4 Energie

VWO

4.0 Overzicht

4.1 Arbeid en energie

- Op welke twee manieren kan een voorwerp energie opnemen?
- Wat is arbeid en hoe bereken je de arbeid?
- Wat is het symbool voor arbeid en wat is de eenheid van arbeid?
- Hoe bereken je de arbeid als er een hoek is tussen de kracht en de verplaatsing?
- Wat weet je van de arbeid die door een wrijvingskracht wordt verricht?
- Hoe bepaal je de arbeid uit een (F, s)-diagram?
- Wanneer neemt een voorwerp warmte op?
- Op welke twee manieren kan een voorwerp energie afstaan?
- Waarom geldt de momentenwet (hefboomwet)?
- Wat is het verschil tussen een vaste katrol en een losse katrol?
- Wat gebeurt er met de benodigde kracht als je een vaste katrol gebruikt?
- Wat gebeurt er met de benodigde arbeid als je een losse katrol gebruikt?
- Wat is energie?
- Wat is het symbool voor energie en wat is de eenheid van energie?
- Wat is behoud van energie?
- Hoe luidt de wet van behoud van energie?
- Wat wordt er bedoeld met E_{begin} , E_{in} , E_{eind} en E_{uit}?

4.2 Energievormen

- Waar kom je chemische energie tegen?
- Wat is stookwaarde van een stof?
- Wat is de eenheid van stookwaarde bij een vaste stof en bij vloeistof of gas?
- Hoeveel joule is één calorie?
- Wanneer verandert de zwaarte-energie?
- Wat is de formule voor zwaarte-energie?
- Wanneer verandert de kinetische-energie?
- Wat is de formule voor kinetische-energie?
- Wanneer verandert de veer-energie?
- Wat is de formule voor veer-energie?
- Wat weet je van de totale energie als $E_{in} = 0$ en $E_{uit} = 0$?

4.3 Energie afstaan (wrijving)

- Hoe bereken je de warmte die ontstaat door een wrijvingskracht?
- Wat is het symbool voor warmte?
- Waarom is warmte gelijk aan E_{uit}?
- Hoe verandert de energievorm als je op een horizontale weg afremt?
- Hoe verandert de energievorm als je van een helling afglijdt?
- Hoe verandert de energievorm als je verticaal omhoog beweegt?

4.4 Arbeid en kinetische-energie

- Hoe luidt de wet van arbeid en kinetische-energie in woorden?
- Welke formule geeft de wet van arbeid en kinetische-energie?
- Wanneer is het handig om $\Sigma W = \Sigma F \cdot s$ te gebruiken?
- Waarom mag je bij de berekening van ΔE_K niet eerst het verschil in snelheid uitrekenen?
- Hoe bereken je ΔE_K?

4.5 Vermogen

- Wat is het vermogen?
- Wat is het symbool voor vermogen en wat is de eenheid van vermogen?
- Met welke formule bereken je het vermogen?
- Hoe bereken je de energie als je het vermogen en de tijd weet?
- Is paardenkracht een ouderwetse grootheid voor kracht?
- Met welke formule bereken je het vermogen als je de kracht en de snelheid weet?
- Hoe moet je deze formule gebruiken als de kracht en/of de snelheid verandert?
- Is er een verschil tussen een constant vermogen en een constante kracht?

4.6 Rendement

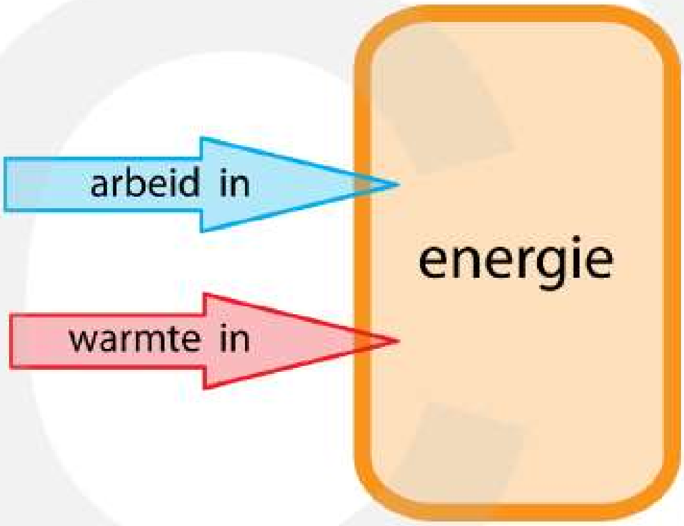
- Wat is het rendement van een apparaat?
- Wat is het symbool voor rendement?
- Waarom heeft rendement geen eenheid?
- Met welke formule bereken je het rendement?
- Wat zijn E_{nut} en E_{in}?
- Met welke formule kun je het rendement ook berekenen?
- Wat zijn P_{nut} en P_{in}?
- Hoe bereken je E_{rest} uit als je E_{in} en E_{nut} weet?
- Hoe bereken je E_{rest} uit als je het rendement en E_{nut} weet?

4.1 Arbeid, warmte en energie

Arbeid in

Energie is het vermogen om iets te laten gebeuren. Een voorwerp dat energie heeft kan deze energie gebruiken om een verandering te bewerkstelligen. Bij zo'n verandering wordt energie omgezet van de ene naar de andere vorm. Over de verschillende vormen van energie leer je later meer.

Er zijn twee manieren om een voorwerp energie te geven.
– Je kunt **arbeid** uitoefenen op het voorwerp.
– Je kunt **warmte** toevoegen aan het voorwerp.



Figuur 1
Een voorwerp krijgt energie als het arbeid of warmte opneemt. Met deze energie kan het voorwerp iets laten gebeuren.

Arbeid wordt verricht als het voorwerp door een kracht wordt verplaatst. De hoeveelheid arbeid is de kracht vermenigvuldigd met de verplaatsing.

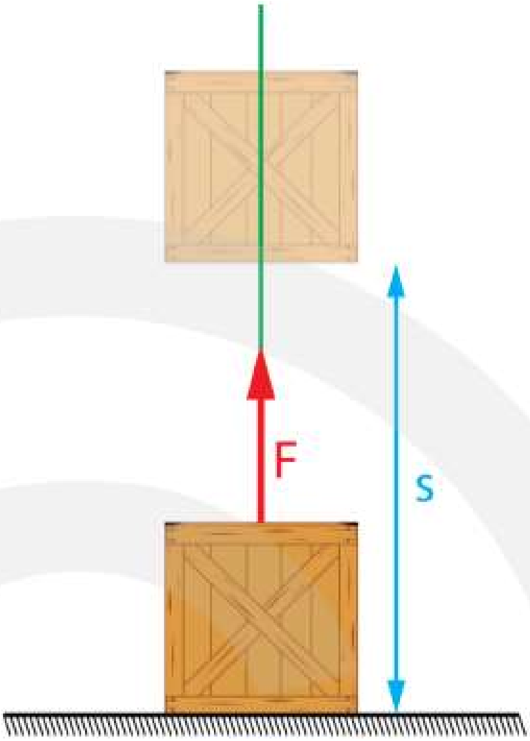
Arbeid is kracht keer verplaatsing.
De eenheid van arbeid is newton keer meter (N·m) of joule (J)

$$W = F \cdot s$$

– W is de arbeid (Engels: work) die kracht F verricht in newton keer meter (N·m)
– F is de kracht in newton (N)
– s is de afstand waarover het voorwerp wordt verplaatst in meter (m)

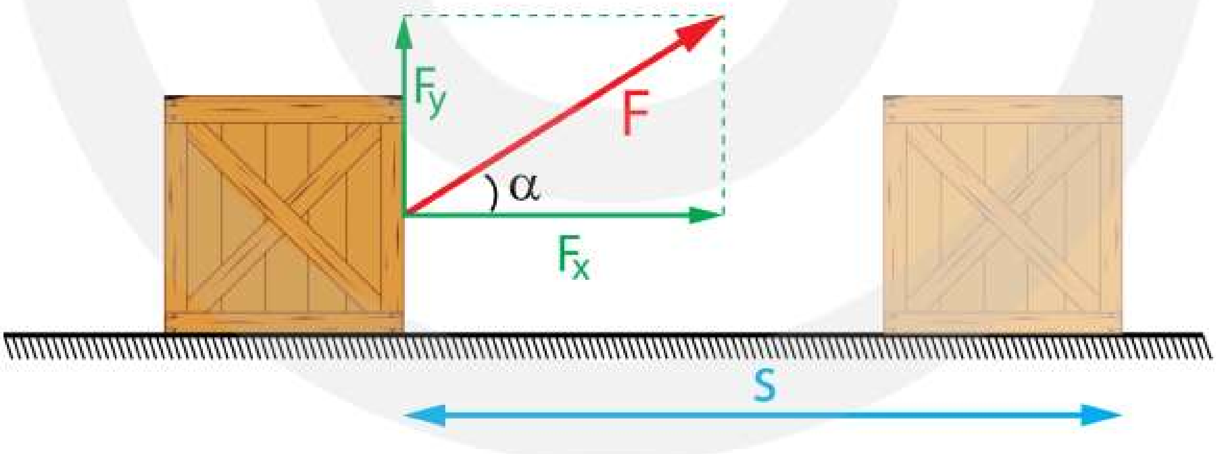
Er wordt geen arbeid verricht als de kracht nul is OF als de verplaatsing nul is. Zowel kracht als verplaatsing zijn nodig om arbeid op een voorwerp te verrichten.

