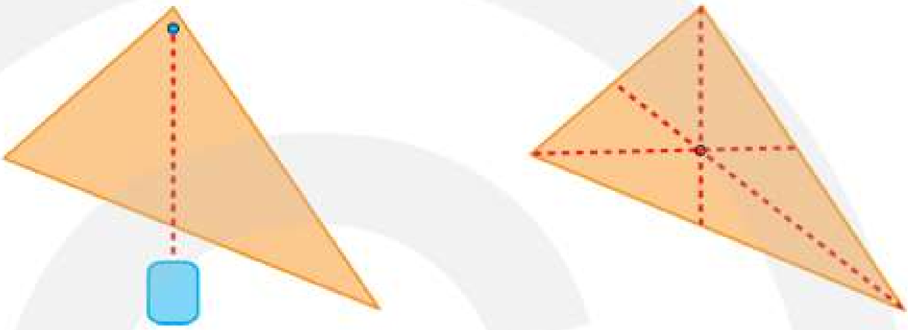
De grootte van de valversnelling wordt bepaald door de grootte en de massa van de aarde. Iedere ster, planeet of maan heeft daarom een andere waarde van g. Het is nog niet zo goed bekend waarom er zwaartekracht is. Twee brokken materie trekken elkaar altijd aan. De zwaartekracht is groot als:
- de massa's van de twee voorwerpen groot zijn
- de voorwerpen dicht bij elkaar zijn

hemellichaam	**valversnelling (m/s^2)**	**hemellichaam**	**valversnelling (m/s^2)**
Zon	273,6	Mars	3,7
Mercurius	3,7	Jupiter	24,9
Venus	8,87	Saturnus	10,4
Aarde / Maan	9,81 / 1,62	Uranus	8,9
		Neptunus	11,2

Het zwaartepunt

Ieder voorwerp heeft een denkbeeldig punt waar de zwaartekracht aangrijpt. Dit is het **zwaartepunt** dat je op de volgende manier kunt bepalen. Zie figuur 18.

- hang het voorwerp draaibaar op aan een spijker
- teken een lijn uit het ophangpunt loodrecht naar beneden
- hang het voorwerp nu op aan een ander ophangpunt
- teken opnieuw een lijn loodrecht naar beneden
- het snijpunt van de twee lijnen is het zwaartepunt



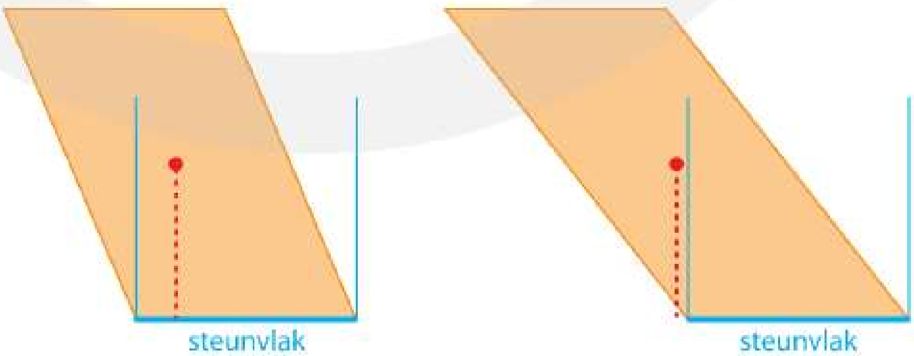
Figuur 18
Methode om het zwaartepunt te bepalen.

Een voorwerp in evenwicht

Een voorwerp is in evenwicht als het niet spontaan omvalt. Om in evenwicht te zijn, moet het zwaartepunt zich boven het **steunvlak** bevinden. Het steunvlak is de oppervlakte tussen de buitenste steunpunten.

Voorwerp in evenwicht → zwaartepunt ligt boven het steunvlak.

In figuur 19 zie je twee situaties. Links bevindt het zwaartepunt zich boven het steunvlak. Het voorwerp is daarom in evenwicht en valt niet om. Rechts bevindt het zwaartepunt zich naast het steunvlak. Dit voorwerp is niet in evenwicht maar valt om.



Figuur 19
Links ligt het zwaartepunt boven het steunvlak en is het blok in evenwicht. Rechts ligt het zwaartepunt niet boven het steunvlak en valt het blok om.

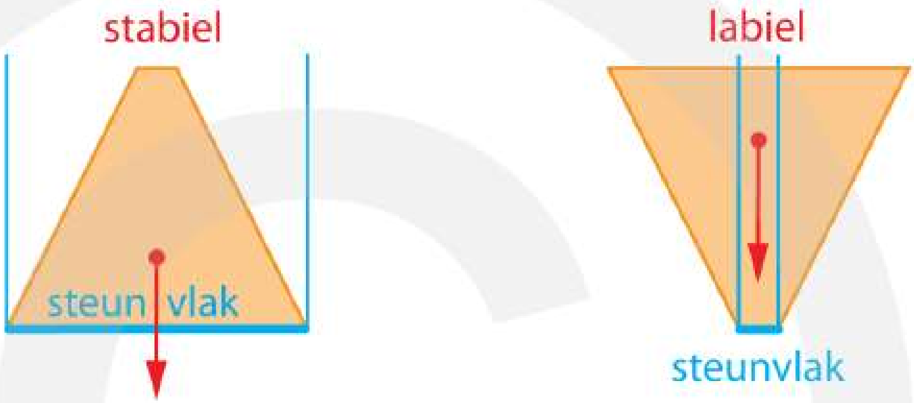
Stabiel en labiel evenwicht

Het evenwicht kan **stabiel** of **labiel** zijn. Bij een stabiel evenwicht kun je flinke duw geven zonder dat het voorwerp omvalt. Bij een labiel evenwicht is een klein duwtje al genoeg om het voorwerp om te laten vallen.

Een **stabiel evenwicht** krijg je als het steunvlak groot is en het zwaartepunt dichtbij het steunvlak ligt.

Een **labiel evenwicht** krijg je als het steunvlak klein is en het zwaartepunt ver boven het steunvlak ligt.

Stabiel evenwicht → groot steunvlak + zwaartepunt ligt laag.
Labiel evenwicht → klein steunvlak + zwaartepunt ligt hoog.



Figuur 20
Stabiel en labiel evenwicht.

Gewicht

Staat een voorwerp op een vloer, of hangt het aan een koord, dan oefent het een kracht uit op de vloer of op het koord. Deze kracht noemen we het **gewicht** van het voorwerp. Het gewicht is dus een kracht die **door het voorwerp** wordt uitgeoefend **op het steunvlak**.

Omdat gewicht een kracht is heeft het als eenheid newton (N). Een veel gemaakte fout is om gewicht in kilogram uit te drukken. In de natuurkunde mag dit niet, want kilogram is de eenheid van massa en niet van kracht.

Het gewicht is de kracht die door het voorwerp op het steunvlak wordt uitgeoefend.

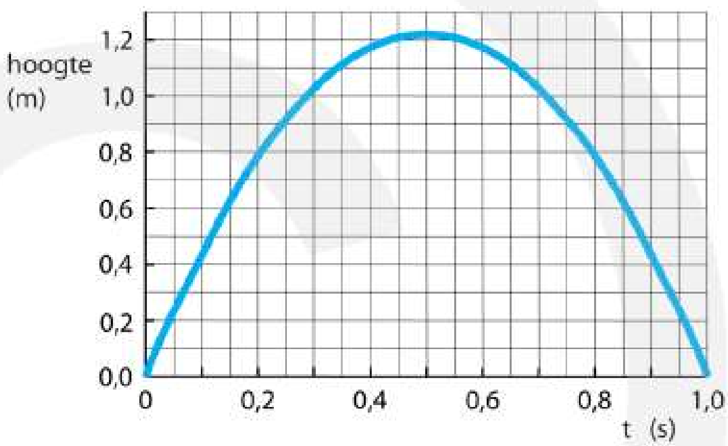
Het gewicht is een kracht en wordt uitgedrukt in newton (N).

Gewichtloos

Een weegschaal meet de kracht die een voorwerp uitoefent. Dit is het gewicht van het voorwerp en moet in newton worden uitgedrukt. Maar dat gebeurt niet. Een weegschaal geeft de gemeten waarde in kilogram. De weegschaal rekent namelijk het gewicht om naar massa. Op het oppervlak van de aarde geldt dat een massa van 1,00 kg een gewicht heeft van 9,81 N. De weegschaal meet dus de kracht in newton en deelt dit door 9,81 om de massa te berekenen. Zolang de weegschaal op aarde wordt gebruikt gaat dit goed, maar op de maan of tijdens een verticale versnelling of vertraging geeft de weegschaal een verkeerde waarde aan.

Als je omhoog springt en in de lucht zweeft krijg je eerst een vertraging omhoog van 9,81 m/s^2 en daarna een versnelling omlaag van 9,81 m/s^2. Tijdens de sprong omhoog en de val omlaag is je gewicht nul. Je bent dan **gewichtloos**. Stel dat je tijdens het vallen op een weegschaal staat, dan geeft deze nul kg aan. Maar je massa is natuurlijk niet veranderd. Zie figuur 21.

Tijdens een sprong omhoog of een val omlaag ben je gewichtloos.



Figuur 21 Als je in de lucht zweeft oefen je geen kracht uit op een vloer of op een koord en ben je gewichtloos. Er zijn speciale vliegtuigen die een parabolische vlucht maken met een vertraging / versnelling van 9,81 m/s^2. Tijdens deze vlucht ben je gewichtloos.

De normaalkracht

Krachten zijn in evenwicht als $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$. Dit is het geval als bijvoorbeeld een kist op een vloer staat. Op de kist werkt de zwaartekracht. Maar omdat bij evenwicht $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$ moet er behalve de zwaartekracht nog een kracht op de kist zijn. Dit is de kracht waarmee de vloer terugduwt tegen de kist. Deze kracht noem je de **normaalkracht F_n**. Op de kist werken dus twee krachten F_Z en F_n die even groot zijn en een tegengestelde richting hebben. Ze heffen elkaar dus op.

De normaalkracht is de kracht die door de vloer of door het koord op een voorwerp wordt uitgeoefend.

Later in dit hoofdstuk leer je dat krachten altijd in paren voorkomen. De kracht die A op B uitoefent is altijd even groot als de kracht die B op A uitoefent. Deze krachten hebben een tegengestelde richting. Het gewicht en de normaalkracht zijn daarom altijd even groot en tegengesteld gericht.

