

10 Golven

vwo

10.0 Overzicht

10.1 Lopende golven

- Wat is een golf?
- Wat is een elastisch medium?
- Wanneer is een golf transversaal en wanneer longitudinaal?
- Wat is een (u, x)-diagram?
- Hoe zie je bij een (u, x)-diagram welke beweging punt P zal gaan uitvoeren?
- Hoe zie je bij een (u, x)-diagram welke beweging punt P heeft uitgevoerd?
- Wat is een (u, t)-diagram?
- Wat is de golflengte en wat is de eenheid van golflengte?
- Wat is de golfsnelheid en wat is de eenheid van golfsnelheid?
- Met welke formule bereken je het faseverschil bij een trilling?
- Met welke formule bereken je het faseverschil bij een golf?
- Wat is het verschil tussen de fase en de gereduceerde fase?

10.2 Transport van energie

- Waarom neemt de amplitude af als een golf zich verspreidt?
- Wat is de intensiteit van een golf en wat is de eenheid van intensiteit?
- Hoe hangt de intensiteit af van de frequentie en van de amplitude?
- Hoe verandert de intensiteit bij een vlakke golf als de afstand toeneemt?
- Hoe verandert de intensiteit bij een cilindervormige golf als de afstand toeneemt?
- Wat is de formule voor de intensiteit bij een cilindervormige golf?
- Hoe verandert de intensiteit bij een bolvormige golf als de afstand toeneemt?
- Wat is de formule voor de intensiteit bij een bolvormige golf?
- Wat gebeurt er met de fase als een golf terugkaatst bij een los uiteinde?
- Wat gebeurt er met de fase als een golf terugkaatst bij een vast uiteinde?
- Wat is gedeeltelijke terugkaatsing?

10.3 Interferentie

- Wat is interferentie en wanneer treedt interferentie op?
- Wat is het verschil tussen constructieve interferentie en destructieve interferentie?
- Wat zijn coherente trillingsbronnen?
- Wat zijn buiken en wat zijn knopen?
- Wat is een buiklijn en wat is een knooplijn?
- Wat is superpositie en hoe bereken je de uitwijking bij superpositie?
- Hoe groot is het faseverschil bij constructieve interferentie?
- Hoe groot is het faseverschil bij destructieve interferentie?
- Wat is het verschil in weglengte bij constructieve interferentie?
- Wat is het verschil in weglengte bij destructieve interferentie?

10.4 Watergolven, geluid en licht

- Zijn watergolven transversaal of longitudinaal?
- Wat is dispersie?
- Met welke formule bereken je de golfsnelheid bij een kleine waterdiepte?
- Zijn geluidsgolven transversaal of longitudinaal?
- Wat bepaalt de toonhoogte en wat bepaalt de sterkte van geluid?
- Wat is infrasoon geluid en wat is ultrasoon geluid?
- Hoe hangt de geluidssnelheid af van de vervormbaarheid van het medium?
- Is de geluidssnelheid afhankelijk van de temperatuur?
- Is de geluidssnelheid afhankelijk van de frequentie of van de amplitude?
- Wat is antigeluid?
- Zijn lichtgolven transversaal of longitudinaal?

10.5 Het dopplereffect

- Wat is het dopplereffect?
- Ten opzichte van wat wordt de snelheid gemeten?
- Wanneer is de snelheid positief en wanneer negatief?
- Met welke formule bereken je de waargenomen frequentie als de bron beweegt?
- Met welke formule bereken je de waargenomen golflengte als de bron beweegt?
- Met welke formule bereken je de waargenomen frequentie als de waarnemer beweegt?
- Met welke formule bereken je de waargenomen frequentie als zowel de bron als de waarnemer bewegen?
- Waarom moet je voor licht in vacuüm een andere formule gebruiken?
- Met welke formule bereken je de waargenomen frequentie als de bron en de waarnemer ten opzichte van elkaar bewegen?
- Wanneer mag je deze formule benaderen met die voor een bewegende bron?

10.6 Staande golven

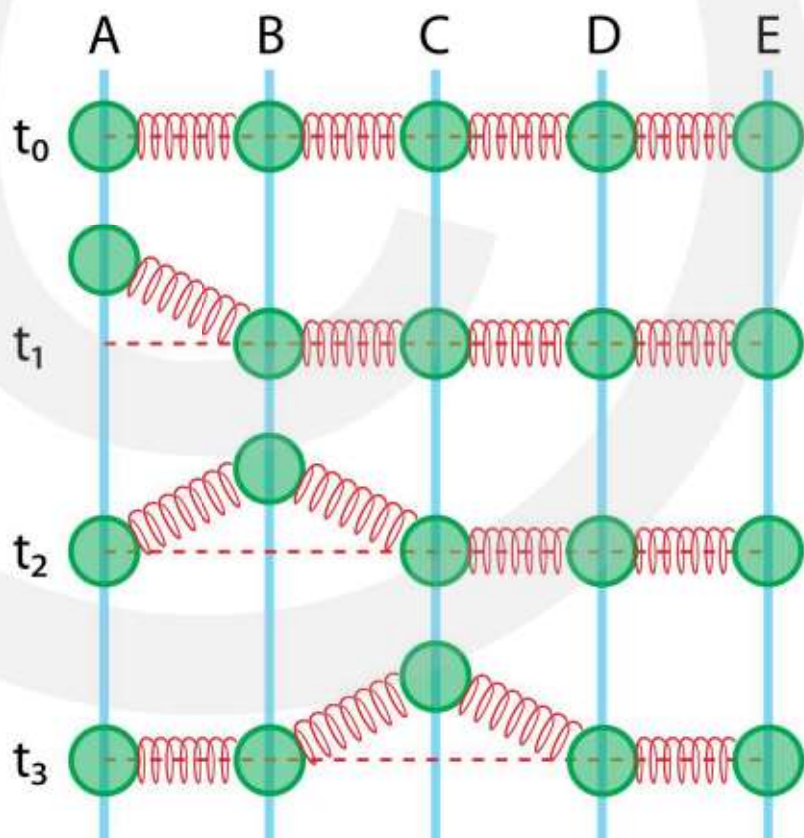
- Hoe ontstaat een staande golf?
- Wat is een staande golf?
- Hoe ziet de staande golf met de grootste golflengte bij twee vaste uiteinden eruit?
- Hoe heet deze staande golf?
- Wat zijn boventonen?
- Hoe zien de 1^e en de 2^e boventoon eruit bij twee vaste uiteinden?
- Wat is de afstand tussen twee buiken en tussen twee knopen?
- Wat is de afstand tussen een buik en een knoop?
- Met welke formule bereken je de golflengte als je de lengte van de snaar weet?
- Met welke formule bereken je de golfsnelheid bij een gespannen snaar?
- Wat moet je doen om een snaarinstrument te stemmen?
- Hoe zien de grondtoon, de 1^e- en de 2^e boventoon eruit bij twee losse uiteinden?
- Wanneer zijn er staande longitudinale golven?
- Met welke formule bereken je de golflengte als je de lengte van de buis weet?
- Wat moet je doen om een blaasinstrument te stemmen?
- Hoe zien de grondtoon, de 1^e- en de 2^e boventoon eruit bij één vast en één los uiteinde?
- Met welke formule bereken je bij vast–los de golflengte als je de lengte weet?
- Wat is een frequentiespectrum?

10.1 Lopende golven

Lopende golf

Stel je voor dat een punt P gaat trillen in een elastisch medium, zoals lucht, water of een gespannen koord. Omdat P verbonden is met de omgeving wordt de trilling doorgegeven aan de omgeving. De omgeving van P gaat na een poosje ook trillen, waardoor er een **lopende golf** ontstaat. Punt P zelf verplaatst niet over een grote afstand, maar de golf die door het trillen van P wordt veroorzaakt, verplaatst zich door het medium. Bij een golf wordt er **geen materie verplaatst**.

In figuur 1 zijn de ballen A, B, C, D en E met veren met elkaar verbonden. De ballen kunnen alleen verticaal bewegen. Op t_1 wordt A snel omhooggetrokken. Omdat B elastisch met A is verbonden zal B na een poosje ook omhooggaan. Op t_2 is A weer terug en nu heeft B zijn maximale hoogte bereikt. Bal B trekt vervolgens bal C omhoog en deze bal bereikt zijn maximale hoogte op t_3 etc. De verticale beweging van bal A wordt horizontaal doorgegeven aan de ballen B, C en D. Dit doorgeven van de beweging kost tijd.



Figuur 1 Bij een golf wordt beweging doorgegeven aan de omgeving.

Een golf is het doorgeven van beweging aan de omgeving.

Een elastisch medium is nodig.

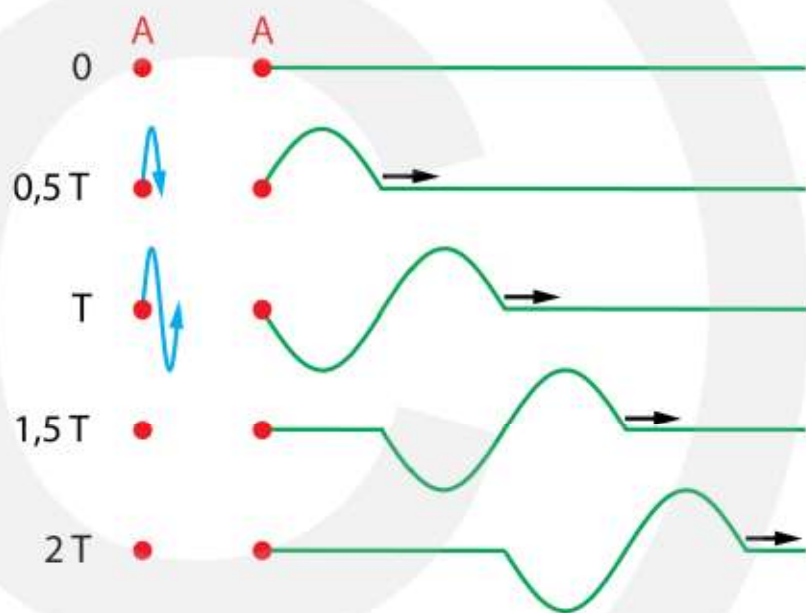
Het kost tijd om de beweging in een medium te verplaatsen.

Transversale golf

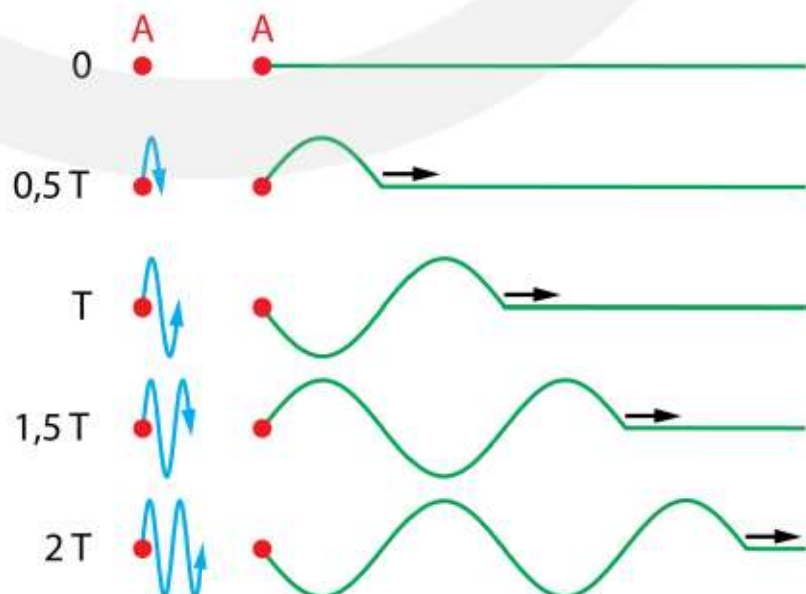
In de figuur 2 zie je een koord dat aan het linker uiteinde A in een **verticale** trilling wordt gebracht. Het buigzame koord zorgt ervoor dat de trilling in **horizontale** richting (naar rechts) wordt doorgegeven. De verticale beweging van het linker uiteinde veroorzaakt een **golfberg** en een **golfdal** die zich horizontaal verplaatsen.

In figuur 2 begint het linker uiteinde op $t=0$ aan een trilling die maar één periode duurt. De trilling wordt naar rechts doorgegeven en beweegt door het koord. Op $t = 0,5 T$ heeft het linker uiteinde een halve trilling uitgevoerd en op $t = T$ een hele trilling. Eén golfberg en één golfdal verplaatsen zich naar rechts. Herhaal je de beweging van het linker uiteinde dan ontstaat er een lopende golf met meerdere golfbergen en golfdalen. Zie figuur 3.

Figuur 2 Het uiteinde van een koord is één keer snel op en neer bewogen, zodat er een golfberg en golfdal ontstaan die zich naar rechts verplaatsen.

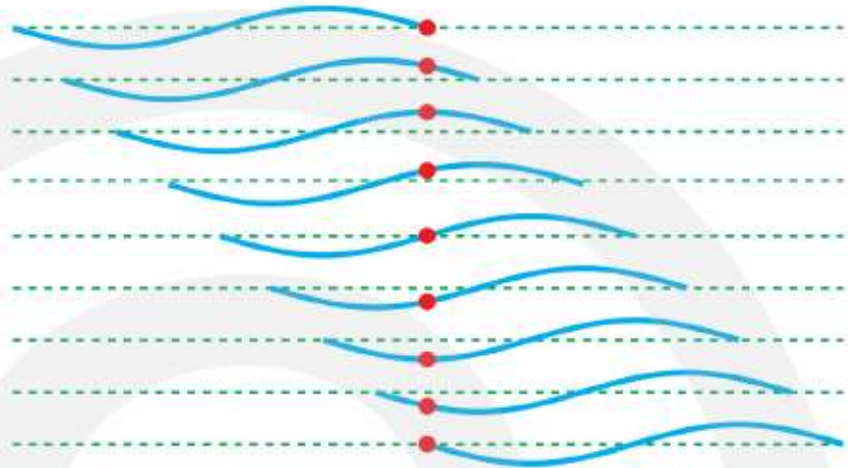


Figuur 3 Het uiteinde van een koord wordt vanaf $t=0$ voortdurend snel op en neer bewogen. Hierdoor ontstaat een naar rechts bewegende golf.



Hoewel de kop van de golf naar rechts beweegt is er geen enkel stukje koord met een snelheid naar rechts. De punten van het koord trillen verticaal maar de golf verplaatst zich horizontaal. Een golf waarbij de voortplantingsrichting loodrecht staat op de trillingsrichting noemen we een **transversale** golf. Zie figuur 4.

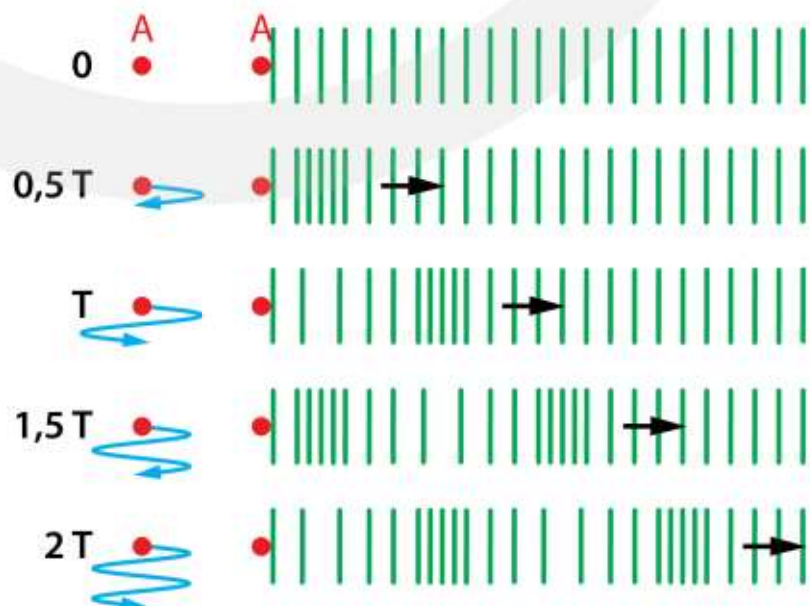
Figuur 4 Op het water drijft een rode bal. Het water beweegt omhoog en omlaag als er een golf voorbijkomt. Het water beweegt dus niet naar rechts.



Bij een transversale golf staat de trillingsrichting loodrecht op de bewegingsrichting van de golf.

Longitudinale golf

In figuur 5 zie je een spiraalveer die aan het linker uiteinde A in een **horizontale** trilling is gebracht. De spiraal zorgt ervoor dat de trilling in **horizontale** richting (naar rechts) wordt doorgegeven. De horizontale beweging van het linker uiteinde veroorzaakt **verdichtingen** en **verdueningen** die zich naar rechts verplaatsen.



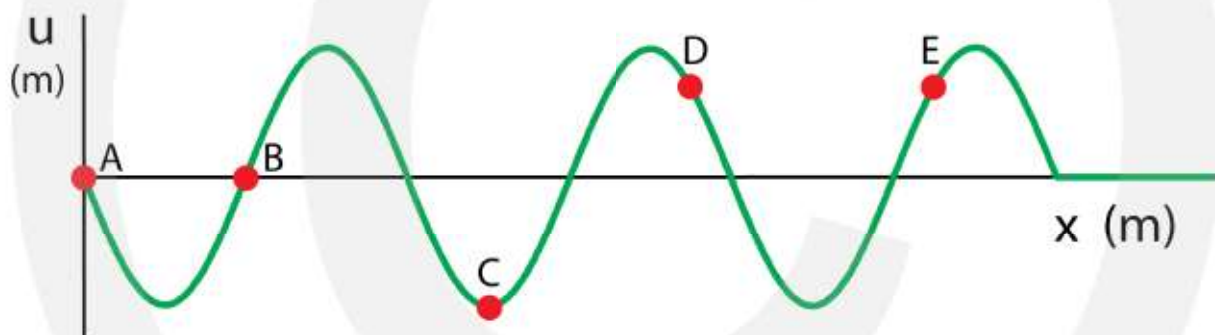
Figuur 5 Het uiteinde van een spiraal wordt snel naar rechts en links bewogen. Hierdoor ontstaat een naar rechts bewegende longitudinale golf.

Ieder stukje van de spiraal voert een horizontale trilling uit en geeft deze trilling horizontaal door. Zowel de trilling als de golf hebben een horizontale beweging. Een golf waarbij de voortplantingsrichting evenwijdig is aan de trillingsrichting noemen we een **longitudinale** golf.

Bij een longitudinale golf is de trillingsrichting evenwijdig aan de bewegingsrichting van de golf.

Het (u, x)-diagram

In een (u, x)-diagram wordt de vorm van een golf op één bepaald tijdstip weergegeven. Een (u, x)-diagram is daarom een **momentopname** (een foto) van het medium. In figuur 6 zie je een koord op het moment waarop uiteinde A drie trillingen heeft uitgevoerd. Punt B ligt op een afstand van A en heeft op dat moment nog maar 2,5 trillingen uitgevoerd. Zie figuur 6.



Figuur 6 Op $t=0$ is uiteinde A in trilling gebracht. Op het moment waarop de "foto" is genomen heeft A drie trillingen uitgevoerd. Omdat punt B op een afstand van A ligt heeft punt B op dat moment nog maar 2,5 trillingen uitgevoerd.