In figuur 2 zie je een kist die door een kracht, tegen de zwaartekracht in, omhoog wordt gebracht. Op de kist wordt arbeid verricht gelijk aan de kracht F keer de afstand s.



Figuur 2
Door kracht F wordt een kist verplaats over afstand s. De arbeid is: $W = F \cdot s$.

Als de richting van de kracht niet gelijk is aan de richting van de verplaatsing dan moet hiermee rekening worden gehouden. In dat geval oefent alleen de component van de kracht in de richting van de verplaatsing arbeid uit.



Figuur 3 Door kracht F wordt een kist verplaats over afstand s. De arbeid is: $W = F \cdot s \cdot \cos\alpha$.

De component van F in de richting van de verplaatsing noemen we F_x en we vinden hiervoor: $F_x = F \cdot \cos\alpha$. Hieruit volgt: $W = F_x \cdot s \quad \rightarrow \quad W = F \cdot s \cdot \cos\alpha$.

$$W = F \cdot s \cdot \cos\alpha$$

– α is de hoek tussen de kracht en de verplaatsing

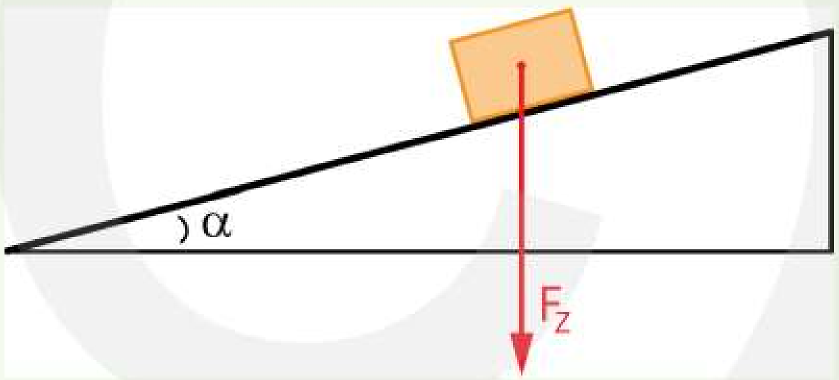
VOORBEELD kracht onder een hoek

Aan een kist wordt onder een hoek van 25° met een kracht van 150 N getrokken. Hierdoor verplaats de kist 5,0 m. Zie figuur 3.

Bereken de arbeid die door de kracht wordt verricht.
- $F = 150\,N$ | $\alpha = 25°$ | $s = 5{,}0\,m$ | $W = \ldots N\cdot m$
- $W = F\cdot s\cdot \cos\alpha$
- $W = 150\cdot 5\cdot \cos 25 = 679{,}73 = 6{,}8\cdot 10^2\ N\cdot m$

VOORBEELD kist op een helling

Een kist van 15 kg schuift van een helling van 30 m lengte. De hoek van de helling met de horizontaal is 15°. Zie figuur 4.



Figuur 4

Bereken de arbeid die de zwaartekracht verricht.
- hoek α tussen Fz en de richting van de verplaatsing is 75° (niet 15°)
- $F_z = m\cdot g = 15\cdot 9{,}81 = 147{,}15\,N$
- $W = F_z\cdot s\cdot \cos\alpha = 147{,}14\cdot 30\cdot \cos 75° = 1{,}1\cdot 10^3\ N\cdot m$

OOK GOED
- h is de verplaatsing in de richting van Fz
- $h = s\cdot \sin\alpha \;\rightarrow\; h = 30\cdot \sin 15 = 7{,}765\,m$
- $W = F_z\cdot h = 147{,}15\cdot 7{,}765 = 1{,}1\cdot 10^3\ N\cdot m$

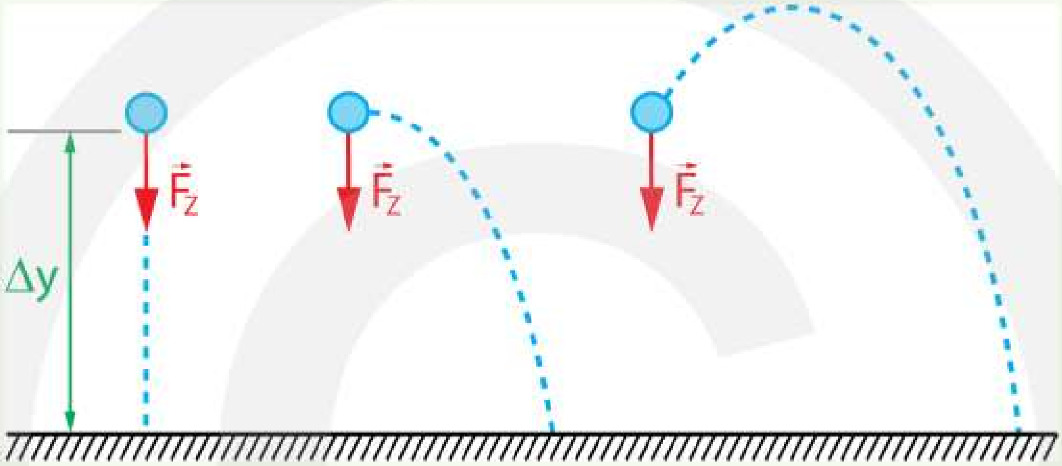
Als de kracht en de verplaatsing niet dezelfde richting hebben zijn er twee mogelijkheden om de arbeid te berekenen:

Gebruik de component van de kracht in de richting van de verplaatsing.

Gebruik de component van de verplaatsing in de richting van de kracht.

VOORBEELD een kromme baan

In figuur 5 zie je een bal met een hoogte y boven de grond. Links valt de bal recht naar beneden. Midden doorloopt de bal een kromme baan naar beneden. Rechts doorloopt de bal een kromme baan die eerst naar boven gaat. In alle gevallen is de verplaatsing in de richting van de zwaartekracht $\Delta y = y_{eind} - y_{begin}$. Hierdoor is de arbeid die die F_Z verricht is steeds hetzelfde: $W = F_Z \cdot \Delta y$



Figuur 5 Een bal valt op drie verschillende manieren van een toren naar de grond. In alle drie gevallen verricht de zwaartekracht evenveel arbeid: $W = F_Z \cdot \Delta y$.

Arbeid door een wrijvingskracht

Een wrijvingskracht heeft twee bijzondere eigenschappen:

– De richting van de wrijvingskracht is altijd tegengesteld aan de richting van de beweging. Hoek α tussen F_W en s is altijd 180° $\rightarrow$ $\cos \alpha = -1$

– Bij wrijvingskrachten moet je altijd de afgelegde weg en niet de verplaatsing in rekening brengen, want over de hele afgelegde weg werkt de wrijvingskracht de beweging tegen.

Hieruit volgt:

$$W = -F_W \cdot s$$

– W is de arbeid in newton keer meter ($N \cdot m$)
– F_W is de wrijvingskracht in Newton (N)
– s is de afgelegde weg *(niet de verplaatsing)*

De arbeid door een wrijvingskracht is altijd negatief. Verricht een kracht negatieve arbeid, dan werkt deze kracht de beweging tegen.

Arbeid is positief → de kracht draagt bij aan de beweging.

Arbeid is negatief → de kracht werkt de beweging tegen.

VOORBEELD arbeid verricht door een wrijvingskracht

Een kist schuift van een helling van 30 m lengte. De hoek van de helling met de horizontaal is 15°. De wrijvingskracht is 20 N.