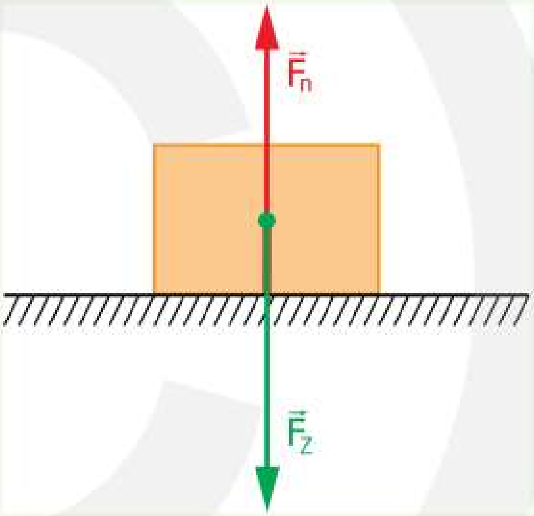
$$\vec{F}_n = -\vec{F}_{gewicht}$$

VOORBEELD doos op de vloer

In figuur 22 staat een doos op een vloer. Op de doos werken de zwaartekracht en de normaalkracht.

Het gewicht van de doos werkt niet op de doos maar op de vloer en is daarom niet getekend.

- F_z grijpt aan in het zwaartepunt van de doos
- F_n grijpt aan op de doos in het midden van het steunvlak
- de werklijnen van F_z en F_n gaan door het zwaartepunt



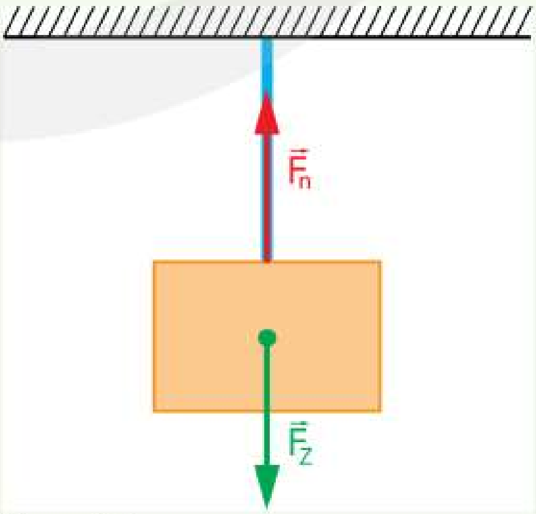
Figuur 22

VOORBEELD doos aan een koord

In figuur 23 hangt een doos aan een koord. Op de doos werken de zwaartekracht en de normaalkracht.

Het gewicht van de doos werkt niet op de doos maar op het koord en is daarom niet getekend.

- F_z grijpt aan in het zwaartepunt van de doos
- F_n grijpt aan op de doos daar waar het koord is bevestigd
- de werklijnen van F_z en F_n gaan door het zwaartepunt

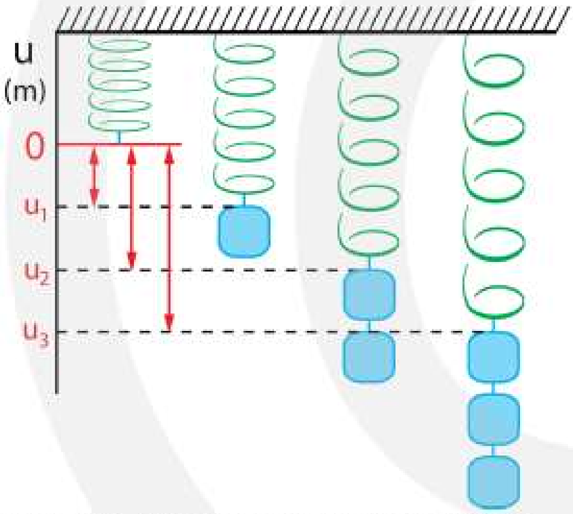


Figuur 23

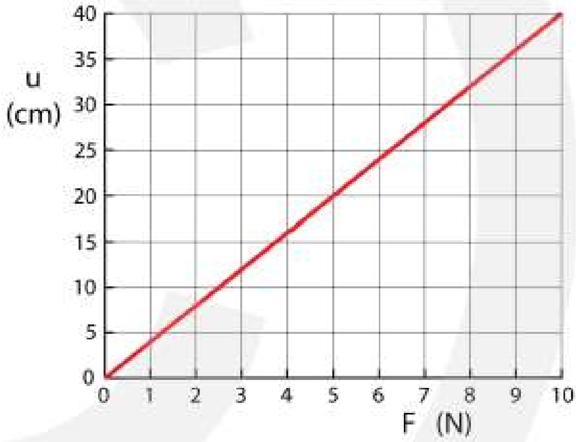
3.5 Kracht en vervorming

Een voorwerp waarop een kracht werkt vervormt. Bij stugge voorwerpen is deze vervorming niet te zien, maar bij flexibele voorwerpen wel. We kunnen de relatie tussen de vervorming en de kracht onderzoeken door massa's aan een spiraalveer te hangen. Zie figuur 24. De vervorming u_2 bij twee gelijke massa's is twee keer zo groot als de vervorming u_1 bij één massa. Bij drie massa's wordt de vervorming drie keer zo groot.

Het symbool voor vervorming is u.
De eenheid van vervorming is meter (m).



Figuur 24 Vervorming van een spiraalveer. u_2 is twee keer zo groot als u_1, u_3 is drie keer zo groot als u_1.



Figuur 25 (u, F)-diagram van een spiraalveer.

In het ideale geval is de vervorming **recht evenredig** met de kracht. Maak je de kracht bijvoorbeeld 3,5 keer zo groot, dan wordt de vervorming ook 3,5 keer zo groot. In een (u, F)- diagram staat de kracht op de horizontale as en de vervorming op de verticale as. De grafiek is een **rechte lijn door het nulpunt**. Door het nulpunt, want als je geen kracht uitoefent is de vervorming nul. In figuur 25 zie je een voorbeeld van een (u, F)-diagram. Voor de vervorming geldt de volgende formule:

$$\vec{F} = C \cdot \vec{u}$$

- F is de kracht op de spiraalveer in newton (N)
- C is de veerconstante in newton per meter (N/m)
- u is de vervorming van de spiraalveer in meter (m)

Veerconstante: C

De veerconstante C is het aantal newton dat nodig is om een voorwerp één meter uit te rekken of één meter in te drukken. Is C groot dan kost het veel kracht om het voorwerp te vervormen.

$$\text{veerconstante} = \frac{\text{kracht}}{\text{vervorming}} \quad \rightarrow \quad C = \frac{F}{u}$$

Uit de grafiek in figuur 25 kun je de veerconstante bepalen. Omdat de lijn recht is en door het nulpunt gaat kun je een willekeurig punt op de lijn kiezen.

- kies F = 10 N $\quad C = \frac{F}{u} \rightarrow C = \frac{10}{0{,}40} = 25\ \text{N/m}$
- kies F = 6 N $\quad C = \frac{F}{u} \rightarrow C = \frac{6}{0{,}24} = 25\ \text{N/m}$

Vervorming en lengte

Het is belangrijk om te onthouden dat de vervorming niet hetzelfde is als de lengte van de spiraalveer. Stel je hebt een spiraalveer van 10 cm lang. Als je er een gewichtje aan hang wordt hij 14 cm lang. De vervorming is in dat geval 14 – 10 = 4 cm. We gebruiken ℓ voor de lengte en u voor de vervorming die door een kracht wordt veroorzaakt.

Vervorming is de lengte met kracht min de lengte zonder kracht.

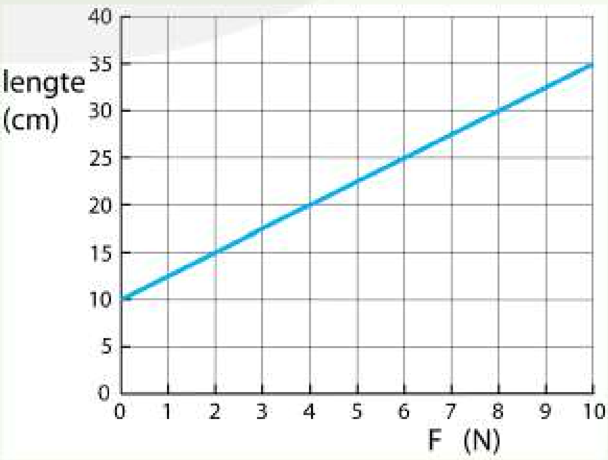
$$u = \ell_{\text{met kracht}} - \ell_{\text{zonder kracht}}$$

VOORBEELD de veerconstante bepalen

In figuur 26 zie je een diagram waarin de lengte van een spiraalveer is uitgezet tegen de kracht.

Bepaal de veerconstante.

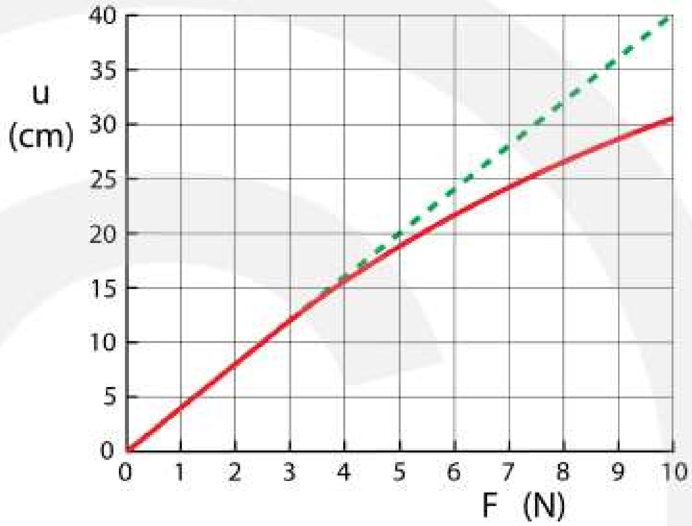
- $F = 0{,}0\ \text{N} \rightarrow \ell = 0{,}10\ \text{m}$
- $F = 10\ \text{N} \rightarrow \ell = 0{,}35\ \text{m}$
- $u = \ell_{\text{met kracht}} - \ell_{\text{zonder kracht}}$
- $u = 0{,}35 - 0{,}10 = 0{,}25\ \text{m}$
- $C = \frac{F}{u}$
- $C = \frac{10}{0{,}25} = 40\ \text{N/m}$



Figuur 26

Vervorming waarbij $F = C \cdot u$ niet geldt

Bij een ideale spiraalveer is de vervorming recht evenredig met de kracht, maar dat is niet altijd het geval. Vaak is het zo dat bij een kleine kracht de vervorming recht evenredig is, maar dat bij een grote kracht de formule $F = C \cdot u$ niet helemaal meer klopt. In figuur 27 zie je een situatie waarbij $F = C \cdot u$ alleen geldt voor een kracht kleiner dan 3 N. Bij een grote kracht wordt de veer stugger, waardoor C niet meer constant is maar steeds groter wordt. De grafiek is nu geen rechte lijn maar buigt af.