Omdat de golf naar rechts beweegt beginnen de punten verder naar rechts op het koord later te trillen dan de punten meer naar links. Punt A is eerder gaan trillen dan punt B en punt B eerder dan punt C, etc. Rechts van punt E zie je de eerste golfberg. Hieruit blijkt dat punt A in het verleden is begonnen met een beweging omhoog. Op het moment waarop het (u, x)-diagram is opgenomen geldt voor de punten A t/m E:

- | | | |
|----------|----------------|---|
| A | 3 | trillingen uitgevoerd en beweegt omhoog |
| B | $2\frac{1}{2}$ | trillingen uitgevoerd en beweegt omlaag |
| C | $1\frac{3}{4}$ | trillingen uitgevoerd en staat stil en gaat daarna omhoog bewegen |
| D | $1\frac{1}{8}$ | trillingen uitgevoerd en beweegt omhoog |
| E | $\frac{3}{8}$ | trillingen uitgevoerd en beweegt omlaag |

In figuur 6 zie je dat de trilling die in punt A wordt opgewekt pas na een poosje in punt E aankomt. We concluderen daarom het volgende. Stel, een trillingsbron veroorzaakt een golf die vanuit de bron naar punt P beweegt. Pas als de golf bij P is aangekomen begint P ook te trillen. Punten dichterbij de trillingsbron beginnen eerder

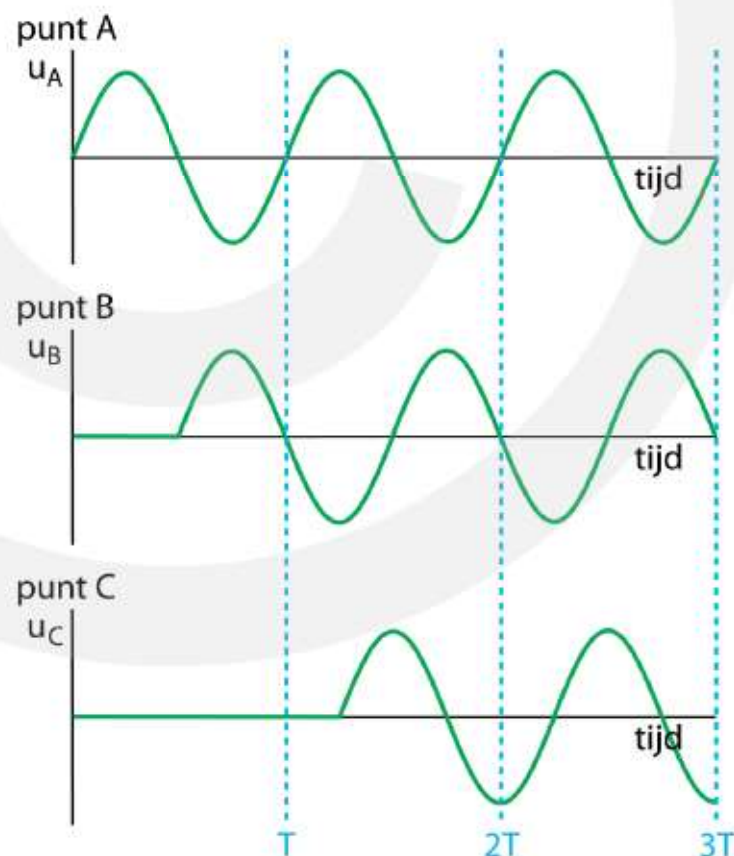
te trillen en lopen voor op P. Punten verder van de trillingsbron beginnen later te trillen en lopen achter op P.

Aan de golven tussen de trillingsbron en punt P zie je hoe P in de toekomst zal gaan bewegen.

Aan de golven achter punt P, gezien vanaf de trillingsbron, zie je hoe P in het verleden heeft bewogen.

Het (u, t)-diagram

In een (u, t)-diagram zie je hoe **de uitwijking van een bepaald punt** verandert in de tijd. Zowel van transversale als van longitudinale golven kun je een (u, t)-diagram maken. Figuur 7 is het (u, t)-diagram van de punten A, B en C van figuur 6. Punt A begint op $t = 0$ met een beweging omhoog, waardoor er een golfberg ontstaat. Na $\frac{1}{4}$ periode begint punt A omlaag te bewegen en na $\frac{1}{2}$ periode gaat A door de evenwichtstand omlaag. De golfberg wordt nu afgewisseld door een golfdal.



Figuur 7 (u, t)-diagram van punt A (boven), punt B (midden) en punt C (onder).

Ook voor de punten B en C zijn de (u, t)-grafieken weergegeven. Op $t = 0$ begint A te trillen. Deze trilling komt na $0,5 T$ aan in punt B en na $1\frac{1}{4} T$ in punt C. De (u, t)-grafieken van A, B en C hebben dezelfde vorm. Punt B start na een vertraging van $0,5 T$ en punt C na een vertraging van $1\frac{1}{4} T$. Door deze vertragingen zijn de diagrammen van B en C naar rechts verschoven.

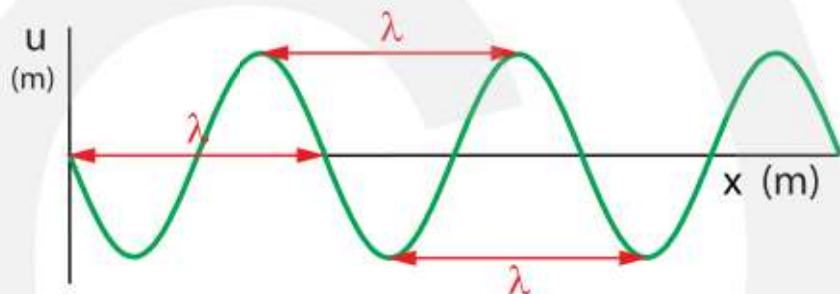
Golflengte

In figuren 2 en 3 zijn momentopnamen te zien van een koord. Op $t = 0$ is uiteinde A in trilling gebracht. Op $t = T$ heeft A één hele trilling uitgevoerd en is in het koord een golfberg en een golfdal ontstaan. De lengte van één golf noemen we de **golflengte**. Het symbool voor golflengte is λ (Griekse letter, spreek uit als lambda). Als A blijft trillen herhaalt het zijn beweging in de tijd, waardoor de golf zich in de ruimte gaat herhalen.

De golflengte λ (lambda) is de afstand waarover het golfpatroon zich in de ruimte herhaalt. Het is de lengte van één golf in meter (m).

Uit een (u, x) -diagram kan de golflengte worden afgelezen. Het maakt daarbij niet uit of je de afstand tussen twee bergen, twee dalen of twee dezelfde nuldoorgangen neemt.

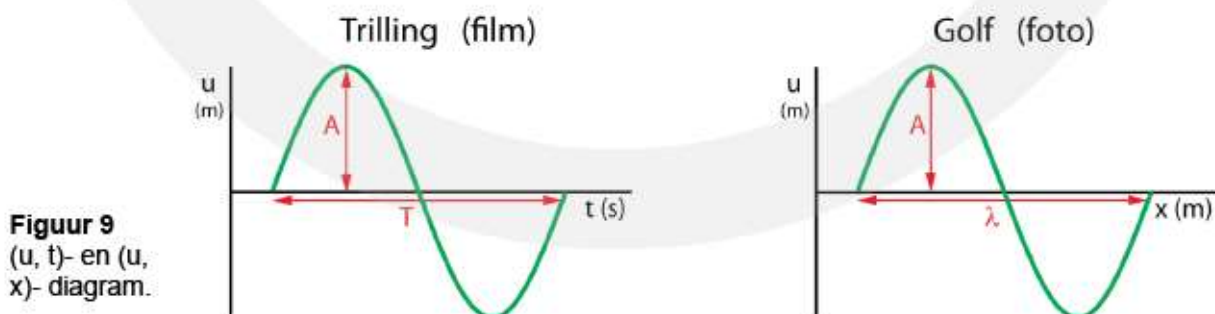
Figuur 8 De bepaling van de golflengte λ uit een (u, x) -diagram kan op verschillende manieren.



De trillingstijd T en golflengte λ hebben veel met elkaar gemeen.

- de trillingstijd is de **tijdsduur** waarover de trilling zich herhaalt
- de golflengte is de **afstand** waarover het golfpatroon zich herhaalt

Het (u, t) -diagram van een trilling lijkt veel op het (u, x) -diagram van een golf. Bij een trilling staat op de horizontale as de tijd en bij een golf staat op de horizontale as de plaats (afstand).



Figuur 9 (u, t) - en (u, x) -diagram.

Golfsnelheid

De snelheid waarmee een golf zich door het medium verplaatst is een eigenschap van het medium en niet van de golf. De golfsnelheid wordt bepaald door het gemak waarmee het medium kan worden vervormd. Een gemakkelijk vervormbaar medium (zoals een wateroppervlak) heeft een lage golfsnelheid. Een moeilijk vervormbaar medium (zoals een ijzeren balk) heeft een hoge golfsnelheid. De golfsnelheid is **NIET** afhankelijk van de frequentie of de amplitude van de trillingsbron.

De golfsnelheid is NIET afhankelijk van de frequentie of de amplitude van de trillingsbron, maar is een eigenschap van het medium.

Voor de golfsnelheid geldt de volgende formule:

$$\lambda = v_{\text{golf}} \cdot T \quad \rightarrow \quad v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda$$

- λ is de golflengte in meter (m)
- v_{golf} is de golfsnelheid in meter per seconde (m/s)
- T is de trillingstijd in seconde (s)

BEWIJS

- $s = v_{\text{gem}} \cdot t$
- in T seconden legt de golf een afstand λ af $\rightarrow \lambda = v_{\text{golf}} \cdot T$
- Omdat $T = \frac{1}{f}$ kunnen we ook schrijven: $\lambda = \frac{v_{\text{golf}}}{f} \rightarrow v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda$

Golflengte en faseverschil

Bij een trilling is het faseverschil tussen de tijdstippen t_1 en t_2 gedefinieerd als:

$$\Delta\varphi = \frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{\Delta t}{T}$$

In Figuur 10 is een koord getekend met daarop de punten A, B, C, ..., J. De afstand tussen deze punten is steeds $\frac{1}{4} \lambda$. Punt A begint op $t=0$ te trillen. De andere punten lopen achter op punt A en beginnen later te trillen. De achterstand van B is $\frac{1}{4} T$ omdat B op een afstand $\frac{1}{4} \lambda$ van A ligt. De afstand tussen A en E is precies één keer de golflengte. Punt E begint daarom T seconde later te trillen dan punt A.

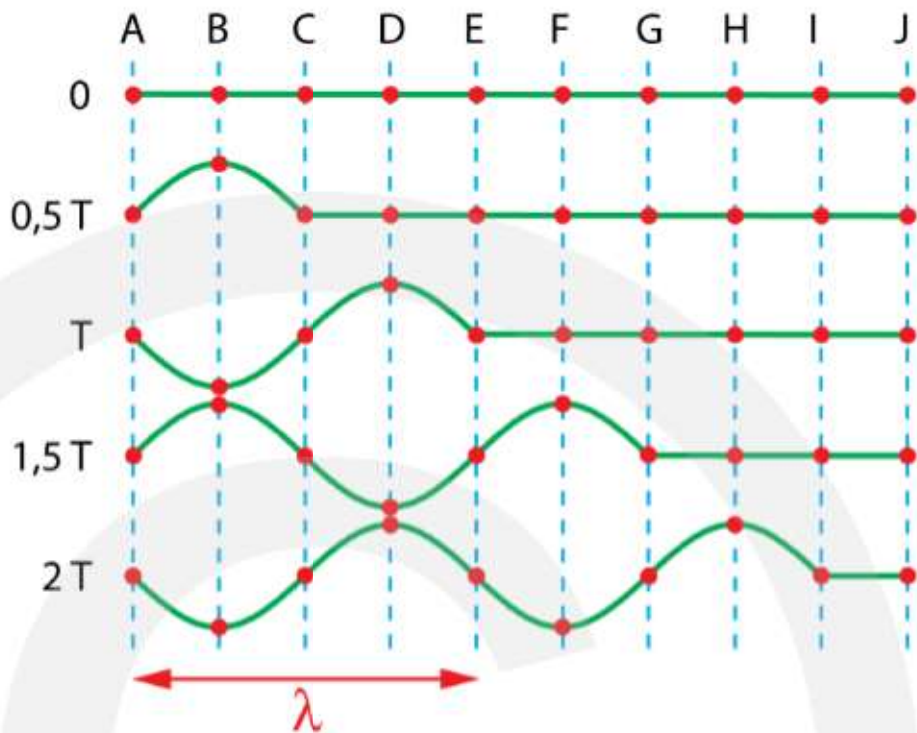
Er is een vaste relatie tussen de afstand A–X en de fase van punt X. Hoe groter de afstand tussen A en X is hoe later punt X begint te trillen en hoe kleiner zijn fase is ten opzichte van de fase van A.

Punt B ligt op $\frac{1}{4} \lambda$ van A en begint daarom $\frac{1}{4} T$ later te trillen. Als punt A twee trillingen heeft uitgevoerd dan heeft punt B nog maar $1\frac{3}{4}$ trillingen uitgevoerd.

Punt C is $\frac{1}{2}T$ later gaan trillen dan punt A. Als punt A twee trillingen heeft uitgevoerd heeft punt C nog maar $1\frac{1}{2}$ trillingen uitgevoerd.

Punt E is T seconden later gaan trillen dan punt A. Als punt A twee trillingen heeft uitgevoerd heeft punt E nog maar één trilling uitgevoerd.

Figuur 10 De punten A, B, C, ..., J liggen op een afstand van $\frac{1}{4}\lambda$. Voor iedere $\frac{1}{4}\lambda$ naar rechts wordt de fase $\frac{1}{4}$ kleiner.



Met behulp van Figuur 10 kan het faseverschil tussen twee punten worden bepaald. Op $t = 1\frac{1}{2}T$ geldt:

$$\varphi_A = 1\frac{1}{2} \quad \varphi_B = 1\frac{1}{4} \quad \varphi_C = 1 \quad \varphi_D = \frac{3}{4} \quad \varphi_E = \frac{1}{2} \quad \varphi_F = \frac{1}{4} \quad \varphi_G = 0$$

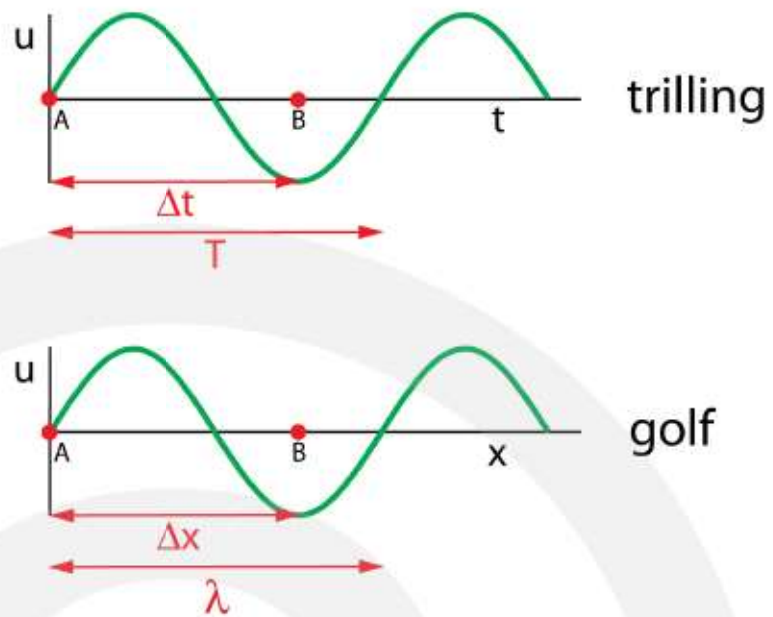
Voor het faseverschil $\Delta\varphi$ bij een golf geldt:

$$\Delta\varphi = \frac{x_2 - x_1}{\lambda} = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

- $\Delta\varphi$ is het faseverschil (geen eenheid want het is een verhouding)
- Δx is de afstand tussen de plaatsen x_1 en x_2 in meter (m)
- λ is de golflengte in meter (m)

Zowel bij een trilling als bij een golf bepaalt het faseverschil het aantal geheel of gedeeltelijk uitgevoerde trillingen. Bij een trilling kan het faseverschil uit een (u, t) diagram worden bepaald en bij een golf uit een (u, x) -diagram. Zie figuur 11.

Trilling:	$\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$	te bepalen uit een (u, t) diagram
Golf:	$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$	te bepalen uit een (u, x) diagram



Figuur 11 Voor een trilling kun je $\Delta\phi = \Delta t / T$ bepalen uit een (u, t)-diagram (boven). Bij een golf kun je $\Delta\phi = \Delta x / \lambda$ bepalen uit een (u, x)-diagram (onder).

VOORBEELD lopende golf in een koord

Van een koord AB met een lengte van 1,20 m wordt op $t = 0$ uiteinde A in trilling gebracht. Op $t = 0$ beweegt punt A door de evenwichtsstand omhoog. $T = 0,12$ s en $\lambda = 0,50$ m. De afstand tussen P en A is 0,85 m.

Bereken de fase van A op $t = 0,40$ s.

- $\phi = \frac{t}{T} = \frac{0,40}{0,12} = 3,3$

Bereken de fase van P op $t = 0,40$ s.

- faseverschil tussen A en P: $\Delta\phi_{AP} = \frac{\Delta x}{\lambda}$
- $\Delta\phi_{AP} = \frac{0,85}{0,5} = 1,7$
- P loopt achter op A
- $\phi_P = \phi_A - \Delta\phi_{AP} = 3,3 - 1,7 = 1,6$

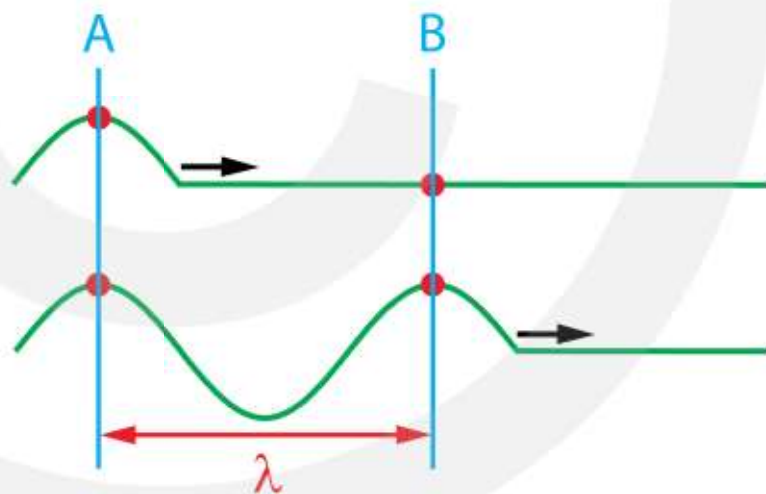
10.2 Transport van energie

Transport van energie

Een trillend voorwerp bevat energie. Deze energie is een combinatie van veer-energie en kinetische-energie. Als een trillingsbron zich in een elastisch medium bevindt ontstaat er een golf. De trillingsbron staat energie af aan de omgeving. Wordt deze energie niet aangevuld, dan raakt de trillingsbron zijn energie kwijt. De amplitude van de trillingsbron neemt hierbij af en wordt uiteindelijk nul. Deze afname van de amplitude wordt NIET veroorzaakt door wrijving. Er is GEEN sprake van demping, want er wordt geen energie omgezet in warmte.

Bij een golf staat de trillingsbron energie af aan de omgeving.

In figuur 12 zie je (u, x) -diagrammen van een golf. De punten A en B liggen op afstand λ van elkaar. In het bovenste diagram heeft punt A een uitwijking en daarmee veer-energie. Punt B is nog in rust en bevat nog geen energie. Even later is de golf in B aangekomen. Punt B heeft energie van punt A ontvangen.



Figuur 12 Energie wordt van A naar B getransporteerd.

Intensiteit

We richten ons op de **intensiteit** van een golf. Dit is de hoeveelheid energie die per seconde per vierkante meter stroomt. Het symbool voor intensiteit is I (hoofdletter i). Omdat de energie per seconde het vermogen is met de eenheid watt, is de intensiteit het vermogen dat per vierkante meter stroomt. De eenheid van intensiteit is daarom watt per vierkante meter: W / m^2 .

De intensiteit is de hoeveelheid energie die per seconde per vierkante meter stroomt.

De eenheid van intensiteit is watt per vierkante meter (W / m^2).

Een golf is het doorgeven van trillings-energie aan de omgeving. In het hoofdstuk Trillingen zagen we dat bij een harmonische trilling de maximale snelheid wordt bereikt in de evenwichtsstand en dat deze maximale snelheid recht evenredig is met de frequentie én met de amplitude. In de evenwichtsstand is er alleen kinetische energie en die is kwadratisch afhankelijk van de snelheid. Hieruit concluderen we dat de energie van een trilling kwadratisch afhankelijk is van de frequentie én kwadratisch afhankelijk van de amplitude.

BEWIJS

- $v_{\max} = \frac{2\pi A}{T} = 2\pi f \cdot A$
- $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- evenwichtsstand → alleen kinetische energie
- $E_{\text{trilling}} = \frac{1}{2} m \cdot (2\pi f \cdot A)^2 \rightarrow E_{\text{trilling}} = 2\pi^2 \cdot m \cdot f^2 \cdot A^2$

Hetzelfde geldt voor de intensiteit van een golf. De intensiteit is kwadratisch afhankelijk van de frequentie én kwadratisch afhankelijk van de amplitude.

De intensiteit van een golf is kwadratisch afhankelijk van de frequentie én kwadratisch afhankelijk van de amplitude.

Als de energie zich verspreidt over een groter oppervlak wordt de energie per vierkante meter kleiner. De frequentie verandert niet en dus neemt de amplitude af als een golf zich over een groter oppervlak verspreidt.

Verspreidt een golf zich over een groter oppervlak dan neemt de amplitude af.