Bereken de arbeid die de wrijvingskracht verricht.
- de hoek tussen de kracht en de richting van de verplaatsing is 180°.
- $W = F_w \cdot s \cdot \cos\alpha = 20 \cdot 30 \cdot \cos 180° = -6{,}0 \cdot 10^2 \ \mathrm{N \cdot m}$

VOORBEELD een recht omhoog geschoten kogel

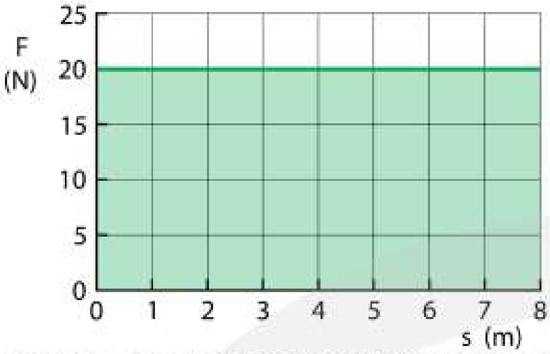
Een kogel met een massa van 50 g wordt vanaf een 10 m hoge toren recht omhoog geschoten. De kogel bereikt een maximale hoogte van 80 m en valt daarna op de grond. Tijdens de beweging ondervindt de kogel een gemiddelde wrijvingskracht van 0,010 N.

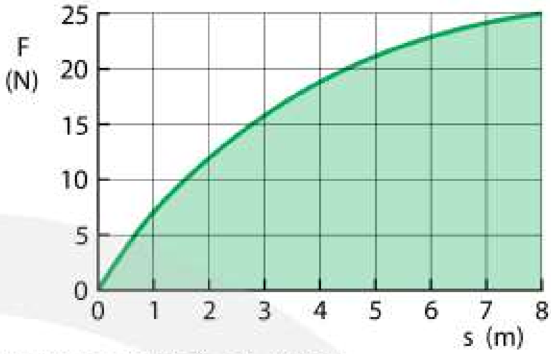
Berekend de arbeid die de zwaartekracht verricht.
- $\Delta y = y_{eind} - y_{begin} \quad \rightarrow \quad \Delta y = 0 - 10 = -10\ \mathrm{m}$
- $F_z = m \cdot g = 0{,}050 \cdot -9{,}81 = -0{,}4905\ \mathrm{N}$ *(naar beneden geeft minteken)*
- $W = F_z \cdot \Delta y = -0{,}4905 \cdot -10 = 4{,}9\ \mathrm{N \cdot m}$

Berekend de arbeid die de wrijvingskracht verricht.
- $s = s_{omhoog} + s_{omlaag} \quad \rightarrow \quad s = 70 + 80 = 150\ \mathrm{m}$
- $F_w = 0{,}010\ \mathrm{N}$
- $W = -F_w \cdot s = -0{,}01 \cdot 150 = -1{,}5\ \mathrm{N \cdot m}$

Arbeid uit een (F,s)-diagram

De arbeid die een kracht verricht kan uit een (F,s)-diagram worden bepaald. In figuur 6 is links een (F,s)-diagram getekend voor een constante krach. Er geldt: $W = F \cdot s$ en dit is gelijk aan de oppervlakte onder de (F,s)-grafiek. Ook als de kracht niet constant is, is de oppervlakte onder een (F,s)-grafiek gelijk aan de verrichte arbeid. Zie figuur 6 rechts.





Figuur 6 De arbeid die F verricht is gelijk aan de oppervlakte onder de (F, s)-grafiek.

De arbeid die een kracht verricht is gelijk aan de oppervlakte onder de (F, s)-grafiek.

In het linker diagram van figuur 6 is de arbeid $W = 20 \cdot 8 = 160\,N \cdot m$. In het rechter diagram moet je het aantal hokjes onder de grafiek tellen en dit vermenigvuldigen met de arbeid van één hokje.

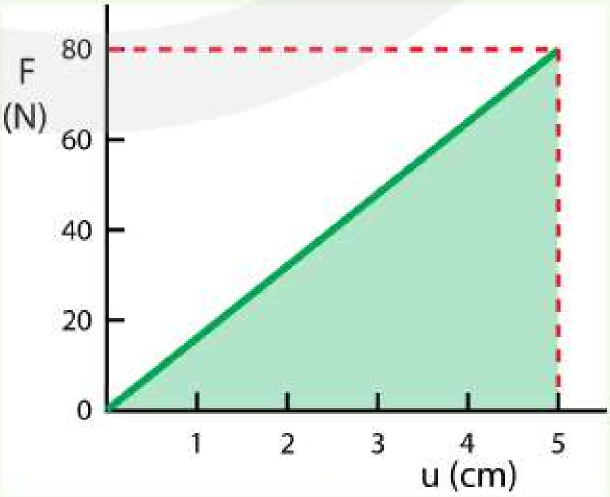
- aantal hokjes is 27
- één hokje: $W = 5 \cdot 1 = 5\,N \cdot m$
- arbeid: $W = 27 \cdot 5 = 135\,N \cdot m$

OOK GOED

- schat $F_{gem} = 17\,N$
- $W = F_{gem} \cdot s$
- $W = 17 \cdot 8 = 136\,N \cdot m$

VOORBEELD uittrekking van een spiraalveer

In figuur 7 is de kracht op een spiraalveer uitgezet tegen de uitrekking. Er is een lineair verband tussen F en u: $F = C \cdot u$



Figuur 7 (F, s)-diagram bij het uitrekken van een veer.

Bepaal de arbeid als de veer 5,0 cm wordt uitgerekt.

- W = oppervlakte onder de (F, s)-grafiek tussen u = 0 en u = 0,050 m
- $W = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 0{,}050 = 2{,}0\ \text{N}\cdot\text{m}$

OOK GOED

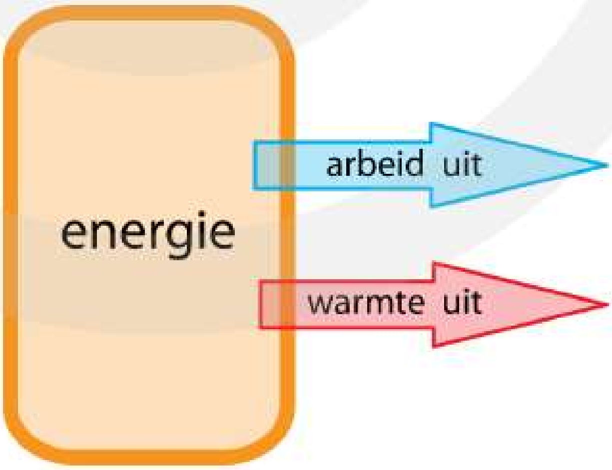
- F is recht evenredig is met de uitrekking → $F = C \cdot u$
- $F_{gem} = \dfrac{F_1 + F_2}{2} \rightarrow F_{gem} = \dfrac{0 + 80}{2} = 40\ \text{N}$
- $W = F_{gem} \cdot s = 40 \cdot 0{,}050 = 2{,}0\ \text{N}\cdot\text{m}$

Warmte in

Behalve door arbeid kan een voorwerp ook energie krijgen door het opnemen van warmte. Warmte wordt opgenomen als het voorwerp in contact staat met een ander voorwerp dat een **hogere temperatuur** heeft. Het opnemen van warmte kan op verschillende manieren gebeuren, waarover je in een ander hoofdstuk meer leert. In dit hoofdstuk is de toevoer van warmte altijd het gevolg van het verbranden van brandstof.

Arbeid uit en warmte uit

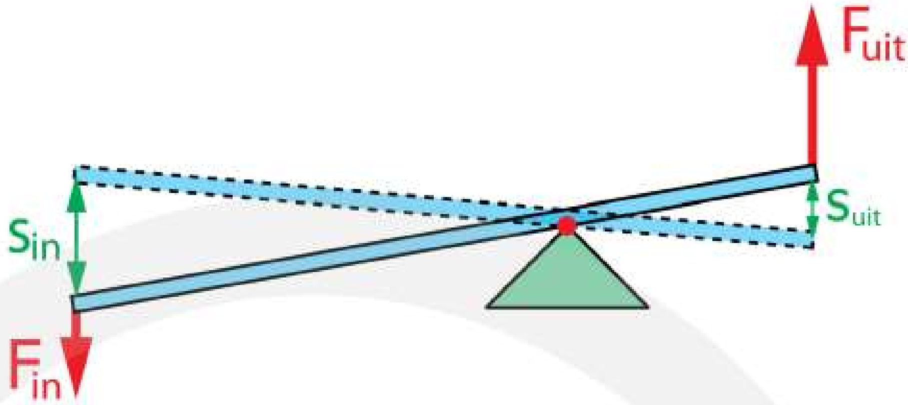
Als er op een voorwerp arbeid wordt uitgeoefend of als het verwarmd wordt kan dit voorwerp onmiddellijk dezelfde hoeveelheid arbeid of warmte afstaan aan een ander voorwerp. In dat geval wordt de opgenomen arbeid en warmte niet eerst opgeslagen als energie.



Figuur 8
Een voorwerp verliest energie als het arbeid of warmte afstaat.