Figuur 27 (u, F)-diagram van een voorwerp. Bij het uitrekken wordt het voorwerp steeds stugger, waardoor de veerconstante toeneemt.

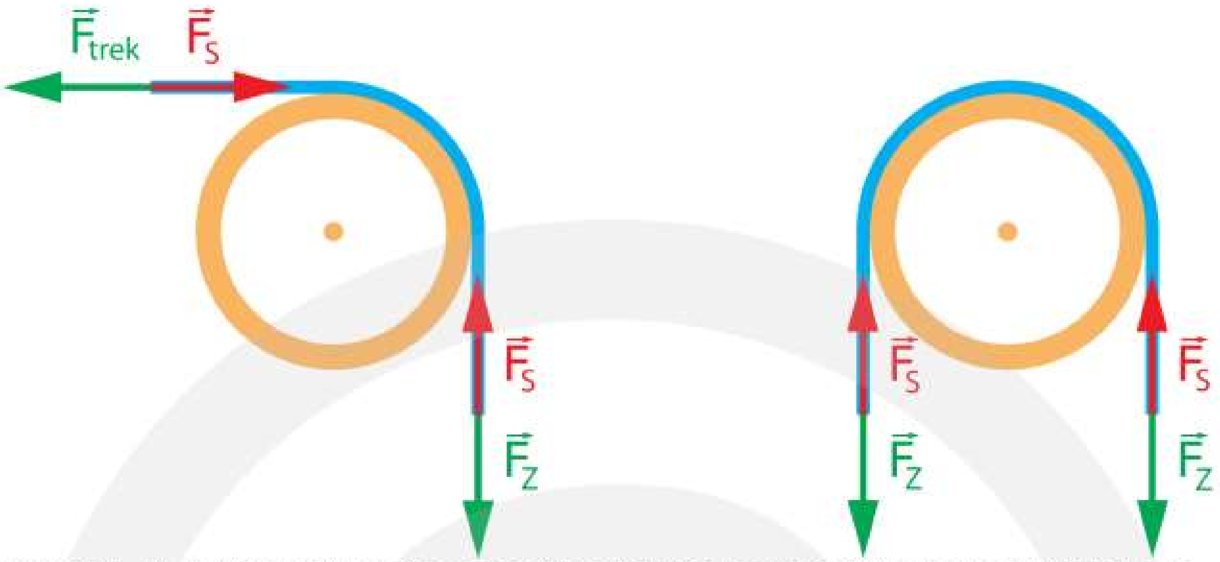
Spankracht

Een spankracht ontstaat als een koord wordt uitgerekt. Als er aan een koord wordt getrokken rekt het koord een beetje uit en komen de atomen op iets grotere afstand van elkaar. De atomen hebben een chemische binding en trekken elkaar aan zodra hun onderlinge afstand wordt vergroot. Deze aantrekkende kracht veroorzaakt een tegenkracht. De tegenkracht is aan beide uiteinden van het koord even groot.

In figuur 28 wordt een trekkracht F_{trek} uitgeoefend op een koord. Hierdoor wordt het koord uitgerekt waardoor er een spankracht F_S ontstaat. De spankracht heeft aan beide uiteinden dezelfde waarde. Ook als het koord, bijvoorbeeld via een katrol, de bocht om gaat heeft de spankracht aan beide uiteinden dezelfde waarde.

Figuur 28 Een kracht wordt uitgeoefend op een koord waardoor het koord wordt gespannen. Hierdoor ontstaat er een spankracht F_S die aan beide uiteinden even groot is.

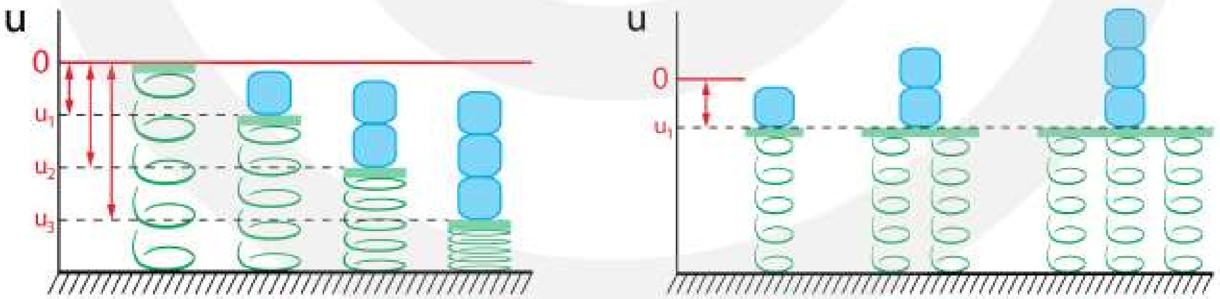
De spankracht in een koord is aan beide uiteinden gelijk.



Figuur 29 Als het uitgerekte koord een bocht maakt, bijvoorbeeld doordat het om een wiel is gelegd, zal de spankracht de bocht omgaan.

Druk

In figuur 30 zie je wat er gebeurt als je een ideale veer indrukt. Zet je één gewichtje op de veer dan is de vervorming u_1. Bij twee gewichtjes is de vervorming twee keer zo groot. Bij drie gewichtjes is de vervorming drie keer zo groot. De situatie verandert als niet alleen het aantal gewichtjes groter wordt maar ook het aantal veren. In figuur 30 zie je dat de vervorming niet verandert als de kracht zich verdeelt over de veren. Dit komt omdat het aantal veren evenveel toeneemt als de kracht. Per veer blijft de kracht hierdoor hetzelfde.



Figuur 30 Een veer wordt ingedrukt. Links: de vervorming neemt toe als de kracht groter wordt. Rechts: omdat de kracht zich verdeelt, blijft de vervorming hetzelfde.

Om dit te begrijpen gebruiken we het begrip **druk**.

$$\text{druk} = \frac{\text{kracht}}{\text{oppervlakte}} \quad \rightarrow \quad p = \frac{F}{A}$$

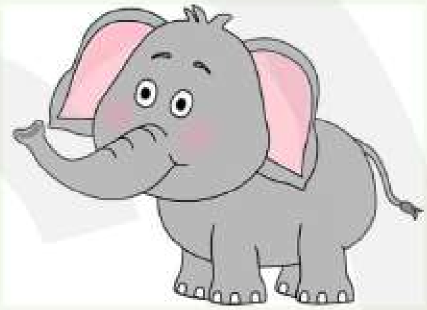
– p is de druk in newton per vierkante meter (N/m^2) (Engels, "pressure")
– F is de kracht in newton (N)
– A is de oppervlakte in vierkante meter (m^2) (Engels, "area")

Behalve N/m² wordt ook de Pascal (Pa) als eenheid van druk gebruikt. Er geldt:

$$1\ \mathrm{N/m^2} = 1\ \mathrm{Pa}$$

Hoeveel een voorwerp wordt vervormd, hangt niet alleen af van de kracht die erop wordt uitgeoefend, maar ook van de oppervlakte waarover deze kracht wordt verdeeld.

VOORBEELD olifant



Een olifant heeft een massa van 6000 kg. Zijn poten zijn 50 cm lang en 40 cm breed.

Bereken de druk die een poot van een olifant op de grond uitoefent.

- $F_z = m \cdot g$
- $F_z = 6000 \cdot 9{,}81 = 5{,}886 \cdot 10^4\ \mathrm{N}$
- kracht per poot: $\dfrac{5{,}886 \cdot 10^4}{4} = 1{,}4715 \cdot 10^4\ \mathrm{N}$
- oppervlakte van een poot: $0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}20\ \mathrm{m^2}$
- $p = \dfrac{F}{A} \rightarrow p = \dfrac{1{,}4715 \cdot 10^4}{0{,}2} = 7{,}3575 \cdot 10^4 = 7{,}4 \cdot 10^4\ \mathrm{N/m^2}$

VOORBEELD dame op naaldhakken

Een dame op naaldhakken heeft een massa van 50 kg. Een naaldhak heeft een oppervlakte van 1,0 cm². Op de twee hakken rust de helft van de massa.

Bereken de druk die één naaldhak op de grond uitoefent.

- $F_z = m \cdot g$
- $F_z = 50 \cdot 9{,}81 = 490{,}5\ \mathrm{N}$
- kracht per voet: $\dfrac{490{,}5}{2} = 245{,}25\ \mathrm{N}$
- kracht per naaldhak: $\dfrac{245{,}25}{2} = 122{,}625\ \mathrm{N}$
- oppervlakte van een naaldhak: $1{,}0\ \mathrm{cm^2} = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2}$
- $p = \dfrac{F}{A} \rightarrow p = \dfrac{122{,}625}{1{,}0 \cdot 10^{-4}} = 1{,}22625 \cdot 10^6 = 1{,}2 \cdot 10^6\ \mathrm{N/m^2}$

MERK OP: de naaldhak oefent 16 keer meer druk uit dan de poot van een olifant.

3.6 Kracht en versnelling

De drie wetten van Isaac Newton

Als er een resulterende kracht is komt een voorwerp in beweging. Het voorwerp versnelt of vertraagt. De grootte en/of de richting van de snelheid verandert. Hoe dit in zijn werk gaat staat precies beschreven in het boek "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" uit 1687 van Isaac Newton (Engeland, 1643 – 1726). Hij gaat uit van drie wetten die volgens hem altijd en overal geldig zijn. Zijn beroemde wetten in woorden én op een wiskundige manier opgeschreven vind je hieronder.

1 **Een voorwerp waarop geen resulterende kracht werkt is in rust of heeft een eenparig rechtlijnige beweging.**

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = \vec{0}$$

2 **Werkt er een resulterende kracht, dan krijgt het voorwerp een versnelling in de richting van de resulterende kracht.**

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

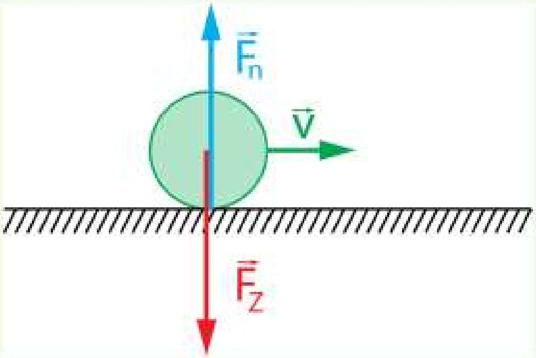
3 **Als voorwerp A een kracht uitoefent op voorwerp B, dan oefent B een even grote maar tegengesteld gerichte kracht uit op A.**

$$\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A}$$

Wet 1 – traagheid

VOORBEELD Wet 1 – bowlingbal

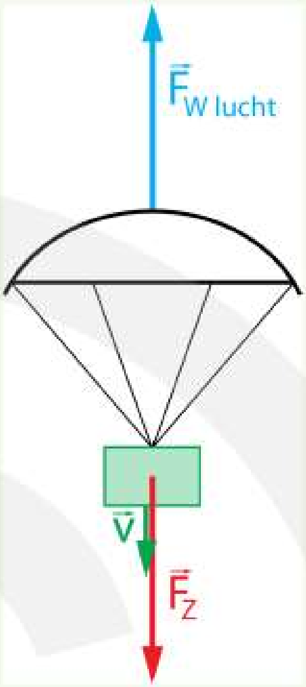
Een bowlingbal rolt vrijwel zonder weerstand. Er werken twee krachten op de bowlingbal F_Z en F_n. Deze krachten zijn even groot en tegengesteld gericht. ΣF is dus nul. Volgens de eerste wet van Newton is de versnelling dan ook nul. De snelheid van de bowlingbal verandert niet. De bal beweegt met een constante snelheid.