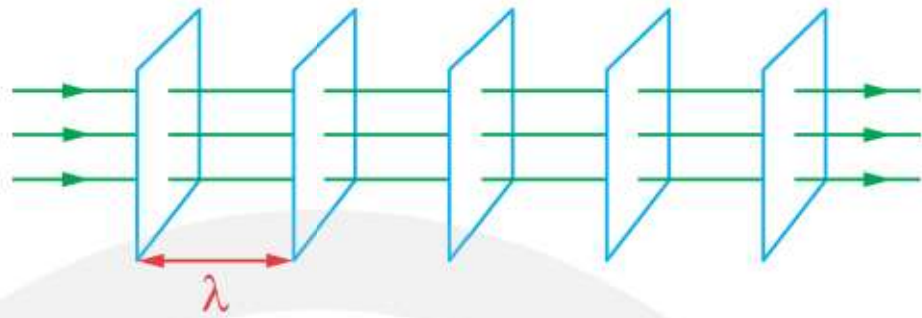
Vlakke golven, circulaire golven en sferische golven

De energie die de trillingsbron afstaat aan de omgeving wordt steeds verder verspreid. Als er geen wrijving is blijft de totale hoeveelheid energie constant. Het verspreiden van energie kan gebeuren in 1, 2 of 3 dimensies. Bij verspreiding in 1 dimensie spreek je van een **vlakke golf**, in 2 dimensies van een **cilindervormige golf** en in 3 dimensies van een **bolvormige golf**. Deze drie gevallen gaan we nu bespreken.

– vlakke golf –

Zoals je in figuur 13 ziet verplaatst de golf zich naar rechts maar verspreidt de golf zich niet in de andere richtingen. De hoeveelheid energie die per seconde per vierkante meter stroomt verandert niet. De intensiteit van de golf neemt dus niet af. Dit is bijvoorbeeld het geval bij een lichtgolf uitgezonden door een laser.

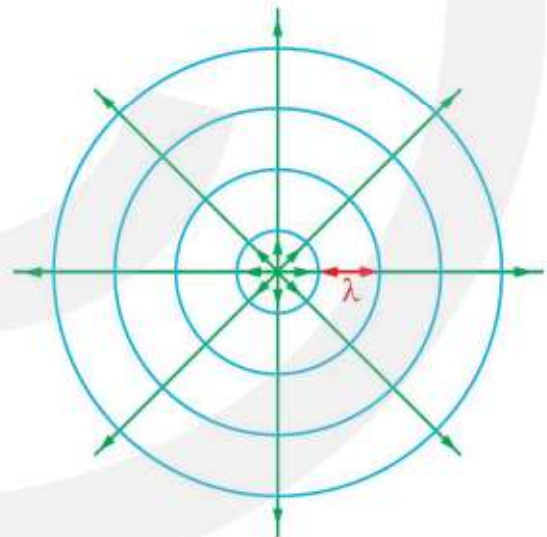
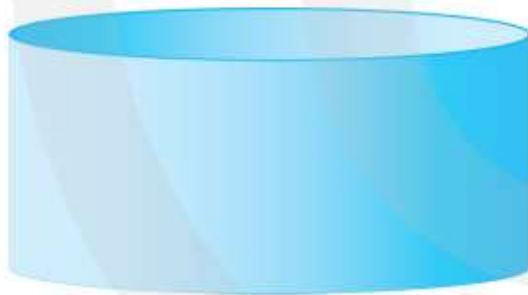
Figuur 13 Een vlakke golf. De blauwe vlakken geven de plaatsen van de golfbergen aan.



Vlakke golf → I_{golf} is onafhankelijk van de afstand

– cilindervormige golf –

Een **cilindervormige golf** is een golf die zich cilindervormig uitbreidt. Denk bijvoorbeeld aan de golf die ontstaat als je een steen in het water gooit. De vallende steen veroorzaakt een kortstondige trilling. De energie wordt aan de omgeving afgestaan. De hoeveelheid energie verandert hierbij niet (er is geen wrijving). Tijdens de verplaatsing van de golf wordt de omtrek van de cilinder groter. De energie wordt hierdoor over een steeds groter oppervlak verdeeld, waardoor de amplitude afneemt. De afname van de amplitude wordt dus niet veroorzaakt door demping maar door het verspreiden van de golf.



Figuur 14 Een cilindervormige golf. Rechts is het bovenaanzicht waarbij de blauwe cirkels de plaatsen van de golfbergen aangeven.

Voor de oppervlakte van een cilinder geldt: $A = 2\pi \cdot r \cdot h$. Voor de intensiteit van een cilindervormige golf vinden we:

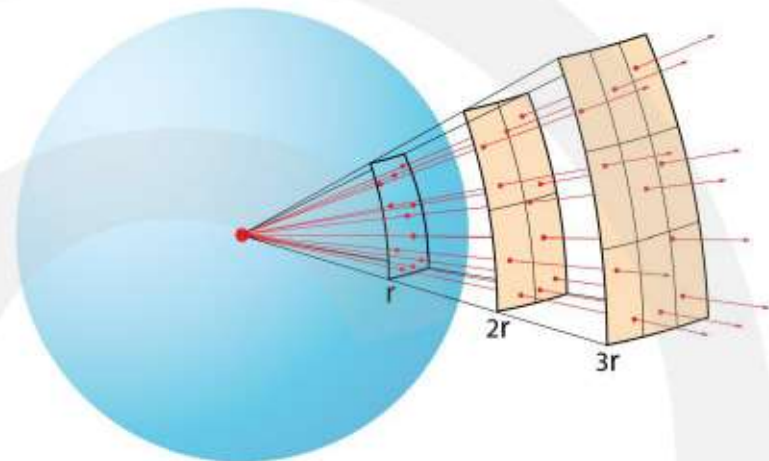
$$I = \frac{P_{\text{bron}}}{2\pi \cdot r \cdot h}$$

- I is de intensiteit in watt per vierkante meter (W / m^2)
- P_{bron} is het vermogen van de trillingsbron in watt (W)
- r is de afstand tot de trillingsbron in meter (m)
- h is de hoogte van de cilinder in meter (m)

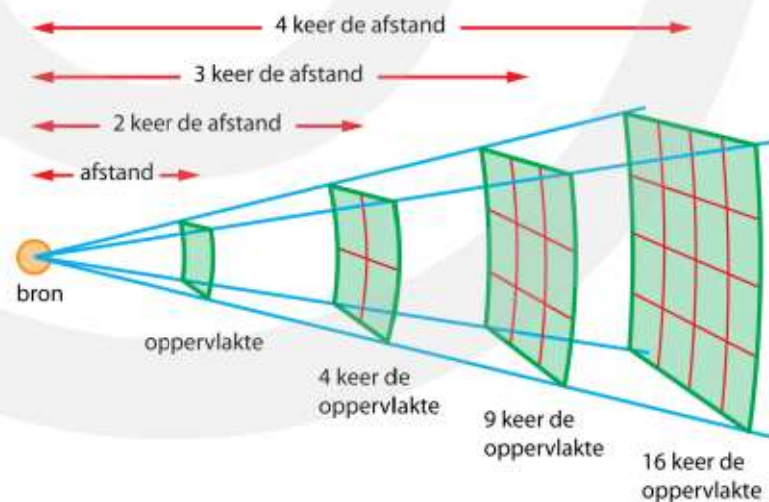
– bolvormige golf –

Een **bolvormige golf** is een golf die zich bolvormig uitbreidt. Denk bijvoorbeeld aan de geluidsgolf die ontstaat als je in je handen klappt. De klappende handen veroorzaken een kortstondige trilling van de lucht. De energie wordt aan de omgeving afgestaan. De hoeveelheid energie verandert hierbij niet (er is geen wrijving). Tijdens de verplaatsing van de golf wordt de oppervlakte van de bol groter. De energie wordt hierdoor over een steeds groter oppervlak verdeeld, waardoor de amplitude afneemt. De afname van de amplitude wordt dus niet veroorzaakt door demping maar door het verspreiden van de golf.

Figuur 15 Bij een bolvormige golf wordt de energie over een steeds groter oppervlakte verdeeld.



Voor de oppervlakte van een bol geldt: $A = 4\pi \cdot r^2$. Hierdoor neemt de intensiteit af met het kwadraat van de afstand.



Figuur 16 De intensiteit neemt af met het kwadraat van de afstand.

Voor de intensiteit van een bolvormige golf vinden we:

$$I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi \cdot r^2}$$

- I is de intensiteit in watt per vierkante meter (W / m^2)
- P_{bron} is het vermogen van de trillingsbron in watt (W)
- r is de afstand tot de trillingsbron in meter (m)

VOORBEELD popconcert

Bij een popconcert is de geluidsintensiteit op 0,50 m van de speaker $1,0 \text{ W/m}^2$. Om geen gehoorbeschadiging op te lopen mag de geluidsintensiteit niet hoger zijn dan $2,5 \text{ mW/m}^2$.



Bereken op welke afstand van de speaker je minstens moet gaan staan.

- $I_1 = 1,0 \text{ W/m}^2$ | $I_2 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$
- $r_1 = 0,5 \text{ m}$ | $r_2 = \dots \text{ m}$
- $I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi \cdot r^2}$
- $1,0 = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi \cdot 0,5^2} \rightarrow P_{\text{bron}} = 3,14159 \text{ W}$
- $2,5 \cdot 10^{-3} = \frac{3,14159}{4\pi \cdot r_2^2} \rightarrow r_2 = 10 \text{ m} \quad (P_{\text{bron}} \text{ is hetzelfde})$

Voor de zekerheid ga je op 12,5 meter van de speakers staan.

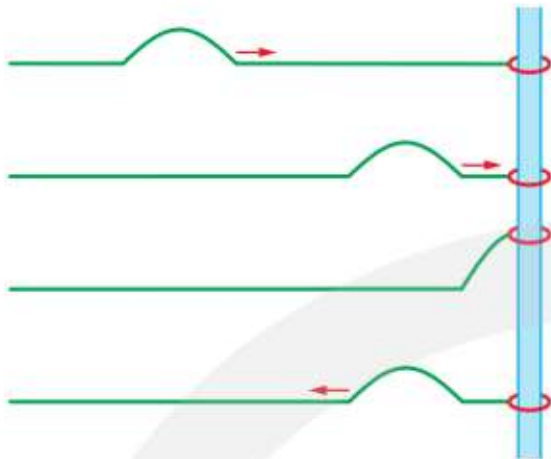
Bereken de geluidsintensiteit op deze afstand.

- $P_{\text{bron}} = 3,14159 \text{ W}$ | $r = 12,5 \text{ m}$ | $I = \dots \text{ W/m}^2$
- $I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi \cdot r^2}$
- $I = \frac{3,14159}{4\pi \cdot 12,5^2} \rightarrow I = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$

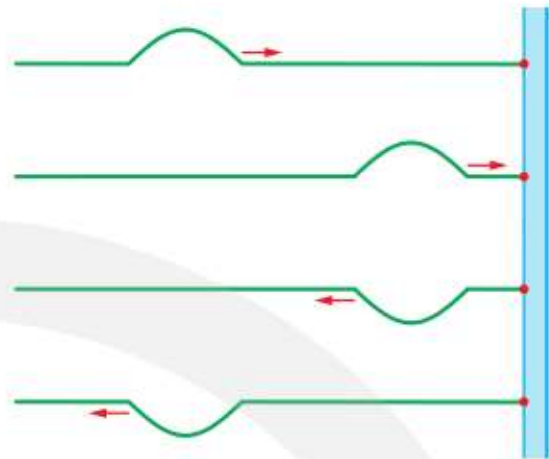
Terugkaatsing (reflectie) van golven

Als een golf bij het einde van het medium komt wordt hij teruggekaatst. Dit kan op twee verschillende manieren gebeuren, afhankelijk van of het uiteinde wel of geen trilling kan uitvoeren. In de figuren 16 en 17 zie je een golf in een koord. In figuur 17 is het koord bij het uiteinde los, zodat het koord daar makkelijk kan trillen. In figuur 18 is het koord bij het uiteinde vastgemaakt en kan daar dus niet trillen.

Bij een **los uiteinde** schiet de beweging door. Het uiteinde maakt een grote zwieper en creëert daarmee een nieuwe golf die de andere kant uitgaat. Zoals je in figuur 17 ziet, beweegt de golfberg terug, zonder om te klappen. Bij een **vast uiteinde** geeft het medium een actiekracht naar boven op het eindpunt. Vanwege de derde wet van Newton oefent het eindpunt een reactiekracht naar beneden uit op het koord. Deze reactiekracht creëert een nieuwe golf die de andere kant uitgaat. Zoals je in figuur 18 ziet, verandert de golfberg in een golfdal en beweegt daarna terug. Bij een vast uiteinde is er een **fasesprong** van $\frac{1}{2}$. Bij een los uiteinde is er geen fasesprong.



Figuur 17 Golf met los uiteinde kaatst terug en klapt daarbij niet om.

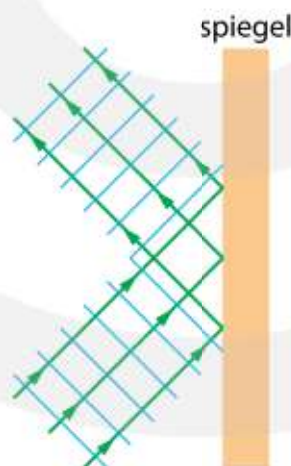


Figuur 18 Golf met vast uiteinde kaatst terug en klapt daarbij om.

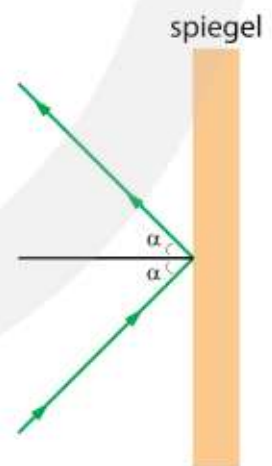
De terugkaatsingswet

Wordt een golf teruggekaatst, dan is de hoek van terugkaatsing gelijk aan de hoek van inval. Deze wet geldt niet alleen voor vlakke en gekromde spiegels maar altijd, dus ook voor ruwe oppervlakken. In figuur 19 zie je hoe een invallende golf wordt teruggekaatst.

De hoek van terugkaatsing is gelijk aan de hoek van inval.



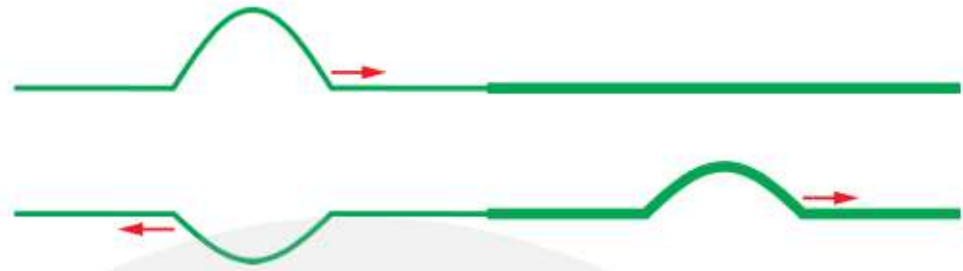
Figuur 19 De terugkaatsingswet.



Gedeeltelijke terugkaatsing

Als een golf een grens bereikt waar het medium verandert, dan zal de golf zowel terugkaatsen als verdergaan. In figuur 20 zie je een dun koord dat is bevestigd aan een dikker koord. Bij de grens splitst de golf zich in twee delen. Een deel wordt teruggekaatst en een deel gaat verder. Dit zie je bijvoorbeeld bij een raam. Licht dat op een raam valt wordt voor ongeveer 90% doorgelaten (transmissie), de overige 10% wordt teruggekaatst (reflectie). Bij de teruggaande golf is er een fasesprong van $\frac{1}{2}$. De doorgaande golf heeft geen fasesprong.

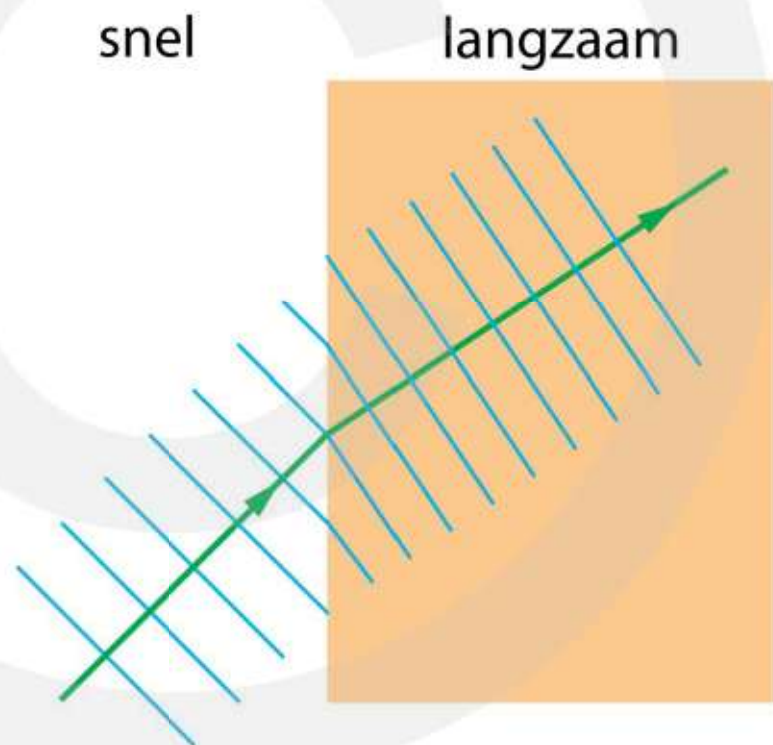
Figuur 20
Transmissie en
reflectie van
een golf aan
een grensvlak.



Breking (refractie)

Een golf die onder een hoek aankomt bij een grensvlak van een materiaal met een andere golfsnelheid gaat verder in een andere richting. Dit heet **refractie** en gebeurt bijvoorbeeld als licht schuin invalt op glas. Het licht wordt gebroken en gaat in een andere richting verder. Zie figuur 21.

Figuur 21 Een golf komt onder een hoek bij een grens waarin de golfsnelheid plotseling verandert. Hierdoor verandert de richting van de golf.



10.3 Interferentie

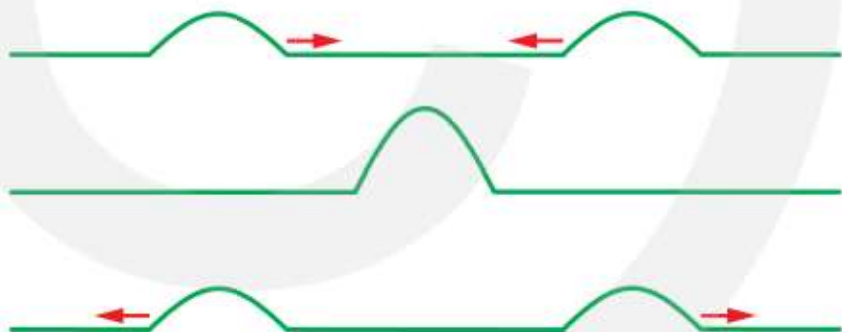
Het is mogelijk dat zich in het medium niet één maar twee of meer trillingsbronnen bevinden. Trillen deze bronnen met verschillende frequenties dan ontstaat er een chaotisch patroon. Maar zijn de frequenties van de trillingsbronnen gelijk, dan treedt er **interferentie** op in het gebied waar de golven elkaar overlappen. Interferentie kan ervoor zorgen dat twee golven elkaar versterken of verzwakken.

Interferentie:

Twee golven met dezelfde frequentie komen elkaar tegen. In het gebied waar ze overlappen versterken of verzwakken ze elkaar.

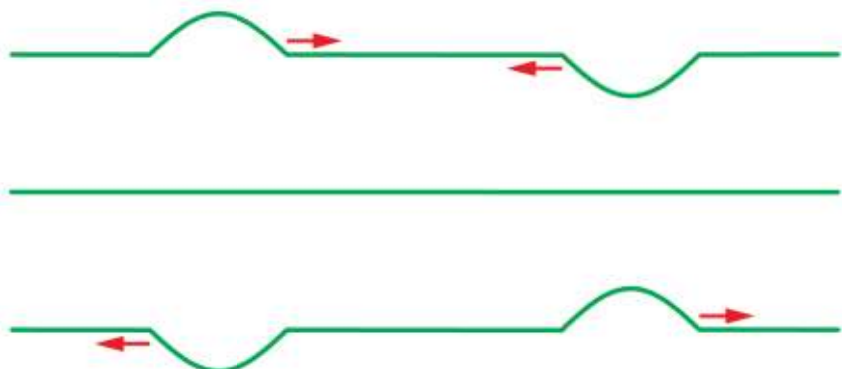
- twee positieve uitwijkingen versterken elkaar
- twee negatieve uitwijkingen versterken elkaar
- een positieve en een negatieve uitwijking geeft verzwakking

In figuur 22 bewegen twee golfbergen naar elkaar toe. Beide golven hebben een positieve uitwijking. In de middelste situatie zijn ze precies op dezelfde plaats. Op dat moment versterken de golven elkaar en treedt er **constructieve interferentie** op. Daarna gaan de golven verder.