– Arbeid in = arbeid uit –

Als voorbeeld van een situatie waarin de opgenomen arbeid onmiddellijk wordt afgestaan is de hefboom. Zie figuur 9. Bij een hefboom oefen je aan de ene kant een kracht uit waarmee je de hefboom over een afstand verplaatst. Je oefent dus arbeid uit. Deze arbeid wordt aan de andere kant van de hefboom afgestaan aan een ander voorwerp. Voor de hefboom geldt: **arbeid in = arbeid uit**.



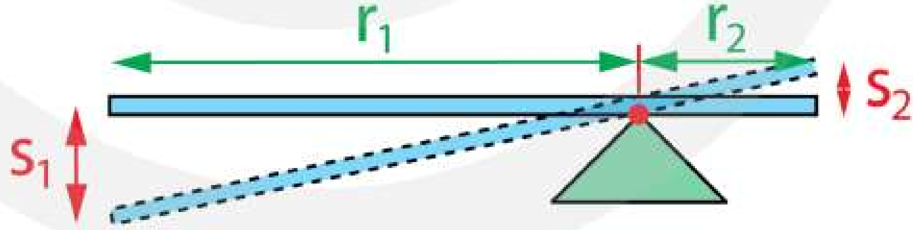
Figuur 9
Het doorgeven van arbeid in een hefboom.

Omdat dezelfde hoeveelheid energie wordt doorgegeven kunnen we schrijven:

$$W_{in} = W_{uit} \quad \rightarrow \quad F_{in} \cdot s_{in} = F_{uit} \cdot s_{uit}$$

- W_{in} is de arbeid die wordt opgenomen (N·m)
- W_{uit} is de arbeid die wordt afgestaan (N·m)
- F_{in} is de kracht die uitgeoefend wordt bij het opnemen van arbeid (N)
- s_{in} is de afstand waarover het aangrijpingspunt van F_{in} wordt verplaatst (m)
- F_{uit} is de kracht die uitgeoefend wordt bij het afstaan van arbeid (N)
- s_{uit} is de afstand waarover het aangrijpingspunt van F_{uit} wordt verplaatst (m)

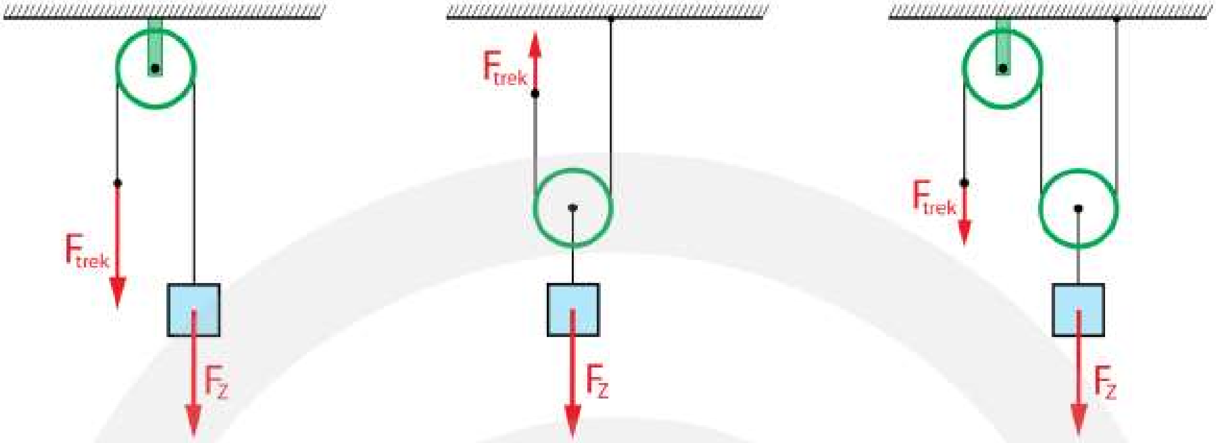
In figuur 10 ze je dat bij een hefboom de verhouding tussen s_1 en s_2 hetzelfde is als de verhouding tussen r_1 en $r_2 \rightarrow$ $s_1 : s_2 = r_1 : r_2$. Hieruit volgt de **hefboomwet** ook wel de **momentenwet** genoemd: $F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$.



Figuur 10
De verhouding tussen s_1 en s_2 gelijk is aan die tussen r_1 en r_2
$s_1 : s_2 = r_1 : r_2$

Ook bij katrollen geldt arbeid in = arbeid uit. Er bestaan **vaste katrollen** en **losse katrollen**. Zie figuur 11. Een vaste katrol zit vast en kan niet bewegen. Een losse katrol zit nergens aan vast en beweegt als het touw wordt ingehaald. Eén uiteinde van het touw is vastgemaakt, aan het andere einde wordt getrokken.

Een **losse** katrol is een hefboom. In figuur 12 zie je dat de arm van de trekkracht twee keer zo groot is als de arm van de zwaartekracht. Omdat $W_{in} = W_{uit}$ hoeft de trekkracht hoeft maar de helft van de zwaartekracht te zijn om het voorwerp op te takelen. Voor een losse katrol geldt: $r_{trek} = 2 \cdot r_z$ en $F_{trek} = ½F_z$.



Figuur 11 Vaste en losse katrollen.

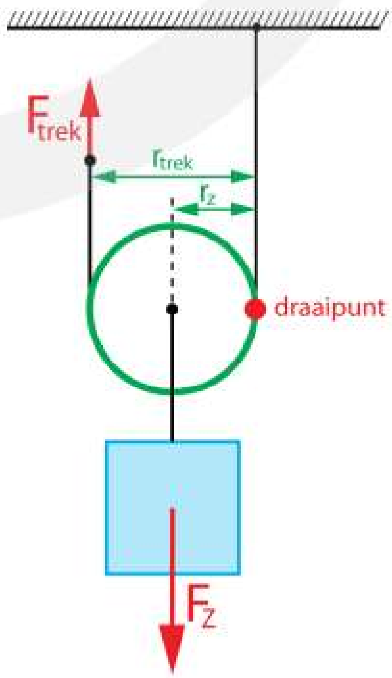
Om een last op te takelen heb je bij een losse katrol maar de helft van de zwaartekracht nodig. Maar om de last één meter omhoog te brengen moet je wel twee meter touw inhalen. De hoeveelheid arbeid die je hebt verricht blijft daarom gelijk.

Bij een losse katrol is de trekkracht de helft van de zwaartekracht.
De afstand waarover de trekkracht arbeid verricht is twee keer zo groot.
De verrichte arbeid W = F · s blijft daarom hetzelfde.

kracht: $F_{trek} = \frac{1}{2} F_Z$

arbeid: $W_{trek} = W_Z$

In figuur 12 is een losse katrol waarin de krachten en de armen van de krachten zijn getekend. De arm van de trekkracht is twee keer zo lang als de arm van de zwaartekracht. Omdat $W_{in} = W_{uit}$ is de trekkracht de helft van de zwaartekracht.



Figuur 12
Losse katrol. De arm van F_Z is de helft van de arm van F_{trek} zodat $F_{trek} = \frac{1}{2} F_Z$

VOORBEELD vaste katrol versus losse katrol

Een katrol wordt gebruikt om een last 2,0 m omhoog te brengen. De zwaartekracht op de last is $F_Z = 800$ N. De kracht waarmee aan het trouw wordt getrokken is F_{trek}.

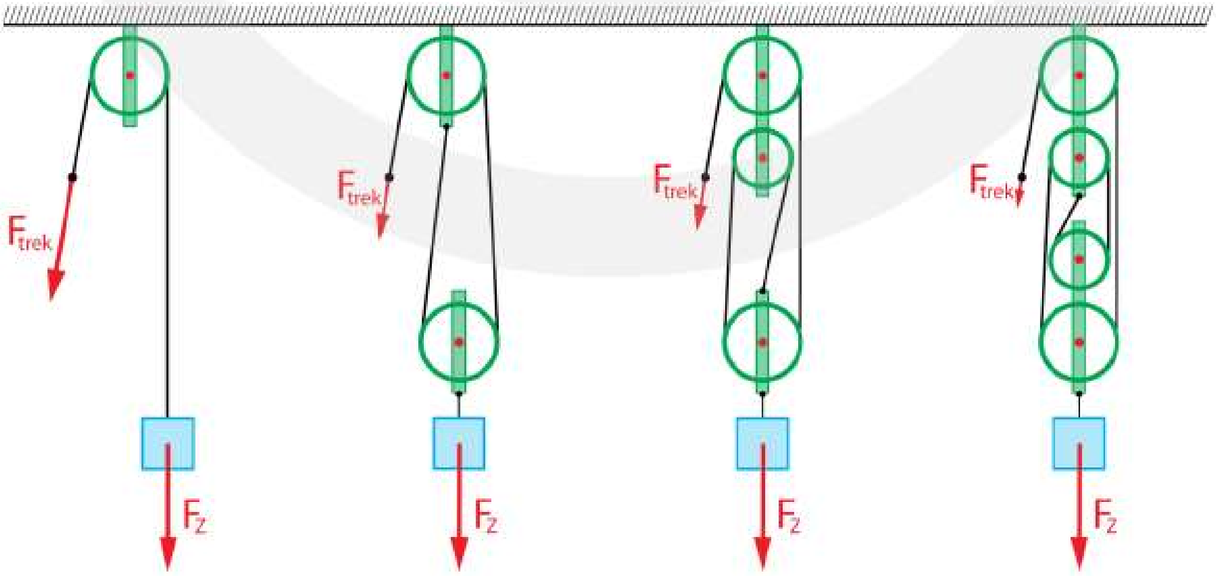
Vaste katrol: bereken W_{trek} en F_{trek}