Figuur 31

VOORBEELD Wet 1 – parachute

Een voedselpakket wordt aan een parachute uit een vliegtuig gegooid. Op het pakket en de parachute werken twee krachten de zwaartekracht F_Z en de luchtweerstand $F_{W\,lucht}$. Deze krachten zijn even groot en tegengesteld gericht. ΣF is dus nul. Volgens de eerste wet van Newton is de versnelling dan ook nul. De snelheid van de parachute met pakket verandert niet. De parachute beweegt met een constante snelheid omlaag.



Figuur 32

Wet 2 – versnellen en vertragen

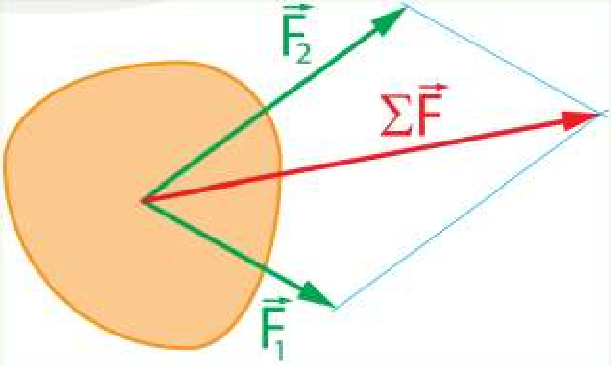
VOORBEELD Wet 2 – versnellen en vertragen

- Om de snelheid van een bowlingbal te veranderen is veel meer kracht nodig dan om de snelheid van een pingpongbal te veranderen.
- Om een auto in 5 seconden van 0 naar 100 km/h te brengen is meer kracht nodig dan om deze auto in 20 seconden van 0 naar 100 km/h te brengen.

VOORBEELD Wet 2 – versnellen en vertragen

Op een voorwerp met massa m werken twee krachten. De resulterende kracht is $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Omdat $\Sigma\vec{F}$ niet nul is gaat het voorwerp versnellen.

Deze versnelling is: $\vec{a} = \dfrac{\Sigma\vec{F}}{m}$



Figuur 33

Met de tweede wet van Newton kun je uitrekenen hoe groot de versnelling is als je een kracht op een voorwerp uitoefent. Je gaat hierbij als volgt te werk:

- tel alle krachten als vectoren bij elkaar op en bepaal ΣF
- bepaal de massa die gaat versnellen
- gebruik $\Sigma F = m \cdot a$

VOORBEELD auto met caravan

Een auto met caravan trekt op als het stoplicht op groen springt. De motor van de auto oefent een kracht van 3000 N uit. De auto heeft een massa van 1200 kg en de caravan heeft een massa van 800 kg. Wrijvingskrachten worden verwaarloosd.

Bereken de versnelling.
- de resulterende kracht is de motorkracht
- $\Sigma F = 3000\ \text{N}$
- $m = 1200 + 800 = 2000\ \text{kg}$
- $a = \dfrac{\Sigma F}{m} \rightarrow a = \dfrac{3000}{2000} = 1{,}5\ \text{m/s}^2$

Wet 3 – krachtenparen

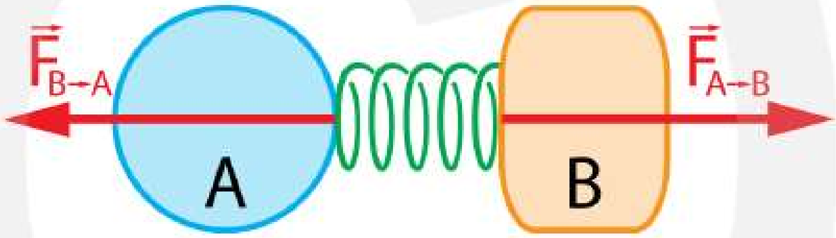
VOORBEELD Wet 3 – krachtenparen

- Een boek dat op een tafel ligt oefent een kracht uit op de tafel. De tafel oefent een even grote tegengestelde kracht uit op het boek.
- Als je een veer indrukt oefent je hand een kracht uit op de veer. Door de veer wordt een even grote tegengestelde kracht uitgeoefend op je hand.
- Als een auto optrekt oefenen de autobanden een kracht uit op het wegdek. Het wegdek oefent een even grote tegengestelde kracht uit op de auto.
- Als een ballon leegloopt oefent de ballon een kracht uit op de uitstromende lucht. De uitstromende lucht oefent een even grote tegengestelde kracht uit op de ballon.
- Een appel valt uit een boom. De aarde oefent een kracht uit op de appel. De appel oefent een even grote tegengestelde kracht uit op de aarde. Maar omdat de aarde een veel grotere massa heeft dan de appel merk je niet dat ook de aarde versnelt.

Actie = – reactie

De derde wet van newton $F_{A \to B} = -F_{B \to A}$ wordt soms geformuleerd als "actiekracht is min reactiekracht" of "actie is min reactie". Deze formulering suggereert dat er eerst een actiekracht is en pas daarna een reactiekracht, maar dat is niet het geval. Beide krachten zijn altijd tegelijkertijd aanwezig. De "actiekracht" en "reactiekracht" zijn samen het gevolg van een **interactie** van twee voorwerpen. A en B oefenen krachten uit **op elkaar**. Zie figuur 34.

Een bekende denkfout is dat de actiekracht en de reactiekracht elkaar opheffen omdat ze altijd even groot en tegengesteld gericht zijn. Volgens deze redenering is de resulterende kracht dan altijd nul. Maar dat is niet zo, want de actiekracht en de reactiekracht werken op **verschillende voorwerpen**. $F_{A \to B}$ is de kracht die voorwerp A op voorwerp B uitoefent en $F_{B \to A}$ is de kracht die B op A uitoefent. Op voorwerp A werkt dus alleen $F_{B \to A}$ en op voorwerp B werkt alleen $F_{A \to B}$. Als er geen andere krachten zijn zullen beide voorwerpen in tegengestelde richting versnellen. Het voorwerp met de kleinste massa versnelt het meest.



Figuur 34 Twee voorwerpen oefenen krachten op elkaar uit. Ze hebben interactie met elkaar.

3.7 Wrijving

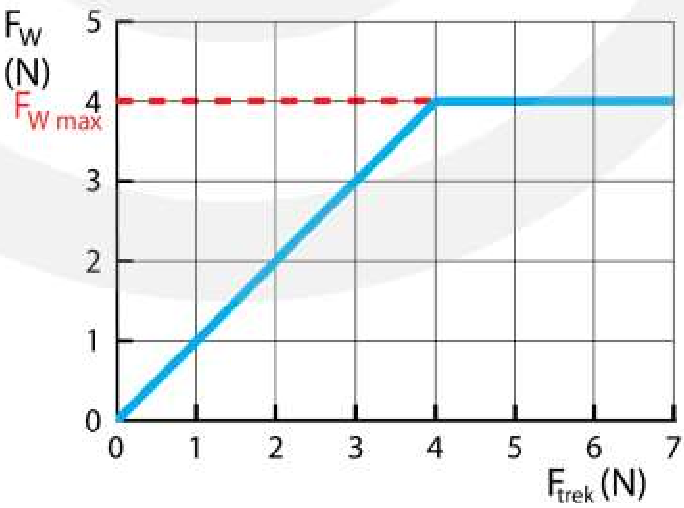
Een voorwerp waarop geen kracht werkt blijft met een constante snelheid in een rechte lijn bewegen. Maar in de dagelijkse praktijk komen bewegende voorwerpen na een poosje tot stilstand. Dit gebeurt omdat er een kracht werkt die het voorwerp afremt, de wrijvingskracht. Er zijn verschillende soorten wrijvingskrachten, de drie belangrijkste worden hier behandeld.

Schuifwrijving

Schuifwrijving treedt op als twee ruwe oppervlakken over elkaar schuiven. Oneffenheden op beide contactoppervlakken zorgen ervoor dat de voorwerpen alleen kunnen bewegen als ze een stukje van elkaar verwijderd worden. Zie figuur 35. In een extreem geval, van bijvoorbeeld klittenband, blijven de voorwerpen aan elkaar vasthaken en is de schuifwrijving buitengewoon groot.

Figuur 35 Om twee ruwe oppervlakken over elkaar heen te schuiven is een kracht nodig. Als F_{trek} de kleiner is dan $F_{W\,max}$ komt het voorwerp niet in beweging.

Om te bepalen hoe groot de wrijvingskracht maximaal kan worden kun je met een krachtmeter trekken aan een blok dat op een tafel ligt. Het blok gaat pas bewegen als de trekkracht groter is dan de **maximale wrijvingskracht $F_{W\,max}$**. Zie figuur 36.



Figuur 36 Als het blok stilstaat is F_W gelijk aan F_{trek}. Bij een bepaalde trekkracht bereikt F_W zijn maximale waarde en begint het blok te schuiven.

Als de trekkracht vanaf nul toeneemt neemt de wrijvingskracht met dezelfde hoeveelheid toe, zodat het blok niet in beweging komt. Bij een bepaalde trekkracht bereikt de wrijvingskracht zijn maximale waarde $F_{W\,max}$. Als $F_{trek} = F_{W\,max}$ staat het blok stil of beweegt het met een constante snelheid. Als F_{trek} groter is dan $F_{W\,max}$ versnelt het blok.

– Het blok **staat stil** als $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{trek} + \vec{F}_W = 0 \quad \rightarrow \quad F_{trek} = F_W$

– Het blok krijgt een **constante snelheid** als $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{trek} + \vec{F}_{W\,max} = 0 \quad \rightarrow \quad F_{trek} = F_{W\,max}$

– Het blok **versnelt** als $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{trek} + \vec{F}_{W\,max} > 0 \quad \rightarrow \quad F_{trek} > F_{W\,max} \quad \rightarrow \quad a = \dfrac{F_{trek} - F_{W\,max}}{m}$

Om slijtage te voorkomen worden oppervlakken die vaak langs elkaar schuiven zo glad mogelijk gemaakt (gepolijst) en wordt er tussen de oppervlakken een laagje olie aangebracht (smering).