Figuur 22 Constructieve interferentie van twee golfbergen.

In figuur 23 bewegen een golfberg en een golfdal naar elkaar toe. De golfberg heeft een positieve uitwijking en de golfdal een negatieve uitwijking. In het middelste situatie zijn ze precies op dezelfde plaats. Op dat moment doven de golven elkaar uit en treedt er **destructieve interferentie** op. Daarna gaan de golven verder.



Figuur 23 Destructieve interferentie van een golfberg en een golfdal.

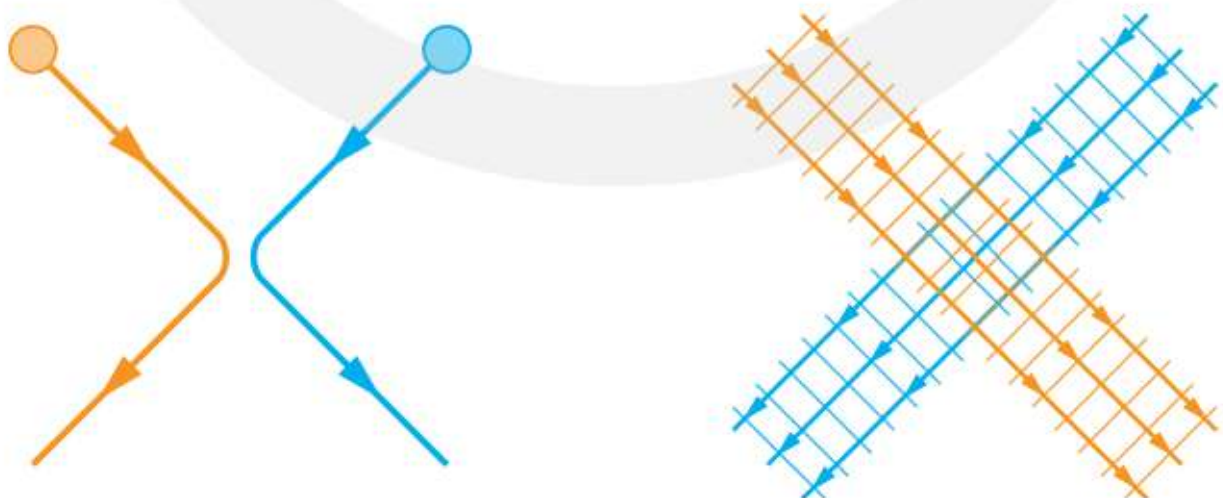
Heeft de uitwijking in punt P door golf 1 en golf 2 dezelfde richting, dan is de resulterende uitwijking extra groot en gaat P met een grote amplitude trillen. Bij punt P versterken de golven elkaar en is er **constructieve interferentie**.

Als de uitwijkingen in P door golf 1 en golf 2 tegengesteld zijn is de resulterende uitwijking extra klein en gaat P met een kleine amplitude (of soms helemaal niet) trillen. Bij punt P verzwakken de golven elkaar en is er **destructieve interferentie**. Bij volledige verzwakking trilt punt P helemaal niet. In figuur 23 zie je twee golven die elkaar in het middelste plaatje tijdelijk helemaal uitdoven. Dit noem je **totale of volledige uitdoving**.

versterken	→	constructieve interferentie
verzwakken	→	destructieve interferentie

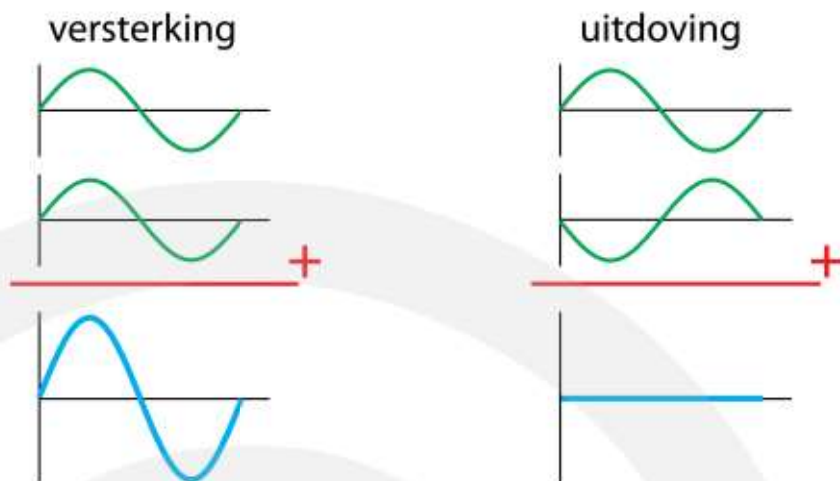
Het is een kenmerkende eigenschap van golven dat ze elkaar kunnen versterken en kunnen uitdoven. Bij deeltjes is dit niet mogelijk. Komen twee deeltjes elkaar in de ruimte tegen, dan botsen ze tegen elkaar aan. Op één plaats in de ruimte kunnen op hetzelfde tijdstip niet twee deeltjes zijn. Maar bij golven is dat anders. Op één plaats in de ruimte kunnen tegelijkertijd twee of meer golven zijn. Op de plaats waar de golven samenkomen treedt interferentie op, waarbij de golven elkaar versterken of verzwakken. Golven trekken zich niets van elkaar aan, ze gaan dwars door elkaar heen en gaan daarna gewoon verder. Zie figuren 22 en 23. Tijdens het interfereren is de uitwijking de som van de uitwijkingen van de afzonderlijke golven.

Als twee golven met elkaar interfereren is de resulterende uitwijking de som van de uitwijkingen van de afzonderlijke golven.



Figuur 24 Twee deeltjes kunnen niet tegelijkertijd op dezelfde plaats zijn maar twee golven kunnen dat wel.

Figuur 25 Interferentie is het optellen van twee trillingen of golven. De uitwijking is op ieder moment de som van de uitwijkingen van de individuele trillingen of golven.

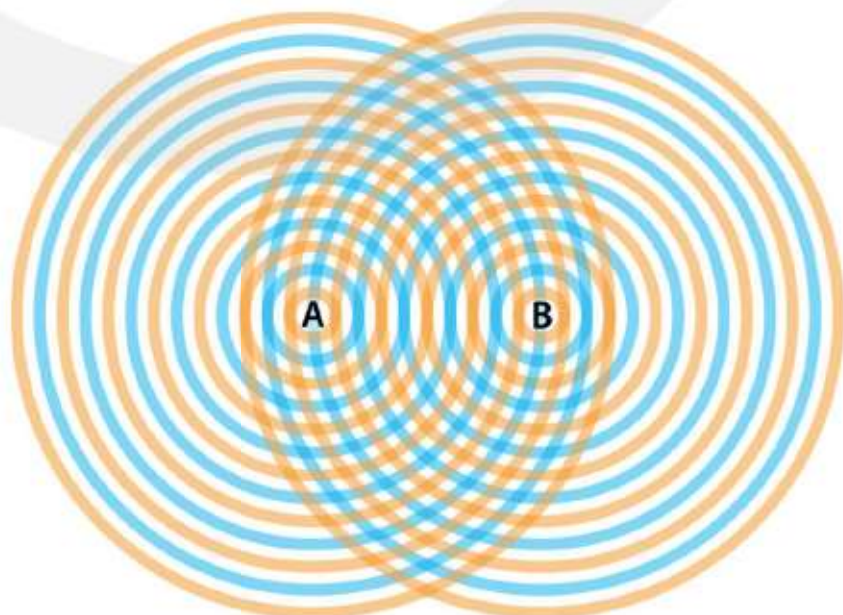


Buiken en knopen

Stel er zijn twee trillingsbronnen A en B met dezelfde frequentie en amplitude. Op $t=0$ gaan de trillingsbronnen in dezelfde richting door de evenwichtsstand en beginnen ze aan een nieuwe trilling. De trillingsbronnen A en B hebben daarom hetzelfde ritme. In dat geval zijn de trillingsbronnen **coherent**.

Coherente trillingsbronnen hebben dezelfde frequentie en beginnen met een vast tijdsverschil aan een nieuwe trilling.

In figuur 26 zie je golfbergen (oranje) en golfdalen (blauw) veroorzaakt door coherente trillingsbronnen A en B. De golven verspreiden zich in een medium en overlappen elkaar in een gebied tussen A en B. De oranje cirkels zijn golfbergen en de blauwe cirkels zijn golfdalen. De golfbergen en golfdalen verplaatsen zich naar buiten. De afstand tussen twee oranje cirkels en tussen twee blauwe cirkels is de golflengte λ . De afstand tussen een oranje en een blauwe cirkel is $\frac{1}{2} \lambda$.



Figuur 26 Interfererende golven afkomstig van de coherente trillingsbronnen A en B. De oranje cirkels zijn golfbergen en blauwe cirkels zijn golfdalen.

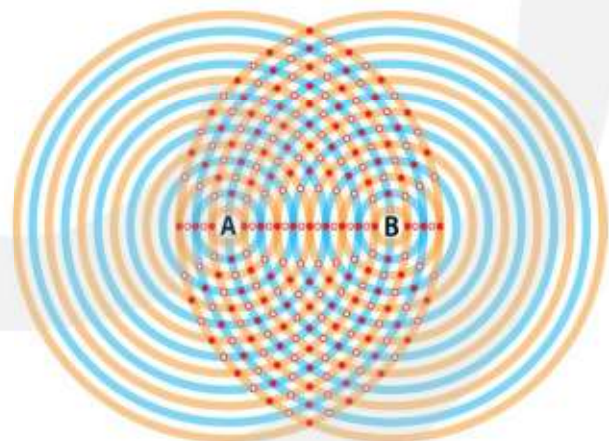
Op plaatsen waar twee oranje cirkels elkaar snijden komen twee golfbergen samen en ontstaat er een extra hoge golfberg. Op plaatsen twee blauwe cirkels elkaar snijden komen twee golfdalen samen en ontstaat er een extra diep golfdal. Plaatsen met een extra hoge golfberg of een extra diep golfdal worden **buiken** genoemd. Hier is de amplitude twee keer zo groot als bij een enkele trillingsbron. In figuur 27 zijn buiken aangegeven met dichte stippen.

Op plaatsen waar een oranje cirkel en een blauwe cirkel elkaar snijden komt een golfberg samen met een golfdal. Hier doven de golven elkaar uit en is de amplitude nul. Plaatsen waar de golven elkaar uitdoven worden **knopen** genoemd. In figuur 27 zijn de knopen aangegeven met open stippen.

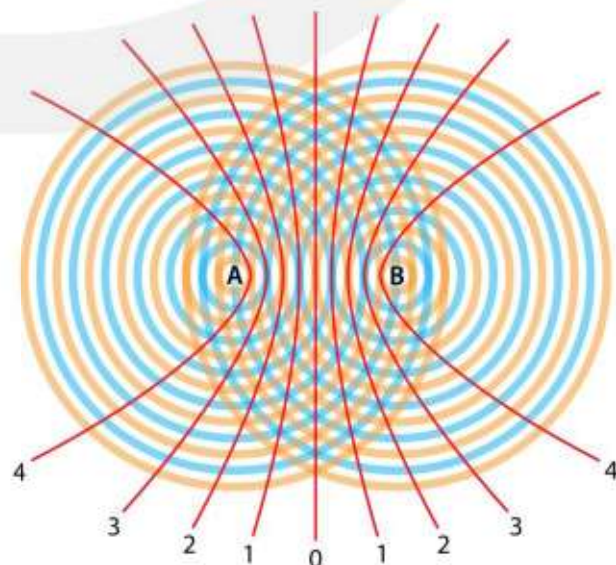
**Buiken zijn plaatsen waar golven elkaar maximaal versterken.
Knopen zijn plaatsen waar golven elkaar uitdoven.**

Door de buiken met elkaar te verbinden ontstaat een lijn waarop zich de buiken bevinden. Dit heet een **buiklijn**. Op een buiklijn is de amplitude twee keer zo groot als de amplitude van een enkele trillingsbron. In figuur 28 zijn de buiklijnen aangegeven. Door knopen met elkaar te verbinden ontstaat er een **knooplijn**. Op een knooplijn is de amplitude klein, bij totale uitdoving zelfs nul. De knooplijnen bevinden zich tussen de buiklijnen in en zijn in figuur 28 niet aangegeven.

Figuur 27 A en B zijn coherente trillingsbronnen. In het gebied waar de golven overlappen ontstaat er interferentie. Buiken zijn aangegeven met dichte stippen. Knopen zijn aangegeven met open stippen.



Figuur 28 De rode lijnen zijn de buiklijnen. Op deze lijnen liggen de buiken en is de amplitude twee keer zo groot.



Superpositie

Een punt P kan tegelijkertijd aan twee golven meedoen. Dit gebeurt als P in het gebied ligt waar twee golven elkaar overlappen. In dit gebied wordt P vanuit twee verschillende bronnen in trilling gebracht. Zoals we in het hoofdstuk trillingen hebben gezien is bij een samengestelde trilling de totale uitwijking de som van de uitwijkingen veroorzaakt door trilling 1 en trilling 2.

Het principe dat je bij twee trillingen of twee golven de uitwijkingen bij elkaar kunt optellen heet **superpositie**.

Superpositie: zijn er meerdere golven, dan is de totale uitwijking de som van de afzonderlijke uitwijkingen.

$$u_{\text{tot}} = u_1 + u_2$$

Constructieve en destructieve interferentie

Om te bepalen of twee golven A en B op een bepaalde plaats constructief of destructief interfereren moet je het gereduceerde faseverschil van deze golven op deze plaats weten.

Het gereduceerde faseverschil bepaalt of twee golven constructief of destructief interfereren.

Constructieve interferentie treedt op als het gereduceerde faseverschil tussen de golven afkomstig uit A en B nul is. Het faseverschil is dan 0, 1, 2, 3, ... We schrijven $\Delta\varphi = n$ met $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. De punten met dezelfde waarde van n liggen op de buiklijn met nummer n .

Destructieve interferentie treedt op als het gereduceerde faseverschil tussen de golven afkomstig uit A en B een half is. Het faseverschil is dan $\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}, \dots$. We schrijven $\Delta\varphi = n + \frac{1}{2}$ met $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. De punten met dezelfde waarde van n liggen op de knooplijn met nummer n .

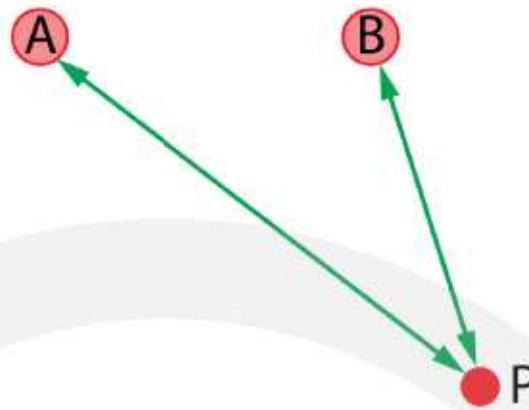
Constructief: $\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = n$ met $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Destructief: $\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = (n + \frac{1}{2})$ met $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Getal n geeft het faseverschil van A en B aan op de verschillende buiklijnen of knooplijnen. Dit wordt de **orde** van de interferentie genoemd. Bij de derde orde geldt $n = 3$, het faseverschil tussen de golven afkomstig van A en van B is daar 3.

Er geldt: $\Delta\varphi = \frac{x_2 - x_1}{\lambda} = \frac{\Delta x}{\lambda}$ en om het faseverschil te berekenen moet je de afstand

van punt P tot de bronnen A en B weten. In figuur 29 is de afstand AP groter dan de afstand BP. Golven uit A hebben in punt P een kleinere fase dan de golven uit B.



Figuur 29 Interferentie van golven uit A en B op plaats P.

Het faseverschil van de twee golven bij P volgt uit het verschil in afstand tussen P en de bronnen A en B.

- fase van golf uit A bij punt P: $\varphi_A = \frac{x_A}{\lambda}$ (x_A is de afstand tussen A en P)
- fase van golf uit B bij punt P: $\varphi_B = \frac{x_B}{\lambda}$ (x_B is de afstand tussen B en P)

Het faseverschil is:
$$\Delta\varphi = \frac{x_A}{\lambda} - \frac{x_B}{\lambda} = \frac{x_A - x_B}{\lambda} = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

Constructieve interferentie: $\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda} = n$ met $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Destructieve interferentie: $\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda} = (n + \frac{1}{2})$ met $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

VOORBEELD interferentie

A en B zijn trillingsbronnen met faseverschil nul. Ze veroorzaken golven met een golflengte van 0,80 m.

Punt P ligt op een afstand van 4,4 m van A en op 2,8 m van B.

Punt Q ligt op een afstand van 3,0 m van A en op 1,8 m van B.

Bepaal voor P en Q of constructieve of destructieve interferentie optreedt.

- voor de fasen van de golven uit A en B geldt: $\varphi_A = \frac{x_A}{\lambda}$ en $\varphi_B = \frac{x_B}{\lambda}$
- $\varphi_{A \rightarrow P} = \frac{x_A}{\lambda} = \frac{4,4}{0,8} = 5,5$ en $\varphi_{B \rightarrow P} = \frac{x_B}{\lambda} = \frac{2,8}{0,8} = 3,5$
- $\varphi_B - \varphi_A = 5,5 - 3,5 = 2 \rightarrow$ er is constructieve interferentie
- $\varphi_{A \rightarrow Q} = \frac{x_A}{\lambda} = \frac{3,0}{0,8} = 3,75$ en $\varphi_{B \rightarrow Q} = \frac{x_B}{\lambda} = \frac{1,8}{0,8} = 2,25$
- $\varphi_B - \varphi_A = 3,75 - 2,25 = 1,5 \rightarrow$ er is destructieve interferentie

10.4 Watergolven, geluid en licht

Oppervlaktegolven van water

Als een wateroppervlakte in trilling wordt gebracht ontstaan er oppervlaktegolven. Het oppervlak van het water gaat hierbij verticaal op en neer. Een combinatie van oppervlaktespanning en zwaartekracht is hiervoor verantwoordelijk. De golven verplaatsen zich over het oppervlak met gelijke snelheid in alle richtingen. Hierdoor ontstaan cilindervormige golven. Zie figuur 30.



Figuur 30



Figuur 31

Oppervlaktegolven van water hebben als bijzondere eigenschap dat de golfsnelheid afhankelijk is van de frequentie. Dit verschijnsel heet **dispersie**. Hoe groter de frequentie is hoe kleiner de golfsnelheid. De golfsnelheid is **omgekeerd evenredig** met de frequentie. Ook lichtgolven in een transparant medium vertonen dispersie. Dit komt later aan de orde.

Verder is in ondiep water de golfsnelheid afhankelijk van de diepte. Is de diepte meer dan 0,5 keer de golflengte dan is er geen afhankelijkheid, maar bij een diepte minder dan 0,05 keer de golflengte geldt voor de golfsnelheid:

$$v_{\text{golf}} = \sqrt{g \cdot h}$$

- v_{golf} is de golfsnelheid in meter per seconde (m/s)
- g is de valversnelling: $9,81 \text{ m/s}^2$
- h is de waterdiepte in meter (m)

Het zijn deze bijzondere eigenschappen die het typische gedrag van watergolven verklaren. Bijvoorbeeld de **branding** dicht bij de kust. De golfsnelheid neemt af als de kust wordt genaderd, waardoor het water hoog wordt opgestuwd. Zie figuur 31. Het water beweegt dan niet alleen in verticale richting, maar ook in de richting van de golf. Er ontstaat een combinatie van transversale en een longitudinale golf. Ook de enorm hoge golven die ontstaan bij een **tsunami** kun je hiermee verklaren.

Geluid

Als een elastisch medium wordt samengeperst (verdicht) of uitgerekt (verdund) ontstaat er een **longitudinale golf**. Zo'n longitudinale golf noemen we **geluid**. Het elastische medium kan zowel een gas (lucht) een vloeistof (water) of een vaste stof (staal, beton) zijn.