- $F_{trek} \cdot s_{trek} = F_Z \cdot s_Z$
- $F_{trek} \cdot s_{trek} = 800 \cdot 2{,}0 = 1{,}6 \cdot 10^3 \ \text{N} \cdot \text{m}$
- $s_{trek} = s_Z$ *(touw moet 2,0 m worden ingehaald)*
- $F_{trek} = W_{trek} / s_{trek} = 1{,}6 \cdot 10^3 / 2 = 800\ \text{N}$

Losse katrol: bereken W_{trek} en F_{trek}

- $F_{trek} \cdot s_{trek} = F_Z \cdot s_Z$
- $F_{trek} \cdot s_{trek} = 800 \cdot 2{,}0 = 1{,}6 \cdot 10^3 \ \text{N} \cdot \text{m}$
- $s_{trek} = 2 \cdot s_Z$ *(touw moet 4,0 m worden ingehaald)*
- $F_{trek} = W_{trek} / s_{trek} = 1{,}6 \cdot 10^3 / 4 = 400\ \text{N}$

Door gebruik te maken van een takel kun je met een kleine kracht een zwaar voorwerp optillen. In figuur 13 zie je takels met verschillende katrollen. Van links naar rechts heb je steeds minder kracht nodig. Is de zwaartekracht 100 N dan heb je van links naar rechts 100 N | 50 N | 33 N | 25 N nodig om de last omhoog te brengen. Je moet wel steeds meer touw inhalen, omdat W = F • s hetzelfde blijft.



Figuur 13 Takels met verschillende katrollen. Van links naar rechts heb je steeds minder kracht nodig in de verhouding 100 : 50 : 33 : 25. Je moet wel steeds meer touw inhalen, in de verhouding 1 : 2 : 3 : 4.

Energie

Als de uitgeoefende arbeid of opgenomen warmte niet onmiddellijk wordt afgestaan dan wordt deze arbeid en warmte als **energie** opgeslagen in het voorwerp. Energie is dus opgeslagen arbeid of warmte die beschikbaar is voor later.

Energie is opgeslagen arbeid en warmte die beschikbaar is voor later.

Energie heeft het symbool E en heeft als eenheid joule (J)

$$\text{één joule (J)} = \text{één newton keer meter } (\text{N} \cdot \text{m})$$

Het feit dat arbeid kan worden opgeslagen en beschikbaar is voor later zie terug je in een achtbaan. Zie figuur 14, links. Door een kracht wordt een treintje tegen de zwaartekracht in omhoog gebracht. Op het treintje wordt dus arbeid verricht. Deze arbeid wordt in het treintje opgeslagen als energie. Als het treintje bovenaan is stopt de kracht. De opgeslagen energie wordt nu gebruikt om het treintje te versnellen. Zonder motor legt het treintje daarna het hele traject af. Aan het einde van het traject wordt het treintje afgeremd, waarbij de energie aan het treintje wordt onttrokken.

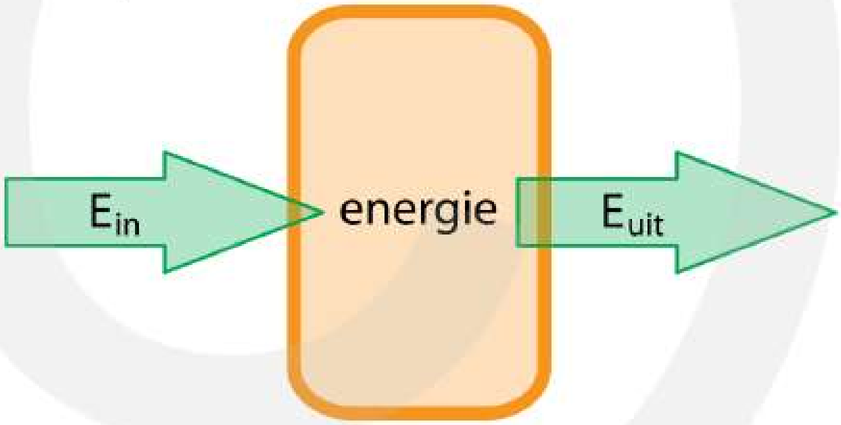
Een ander voorbeeld is de schommel. Zie figuur 14, rechts. Om een schommel op gang te brengen moet je eerst een duw geven. Door een kracht breng je de schommel tegen de zwaartekracht in omhoog. Op de schommel wordt arbeid verricht. Deze arbeid wordt in de schommel opgeslagen als energie. Als de kracht stopt wordt de opgeslagen energie gebruikt. De schommel gaat eerst nog wat verder omhoog. Daarna keert de schommel om en schiet hij door naar de andere kant. De schommel blijft heen-en-weer bewegen, totdat de energie is onttrokken.

Figuur 14 In een pretpark zie je hoe de wet van behoud van energie werkt.

Ook bij dominostenen zie je de wet van behoud van energie in werking. Zie figuur 15. Iedere keer als je een steentje tegen de zwaartekracht overeind zet oefen je arbeid uit die wordt opgeslagen als energie in het steentje. Alle opgezette steentjes samen bevatten veel energie. Valt één steentje om dan ontstaat er een kettingreactie, waarbij de opgeslagen energie van alle steentjes vrijkomt.

Figuur 15
Bij het neerzetten van dominostenen is energie opgeslagen die later weer vrij kan komen.

We kunnen de opgenomen arbeid en warmte schrijven als E_{in} en de afgestane arbeid en warmte als E_{uit}. Zie figuur 16. Wordt er meer energie opgenomen dan afgestaan dan neemt de energie van het voorwerp toe. De energie van het voorwerp neemt af als het meer energie afstaat dan opneemt.



Figuur 16
Een voorwerp neemt energie op en staat energie af.

Wet van behoud van energie

Energie kan niet zomaar ontstaan en kan ook niet zomaar verdwijnen. Energie blijft altijd behouden. Dit is de **wet van behoud van energie**.

Energie kan niet ontstaan en kan niet verdwijnen.

De verandering van de energie van het voorwerp is gelijk aan de energie die het heeft aan het eind min de energie aan het begin: $\Delta E = E_{eind} - E_{begin}$. Deze verandering is gelijk aan de opgenomen energie min de afgestane energie: $\Delta E = E_{in} - E_{uit}$. Hieruit volgt $E_{eind} - E_{begin} = E_{in} - E_{uit}$ wat we ook kunnen schrijven als $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$.
De wet van behoud van energie komt bijzonder goed van pas als we moeilijke bewegingen moeten berekenen, zoals je later in dit hoofdstuk zult zien.