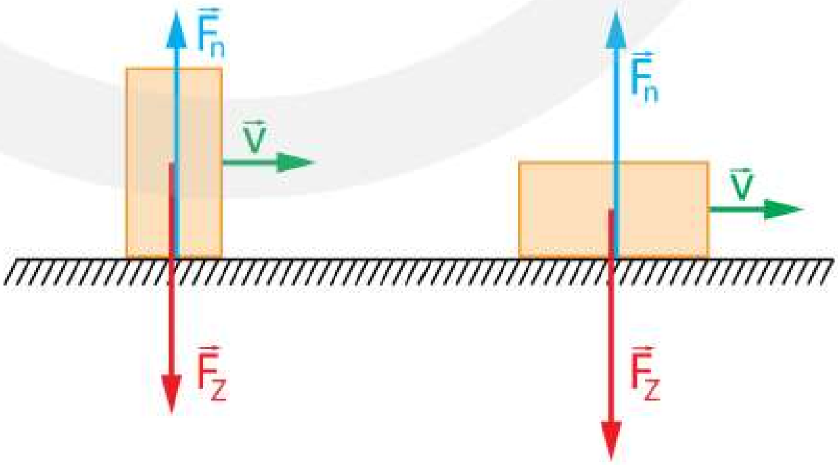
De maximale wrijvingskracht wordt bepaald door de ruwheid van de twee contactoppervlakken en door de normaalkracht. Er is een recht evenredig verband tussen de maximale wrijvingskracht en de normaalkracht.

$$F_{W\,max} = f \cdot F_n$$

De ruwheid van beide contactoppervlakken bepaalt de waarde van f

– $F_{W\,max}$ is de maximale wrijvingskracht bij schuifwrijving in newton (N).
– f is de wrijvingscoëfficiënt die de ruwheid in rekening brengt. Geen eenheid.
– F_n is de normaalkracht in newton (N).

De formule $F_{W\,max} = f \cdot F_n$ geeft aan dat als je een kist over een vloer verschuift het er niet toe doet of de kist rechtop staat of ligt. In figuur 37 is rechtop het contactoppervlak twee keer zo klein als liggend. Rechtop zijn er dus twee keer minder atomen die aan elkaar "vasthaken" dan liggend. Maar rechtop is de kracht waarmee de atomen tegen elkaar aan worden geduwd twee keer zo groot, waardoor de atomen twee keer zo sterk aan elkaar vasthaken. Beide invloeden heffen elkaar op. Vandaar dat in de formule alleen de wrijvingscoëfficiënt f en de normaalkracht voorkomt en niet het contactoppervlak.



Figuur 37 De maximale wrijvingskracht bij het verschuiven is voor een rechtopstaande kist even groot als voor een liggende kist.

De wrijvingscoëfficiënt f vertoont een opmerkelijk gedrag. Bij voorwerpen die stilstaan heeft f een andere waarde dan bij voorwerpen die bewegen. Er zijn dus twee verschillende wrijvingscoëfficiënten één voor stilstaan: $f_{stilstaan}$ en één voor bewegen: $f_{bewegen}$. De ervaring leert dat de kracht die het kost om een stilstaand voorwerp in beweging te brengen groter is dan de kracht die nodig is om een bewegend voorwerp in beweging te houden. Er geldt:

$$f_{stilstaan} > f_{bewegen}$$

Dit wordt veroorzaakt doordat bij stilstaan de twee ruwe oppervlakken zich steviger aan elkaar vasthaken dan bij beweging. Bij berekeningen houden we meestal geen rekening met de extra kracht die nodig is om een voorwerp in beweging te brengen.

Rolwrijving (rolweerstand)

Bij rollen is de wrijvingskracht een stuk kleiner dan bij schuiven. Dit komt omdat bij het rollen oneffenheden van de contactoppervlakken geen grote invloed hebben. Al heel lang geleden heeft de mens dit begrepen en sindsdien worden er wielen gebruikt om zware voorwerpen te verplaatsen.

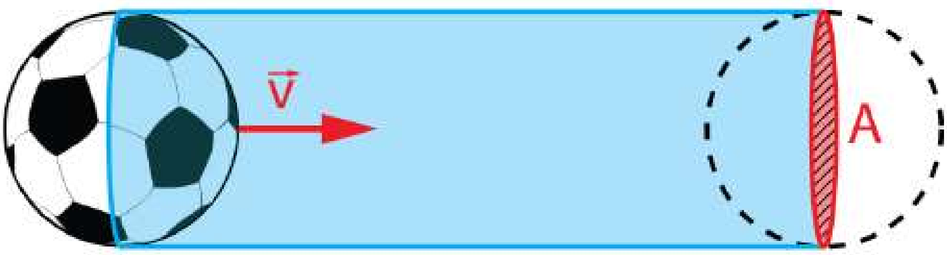
Het contactoppervlak tussen een wiel en de ondergrond is klein. Omdat het gewicht over een relatief klein contactoppervlak wordt verdeeld is de druk groot. Hierdoor vervormen het wiel en de ondergrond een beetje. Deze vervorming veroorzaakt de rolwrijving. Een grote rolwrijving ontstaat als een zwaar voorwerp op zachte banden over een zachte ondergrond rijdt. Voor een kleine rolwrijving moeten zowel de wielen als de ondergrond moeilijk zijn te vervormen. Een trein heeft stalen wielen en rijdt op ijzeren rails. De rolwrijving van een trein is daarom erg klein.

De grootte van de rolwrijving wordt bepaald door de vervorming van het wiel en van de ondergrond.

Luchtwrijving (luchtweerstand)

Een voorwerp dat door de lucht beweegt botst voortdurend tegen stikstof en zuurstof moleculen. Bij iedere botsing raakt het een beetje snelheid kwijt. De ontelbare botsingen veroorzaken samen een tegenwerkende kracht. Dit is de luchtweerstand. Ieder voorwerp dat door gas of vloeistof beweegt ondervindt dit type weerstand.

In figuur 38 zie je hoe een bal zich door de lucht verplaatst. De bal heeft tijdens zijn beweging met alle moleculen in het blauwe gebied gebotst. Als de bal een grotere snelheid heeft bots hij per seconde met meer moleculen, waardoor de luchtweerstand groter wordt.



Figuur 38 Een bal met frontaal oppervlakte A beweegt door de lucht.

Behalve de snelheid zijn ook de vorm en de grootte van de oppervlakte loodrecht op de bewegingsrichting belangrijk. Deze oppervlakte noem je de **frontale oppervlakte**. Een voorwerp met een groot frontaal oppervlak ondervindt een grotere luchtweerstand dan een voorwerp met een klein, schuin oplopend, frontaal oppervlak. De vorm van de frontale oppervlakte en de hoek van dit vlak ten opzichte van de bewegingsrichting bepaalt de **stroomlijn** van het voorwerp. Een voorwerp met een betere stroomlijn heeft minder luchtweerstand.

Onderstaande formule voor de luchtweerstand geldt bij benadering voor voorwerpen die zich met relatief hoge snelheid door een ijl medium voortbewegen.

$$F_W = \tfrac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

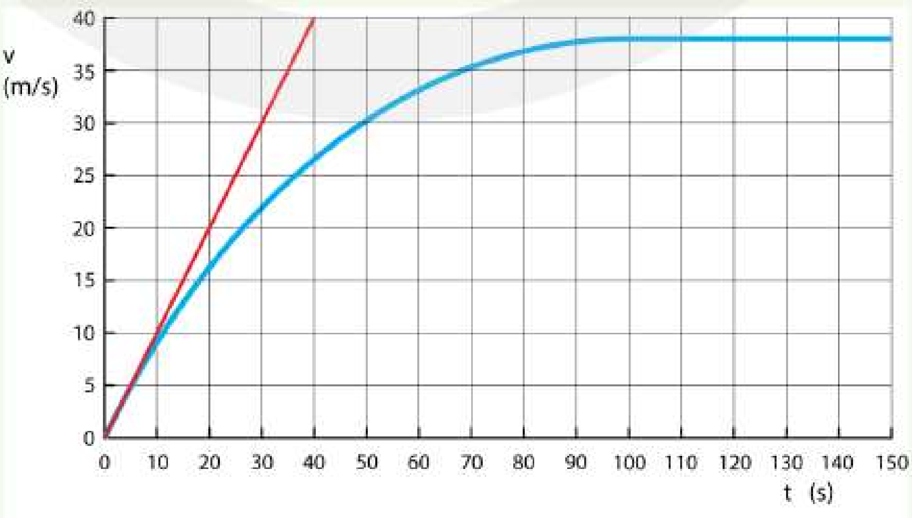
- F_W is de luchtwrijvingskracht (luchtweerstand) in newton (N)
- c_w is de luchtweerstandscoëfficiënt die de stroomlijn van het voorwerp in rekening brengt (geen eenheid)
- ρ is de dichtheid van lucht in kilogram per kubieke meter (kg/m^3)
- A is de frontale oppervlakte van het voorwerp in vierkante meter (m^2)
- v is de snelheid van het voorwerp in meter per seconde (m/s)

Invloed van wrijving op de snelheid

Een (v, t)-diagram geeft veel informatie over de aanwezigheid van wrijving. Stel dat een auto optrekt uit stilstand. In het begin is de snelheid klein en is er nog geen luchtweerstand. Er is alleen rolweerstand. Als de snelheid groter wordt neemt ook de luchtweerstand toe. De rolweerstand is niet afhankelijk van de snelheid en blijft gelijk.

VOORBEELD het optrekken van een auto

Een auto met een massa van 1200 kg trekt op uit stilstand. De motor levert een constante kracht van 1500 N. Figuur 39 is het (v, t)-diagram van de auto.



Figuur 39

Bepaal de rolwrijving.

- bepaal de versnelling op $t=0$ $\rightarrow$ teken een lange raaklijn
- $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ $\rightarrow$ $a=\frac{40}{40}=1{,}0\ m/s^2$
- $\Sigma F=m\cdot a$ $\rightarrow$ $\Sigma F=1200\cdot 1{,}0=1200\ N$
- $\Sigma\vec{F}=\vec{F}_{motor}+\vec{F}_W$
- $1200=1500-F_W$ $\rightarrow$ $F_W=300\ N$
- op $t=0$ is er geen luchtweerstand $\rightarrow$ $F_{W\ rol}=300\ N$

Bepaal de luchtweerstand bij maximale snelheid.