Een voorwerp dat het elastisch medium laat trillen kan als geluidsbron fungeren. Te denken valt aan:

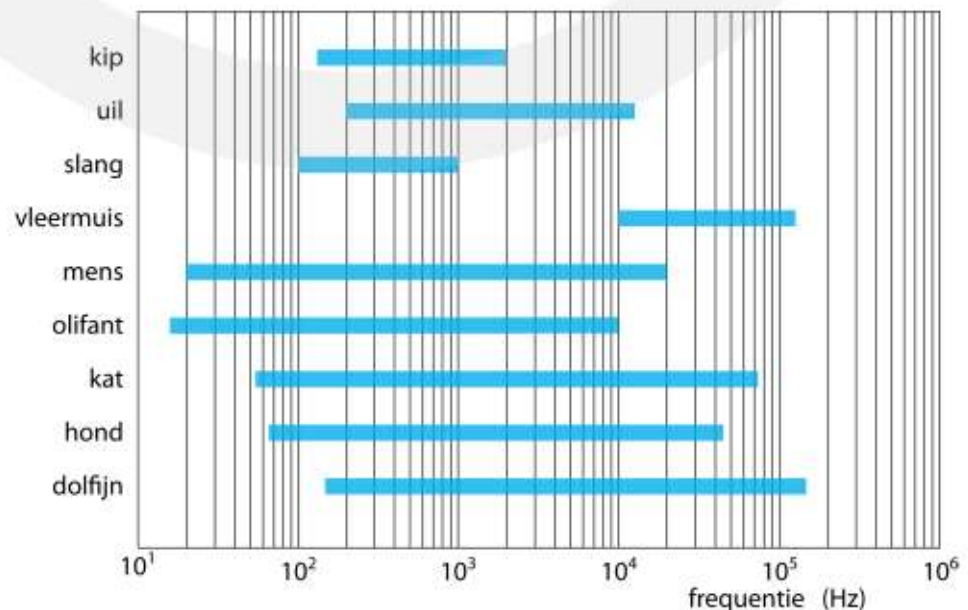
- brekend glas
- vleugels van een insect
- opstijgend vliegtuig
- muziekinstrument
- sonar van een onderzeeboot
- walvissen / dolfijnen

Zijn er één of enkele vaste frequenties aanwezig dan is er sprake van **muziek**. Bij een lage frequentie is de toon laag en bij een hoge frequentie is de toon hoog. Een **zuivere toon** ontstaat als de beweging van het voorwerp een harmonische trilling is. Bij een harmonische trilling hoort een **sinusvormig** (u,t)-diagram.

De toonhoogte wordt bepaald door de frequentie.

De sterkte van het geluid wordt bepaald door de amplitude.

Het menselijk gehoor is gevoelig voor frequenties tussen 20 en 20.000 Hz. De laagste frequentie van 20 Hz is de **onderste gehoorgrens**, de hoogste frequentie van 20.000 Hz is de **bovenste gehoorgrens**. Is de frequentie lager dan 20 Hz dan noem je het geluid **infrasoon**. Bij een frequentie groter dan 20.000 Hz heet het geluid **ultrasoon**. Sommige dieren (olifanten) kunnen lagere frequenties horen dan wij. Andere dieren (honden, vleermuizen) horen juist hogere frequenties dan mensen. Zie figuur 32.



Figuur 32
Gehoorgrenzen.

Voortplantingssnelheid van geluid

Geluid heeft een medium nodig om zich voort te planten. Het geluid spreidt zich uit in alle richtingen. De snelheid waarmee het geluid zich voortplant is de **geluidssnelheid**. Dit is de golfsnelheid van een longitudinale golf door het medium. De voortplantingssnelheid van geluid hangt af van de kracht die nodig is om het medium te vervormen. De geluidssnelheid van lucht neemt toe als de temperatuur stijgt.

Een moeilijk vervormbaar medium heeft een hoge geluidssnelheid.

De geluidssnelheid is niet afhankelijk van de frequentie of de amplitude.

Bij kamertemperatuur (293 K) is de geluidssnelheid van gassen het laagst, van vloeistoffen gemiddeld en van vaste stoffen het grootst.

– lucht	343	m/s
– water	1484	m/s
– ijzer	5100	m/s

Antigeluid

Met antigeluid kunnen storende geluidsgolven worden verzwakt. Dit gebeurt met behulp van destructieve interferentie. Om storend geluid te onderdrukken heb je een microfoon, een luidspreker en snelle elektronica nodig. De microfoon neemt het geluid op en met een snelle elektronica wordt een nieuw signaal met precies tegenovergestelde uitwijking gemaakt. Dit nieuwe geluidssignaal wordt naar de luidspreker gestuurd. Als de microfoon een verdichting waarneemt produceert de luidspreker een verdunning. Wordt een verdunning waargenomen dan produceert de luidspreker een verdichting. In het ideale geval treedt hierdoor volledige uitdoving op, met als gevolg dat je geen geluid meer hoort. Moderne koptelefoons zijn soms uitgerust met actieve ruisonderdrukking, wat gebaseerd is op het maken van antigeluid. Zie figuur 33.



Figuur 33 Actieve ruisonderdrukking is gebaseerd op antigeluid.

Licht

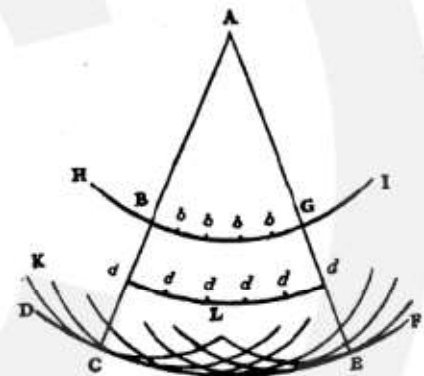
Christiaan Huygens (Nederland, 1629 – 1695) schrijft in zijn boek "Traité de la lumière" uit 1690 dat licht kan worden opgevat als golfverschijnsel. Zijn golftheorie van licht staat nu bekend als **het principe van Huygens**.

"Elk punt van een golffront is op te vatten als een nieuwe trillingsbron, die op zijn beurt lichtgolven uitzendt. Een nieuw golffront vindt men door de omhullende van deze elementaire golffronten te nemen".

Met zijn golftheorie kan Huygens de breking van licht verklaren. Hij legt het verband tussen de brekingsindex van een stof en de golfsnelheid van licht. Newton gaat in zijn boek Opticks (1704) tegen de golftheorie van Huygens in. In 1803 geven de experimenten van Thomas Young de doorslag in het voordeel van Huygens. Weer honderd jaar later zal Einstein de theorieën van Huygens en Newton met elkaar verenigen wat de start is van de kwantummechanica.



Figuur 34 Christiaan Huygens

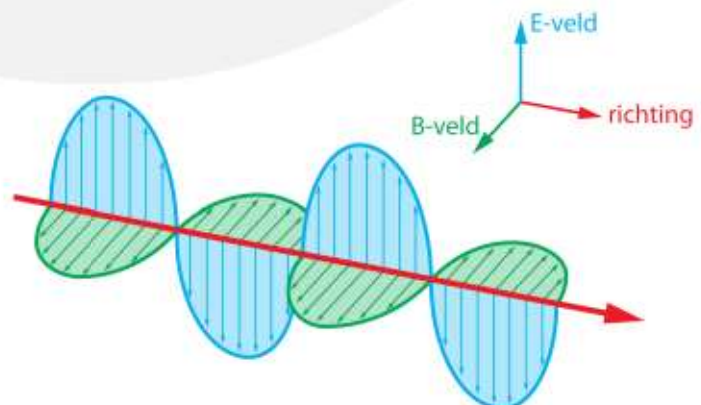


Figuur 35 Illustratie in Traité de la lumière.

In 1873 ontwikkelt James Clerk Maxwell (Schotland, 1831 – 1879) een theorie die licht in verband brengt met elektriciteit en magnetisme. In het hoofdstuk "Elektromagnetische straling" leer je hier meer over.



Figuur 36 James Clerk Maxwell



Figuur 37 Een lichtgolf volgens de theorie van Maxwell.

Zoals je in figuur 37 ziet is licht een transversale golf met een elektrische component (blauw) en een magnetische component (groen). De lichtgolf beweegt loodrecht op de trillingsrichtingen.

In vacuüm heeft licht een vaste snelheid van $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s. De lichtsnelheid is een natuurconstante en speelt een belangrijke rol in de relativiteitstheorie van Einstein. In een doorzichtige stof is de snelheid kleiner dan c en is afhankelijk van de frequentie. Net als oppervlaktegolven van water vertoont licht **dispersie**. Vanwege dispersie worden verschillende kleuren licht onder een andere hoek gebroken. Met een prisma kan "wit" zonlicht worden gesplitst in de kleuren waaruit het is samengesteld. Zie figuur 38. Dit verklaart ook de regenboog die ontstaat als de zon schijnt tijdens een regenbui. Zie figuur 39.



Figuur 38 Dispersie van licht in een prisma (links) en in een waterdruppel (rechts).

Figuur 39
Dispersie van lichtgolven in waterdruppels veroorzaken een dubbele regenboog.



10.5 Het dopplereffect

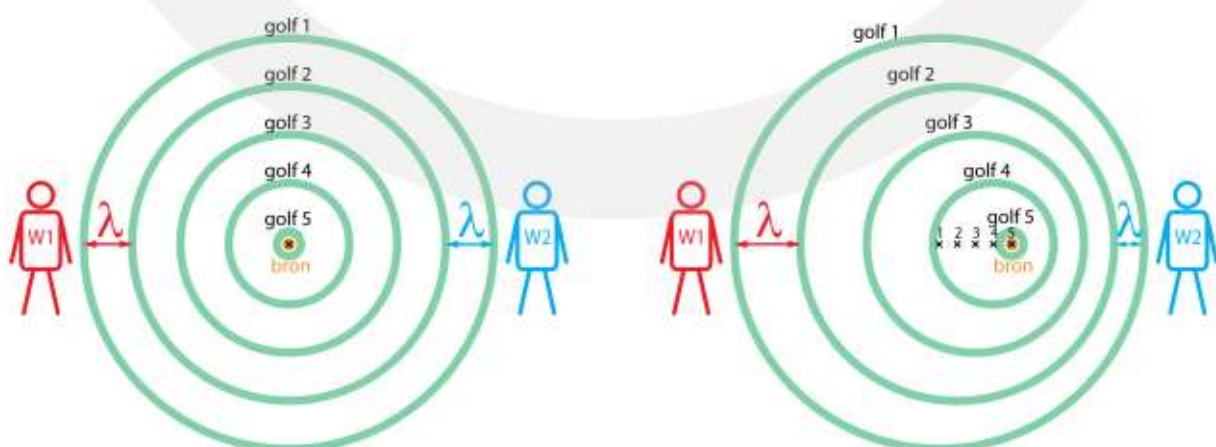
Het dopplereffect is genoemd naar Christian Doppler (Duitsland, 1803 – 1853) en geeft het verband tussen de waargenomen frequentie en snelheid van de trillingsbron en de snelheid van de waarnemer ten opzichte van het medium waarin de golf zich verplaatst.

Om de verandering van de waargenomen frequentie te berekenen gaan we er steeds van uit dat het medium stilstaat. Met de snelheid van de trillingsbron of de waarnemer bedoelen we dus de snelheid van de trillingsbron of van de waarnemer ten opzichte van het medium. De snelheid van het medium is per definitie nul.

Het dopplereffect betreft de verandering van de waargenomen frequentie door het bewegen van de bron of de waarnemer ten opzichte van het medium.

Bewegende trillingsbron

Een trillingsbron beweegt ten opzichte van het medium. In figuur 40 zie je links de situatie met een stilstaande bron en rechts met een bron die naar rechts beweegt. Bij een stilstaande bron nemen de waarnemers links van de bron W1 en rechts van de bron W2 dezelfde golflengte waar. Maar als de bron ten opzichte van het medium beweegt worden de golven aan de linkerkant uitgerekt en aan de rechterkant in samengedrukt. Voor waarnemer W1 links van de bron is de golflengte groter geworden en voor waarnemer W2 rechts van de bron kleiner. Omdat de golfsnelheid gelijk blijft zal de frequentie voor W1 afnemen en voor W2 toenemen.



Figuur 40 Het dopplereffect. Links staat de bron stil. Rechts beweegt de bron van waarnemer W1 vandaan en naar waarnemer W2 toe. Waarnemer W1 ziet een grotere golflengte en W2 een kleinere golflengte.

De trillingsbron zendt frequentie f_{bron} uit en de waarnemer meet frequentie f_w . Om F_w uit te rekenen moet je rekening houden met de richting van de snelheid. Beweegt de bron van je vandaan dan is de snelheid positief. Beweegt de bron naar je toe dan is de snelheid negatief. Voor de waargenomen frequentie bij een bewegende bron geldt:

$$f_w = \frac{v_{\text{golf}}}{v_{\text{golf}} + v_{\text{bron}}} \cdot f_{\text{bron}}$$

afstand tot de bron wordt groter → **v_{bron} is positief** → **$f_w < f_0$**
afstand tot de bron wordt kleiner → **v_{bron} is negatief** → **$f_w > f_0$**

- f_w is de frequentie die wordt waargenomen in hertz (Hz)
- f_{bron} is de frequentie die door de trillingsbron wordt uitgezonden in hertz (Hz)
- v_{golf} is de golfsnelheid in meter per seconde (m/s)
- v_{bron} is de snelheid van de bron in meter per seconde (m/s)

BEWIJS

- stilstaande bron: $v_{\text{golf}} = f_{\text{bron}} \cdot \lambda_{\text{bron}} \rightarrow \lambda_{\text{bron}} = v_{\text{golf}} \cdot T_{\text{bron}}$
- de bron beweegt van je vandaan: $\lambda_w = v_{\text{golf}} \cdot T_{\text{bron}} + v_{\text{bron}} \cdot T_{\text{bron}} = (v_{\text{golf}} + v_{\text{bron}}) \cdot T_{\text{bron}}$
- $v_{\text{golf}} = f_w \cdot \lambda_w \rightarrow \lambda_w = \frac{v_{\text{golf}}}{f_w}$
- $\frac{v_{\text{golf}}}{f_w} = (v_{\text{golf}} + v_{\text{bron}}) \cdot T_{\text{bron}} \rightarrow \frac{v_{\text{golf}}}{f_w} = (v_{\text{golf}} + v_{\text{bron}}) \cdot \frac{1}{f_{\text{bron}}} \rightarrow \frac{1}{f_w} = \frac{(v_{\text{golf}} + v_{\text{bron}})}{v_{\text{golf}}} \cdot \frac{1}{f_{\text{bron}}}$
- breuken omkeren geeft: $f_w = \frac{v_{\text{golf}}}{v_{\text{golf}} + v_{\text{bron}}} \cdot f_{\text{bron}}$

Het dopplereffect kan ook worden beschreven met een verandering van de waargenomen golflengte. Als de bron stilstaat meet je golflengte λ_0 en als de bron beweegt meet je λ_w . Door bovenstaande formule om te schrijven vind je:

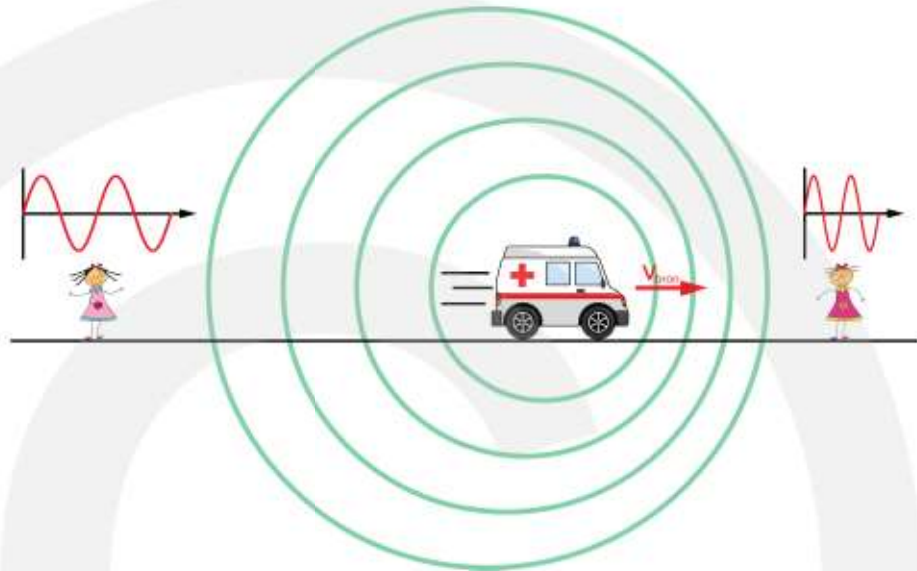
$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{v_{\text{bron}}}{v_{\text{golf}}}$$

afstand tot de bron wordt groter → **v_{bron} is positief** → **$\lambda_w > \lambda_0$**
afstand tot de bron wordt kleiner → **v_{bron} is negatief** → **$\lambda_w < \lambda_0$**

- $\Delta \lambda$ is de verandering van de golflengte in meter (m) ($\Delta \lambda = \lambda_w - \lambda_0$)
- λ_0 is de golflengte bij een stilstaande bron in meter (m)

Bewegende geluidsbron

Het dopplereffect van geluid kun je horen als er bijvoorbeeld een ziekenauto met grote snelheid voorbijrijdt. Komt de ziekenauto naar je toe, dan hoor je een hoge frequentie van de sirene. Rijdt de ziekenauto van je vandaan, dan hoor je een lage frequentie van de sirene. Tijdens het passeren hoor je dat de toon snel van hoog naar laag gaat. Zie figuur 41.



Figuur 41 Dopplereffect bij een voorbijrijdende ziekenauto.

VOORBEELD dopplereffect bij bewegende geluidsbron

Een ziekenauto met sirene rijdt met grote snelheid voorbij. Als de ziekenauto naar je toe komt meet je 750 Hz. De sirene van een stilstaande ziekenauto heeft een frequentie van 700 Hz. De temperatuur is 20 °C.

Bereken de snelheid van de ziekenauto.

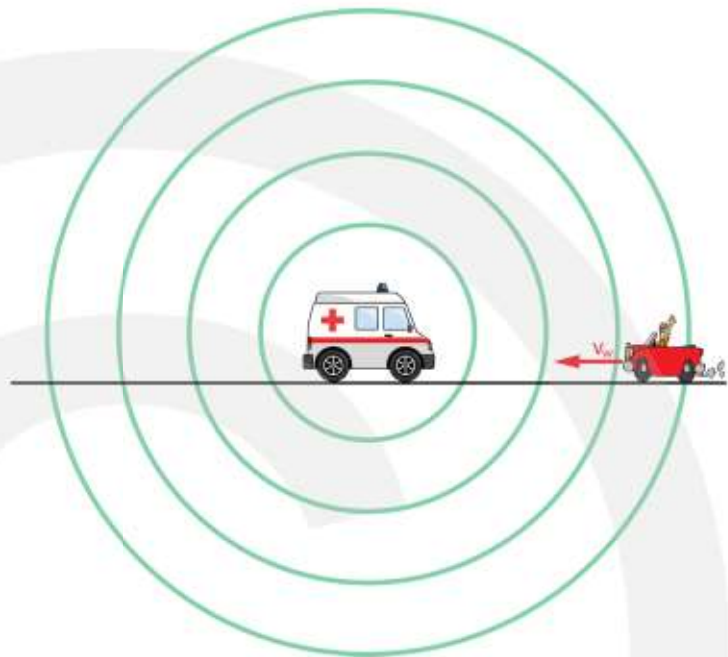
- $f_w = 750 \text{ Hz}$ | $f_{\text{bron}} = 700 \text{ Hz}$ | $v_{\text{golf}} = 343 \text{ m/s}$ | $v_{\text{bron}} = \dots \text{ m/s}$
- $f_w = \frac{v_{\text{golf}}}{v_{\text{golf}} + v_{\text{bron}}} \cdot f_{\text{bron}}$
- $750 = \frac{343}{343 + v_{\text{bron}}} \cdot 700 \rightarrow 750 \cdot (343 + v_{\text{bron}}) = 700 \cdot 343$
- $2,5725 \cdot 10^5 + 750 \cdot v_{\text{bron}} = 2,401 \cdot 10^5 \rightarrow v_{\text{bron}} = \frac{2,401 \cdot 10^5 - 2,5725 \cdot 10^5}{750}$
- $v_{\text{bron}} = -22,86667 = -22,9 \text{ m/s}$ (minteken want komt naar je toe)

Bereken de frequentie die je meet als de ziekenauto voorbij is gereden.

- $f_{\text{bron}} = 700 \text{ Hz}$ | $v_{\text{golf}} = 343 \text{ m/s}$ | $v_{\text{bron}} = 22,86667 \text{ m/s}$ | $f_w = \dots \text{ Hz}$
- $f_w = \frac{v_{\text{golf}}}{v_{\text{golf}} + v_{\text{bron}}} \cdot f_{\text{bron}}$
- $f_w = \frac{343}{343 + 22,86667} \cdot 700 \rightarrow f_w = 656,25 = 656 \text{ Hz}$

Bewegende waarnemer

Ook als de waarnemer beweegt ten opzichte van het medium en de bron stilstaat is er een dopplereffect. In figuur 42 zie je een stilstaande bron en een waarnemer die naar de bron beweegt.