De wet van behoud van energie.

$$E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$$

- E_{begin} is de energie die in het begin in het voorwerp aanwezig is (J)
- E_{in} is de energie (arbeid + warmte) die het voorwerp opneemt (J)
- E_{eind} is de energie die aan het eind in het voorwerp aanwezig is (J)
- E_{uit} is de energie (arbeid + warmte) die het voorwerp afstaat (J)

Er zijn twee speciale gevallen:
- alle opgenomen energie wordt onmiddellijk afgestaan
- er wordt geen energie opgenomen en ook geen energie afgestaan

– alle opgenomen energie wordt onmiddellijk afgestaan –

Als de opgenomen energie onmiddellijk wordt afgestaan verandert de energie van het voorwerp niet. Dan geldt: $E_{begin} = E_{eind}$ en als we dit invullen vinden we:

$$E_{in} = E_{uit}$$

– er wordt geen energie opgenomen en ook geen energie afgestaan –

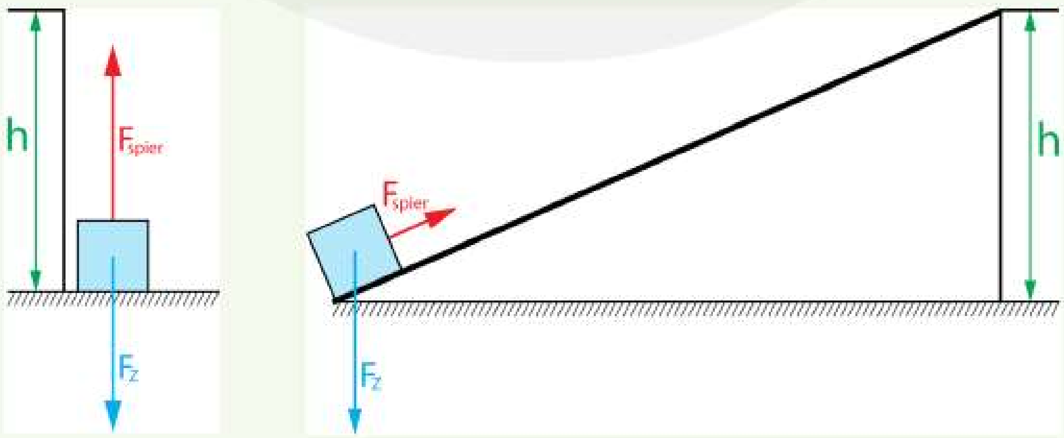
Als er geen energie wordt opgenomen en ook geen energie wordt afgestaan geldt: $E_{in} = 0$ en $E_{uit} = 0$. In dit geval vinden we:

$$E_{begin} = E_{eind}$$

VOORBEELD een kist omhoog brengen

Een kist met een massa van 80 kg moet 4,0 m verticaal omhoog worden gebracht. Wrijving wordt verwaarloosd.

We gaan twee methoden met elkaar vergelijken. Bij de eerste methode wordt de kist verticaal omhooggetild. Bij de tweede methode wordt de kist over een 10 m lange schuine plank omhooggeduwd. Zie figuur 17.



Figuur 17 Kist omhoog brengen.

– kist verticaal tillen –

Bereken de arbeid die de spierkracht verricht.

- $W = F_{spier} \cdot s \cdot \cos\alpha \quad \rightarrow \quad W = m \cdot g \cdot s \cdot \cos 0$
- $W = m \cdot g \cdot s$
- $W = 80 \cdot 9{,}81 \cdot 4{,}0 = 3139{,}2 = 3{,}1\,kJ$

Bereken de spierkracht.

- de spierkracht is gelijk aan de zwaartekracht op de kist
- $F_{spier} = F_z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F_{spier} = 80 \cdot 9{,}81 = 784{,}8 = 7{,}8 \cdot 10^2\ N$

– kist een helling opduwen –

Bereken de arbeid die de spierkracht verricht.

- de arbeid is hetzelfde want $\Delta E = E_{eind} - E_{begin}$ is hetzelfde
- $W = 3139{,}2 = 3{,}1\,kJ$

Bereken de spierkracht.

- $W = 3139{,}2\ J \quad | \quad s = 10\ m \quad | \quad F_{spier} = \ldots N$
- $W = F_{spier} \cdot s \cdot \cos\alpha$
- $3139{,}2 = F_{spier} \cdot 10 \cdot \cos 0 \quad \rightarrow \quad F_{spier} = 313{,}92 = 3{,}1 \cdot 10^2\ N$

Omdat de afstand 2,5 keer zo groot is is de benodigde kracht 2,5 keer zo klein.

4.2 Energievormen

Energie speelt een rol bij alle gebeurtenissen. De hoeveelheid beschikbare energie bepaalt wat je wel en wat je niet voor elkaar kunt krijgen. Wil je bijvoorbeeld een zware kist tien meter omhoog tillen, maar heb je onvoldoende energie beschikbaar, dan kun je doen wat je wilt, het zal je niet lukken. Zelf de meest slimme constructie van katrollen helpt je niet. Te weinig beschikbare energie betekent dat het hoe dan ook onmogelijk is.

Energie komt voor in verschillende vormen. Uiteindelijk is iedere vorm terug te voeren op arbeid die in het verleden is verricht. Hieronder zie je een paar veel voorkomende vormen van energie.

VOORBEELD verschillende vormen van energie

- een steen is omhoog getild (zwaarte-energie)
- een kogel heeft snelheid gekregen (kinetische-energie)
- een veer is gespannen (veer-energie)
- een onweerwolk heeft elektrische lading gekregen (elektrische energie)
- een benzinemolecuul is gemaakt (chemische energie)
- een atoomkern is gemaakt (kernenergie)

Chemische energie

Scheikundige stoffen zijn in staat om energie op te slaan. Deze energie kan weer beschikbaar komen. Opgeslagen **chemische energie** vind je bijvoorbeeld in brand-stof, in voedsel en in batterijen. Er is arbeid uitgeoefend om een scheikundige reactie te laten verlopen en deze arbeid is opgeslagen als chemische energie. Loopt de reactie de andere kant uit dan komt de opgeslagen energie weer vrij.

Brandstoffen bevatten opgeslagen chemische energie. Om uit water en kooldioxide een benzinemolecuul te maken is arbeid nodig. Deze opgeslagen energie komt vrij als je de benzine laat reageren met zuurstof. Het reageren met zuurstof noem je verbranden en vandaar dat benzine een brandstof wordt genoemd. De **stookwaarde** is de hoeveelheid warmte die bij het verbranden vrijkomt per kg (vaste stof) of per kubieke meter (vloeistoffen en gassen).

De stookwaarde is de hoeveelheid warmte die vrijkomt bij het verbranden van een stof. De eenheid van stookwaarde is:
- **joule per kilogram (J/kg) voor vaste stoffen**
- **joule per kubieke meter (J/m^3) voor vloeistoffen en voor gassen**

Om de warmte uit te rekenen die vrijkomt bij het verbranden van één kilogram vaste stof of één kubieke meter vloeistof of gas moet je de stookwaarde vermenigvuldigen met het aantal kilogram stof dat je verbrandt (vaste stof) of het aantal liter dat je verbrandt (vloeistof of gas). Hiervoor gebruik je de volgende formules.

Vaste stof $E_{ch} = r_m \cdot m$

Vloeistof of gas $E_{ch} = r_v \cdot V$

- E_{ch} is de chemische energie die vrijkomt bij het verbranden in joule (J)
- r_m is de stookwaarde van de vaste stof in joule per kilogram (J/kg)
- m is de massa van de vaste stof in kilogram (kg)
- r_v is de stookwaarde van de vloeistof (gas) in joule per kubieke meter (J/m^3)
- V is het volume van de vloeistof (gas) in kubieke meter (m^3)

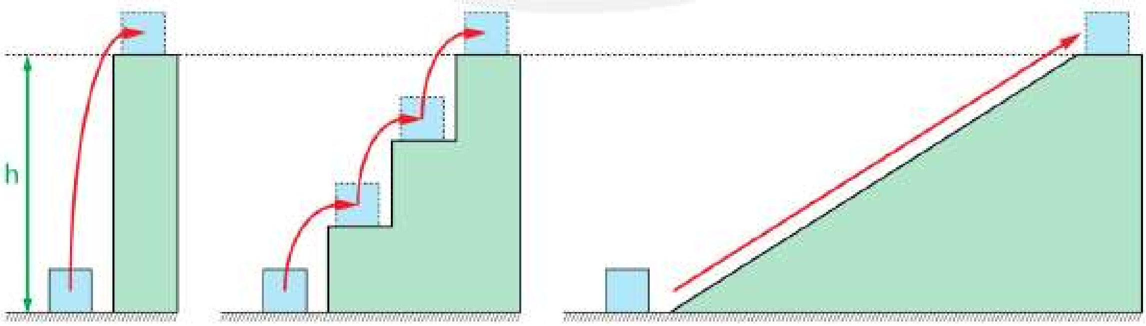
Ook in voedsel zit energie. Dit noem je de **voedingswaarde** die op de verpakking wordt aangegeven. Vaak wordt daarbij de ouderwetse eenheid **calorie** gebruikt. Gelukkig wordt tegenwoordig de energie ook in **joule (J)** of **kilojoule (kJ)** opgegeven.

Het omrekenen van calorie naar joule gaat als volgt:

1,000 calorie = 4,184 joule

Zwaarte-energie

Stel je tilt een voorwerp met constante snelheid omhoog. Als er geen wrijving is, is de kracht die je nodig hebt gelijk aan de zwaartekracht. De verticale afstand waarover het voorwerp verplaatst is de hoogte. De arbeid die je verricht wordt in het voorwerp opgeslagen als **zwaarte-energie, E**z. Alleen het verschil in hoogte bepaalt hoeveel arbeid er nodig is. De manier waarop je het voorwerp omhoog brengt heeft geen invloed op de benodigde arbeid.