- maximale snelheid $\rightarrow$ v is constant $\rightarrow$ $\Sigma F=0$
- $\Sigma\vec{F}=\vec{F}_{motor}+\vec{F}_W=0$ $\rightarrow$ $F_W=F_{motor}=1500\ N$
- $F_W=F_{W\ rol}+F_{W\ lucht}$
- $1500=300+F_{W\ lucht}$ $\rightarrow$ $F_{W\ lucht}=1200\ N$

De luchtweerstand wordt groter als de snelheid toeneemt. Dit merk je als je bijvoorbeeld een bal van een grote hoogte naar beneden laat vallen. Vlak nadat je hem hebt losgelaten heeft de bal een versnelling van 9,81 m/s². Tijdens het vallen neemt de snelheid toe, net zolang tot de luchtweerstand even groot is geworden als de zwaartekracht. Vanaf dat moment is de resulterende kracht nul en krijgt de bal een constante snelheid.

VOORBEELD het vallen van een bal

Je laat een eikenhouten bal met een diameter van 12 cm vallen. Na een poosje krijgt de bal een constante snelheid. Voor een bal geldt $c_w=0{,}5$.

Bereken de constante snelheid die de bal krijgt.

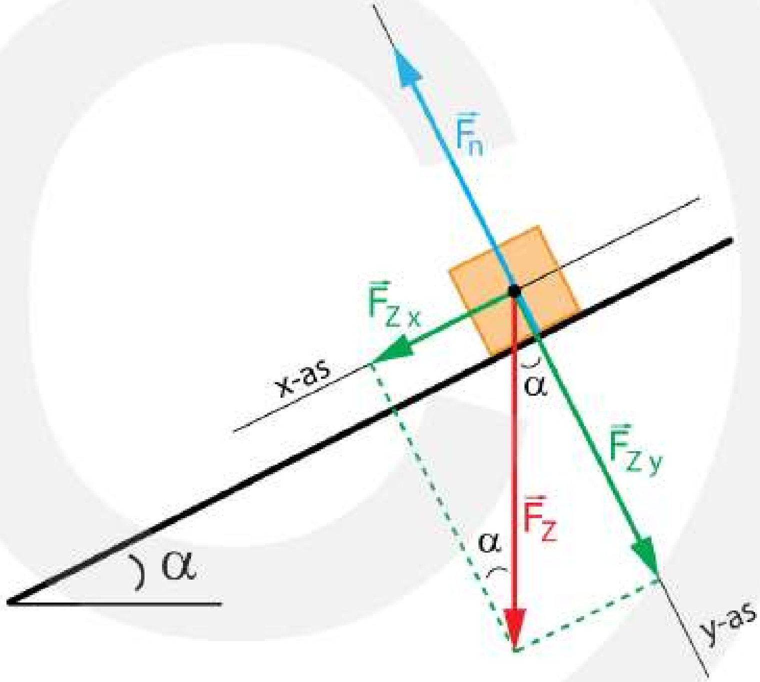
- $m=\rho\cdot V$ met ρ de dichtheid van eikenhout ($\rho_{eikenhout}=0{,}78\cdot 10^3\ kg/m^3$)
- volume bol: $V=\frac{4}{3}\pi\cdot r^3$ met $r=6{,}0\cdot 10^{-2}\ m$
- $V=\frac{4}{3}\pi\cdot\left(6{,}0\cdot 10^{-2}\right)^3=9{,}04779\cdot 10^{-4}\ m^3$
- $m=0{,}78\cdot 10^3\cdot 9{,}04779\cdot 10^{-4}=0{,}705727\ kg$
- $F_z=m\cdot g$ $\rightarrow$ $F_z=0{,}705727\cdot 9{,}81=6{,}92319\ N$
- frontale oppervlak is oppervlak cirkel met een straal van 6,0 cm
- $A=\pi\cdot r^2$ $\rightarrow$ $A=\pi\cdot\left(6{,}0\cdot 10^{-2}\right)^2=1{,}13097\cdot 10^{-2}\ m^2$
- constante snelheid: $\Sigma\vec{F}=\vec{F}_z+\vec{F}_W=0$ $\rightarrow$ $F_W=F_z$
- $F_W=\frac{1}{2}\cdot c_w\cdot\rho\cdot A\cdot v^2$
- $\frac{1}{2}\cdot 0{,}5\cdot 1{,}293\cdot 1{,}13097\cdot 10^{-2}\cdot v^2=6{,}92319$ $\rightarrow$ $v=43{,}51694=44\ m/s$

3.8 Krachten op een helling

Een voorwerp op een helling zonder wrijving

Als je een voorwerp op een helling zet kan het naar beneden glijden. Dit gebeurt alleen als de helling steil genoeg is. In deze paragraaf gaan we onderzoeken hoe krachten op een helling werken.

In figuur 40 zie je een blok op een helling. Er werken twee krachten op het blok, de zwaartekracht F_Z en de normaalkracht F_n. Omdat we willen weten hoe groot de kracht langs de helling naar beneden is, splitsen we de zwaartekracht in de componenten $F_{Z\,x}$ en $F_{Z\,y}$. Zoals je in figuur 40 kunt zien geldt: $\vec{F}_Z = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_{Z\,y}$.



Figuur 40 Blok op een helling. Op het blok werken twee krachten $\vec{F}_Z$ en $\vec{F}_n$. $\vec{F}_{Z\,x}$ en $\vec{F}_{Z\,y}$ zijn de componenten van $\vec{F}_Z$.

$$\vec{F}_Z = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_{Z\,y}$$

– $F_{Z\,x}$ is de x-component van F_Z langs de helling naar beneden
– $F_{Z\,y}$ is de y-component van F_Z loodrecht op de helling naar beneden

Uit figuur 40 blijkt dat de hoek tussen $\vec{F}_Z$ en $\vec{F}_{Z\,y}$ gelijk is aan de hellingshoek α. En als je naar de krachtpijlen kijkt zie je dat $\sin\alpha = \frac{F_{Z\,x}}{F_Z}$ en $\cos\alpha = \frac{F_{Z\,y}}{F_Z}$. Hieruit volgt

$$F_{Z\,x} = F_Z \cdot \sin\alpha \qquad F_{Z\,y} = F_Z \cdot \cos\alpha$$

– de normaalkracht –

$F_{z\,y}$ is de kracht waarmee het blok tegen de helling duwt. Dit is het gewicht van het blok. De kracht waarmee de helling terugduwt tegen het blok is de normaalkracht F_n. In overeenstemming met de derde wet van Newton zijn $F_{z\,y}$ en F_n even groot en tegengesteld gericht.

$$\vec{F}_n = -\vec{F}_{z\,y}$$

– ΣF zonder wrijving –

Voor de resulterende kracht op het blok geldt: $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_z + \vec{F}_n \rightarrow \Sigma\vec{F} = \vec{F}_{z\,x} + \vec{F}_{z\,y} + \vec{F}_n$

Omdat $\vec{F}_n = -\vec{F}_{z\,y}$ vinden we $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{z\,x}$. Als er geen wrijving is krijgt het blok een versnelling van $a = \dfrac{F_{z\,x}}{m}$.

Zonder wrijving $\quad \Sigma\vec{F} = \vec{F}_{z\,x}$

VOORBEELD kist op een helling zonder wrijving

Een kist met een massa van 5,0 kg staat op een helling, zie figuur 40.

Bepaal $F_{z\,x}$.

- $F_z = m \cdot g \rightarrow F_z = 5 \cdot 9{,}81 = 4{,}905\,\text{N}$
- lengte krachtpijl F_z = 49 mm | lengte krachtpijl $F_{z\,x}$ = 22 mm
- verhoudingstabel:

newton	4,905	x
millimeter	49	22

- kruislings vermenigvuldigen: $4{,}905 \cdot 22 = 49 \cdot x$
- $x = \dfrac{4{,}905 \cdot 21}{49} \rightarrow x = \dfrac{107{,}91}{49} = 2{,}2$
- $F_{z\,x} = 2{,}2\,\text{N}$

OOK GOED

- $F_z = m \cdot g \rightarrow F_z = 5 \cdot 9{,}81 = 4{,}905\,\text{N}$
- opmeten → hoek α is 27°
- $F_{z\,x} = F_z \cdot \sin\alpha$
- $F_{z\,x} = 4{,}905 \cdot \sin 27 = 2{,}227 = 2{,}2\,\text{N}$

Bereken de versnelling van de kist.

- $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{z\,x} \rightarrow \Sigma F = 2{,}2\,\text{N}$
- $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow 2{,}2 = 5 \cdot a \rightarrow a = 0{,}44\,\text{m/s}^2$

Een zware kist met een massa van 25 kg staat op dezelfde helling. Zie figuur 40.

Beredeneer hoe groot $F_{Z\,x}$ voor deze zware kist zal zijn.

- F_Z is 5 keer zo groot
- de verhouding tussen F_Z en $F_{Z\,x}$ blijft gelijk (want de helling is gelijk)
- $F_{Z\,x}$ is ook 5 keer zo groot → $F_{Z\,x} = 5 \cdot 2{,}2 = 11\,N$

Beredeneer hoe groot de versnelling voor deze zware kist zal zijn.

- $F_{Z\,x}$ is 5 keer zo groot → ΣF is ook 5 keer zo groot (want $\Sigma F = F_{Z\,x}$)
- $\Sigma F = m \cdot a$
- ΣF is 5 keer zo groot én m is 5 keer zo groot
- a blijft gelijk → $a = 0{,}44\,m/s^2$

Een voorwerp op een helling met wrijving

Zonder wrijving krijgt een voorwerp op een helling altijd een versnelling. Als er wél wrijving is hoeft dit niet het geval te zijn. Dit hangt af van hoe groot $F_{Z\,x}$ en F_W zijn.
Voor de krachten op het blok geldt: $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_Z + \vec{F}_n + \vec{F}_W \;\rightarrow\; \Sigma\vec{F} = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_{Z\,y} + \vec{F}_n + \vec{F}_W$

Omdat $\vec{F}_n = -\vec{F}_{Z\,y}$ vinden we $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_W$.

Met wrijving $$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_W$$

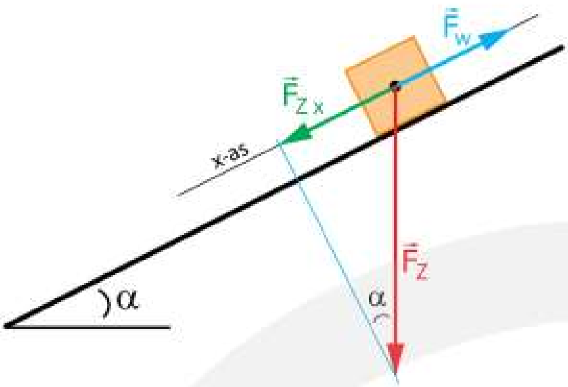
Zoals we bij schuifwrijving hebben gezien is de wrijvingskracht gelijk aan de trekkracht tot de maximale wrijvingskracht is bereikt. Een nog grotere trekkracht zal het voorwerp in beweging brengen en laten versnellen. In dit geval wordt de trekkracht geleverd door de zwaartekracht.