Figuur 42 Dopplereffect bij een stilstaande ziekenauto en een bewegende waarnemer.

Voor deze situatie geldt:

$$f_w = \frac{v_{\text{golf}} - v_w}{v_{\text{golf}}} \cdot f_{\text{bron}}$$

afstand tot de bron wordt groter → v_w is positief → $f_w < f_0$
 afstand tot de bron wordt kleiner → v_w is negatief → $f_w > f_0$

- f_w is de frequentie die wordt waargenomen in hertz (Hz)
- f_{bron} is de frequentie die door de trillingsbron wordt uitgezonden in hertz (Hz)
- v_{golf} is de golfsnelheid in meter per seconde (m/s)
- v_w is de snelheid van de waarnemer in meter per seconde (m/s)

BEWIJS

- stilstaande waarnemer: in één seconde komen er f_{bron} golven voorbij
- waarnemer beweegt met snelheid $-v_w$ naar de bron toe (let op minteken)
- in één seconde legt de waarnemer v_w meter af waarop $\frac{v_w}{\lambda}$ golven passen
- de frequentie neemt toe met $\frac{-v_w}{\lambda} \rightarrow f_w = f_{\text{bron}} - \frac{v_w}{\lambda}$

- stilstaande bron: $v_{\text{golf}} = f_{\text{bron}} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = \frac{v_{\text{golf}}}{f_{\text{bron}}} \quad (\text{invullen})$
- $f_w = f_{\text{bron}} - v_w \cdot \frac{f_{\text{bron}}}{v_{\text{golf}}} \rightarrow f_w = f_{\text{bron}} - \frac{v_w}{v_{\text{golf}}} \cdot f_{\text{bron}} \rightarrow f_w = \frac{v_{\text{golf}} - v_w}{v_{\text{golf}}} \cdot f_{\text{bron}}$

MERK OP

De oorzaak van het dopplereffect van een bewegende bron is anders dan van een bewegende waarnemer. Als de bron beweegt worden de golven in de richting van de waarnemer samengedrukt, waardoor de golflengte kleiner wordt: $\lambda_w < \lambda_0$. Zie figuren 40 en 41. Als de waarnemer naar de bron beweegt verandert de golflengte niet en blijft λ_0 . Maar in dit geval komt de waarnemer per seconde meer golven tegen, waardoor de waargenomen frequentie groter wordt: $f_w > f_{\text{bron}}$. Zie figuur 42.

VOORBEELD dopplereffect bij bewegende waarnemer

Een ziekenauto met sirene staat stil. Als je naar de ziekenauto toe rijdt meet je 750 Hz. De sirene van de stilstaande ziekenauto heeft een frequentie van 700 Hz. De temperatuur is 20 °C.

Bereken de snelheid waarmee je naar de ziekenauto rijdt.

- $f_w = 750 \text{ Hz} \mid f_{\text{bron}} = 700 \text{ Hz} \mid v_{\text{golf}} = 343 \text{ m/s} \mid v_w = \dots \text{ m/s}$
- $f_w = \frac{v_{\text{golf}} - v_w}{v_{\text{golf}}} \cdot f_{\text{bron}}$
- $750 = \frac{343 - v_w}{343} \cdot 700 \rightarrow 750 \cdot 343 = (343 - v_w) \cdot 700$
- $2,5725 \cdot 10^5 = 2,401 \cdot 10^5 - 700 \cdot v_w$
- $v_w = \frac{2,5725 \cdot 10^5 - 2,401 \cdot 10^5}{-700} = -24,5 \text{ m/s}$

MERK OP

Als de ziekenauto met 22,9 m/s naar je toe rijdt hoor je 700 Hz. Als je zelf naar een stilstaande ziekenauto rijdt hoor je 700 Hz pas bij een snelheid van 24,5 m/s.

Bereken de frequentie die je meet als je de ziekenauto voorbij bent gereden.

- $f_{\text{bron}} = 700 \text{ Hz} \mid v_{\text{golf}} = 343 \text{ m/s} \mid v_w = 24,5 \text{ m/s} \mid f_w = \dots \text{ Hz}$
- $f_w = \frac{v_{\text{golf}} - v_w}{v_{\text{golf}}} \cdot f_{\text{bron}}$
- $f_w = \frac{343 - 24,5}{343} \cdot 700 \rightarrow f_w = 650 \text{ Hz}$

Bewegende bron én bewegende waarnemer

Als zowel de bron als de waarnemer bewegen ten opzichte van het medium moeten de twee formules met elkaar worden gecombineerd. Je vindt dan:

$$f_w = \frac{V_{\text{golf}} - V_w}{V_{\text{golf}} + V_{\text{bron}}} \cdot f_{\text{bron}}$$

afstand tot de bron wordt groter → v_w is positief → $f_w < f_0$

afstand tot de bron wordt kleiner → v_w is negatief → $f_w > f_0$

Het bewijs van deze formule laten we achterwege. Wel is eenvoudig te controleren dat deze formule geldt voor de situaties waarin de waarnemer stilstaat en waarin de bron stilstaat. Vul je $v_w = 0$ in dan krijg je de formule voor een bewegende bron en vul je $v_{\text{bron}} = 0$ in dan krijg je de formule voor een bewegende waarnemer.

MERK OP

In Binas staat deze formule met een minteken in de noemer. In die formule moet je een positieve snelheid invullen als de bron naar de waarnemer toe beweegt.

Dopplereffect bij licht

Ook bij lichtgolven is er een dopplereffect. Maar voor lichtgolven in vacuüm is er geen medium en je kunt dus geen onderscheid maken tussen een bewegende bron en een bewegende waarnemer. Vandaar dat de bovenstaande formules niet gebruikt kunnen worden voor licht in vacuüm. Je moet rekening houden met de bijzondere eigenschappen van licht, zoals in Einsteins relativiteitstheorie gebeurt. Met deze theorie vind je voor het **relativistische dopplereffect**:

$$f_w = \sqrt{\frac{c - v}{c + v}} \cdot f_{\text{bron}} \quad | \quad \lambda_w = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}} \cdot \lambda_0$$

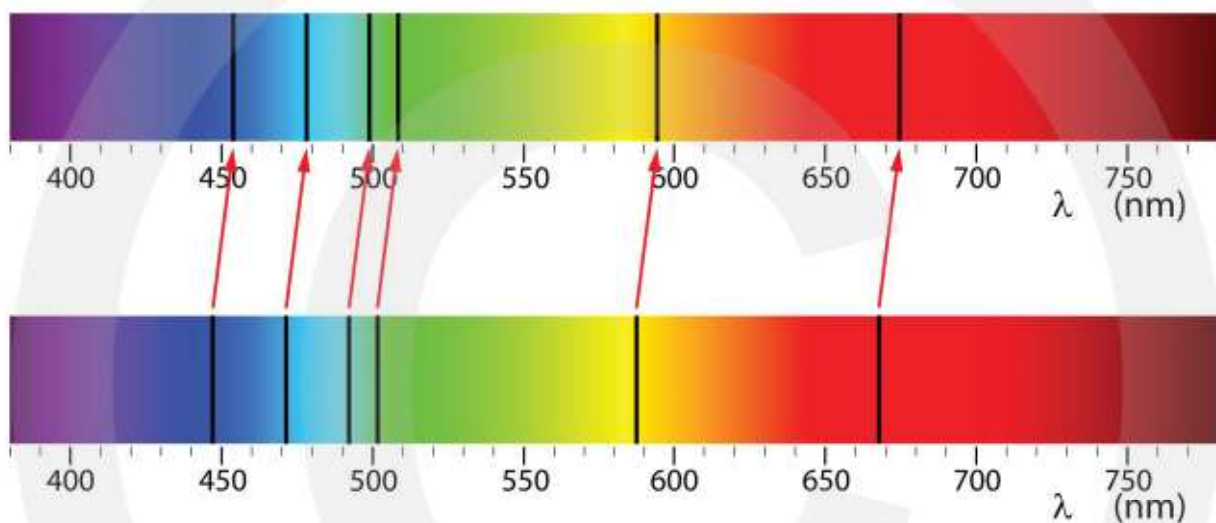
afstand tot de bron wordt groter → v is positief → $f_w < f_{\text{bron}}$

afstand tot de bron wordt kleiner → v is negatief → $f_w > f_{\text{bron}}$

- f_w is de waargenomen frequentie in hertz (Hz)
- f_{bron} is de frequentie die door de trillingsbron wordt uitgezonden in hertz (Hz)
- λ_w is de waargenomen golflengte in meter (m)
- λ_0 is de golflengte die je waarneemt bij een stilstaande bron in meter (m)
- c is de lichtsnelheid in meter per seconde (m/s)
- v is de relatieve snelheid tussen de waarnemer en de bron (m/s)

In de sterrenkunde wordt het dopplereffect gebruikt om de snelheid van sterren en sterrenstelsels te bepalen. Ieder element van het periodieke systeem absorbeert een unieke set golflengtes. Door deze golflengtes te meten kan het element worden herkend. Maar vanwege het dopplereffect zijn de golflengtes een klein beetje verschoven ten opzichte van de golflengtes van stilstaande atomen.

In figuur 43 zie je het spectrum van helium. Het onderste spectrum is op aarde gemeten bij stilstaande He-atomen. Het bovenste spectrum is gemeten bij een ster. De absorptielijnen van helium zijn allemaal evenveel naar het rood verschoven. Hieruit volgt dat de ster van je vandaan beweegt en met de formule voor het relativistische dopplereffect kun je de snelheid van de ster berekenen.



Figuur 43 Van een ster wordt het He-spectrum waargenomen. De lijnen zijn verschoven omdat de ster met grote snelheid van de aarde af beweegt.

VOORBEELD dopplereffect bij licht

Van een ster wordt het heliumspectrum gemeten. De waargenomen absorptielijnen hebben een grotere golflengte dan die van een stilstaand He-atoom. De 501,6 nm lijn van een stilstaand He-atoom wordt bij 509,1 nm waargenomen.

Bereken de snelheid waarmee de ster beweegt ten opzichte van de aarde.

- $\lambda_{\text{bron}} = 501,6 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ | $\lambda_{\text{w}} = 509,1 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ | $v = \dots \text{ m/s}$
- $\lambda_{\text{w}} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \cdot \lambda_{\text{bron}}$
- $\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} = \frac{\lambda_{\text{w}}}{\lambda_{\text{bron}}} \rightarrow \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} = \frac{509,1 \cdot 10^{-9}}{501,6 \cdot 10^{-9}} = 1,01495$ (kwadrateren)
- $\frac{c+v}{c-v} = 1,03013 \rightarrow c+v = 1,03013 \cdot c - 1,03013 \cdot v$
- $2,03013 \cdot v = 0,03013 \cdot c \rightarrow v = \frac{0,03013}{2,03013} \cdot c \rightarrow v = 0,01484 \cdot c$

Kleine snelheid

In het bovenstaande voorbeeld vinden we dat de ster een snelheid heeft van ongeveer 1,5% van de lichtsnelheid. Als de snelheid veel minder is dan de lichtsnelheid is de formule voor een stilstaande waarnemer een goede benadering.

Bovenstaande voorbeeld berekend met de formule voor een stilstaande waarnemer geeft:

- $\Delta\lambda = 509,1 - 501,6 = 7,5 \text{ nm}$ | $\lambda_0 = 501,6 \text{ nm}$ | $v = \dots \text{ m/s}$
- $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v_{\text{bron}}}{v_{\text{golf}}}$
- $\frac{7,5}{501,6} = \frac{v_{\text{bron}}}{c} \rightarrow v_{\text{bron}} = 0,01495 \cdot c$
- relativistische formule: $v = 0,01484 \cdot c$ | benadering: $v_{\text{bron}} = 0,01495 \cdot c$

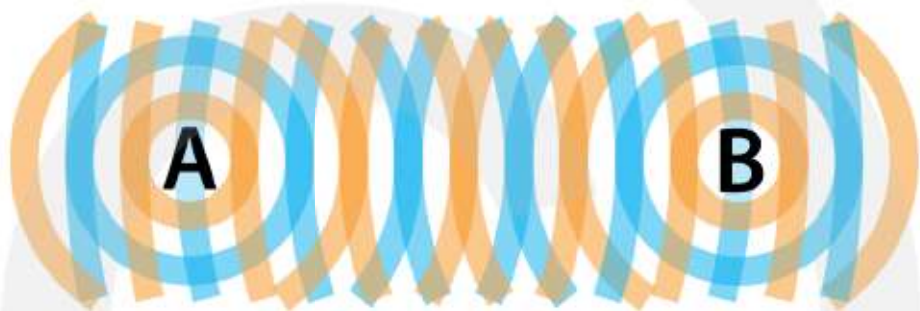
Als $\Delta\lambda < 0,1\lambda_0$	gebruik	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$
Als $\Delta\lambda > 0,1\lambda_0$	gebruik	$\lambda_w = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \cdot \lambda_0$

10.6 Staande golven

Staande golven

Figuur 44 is een vergroting van het middelste deel van figuur 26. Tussen de trillingsbronnen A en B zie je plaatsen waar twee golfbergen (oranje lijnen) en twee golfdalen (blauwe lijnen) samenkomen en waar zich dus buiken bevinden. Tussen deze buiken ontmoet een berg van bron A een dal van bron B, waardoor er een knoop ontstaat. De buiken en knopen liggen op vaste plaatsen en bewegen niet. Vandaar dat we spreken van een **staande golf**. Een staande golf ontstaat als twee golven met dezelfde frequentie en dezelfde amplitude tegen elkaar in bewegen.

Figuur 44 Een staande golf is aanwezig tussen de trillingsbronnen A en B.



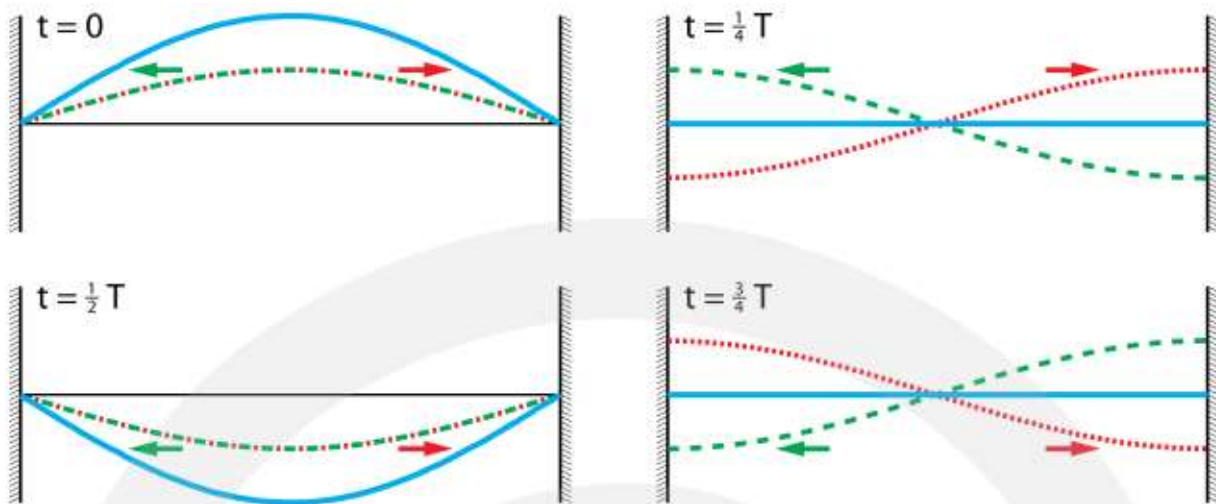
Een staande golf ontstaat als twee golven met dezelfde frequentie en dezelfde amplitude tegen elkaar in bewegen.

Een staande golf heeft stilstaande plaatsen met constructieve interferentie (buiken) en destructieve interferentie (knopen).

Staande transversale golven bij twee vaste uiteinden

Een snaarinstrument heeft snaren die aan beide uiteinden zijn vastgemaakt en onder spanning zijn gebracht. Breng je zo'n snaar in beweging, dan gaat hij op regelmatige manier trillen met enkele vaste frequenties. De frequenties van de snaar bepalen de toonhoogte en de "klankkleur" van de muzieknoot. In de snaar bevinden zich staande golven die ontstaan omdat de lopende golven steeds worden teruggekaatst bij de uiteinden. Zie figuur 45. De heengaande en teruggekaatste golven komen elkaar tegen en interfereren. Bij de uiteinden is de amplitude nul, want daar is de snaar vastgemaakt. Als de snaar met zijn laagst mogelijke frequentie trilt is er in het midden constructieve interferentie, waardoor er één buik ontstaat. De staande golf met de grootst mogelijke golflengte en dus de laagst mogelijke frequentie is de grondtoon. In figuur 46 zie je hoe de snaar in zijn grondtoon trilt.

De staande golf met de grootst mogelijke golflengte en dus de laagst mogelijke frequentie is de grondtoon.

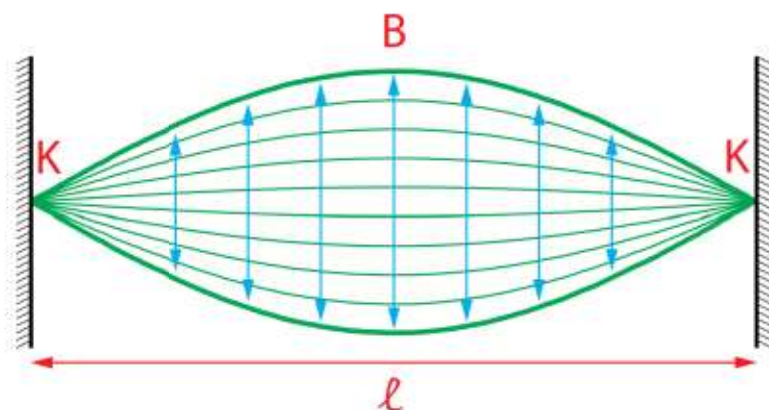


Figuur 45 Lopende golven in een aan beide uiteinden vastgemaakte snaar kaatsen heen en weer en veroorzaken een staande golf.

In figuur 45 zie je een snaar met twee golven lopen. De rode golf beweegt naar rechts en de groene golf naar links. De blauwe staande golf is de superpositie van de lopende rode en groene golven. De lengte van de snaar is een halve golflengte.

- Op $t = 0$ hebben de rode en de groene golf een berg in het midden van het koord. Ze versterken elkaar → **constructieve interferentie**.
- Op $t = \frac{1}{4}T$ is de rode golf $\frac{1}{4}\lambda$ naar rechts verschoven en de groene golf $\frac{1}{4}\lambda$ naar links. Nu doven ze elkaar uit → **destructieve interferentie**.
- Op $t = \frac{1}{2}T$ is de rode golf $\frac{1}{2}\lambda$ naar rechts verschoven en de groene golf $\frac{1}{2}\lambda$ naar links. Nu versterken ze elkaar → **constructieve interferentie**.
- Op $t = \frac{3}{4}T$ is de rode golf $\frac{3}{4}\lambda$ naar rechts verschoven en de groene golf $\frac{3}{4}\lambda$ naar links. Nu doven ze elkaar uit → **destructieve interferentie**.
- Op $t = T$ begint er een nieuwe cyclus.

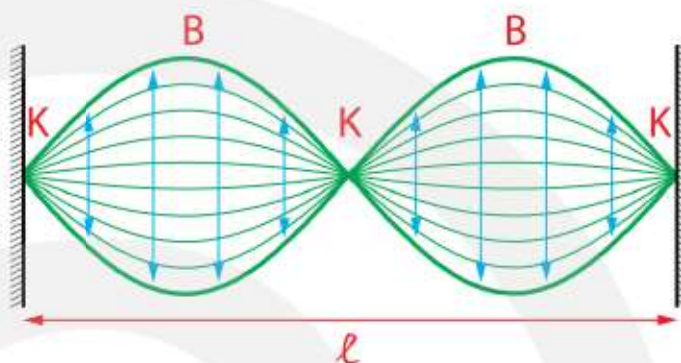
Figuur 46 Staande golf in een aan twee kanten vastgemaakte snaar. Dit is de staande golf met de grootst mogelijke golflengte en de laagst mogelijke frequentie. Deze staande golf produceert de grondtoon.