Figuur 18 Het kost arbeid om een voorwerp omhoog te tillen. Als er geen wrijving is bepaalt alleen het verschil in hoogte h hoeveel arbeid er nodig is. Deze arbeid vind je terug als zwaarte-energie.

$$E_Z = m \cdot g \cdot h$$

– E_Z is de zwaarte-energie in joule (J)
– m is de massa in kilogram (kg)
– g is de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m/s^2)
– h is de verandering van de hoogte in meter (m)

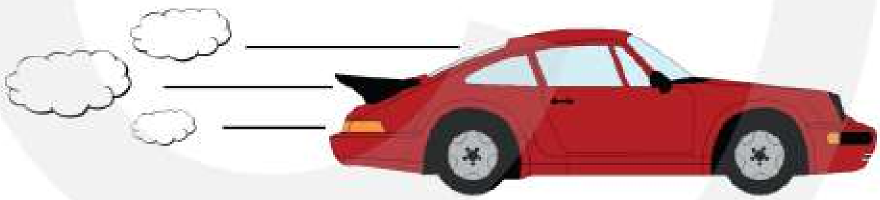
BEWIJS

- $W = F \cdot s$
- $F = F_Z = m \cdot g$
- $s = h$
- $W = E_Z = m \cdot g \cdot h$

Kinetische-energie

Een kracht kan er ook voor zorgen dat een voorwerp gaat versnellen. De arbeid die de kracht verricht wordt hierbij omgezet in bewegingsenergie. Een ander woord voor bewegingsenergie is **kinetische-energie, E_K**.

Figuur 19
Het kost arbeid om een voorwerp snelheid te geven. Deze arbeid vind je terug als kinetische-energie.



$$E_K = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

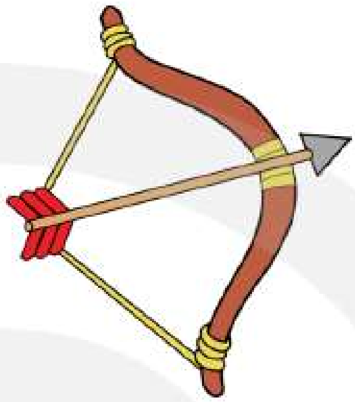
– E_K is de kinetische-energie in joule (J)
– m is de massa in kilogram (kg)
– v is de snelheid in meter per seconde (m/s)

BEWIJS

- $W = F \cdot s$
- $F = m \cdot a$
- $s = \tfrac{1}{2} a \cdot t^2$
- $W = m \cdot a \cdot (\tfrac{1}{2} a \cdot t^2) \rightarrow W = \tfrac{1}{2} m \cdot a^2 \cdot t^2 \rightarrow W = \tfrac{1}{2} m \cdot (a \cdot t)^2$
- $v = a \cdot t$
- $W = E_K = \tfrac{1}{2} m \cdot v^2$

Veerenergie

Een kracht kan ervoor zorgen dat een voorwerp vervormt. De kracht die je uitoefent vermenigvuldigd met de vervorming is de arbeid en wordt opgeslagen als **veer-energie, E_{veer}**.



Figuur 20
Het kost arbeid om een boog te spannen. Deze arbeid wordt opgeslagen als veerenergie.

$$E_{veer} = \tfrac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$$

- E_{veer} is de veerenergie in joule (J)
- C is de veerconstante in newton per meter (N/m)
- u is de vervorming in meter (m)

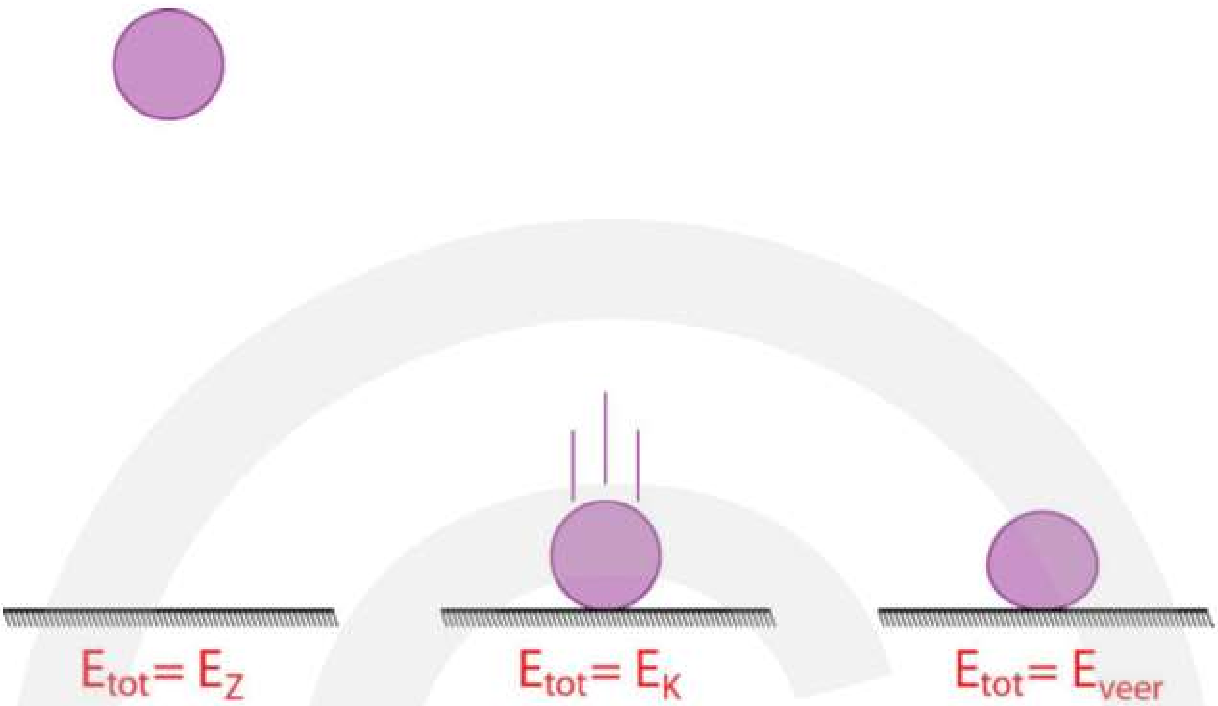
BEWIJS

- $W = F \cdot s$ in dit geval $s = u$
- $F = C \cdot u$
- gemiddelde kracht: $F_{gem} = \tfrac{1}{2} C \cdot u$
- $W = F_{gem} \cdot u$
- $W = \tfrac{1}{2} C \cdot u \cdot u \rightarrow W = E_{veer} = \tfrac{1}{2} C \cdot u^2$

$E_{in} = 0$ en $E_{uit} = 0 \quad \rightarrow \quad E_{begin} = E_{eind}$

Als het voorwerp geen energie opneemt of afstaat geldt: $E_{in} = 0$ en $E_{uit} = 0$. De energie van het voorwerp blijft dan constant. Wel kan de soort energie veranderen. Dit gebeurt bijvoorbeeld als een stuiterbal naar beneden valt. Tijdens het vallen verandert de hoogte, waardoor de zwaarte-energie afneemt. Tegelijkertijd wordt de snelheid groter, waardoor de kinetische-energie toeneemt. Omdat $E_{begin} = E_{eind}$ is tijdens de val de afname van de zwaarte-energie precies gelijk aan de toename van de kinetische-energie. Zie figuur 21.

Als de stuiterbal op de grond komt deukt hij in, waarbij de kinetische-energie wordt omgezet in veer-energie. Korte tijd later deukt de bal weer uit en krijgt hij weer kinetische-energie. De bal beweegt nu omhoog, en op het hoogste punt is alle kinetische-energie weer zwaarte-energie geworden. Als er geen wrijvingskracht is zal de stuiterbal op precies dezelfde hoogte komen als in het begin.



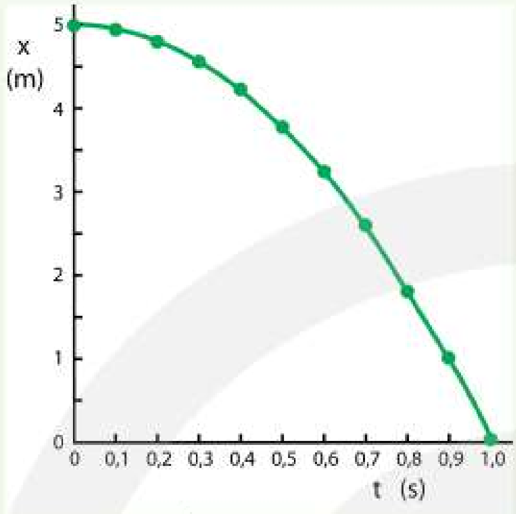
Figuur 21 Tijdens het vallen wordt energie omgezet. In het begin heeft de bal alleen zwaarte-energie. Als de bal de grond raakt heeft hij alleen kinetische-energie. Daarna deukt de bal in en wordt de energie omgezet in veerenergie.