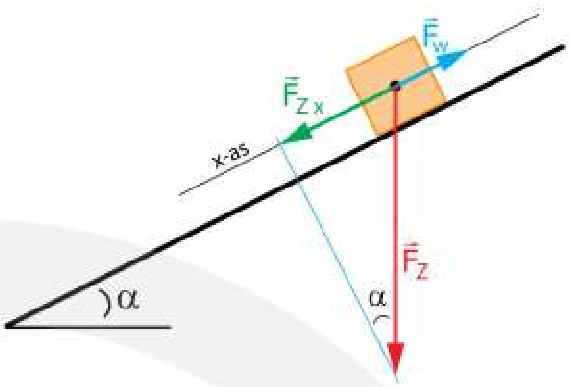
– stilstaan of constante snelheid –

Als het blok stilstaat is de resulterende kracht nul: $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_W = 0 \;\rightarrow\; F_W = F_{Z\,x}$.

– versnellen naar beneden –

Als het blok stilstaat geldt: $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_W = 0 \;\rightarrow\; F_W = F_{Z\,x}$. Maken we de hellingshoek groter dan wordt $F_{Z\,x}$ ook steeds groter. Het blok blijft stilstaan zolang $F_W = F_{Z\,x}$. Bij een bepaalde hoek krijgt F_W zijn maximale waarde. Maken we de hoek nog groter dan gaat het blok naar beneden versnellen. De versnelling die het blok krijgt bereken je met: $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_{W\,max} = m \cdot a$





Figuur 41 Blok staat stil op een helling.
Stilstaan → $F_W = F_{Z\,x}$.

Figuur 42 Blok versnelt naar beneden.
Versnellen → $F_{Z\,x} - F_{W\,max} = m \cdot a$.

Versnelling met wrijving $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_{W\,max} = m \cdot \vec{a}$

VOORBEELD kist op een helling met wrijving

Een kist met een massa van 5,0 kg staat op een helling. Zie figuur 41.

Bepaal $F_{Z\,x}$.

- $F_Z = m \cdot g \;\rightarrow\; F_Z = 5 \cdot 9{,}81 = 4{,}905\ \text{N}$
- opmeten lengte krachtpijl F_Z = 38 mm
- opmeten lengte krachtpijl $F_{Z\,x}$ = 17 mm
- verhoudingstabel:

newton	4,905	x
millimeter	38	17

- $4{,}905 \cdot 17 = 38 \cdot x \;\rightarrow\; x = 2{,}19434 \;\rightarrow\; F_{Z\,x} = 2{,}2\ \text{N}$

OOK GOED

- $F_Z = m \cdot g \;\rightarrow\; F_Z = 5 \cdot 9{,}81 = 4{,}905\ \text{N}$
- opmeten → hoek α is 27°
- $F_{Z\,x} = F_Z \cdot \sin\alpha$
- $F_{Z\,x} = 4{,}905 \cdot \sin 27 = 2{,}2268 = 2{,}2\ \text{N}$

Bepaal $F_{W\,max}$.

- $F_Z = m \cdot g \;\rightarrow\; F_Z = 5 \cdot 9{,}81 = 4{,}905\ \text{N}$
- opmeten lengte krachtpijl F_Z = 38 mm
- opmeten lengte krachtpijl $F_{W\,max}$ = 10 mm
- verhoudingstabel:

newton	4,905	x
millimeter	38	10

- $4{,}905 \cdot 10 = 38 \cdot x \;\rightarrow\; x = 1{,}29079 \;\rightarrow\; F_{W\,max} = 1{,}3\ \text{N}$

Bereken de versnelling van de kist.

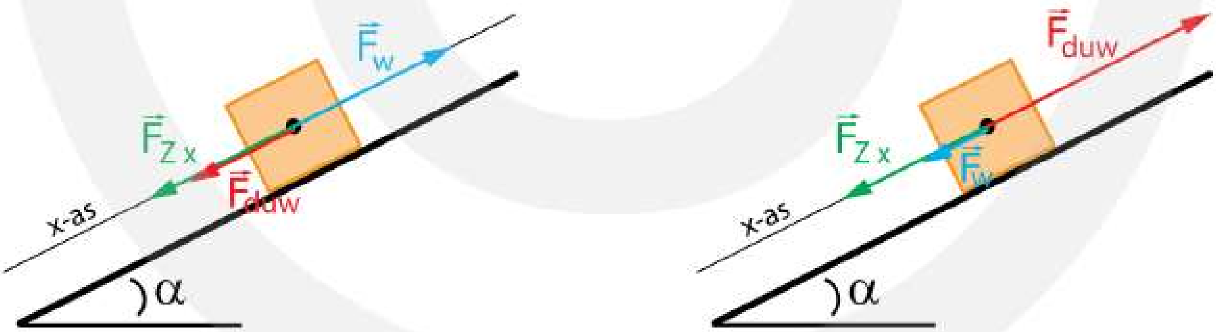
- $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_{W\,max} \quad \rightarrow \quad \Sigma F = 2{,}19434 - 1{,}29079 = 0{,}90355 = 0{,}90\ N$
- $\Sigma F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad 0{,}90355 = 5 \cdot a \quad \rightarrow \quad a = 0{,}18071 = 0{,}18\ m/s^2$

Een voorwerp verplaatsen op een helling.

Als $F_{w\,max}$ groter is dan $F_{Z\,x}$ zal het blok niet spontaan naar beneden glijden. Wil je het blok toch verplaatsen dan moet je een kracht uitoefenen. Bij het opstellen van de krachtenbalans in de x-richting moet je goed nadenken over de richting van de wrijvingskracht. De wrijvingskracht is altijd tegengesteld gericht aan de bewegings-richting. Duw je een kist naar beneden dan staat de wrijvingskracht omhoog. Trek je een kist omhoog dan staat de wrijvingskracht naar beneden. Zie figuur 43.

Krachtenbalans: $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{duw} + \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_{W\,max} = m \cdot \vec{a}$

De wrijvingskracht is tegengesteld aan de bewegingsrichting.



Figuur 43 Bij beweging omlaag staat F_W omhoog en bij beweging omhoog staat F_W omlaag.

VOORBEELD een blok op een helling met wrijving in rust

Een kist van 10 kg staat op een helling met een hoek van 15°. De kist is in rust.

Bereken de grootte van de wrijvingskracht.

- $F_Z = m \cdot g = 10 \cdot 9{,}81 = 98{,}1 N$
- $F_{Z\,x} = F_Z \cdot \sin\alpha \quad \rightarrow \quad F_{Z\,x} = 98{,}1 \cdot \sin 15 = 25{,}39 = 25\ N$
- blok in rust $\rightarrow \Sigma F = 0$
- $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_W = 0 \quad \rightarrow \quad F_W = F_{Z\,x} = 25\ N$.

Bereken de grootte van de normaalkracht.

- $F_{Zy} = F_Z \cdot \cos\alpha \quad \rightarrow \quad F_{Zy} = 98{,}1 \cdot \cos 15 \; = \; 95\,N$
- $F_n = F_{Zy} = 95\,N$ *(F_n en F_{Zx} zijn tegengesteld gericht)*

VOORBEELD een blok op een helling met wrijving in beweging

Een kist van 10 kg staat op een helling met een hoek van 20°. De maximale wrijvingskracht $F_{W\,max}$ heeft een grootte van 25 N. De kist versnelt.

Bereken de grootte van de resulterende kracht.

- $F_Z = m \cdot g = 10 \cdot 9{,}81 \; = \; 98{,}1\,N$
- $F_{Zx} = F_Z \cdot \sin\alpha \quad \rightarrow \quad F_{Zx} = 98{,}1 \cdot \sin 20° \; = \; 33{,}5522\,N$
- blok versnelt → F_W heeft zijn maximale waarde bereikt
- $F_W = F_{W\,max} = 25\,N$.
- $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{Zx} + \vec{F}_{W\,max} \quad \rightarrow \quad \Sigma F = 33{,}5522 - 25 = 8{,}5522 = 8{,}6\,N$

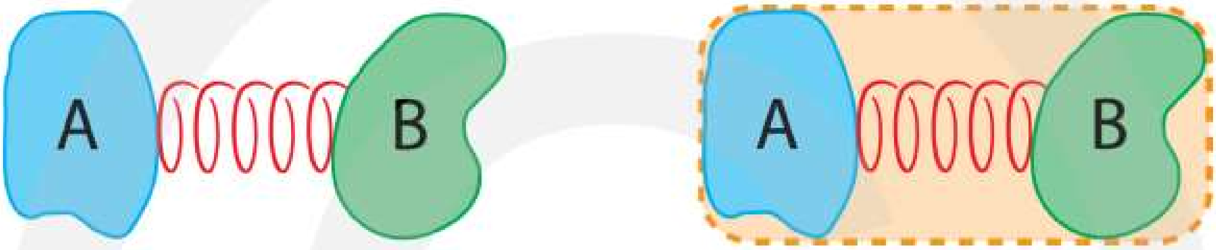
Bereken de versnelling van de kist.

- $\Sigma F = 8{,}5522\,N \;\; | \;\; m = 10\,kg \;\; | \;\; a = \ldots m/s^2$
- $\Sigma F = m \cdot a$
- $a = \dfrac{F_{Zx} - F_{W\,max}}{m} = \dfrac{8{,}5522}{10} \; = \; 0{,}86\,m/s^2$

3.9 Gekoppelde voorwerpen

Gekoppelde voorwerpen

Voorwerpen die niet onafhankelijk van elkaar kunnen bewegen zijn aan elkaar gekoppeld. In figuur 44 zie je gekoppelde voorwerpen A en B. De wetten van Newton gelden voor ieder voorwerp. Dat wil zeggen dat we ze mogen toepassen op alleen A, op alleen B, of op AB als geheel. Bij het oplossen van vraagstukken komt deze laatste mogelijkheid goed van pas. Vat je AB op als één voorwerp, dan hoef je in je berekeningen geen rekening te houden met wat zich binnen in dit voorwerp afspeelt.

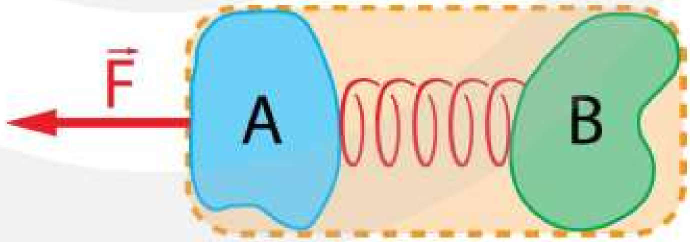


Figuur 44 Gekoppelde voorwerpen. Links worden A en B opgevat als twee gekoppelde voorwerpen. Rechts wordt AB opgevat als één voorwerp.