Boventonen

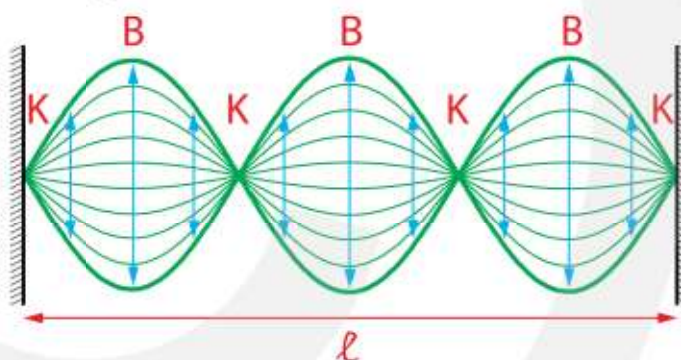
De staande golf van figuur 46 is niet de enige mogelijkheid waarmee de snaar kan trillen. Als de lengte van de snaar precies een hele golflengte is dient zich een nieuwe mogelijkheid aan. De heen- en weergaande golven interfereren nu zodanig dat niet alleen bij de uiteinden maar ook in het midden destructieve interferentie plaatsvindt. Er ontstaan nu twee buiken, zie figuur 47. Dit is de **eerste boventoon**.

Figuur 47 Staande golf in een aan twee kanten vastgemaakte snaar. Dit is de golf met de op 1 na grootste golflengte en dus met de op 1 na laagste frequentie. Deze staande golf is de 1^e boventoon.



Bij volgende mogelijkheid is de lengte van de snaar anderhalf keer de golflengte. Het patroon dat ontstaat heeft drie buiken. Zie figuur 48. Dit is de **tweede boventoon**.

Figuur 48 Staande golf in een aan twee kanten vastgemaakte snaar. Dit is de golf met de op 2 na grootste golflengte en dus met de op 2 na laagste frequentie. Deze staande golf is de 2^e boventoon.



In een snaarinstrument ontstaan niet alleen de grondtoon, maar ook de 1^e, 2^e, 3^e, etc. boventonen. Ieder instrument heeft een uniek mengsel van boventonen. Dit maakt dat je verschil kunt horen tussen bijvoorbeeld een gitaar, een viool en een piano. Kijk je naar de figuren 43, 44 en 45 dan valt het volgende op.

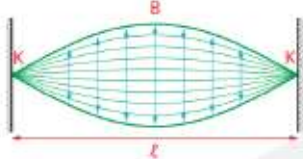
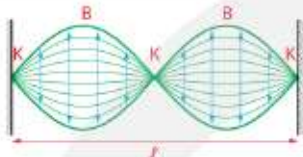
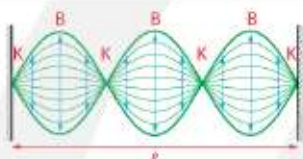
Bij iedere volgende boventoon komt er één knoop en één buik bij.

De afstand tussen twee buiken B – B en de afstand tussen twee knopen K – K is steeds $\frac{1}{2}\lambda$ en dat de afstand tussen een buik en een knoop B – K is steeds $\frac{1}{4}\lambda$.

$$B - B = \frac{1}{2}\lambda \quad K - K = \frac{1}{2}\lambda \quad B - K = \frac{1}{4}\lambda$$

Als l de lengte van de snaar is geldt:

- staande golf met 1 buik $\rightarrow l = 1 \cdot \frac{1}{2}\lambda$ (grondtoon)
- staande golf met 2 buiken $\rightarrow l = 2 \cdot \frac{1}{2}\lambda$ (1^e boventoon)
- staande golf met 3 buiken $\rightarrow l = 3 \cdot \frac{1}{2}\lambda$ (2^e boventoon)

staande golf vast – vast	toon	lengte van de snaar	golflente	frequentie
	grondtoon	$\ell = 1 \cdot \frac{1}{2} \lambda_0$	$\lambda_0 = \frac{2 \cdot \ell}{1}$	$f_0 = 1 \cdot \frac{v_{\text{golf}}}{2\ell}$
	1 ^e boventoon	$\ell = 2 \cdot \frac{1}{2} \lambda_1$	$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{2}$	$f_1 = 2 \cdot f_0$
	2 ^e boventoon	$\ell = 3 \cdot \frac{1}{2} \lambda_2$	$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{3}$	$f_2 = 3 \cdot f_0$

Voor een aan beide kanten vastgemaakte snaar geldt:

$$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

- ℓ is de lengte van de snaar (m)
- n is het aantal buiken in de snaar: $n = 1, 2, 3, \dots$
- λ is de golflengte van de staande transversale golf (m)

VOORBEELD harp

Een harp heeft een snaar waarmee muzikant a0 wordt gespeeld. Deze noot heeft een frequentie van $f_{a0} = 220$ Hz. De golfsnelheid in de snaar is 800 m/s.

Bereken de lengte van de snaar.

- $f_{a0} = 220$ Hz | $v_{\text{golf}} = 800$ m/s | $\lambda = \dots$ m
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 800 = 220 \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 3,63636$ m
- de snaar heeft twee vastgemaakte uiteinden
- grondtoon heeft patroon K – B – K
- grondtoon: $\ell = 2 \cdot \frac{1}{4} \lambda = \frac{1}{2} \lambda$
- $\ell = \frac{1}{2} \cdot 3,63636 = 1,81818 = 1,82$ m



Bereken de frequentie van de 2^e boventoon.

- patroon 1^e boventoon K – B – K – B – K
- patroon 2^e boventoon K – B – K – B – K – B – K
- 2^e boventoon: $\ell = 6 \cdot \frac{1}{4} \lambda = \frac{3}{2} \lambda$
- $1,81818 = \frac{3}{2} \lambda \rightarrow \lambda = 1,21212 \text{ m}$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 800 = f \cdot 1,21212 \rightarrow f = 660 \text{ Hz} \quad (f_2 = 3 \cdot f_0)$

Spankracht en toonhoogte

Sommige snaarinstrumenten, zoals viool en gitaar, hebben snaren met een vaste lengte. Toch heeft iedere snaar een andere grondtoon. Dit komt omdat:

- snaren met hoge tonen een grotere spankracht hebben
- snaren van lage tonen dikker zijn
- snaren van verschillende materialen zijn gemaakt



Om een snaarinstrument te stemmen pas je de spankracht van de snaar aan. Op een snaarinstrument zijn daarvoor draaiknoppen aangebracht waarmee je de snaar kunt spannen. Door een snaar strakker te spannen neemt de golfsnelheid toe. En omdat de golflengte gelijk blijft neemt ook de frequentie toe. Om een lage toon te maken moet je de spankracht verminderen. Je kunt ook dikkere snaren kiezen, want hoe dikker de snaar hoe lager de toon.

snaar strakker	→	frequentie van de grondtoon wordt hoger
snaar dikker	→	frequentie van de grondtoon wordt lager

Voor een snaar geldt:

$$v_{\text{golf}} = \sqrt{\frac{F_s \cdot \ell}{m}}$$

- v_{golf} is de golfsnelheid in de snaar in meter per seconde (m/s)
- F_s is de spankracht van de snaar in newton (N)
- ℓ is de lengte van de snaar in meter (m)
- m is de massa van de snaar in kilogram (kg)

VOORBEELD spaken in een fietswiel

Om te controleren of de spaken in een fietswiel de juiste spankracht hebben tikt de fietsenmaker met een hamertje tegen de spaak. Bij een toon van 300 Hz is de spankracht goed. De spaken in een fietswiel hebben een lengte van 30 cm en een massa van 6,0 gram.



Bereken de spankracht van de spaak.

- grondtoon: $\ell = \frac{1}{2}\lambda \rightarrow 0,3 = \frac{1}{2}\lambda \rightarrow \lambda = 0,60 \text{ m}$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow v_{\text{golf}} = 300 \cdot 0,6 = 180 \text{ m/s}$
- $v_{\text{golf}} = 180 \text{ m/s} \mid \ell = 0,60 \text{ m} \mid m = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \mid F_s = \dots \text{ N}$
- $v_{\text{golf}} = \sqrt{\frac{F_s \cdot \ell}{m}} \rightarrow 180 = \sqrt{\frac{F_s \cdot 0,30}{6,0 \cdot 10^{-3}}} \rightarrow F_s = 648 = 6,5 \cdot 10^2 \text{ N}$

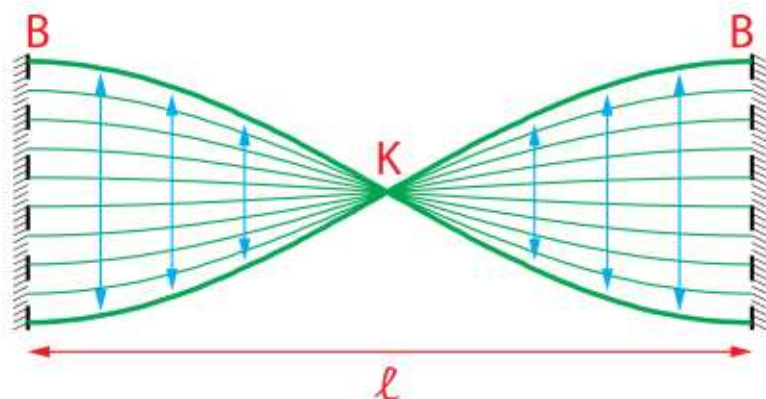
Leg uit of de frequentie van een te losse spaak hoger of lager is.

- F_s is kleiner, ℓ en m blijven gelijk $\rightarrow v_{\text{golf}}$ is kleiner
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda$
- v_{golf} is kleiner, λ blijft gelijk $\rightarrow f$ is lager

Staande transversale golven bij twee losse uiteinden

Bij snaarinstrumenten kan de snaar bij de uiteinden niet trillen, maar er zijn ook instrumenten, zoals een xylofoon, waarbij een staaf zodanig is bevestigd dat hij bij de uiteinden wel kan trillen. Deze uiteinden zijn "los" en bij een los uiteinde ontstaat altijd een buik.

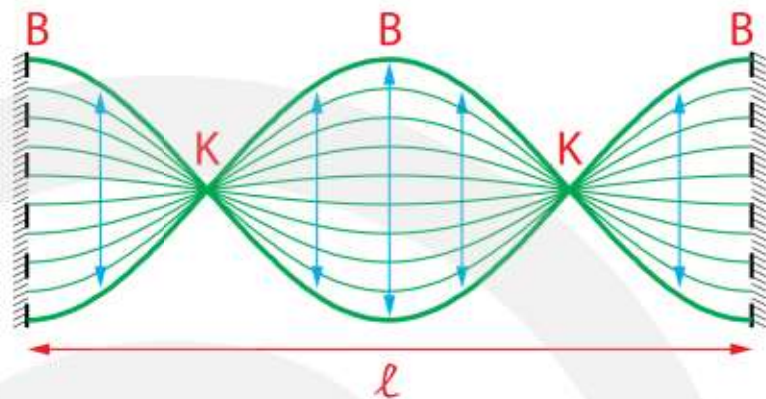
Als de staaf met zijn laagst mogelijke frequentie trilt is er in het midden destructieve interferentie, waardoor er één knoop ontstaat. De staande golf met de grootste mogelijke golflengte en dus de laagst mogelijke frequentie is de grondtoon. In figuur 49 zie je hoe de staaf in zijn grondtoon trilt.



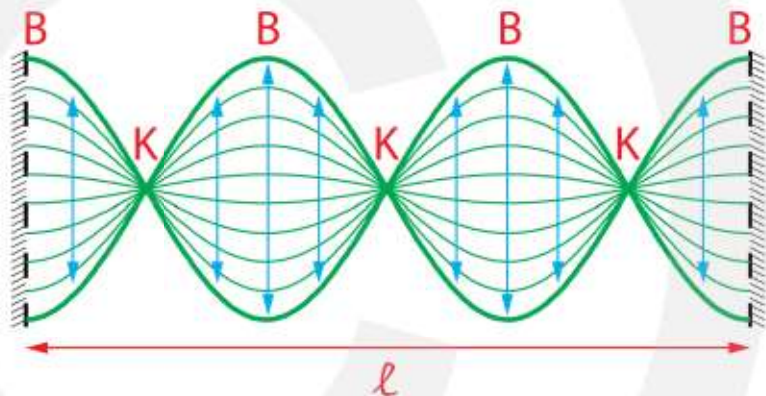
Figuur 49 Staande golf in staaf die aan twee kanten vrij kan trillen. Dit is de staande golf met de grootste mogelijke golflengte en de laagst mogelijke frequentie. Deze staande golf produceert de grondtoon.

Ook in dit geval ontstaan er boventonen. Als de lengte van de staaf precies een hele golflengte is dient zich een nieuwe mogelijkheid aan. Het patroon dat ontstaat zie je in figuur 50. Dit is de **eerste boventoon**. In figuur 51 zie je de **tweede boventoon**.

Figuur 50 Eerste boventoon bij twee losse uiteinden. Dit is de golf met de op 1 na grootste golflengte. Er zijn 2 knopen.



Figuur 51 Tweede boventoon bij twee losse uiteinden. Dit is de golf met de op 2 na grootste golflengte. Er zijn 3 knopen.



Staande longitudinale golven (blaasinstrumenten)

Behalve staande transversale golven zijn er ook staande longitudinale golven. Dit soort golven vind je bijvoorbeeld in blaasinstrumenten. Een blaasinstrument bestaat uit een buis gevuld met lucht. Door in een mondstuk te blazen wordt de lucht in de luchtkolom in trilling gebracht. Deze gedwongen trilling bevat een groot aantal frequenties.

Alleen de frequentie die gelijk is aan een eigenfrequentie van de luchtkolom wordt versterkt en zorgt ervoor dat er een staande longitudinale golf in de luchtkolom ontstaat. Op vaste plaatsen komen er buiken en knopen.

De lengte van de buis bepaalt de eigenfrequenties. Bij het open uiteinde kan de lucht gemakkelijk trillen, zodat daar altijd een buik ligt. Bij het gesloten uiteinde kan de lucht niet trillen, zodat daar altijd een knoop ligt. Als een buis twee open uiteinden heeft bevinden zich bij ieder uiteinde een buik. Als een buis één open en één gesloten uiteinde heeft komt er een buik bij het open en een knoop bij het gesloten uiteinde.

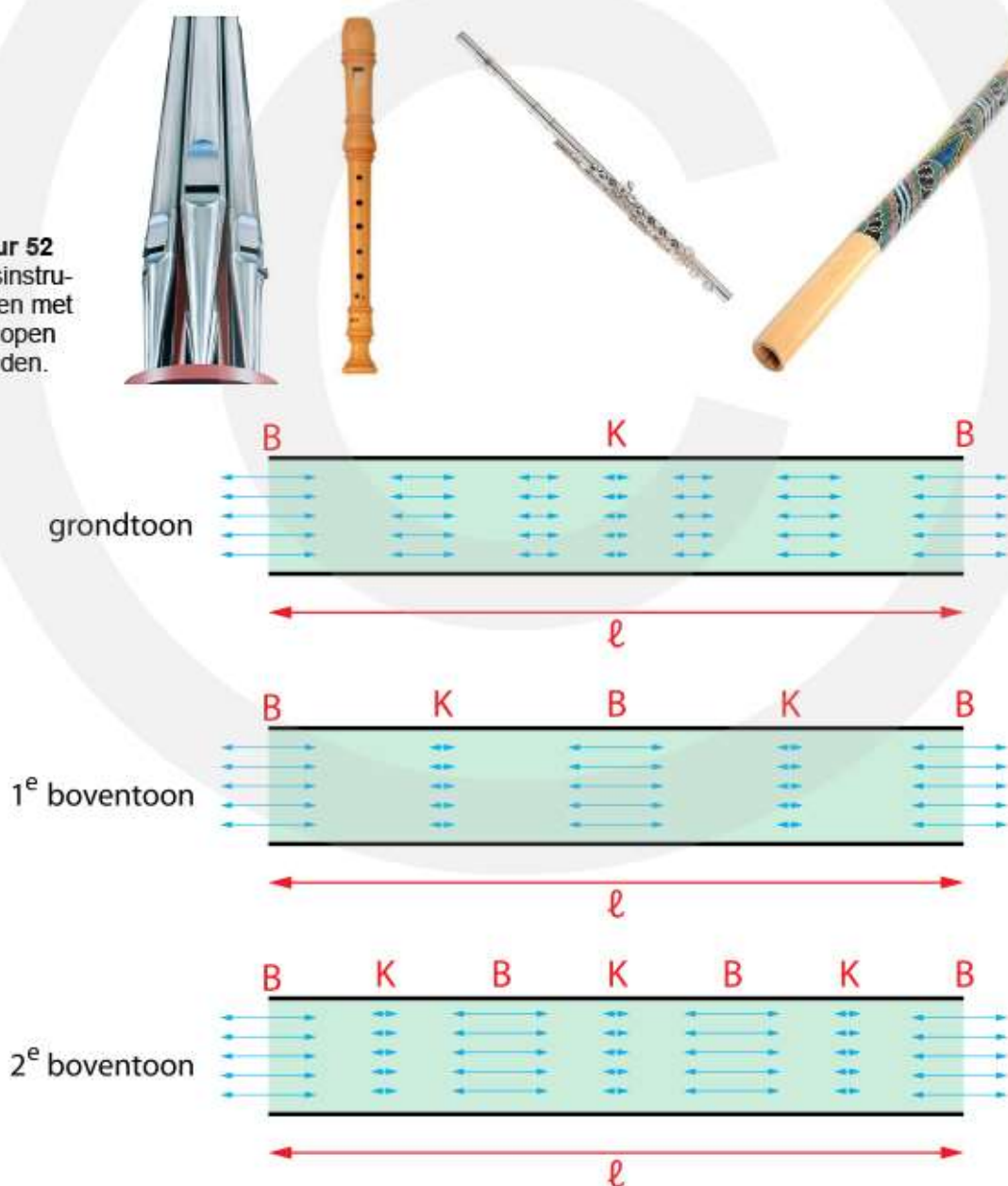
Een staande longitudinale golf in een buis met lucht heeft altijd een buik bij een open uiteinde en een knoop bij een gesloten uiteinde.

Staande longitudinale golven bij twee losse uiteinden

Er zijn twee soorten blaasinstrumenten, instrumenten met twee open uiteinden en instrumenten waarbij één kant open is en één kant dicht. We bespreken nu alleen de instrumenten met twee open uiteinden. De andere komen in de volgende paragraaf aan bod. Blaasinstrumenten met twee open uiteinden zijn onder andere: orgelpijp, dwarsfluit, blokfluit, didgeridoo.

In een buis die aan beide uiteinden open is bevindt zich bij de uiteinden altijd een buik. Meestal ligt de buik niet precies bij de opening maar een paar centimeter buiten het instrument. Tussen twee buiken bevindt zich altijd één knoop. De afstand tussen twee buiken is de helft van de golflengte. De afstand tussen een buik en een knoop is een kwart golflengte. De situatie is gelijk met de eerder behandelde trillende staaf met losse uiteinden.

Figuur 52
Blaasinstrumenten met twee open uiteinden.



Figuur 53 Buis met twee open uiteinden. Grondtoon (boven), 1^e boventoon (midden), 2^e boventoon (onder).

De golfsnelheid is voor blaasinstrumenten gelijk aan de geluidssnelheid in lucht. Bij kamertemperatuur is dit 343 m/s. Bij blaasinstrumenten ligt de golfsnelheid daarom vast. Snaarinstrumenten stem je door de golfsnelheid aan te passen, maar bij blaasinstrumenten is dat niet mogelijk. Je kunt een blaasinstrument alleen stemmen door hem langer of korter te maken. Neemt de lengte toe dan wordt de golflengte groter, waardoor de frequentie afneemt en de toon lager wordt. Bij een kleinere lengte wordt frequentie hoger.

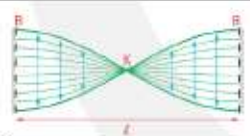
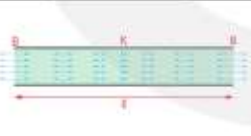
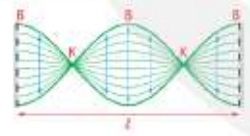
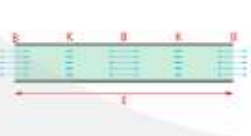
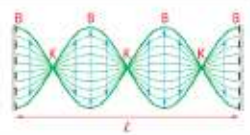
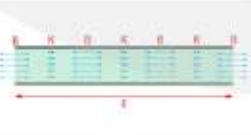
De golfsnelheid in een blaasinstrument is de geluidssnelheid in lucht.

Een blaasinstrument stem je door hem langer of korter te maken.

Wordt de temperatuur hoger dan neemt de geluidssnelheid in lucht toe. Als tijdens een concert een blaasinstrument warmer wordt dan raakt het instrument zijn juiste stemming kwijt. De musicus kan dit verhelpen door zijn instrument langer te maken.



Figuur 54 Bij een hoorn kun je de lengte van de buis aanpassen.

staande golf los – los in klankstaaf	staande golf los – los in luchtkolom	toon	lengte van de snaar	golflengte	frequentie
		grondtoon	$\ell = 1 \cdot \frac{1}{2} \lambda_0$	$\lambda_0 = \frac{2 \cdot \ell}{1}$	$f_0 = 1 \cdot \frac{v_{\text{golf}}}{2\ell}$
		1 ^e boventoon	$\ell = 2 \cdot \frac{1}{2} \lambda_1$	$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{2}$	$f_1 = 2 \cdot f_0$
		2 ^e boventoon	$\ell = 3 \cdot \frac{1}{2} \lambda_2$	$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{3}$	$f_2 = 3 \cdot f_0$

Als de klankstaaf of de luchtkolom aan beide uiteinden gemakkelijk kan trillen geldt:

$$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

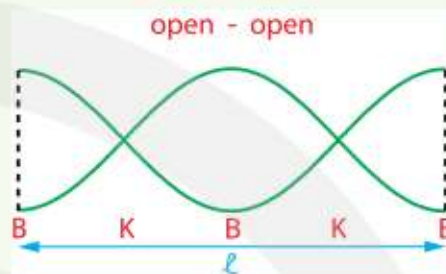
- ℓ is de lengte van de klankstaaf / luchtkolom (m)
- n is het aantal knopen in de klankstaaf / luchtkolom: $n = 1, 2, 3, \dots$
- λ is de golflengte van de staande golf (m)

VOORBEELD didgeridoo

Een didgeridoo is een buis met twee open uiteinden. De frequentie van de eerste boventoon $f_1 = 286 \text{ Hz}$. $T = 20,0 \text{ }^\circ\text{C}$.

Bereken de lengte van het instrument.

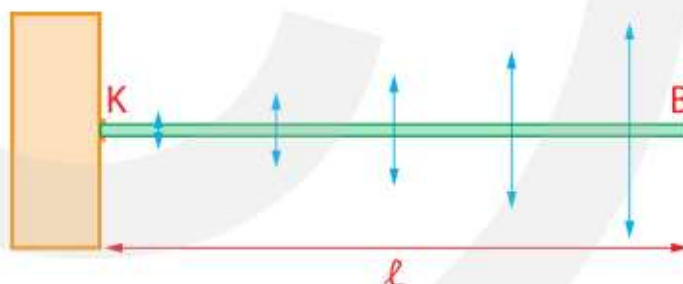
- patroon grondtoon: B – K – B
- patroon 1^e boventoon: B – K – B – K – B
- $\ell = 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda = \lambda$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow v_{\text{golf}} = f \cdot \ell$
- $v_{\text{geluid}} = 343 \text{ m/s}$
- $\ell = \frac{v}{f} = \frac{343}{286} = 1,20 \text{ m}$



Figuur 55

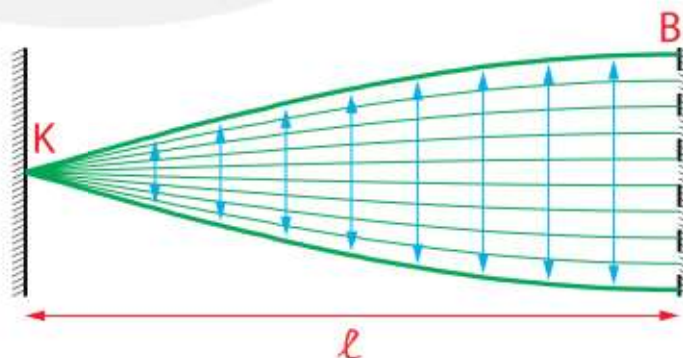
Staande golven bij één vast en één los uiteinde

We richten ons nu op situaties waarbij één uiteinde vast is en het andere uiteinde los. Dat wil zeggen: we nemen een staaf die aan één kant is vastgemaakt en aan de andere kant vrij kan trillen. Zie figuur 56.



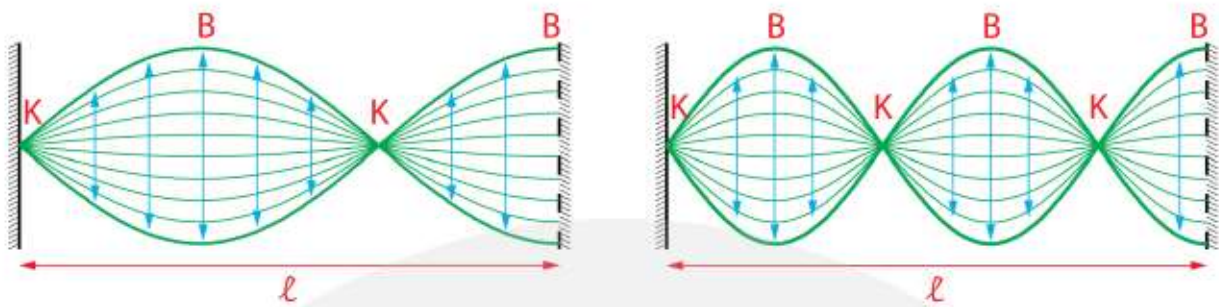
Figuur 56 Staaf die aan één kant vast zit en aan de andere kant vrij kan trillen.

Bij het vaste uiteinde kan de staaf niet trillen en is de amplitude nul. Bij het losse uiteinde kan de staaf juist gemakkelijk trillen. Daar is de amplitude maximaal. In de grondtoon bevindt zich een knoop bij het vaste uiteinde en een buik bij het losse uiteinde. In figuur 57 zie je hoe de staaf in zijn grondtoon trilt.



Figuur 57 Staande golf vast – los grondtoon.

Ook nu kunnen er boventonen ontstaan, zoals te zien in de figuur 58.

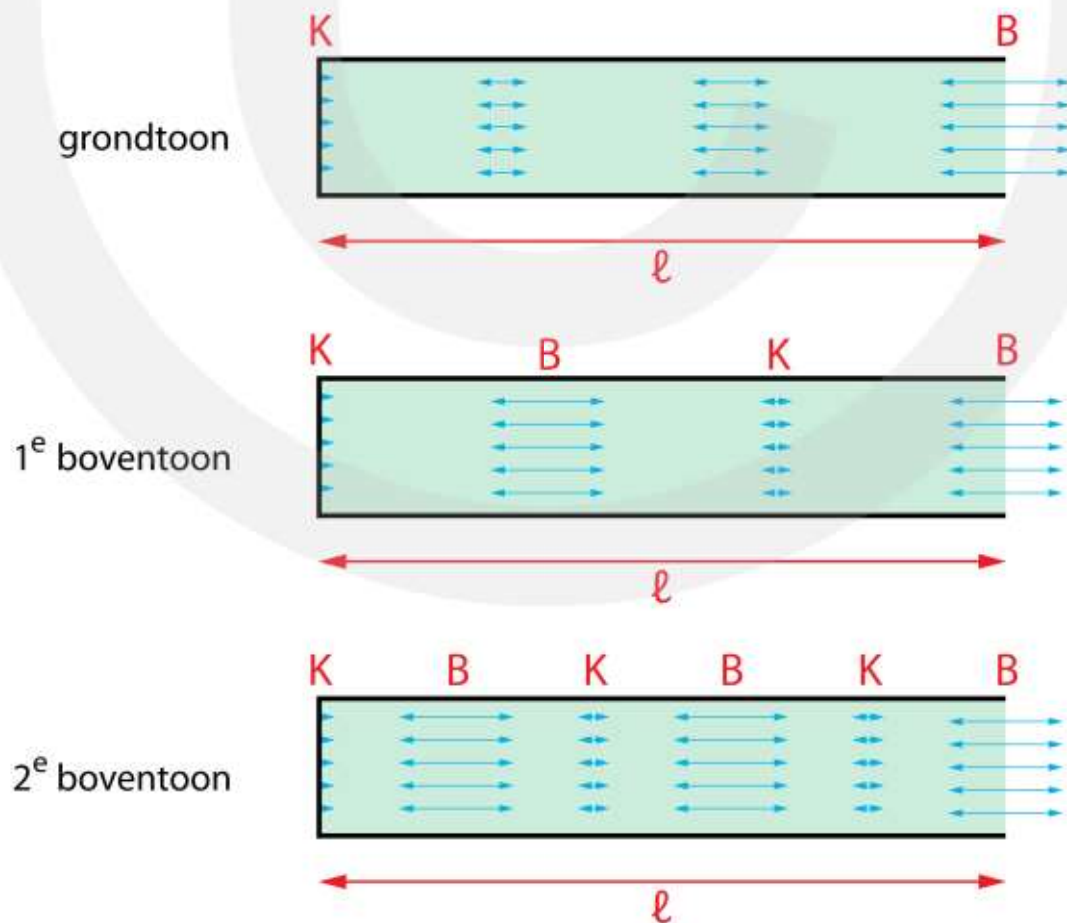


Figuur 58 Links: vast – los 1^e boventoon, rechts vast – los 2^e boventoon.

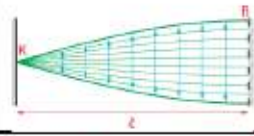
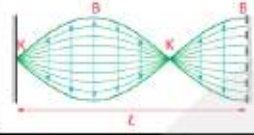
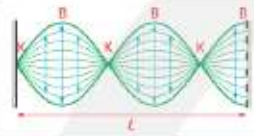
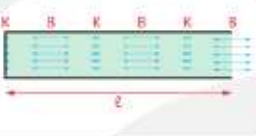
Blaasinstrumenten met één dicht en één open uiteinde

Sommige blaasinstrumenten hebben een dicht uiteinde bij het mondstuk en een open uiteinde aan de andere kant. Voorbeelden zijn: klarinet, saxofoon, hobo, fagot, trompet, trombone, hoorn, panfluit.

In een buis met een open en een gesloten uiteinde bevindt zich altijd een knoop bij het gesloten uiteinde en een buik bij het open uiteinde. Bij het gesloten uiteinde kan de lucht niet trillen, zodat daar een knoop ontstaat. Bij het open uiteinde kan de lucht gemakkelijk trillen, zodat daar een buik ontstaat.



Figuur 59 Lucht kolom met een open en een gesloten uiteinde.

staande golf vast – los in klankstaaf	staande golf vast – los in luchtkolom	toon	lengte van de snaar	golflengte	frequentie
		grondtoon	$\ell = 1 \cdot \frac{1}{4} \lambda_0$	$\lambda_0 = \frac{4 \cdot \ell}{1}$	$f_0 = 1 \cdot \frac{v_{\text{golf}}}{4\ell}$
		1 ^e boventoon	$\ell = 3 \cdot \frac{1}{4} \lambda_1$	$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{3}$	$f_1 = 3 \cdot f_0$
		2 ^e boventoon	$\ell = 5 \cdot \frac{1}{4} \lambda_2$	$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{5}$	$f_2 = 5 \cdot f_0$

Voor een staaf met lengte ℓ met een vast en een los uiteinde geldt:

$$\ell = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- ℓ is de lengte van de klankstaaf of luchtkolom in meter (m)
- n is het aantal knopen of buiken: $n = 1, 2, 3, \dots$
- λ is de golflengte in meter (m)

VOORBEELD orgelpijp

Een orgelpijp heeft een open en een gesloten uiteinde. De frequentie van de 2^e boventoon is 550 Hz. De geluidssnelheid is 343 m/s.

Bereken de lengte van de orgelpijp.

- patroon 2^e boventoon: B – K – B – K – B – K
- $\ell = 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = \frac{4}{5} \cdot \ell$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 343 = 550 \cdot \lambda_2 \rightarrow \lambda_2 = 0,6236 \text{ m}$
- $\ell = 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda \rightarrow \ell = \frac{5}{4} \cdot 0,6236 = 0,7795 = 0,78 \text{ m}$

Het gesloten uiteinde wordt opengemaakt.

Welke frequentie heeft de 2^e boventoon nu?

- patroon 2^e boventoon: B – K – B – K – B – K – B
- $\ell = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda \rightarrow 0,7795 = \frac{6}{4} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 0,5197 \text{ m}$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 343 = f \cdot 0,5197 \rightarrow f = 660 \text{ Hz}$



VOORBEELD panfluit

Een panfluit heeft een buis met een lengte van 19,5 cm. Aan de onderkant is de buis gesloten. $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$.



Bereken welke toon deze buis voortbrengt.

- patroon grondtoon: B – K
- $\ell = \frac{1}{4} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 4 \cdot \ell$
- $\lambda = 4 \cdot 0,195 = 0,78\text{ m}$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda$
-
- $343 = 0,78 \cdot f \rightarrow f = 439,74 = 440\text{ Hz} \rightarrow \text{muzieknoet A1}$

Bereken de frequentie van de 1^e boventoon van deze buis.

- patroon 1^e boventoon: B – K – B – K
- $\ell = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = \frac{3}{4} \cdot \ell$
- $\lambda = \frac{4}{3} \cdot 0,195 \rightarrow \lambda = 0,26\text{ m}$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda$
- $343 = f \cdot 0,26 \rightarrow f_1 = 1319,2 = 1,32 \cdot 10^3\text{ Hz}$
- controle: $f_1 = 3 \cdot f_0 \rightarrow 1320 = 3 \cdot 440 \rightarrow \text{klopt}$

Het spelen van een toon

Bij het bespelen van een blaasinstrument ontstaan er staande longitudinale golven in een buis met lucht. De staande golf met $n = 1$ is de toon met de laagste frequentie en wordt de **grondtoon** genoemd. De frequentie van de grondtoon wordt aangegeven als f_0 . De grondtoon is het duidelijkst hoorbaar en bepaalt de toonhoogte. De staande golven met $n = 2, 3, 4, \dots$ hebben een kleinere amplitude en zijn daarom minder goed te horen. Dit zijn de **boventonen** met frequenties f_1, f_2, f_3 , etc. die de klankkleur bepalen.

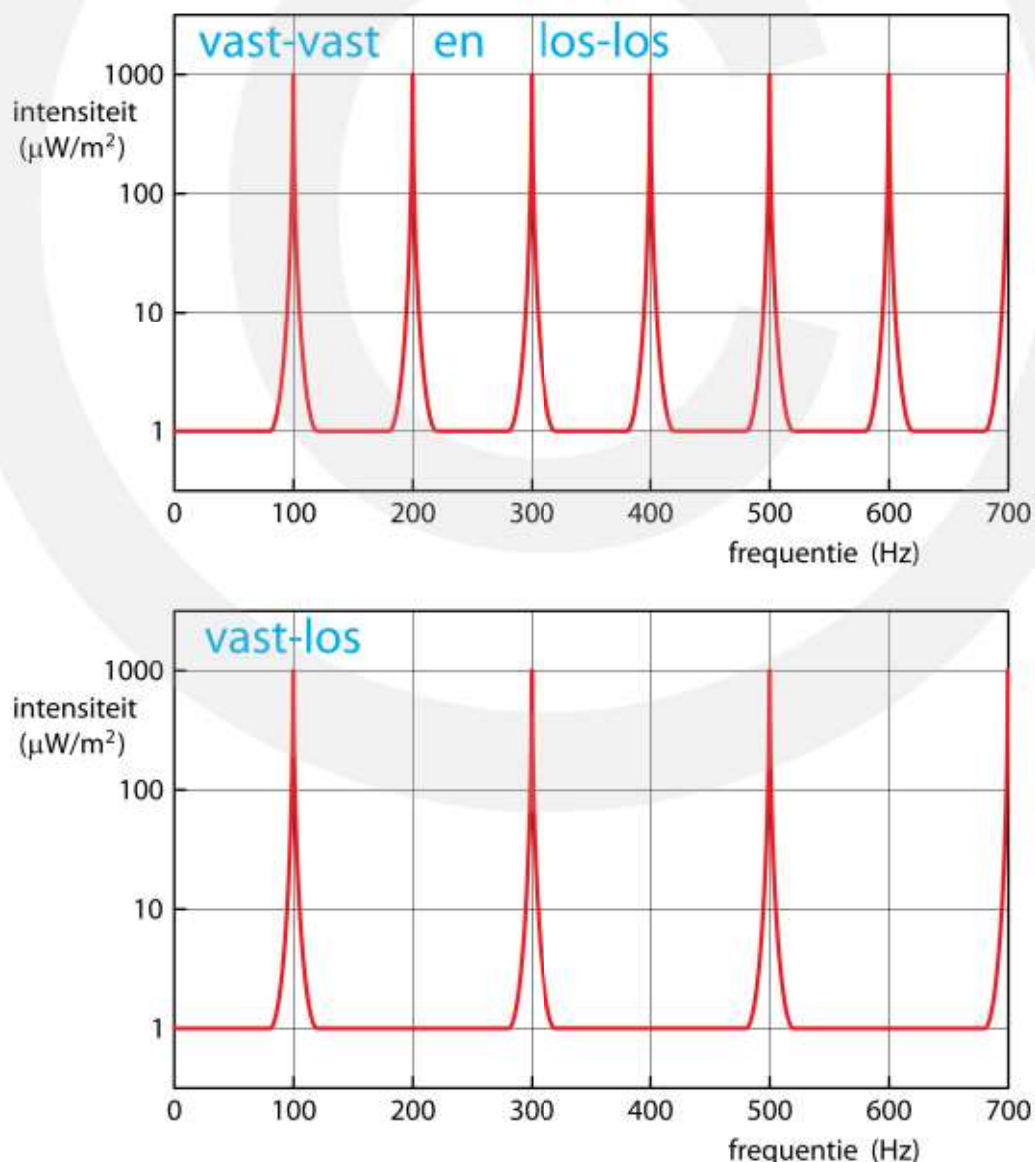
Een panfluit en een kerkorgel hebben voor iedere toon een aparte pijp. Korte pijpen geven hoge tonen en lange pijpen lage tonen. De meeste andere blaasinstrumenten hebben maar één buis. De toonhoogte wordt bepaald door de lengte van de buis. Bij het spelen verandert de muzikant de lengte van de buis. Hiervoor worden verschillende methoden toegepast. Bij een blokfluit, dwarsfluit, saxofoon, klarinet, hobo, fagot, ... zijn er in de buis gaten aangebracht die de muzikant bij het spelen kan openen of sluiten. Als alle gaten gesloten zijn klinkt de laagste toon. Als een gat wordt geopend kan de lucht daar ontsnappen en wordt de effectieve lengte van de buis verkort. Op de plaats van het gat ontstaat er een buik.

Bij een trompet, hoorn, tuba, ... wordt gebruik gemaakt van ventielen. Door een ventiel in te drukken wordt een omleiding opengezet, waardoor de effectieve lengte

van de buis wordt verlengd. Bij een trombone wordt de lengte van de buis veranderd door twee buizen in elkaar te schuiven. Bij een muziekinstrument ligt de plaats van de buik niet exact bij het uiteinde. Meestal zit er nog een paar centimeter tussen. De vorm van het instrument speelt daarbij een rol. Het maken van een muziekinstrument is daarom niet alleen een kwestie van natuurkundige berekeningen. Het menselijk gehoor bepaalt uiteindelijk wat "mooi" is en wat niet.

Muziekinstrumenten in de praktijk

Om onderscheid te maken tussen de verschillende soorten instrumenten wordt het frequentiespectrum gemeten. Dit is een diagram met op de verticale as de geluidsintensiteit en op de horizontale as de frequentie. In figuur 60 zie je het theoretische frequentiespectrum van ideaal vast-vast, los-los en vast-los instrumenten. In alle gevallen heeft de grondtoon een frequentie van 100 Hz.



Figuur 60 Frequentiespectrum voor ideale muziekinstrumenten.

In de praktijk produceren muziekinstrumenten frequenties die niet exact voldoen aan de formules voor vast-vast, los-loos of vast-loos. Vaak ligt de buik niet precies bij het open uiteinde maar een eindje ernaast. Ook hebben niet alle boventonen dezelfde intensiteit. Soms kan er een boventoon ontbreken.

Tegenwoordig kunnen muziekinstrumenten op een computer worden nagebootst. Het frequentiespectrum van alle bekende muziekinstrumenten is hiervoor gemeten en in het geheugen van de computer opgeslagen. De computer kan met deze informatie een heel symfonieorkest nabootsen. Toch zal een geoefende luisteraar het verschil horen tussen bijvoorbeeld een echte viool en een nagebootste viool. Voor een expert is het zelfs mogelijk onderscheid te maken tussen een Stradivarius-viool uit de 17^e eeuw en een moderne viool.

De menselijke stem

Bij het zingen en praten wordt lucht uit de longen door de aangespannen stembanden geleid. De stembanden gaan trillen met de grondtoon en ook weer een aantal boventonen. Hierdoor wordt de lucht in de keel en mondholte in trilling gebracht. De stembanden zijn een soort snaren waarvan de spankracht door spieren kan worden aangepast. Zie figuur 61. Hierdoor veranderen de frequenties van de grondtoon en van de boventonen. Bij lage tonen is de spankracht van de stembanden klein en bij hoge tonen groot. Ook de lengte van de stembanden is van belang. Bij jongens worden de stembanden langer in de pubertijd, waardoor hun stem lager wordt.



Figuur 61 Strottenhoofd met stembanden (geel).