Wordt er een resulterende kracht uitgeoefend op AB dan gaat het voorwerp in zijn geheel versnellen. Om de versnelling te berekenen gebruik je $\Sigma F = m \cdot a$. De massa van voorwerp AB is de massa van A plus de massa van B (plus de spiraalveer).

De versnelling van voorwerp AB is ook de versnelling van A en B afzonderlijk. Hieruit kun je de kracht tussen A en B uitrekenen. Je past hierbij $\Sigma F = m \cdot a$ toe op A en B afzonderlijk. Voor de kracht waarmee A aan B trekt geldt: $\Sigma F_B = m_B \cdot a_{AB}$.

Figuur 45 Op voorwerp AB wordt een kracht uitgeoefend waardoor het geheel gaat versnellen.



Stappenplan gekoppelde voorwerpen

1 bereken de versnelling van het geheel: $a_{AB} = \dfrac{\Sigma F_{AB}}{m_A + m_B}$

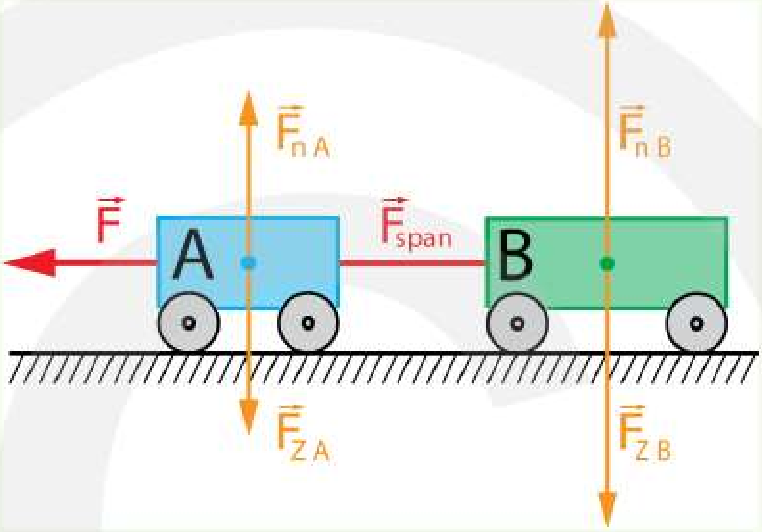
2 pas $\Sigma F = m \cdot a$ toe op het achterste voorwerp: $\Sigma F_B = m_B \cdot a_{AB}$

3 pas $\Sigma F = m \cdot a$ toe op het op één na achterste voorwerp: $\Sigma F_A = m_A \cdot a_{AB}$

4 op A werken twee krachten: $\Sigma \vec{F}_A = \vec{F} + \vec{F}_{B \to A}$

VOORBEELD twee gekoppelde karren

In figuur 46 zie je twee karren A en B die door een kabel met elkaar zijn verbonden. A weegt 30 kg en B weekt 50 kg. De massa van de kabel wordt verwaarloosd. Op A werkt een kracht van 200 N. Door deze kracht worden A en B versneld. Wrijvingskrachten worden verwaarloosd.



Figuur 46

Bereken de versnelling van AB.

- $\Sigma\vec{F}_{AB} = \vec{F} + \vec{F}_{ZA} + \vec{F}_{nA} + \vec{F}_{ZB} + \vec{F}_{nB}$
- $\vec{F}_{ZA} + \vec{F}_{nA} = 0$ en $\vec{F}_{ZB} + \vec{F}_{nB} = 0$
- $\Sigma\vec{F}_{AB} = \vec{F}$
- $\Sigma\vec{F}_{AB} = m_{AB} \cdot \vec{a} \quad \rightarrow \quad 200 = (30+50) \cdot a \quad \rightarrow \quad a = 2{,}5\ m/s^2$

Bereken de kracht die A op B uitoefent (de spankracht in de kabel)

- $\Sigma\vec{F}_{B} = \vec{F}_{span}$
- $\Sigma\vec{F}_{B} = m_{B} \cdot \vec{a} \quad \rightarrow \quad \Sigma F_{B} = 50 \cdot 2{,}5 = 125\ N$

Bereken de kracht die B op A uitoefent (de spankracht in de kabel)

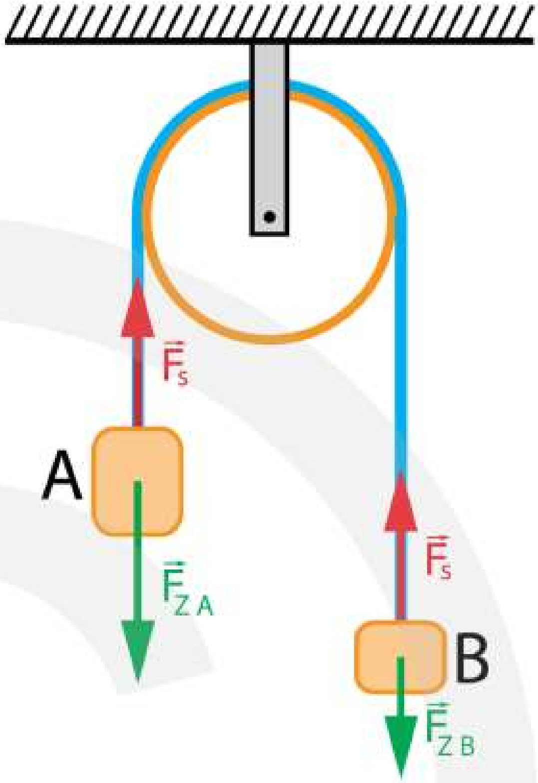
- $\Sigma\vec{F}_{A} = \vec{F} + \vec{F}_{span}$
- $200 + F_{span} = 30 \cdot 2{,}5 \quad \rightarrow \quad F_{span} = 75 - 200 = -125\ N$

Merk op: aan de 3e wet van Newton: $\vec{F}_{A\rightarrow B} = -\vec{F}_{B\rightarrow A}$ *is voldaan.*

Gekoppelde voorwerpen die verticaal bewegen.

Bij verticaal bewegende voorwerpen speelt de zwaartekracht een cruciale rol. Als voorbeeld nemen we een vaste katrol waaraan een gewicht en een contragewicht hangen. Zie figuur 47. Met zo'n opstelling heeft George Atwood in 1784 de Engelse de wetten van Newton heeft onderzocht.

Beschouw eerst AB als geheel. Hierop werken twee externe krachten $F_{Z\,A}$ en $F_{Z\,B}$. Verder is er de inwendige kracht F_S die we voorlopig buiten beschouwing laten. $F_{Z\,A}$ veroorzaakt een versnelling waarbij A omlaag en B omhoog beweegt. Kracht $F_{Z\,B}$ werkt deze beweging tegen. Als $F_{Z\,A}$ groter is dan $F_{Z\,B}$ beweegt A omlaag en B omhoog. Zie figuur 47.



Figuur 47 Katrol met contragewicht. (Toestel van Atwood)

– AB als geheel –

Hoewel $F_{Z\,A}$ en $F_{Z\,B}$ dezelfde richting hebben werken ze elkaar vanwege de vaste katrol tegen. Voor de versnelling geldt:

$$a = \frac{(m_A - m_B)}{(m_A + m_B)} \cdot g$$

BEWIJS

- $\Sigma\vec{F}_{AB} = \vec{F}_{Z\,A} + \vec{F}_{Z\,B} = m_{AB} \cdot \vec{a} \quad \rightarrow \quad F_{Z\,A} - F_{Z\,B} = (m_A + m_B) \cdot a$
- $F_{Z,A} = m_A \cdot g \quad \text{en} \quad F_{Z,B} = m_B \cdot g$
- $m_A \cdot g - m_B \cdot g = (m_A + m_B) \cdot a \quad \rightarrow \quad (m_A - m_B) \cdot g = (m_A + m_B) \cdot a$

Merk op: Als het verschil tussen m_A en m_B klein is wordt de versnelling ook klein.

– krachten op B –

Nu we de versnelling van het geheel weten gaan we ons richten op de interne kracht F_S. Voor de spankracht tijdens de beweging geldt:

$$F_{A \rightarrow B} = F_S = m_B \cdot (a + g)$$

BEWIJS

- $\Sigma\vec{F}_B = \vec{F}_S + \vec{F}_{Z\,B} \rightarrow \Sigma F_B = F_S - m_B \cdot g$ *(de versnelling is in de richting van ΣF)*
- $\Sigma F_B = m_B \cdot a \rightarrow m_B \cdot a = F_S - m_B \cdot g$
- $F_S = m_B \cdot a + m_B \cdot g \quad \rightarrow \quad F_S = m_B \cdot (a + g)$

– krachten op A –

Uit de krachten op A vinden we:

$$F_{B\to A} = F_S = m_A \cdot (g - a)$$

BEWIJS

- $\Sigma \vec{F}_A = \vec{F}_{ZA} + \vec{F}_S \rightarrow \Sigma F_A = m_A \cdot g - F_S$ *(de versnelling is in de richting van ΣF)*
- $\Sigma F_A = m_A \cdot a \rightarrow m_A \cdot a = m_A \cdot g - F_S$
- $F_S = m_A \cdot g - m_A \cdot a \rightarrow F_S = m_A \cdot (g - a)$

VOORBEELD toestel van Atwood

Om de valversnelling te bepalen kun je een toestel van Atwood gebruiken, zie figuur 47. Het contragewicht zorgt ervoor dat de versnelling kleiner is dan bij een vrije val. De beweging duurt daarom langer en is eenvoudiger te meten.

Massa's A en B hangen aan een katrol. A is 12 kg en B is 8,0 kg. A hangt 2,0 meter boven de vloer. Op t=0 laten we massa A los zodat het valt. We meten dat A na 1,45 seconde op de vloer komt.

Bereken de versnelling van AB tijdens het vallen.

- $s = 2{,}0\,m \;\; | \;\; t = 1{,}45\,s \;\; | \;\; a = \ldots m/s$
- $v = a \cdot t$ en $v_{gem} = \frac{1}{2} v$ en $s = v_{gem} \cdot t$ geeft $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$
- $2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 1{,}45^2 \rightarrow a = 1{,}902497 = 1{,}9\,m/s$

Bereken de waarde van g die uit het experiment volgt.

- $a = \dfrac{(m_A - m_B)}{(m_A + m_B)} \cdot g$ *(zie bovenstaande afleiding)*
- $1{,}902497 = \dfrac{(12-8)}{(12+8)} \cdot g \rightarrow 1{,}902497 = \dfrac{4}{20} \cdot g$
- $g = 9{,}512485 = 9{,}5\,m/s^2$

Leg uit waarom de gevonden waarde kleiner is dan 9,81 m/s².

- oorzaak 1: vanwege wrijving in de katrol is de versnelling kleiner
- oorzaak 2: luchtweerstand vertraagt de beweging
- oorzaak 3: de massa van het koord heeft invloed op de versnelling