De beweging omhoog is precies gelijk aan de beweging omlaag. Het lijkt alsof je teruggaat in de tijd. Dit is precies het idee achter de wet van behoud van energie. Hoewel er van alles verandert veranderen de natuurwetten zelf niet. Als je bij een voorwerp de richting van de snelheid en de richting van alle krachten omkeert dan beweegt het voorwerp alsof je een film terugdraait. Het lijkt welalsof het voorwerp nog weet hoe het in het verleden heeft bewogen en de route achteruit kan afleggen.

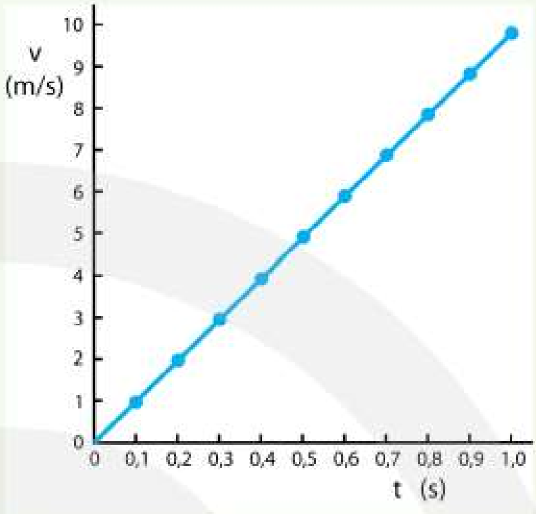
VOORBEELD vallende steen zonder wrijving ($E_Z \rightarrow E_K$)

Een steen van 200 gram valt van een 5,0 m hoog balkon. Luchtweerstand wordt verwaarloosd. Energie is aanwezig in de vorm van E_Z en E_K. Figuur 22 is het (x, t)-diagram en figuur 23 het bijbehorende (v, t)-diagram.

Terwijl de hoogte afneemt wordt de snelheid groter. Omdat $E_{begin} = E_{eind}$ blijft de totale energie $E_{tot} = E_Z + E_K$ gelijk.

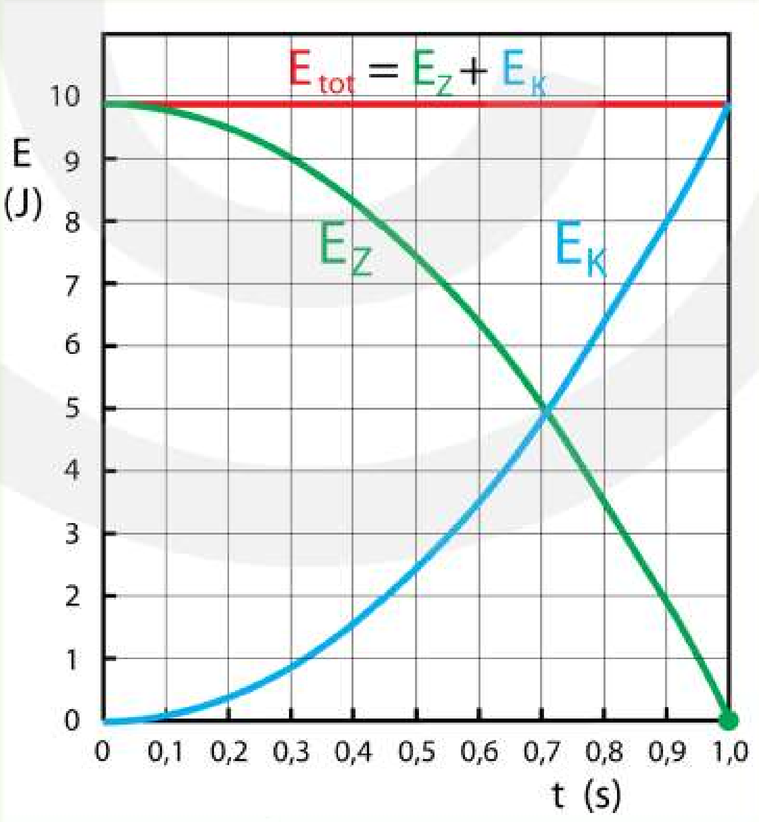


Figuur 22 (x, t)-diagram



Figuur 23 (v, t)-diagram

In figuur 24 zie je de grafieken van E_Z en E_K tijdens het vallen. In het begin is er alleen E_Z. Tijdens het vallen neemt E_Z af en neemt E_K toe. Maar de totale energie verandert niet. Op ieder tijdstip geldt: $E_{tot} = E_Z + E_K$.



Figuur 24

BEGIN: de steen ligt stil op een 5,0 meter hoge toren
EIND: de steen raakt de grond

Bereken de energie die in het begin aanwezig is.

- $h_{begin} = 5{,}0\,m \quad | \quad v_{begin} = 0\,m/s \quad | \quad m = 0{,}2\,kg$
- $E_{begin} = E_Z + E_K$
- $E_{begin} = 0{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 5{,}0 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot 0^2 = 9{,}81 + 0 = 9{,}81\,J$

Bereken de energie die aan het eind aanwezig is.

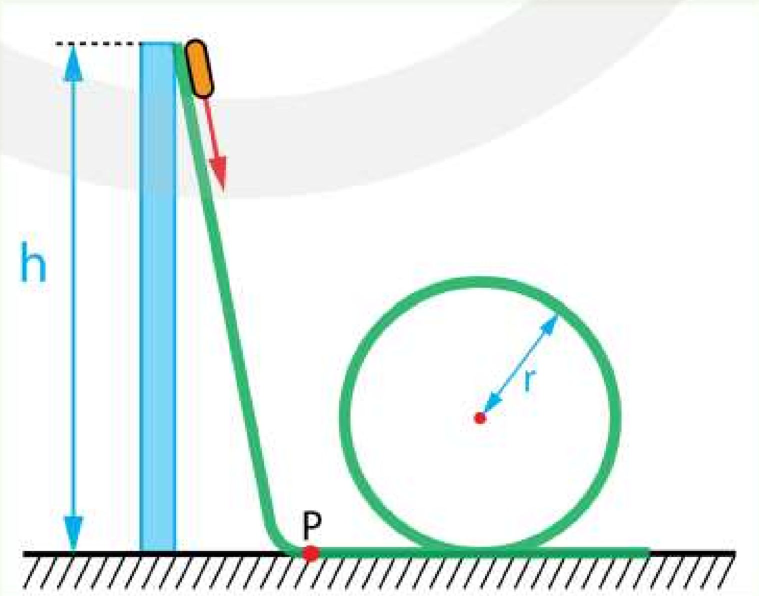
- $E_{in} = 0 \quad$ en $\quad E_{uit} = 0$
- behoud van energie: $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $E_{begin} = E_{eind} = 9{,}81\,J$

Bereken de snelheid waarmee de steen op de grond valt.

- $h_{eind} = 0\,m \quad | \quad m = 0{,}2\,kg \quad | \quad v_{eind} = \ldots m/s$
- $E_{eind} = E_Z + E_K$
- $E_{eind} = 9{,}81 = 0{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot v_{eind}^2$
- $9{,}81 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot v_{eind}^2 \quad \rightarrow \quad 9{,}81 = 0{,}1 \cdot v_{eind}^2$
- $v_{eind}^2 = 98{,}1 \quad \rightarrow \quad v_{eind} = 9{,}9\,m/s$

VOORBEELD achtbaan met looping zonder wrijving

Bij een achtbaan wordt een treintje op 35 meter hoogte gebracht en daarna losgelaten. Het treintje rijdt naar beneden over een helling met bochten en een looping. Zie figuur 25. De looping heeft een straal van 10 meter. Een treintje met passagiers heeft een massa van 1500 kg. Wrijvingskrachten worden verwaarloosd.



Figuur 25
Achtbaan met looping.

Bereken de snelheid van het treintje in punt P.
BEGIN: bovenaan de helling staat het treintje stil
EIND: onderaan de helling heeft het treintje een snelheid

- $h_{begin} = 35\,m \quad | \quad v_{begin} = 0\,m/s \quad | \quad h_{eind} = 0\,m \quad | \quad v_{eind} = \ldots m/s$
- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{begin} = 1500 \cdot 9{,}81 \cdot 35 + \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot 0^2 = 5{,}15 \cdot 10^5\ J$
- $\mathbf{E_{in} = 0 \quad en \quad E_{uit} = 0}$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{eind} = 1500 \cdot 9{,}81 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot v_{eind}^2$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $5{,}15 \cdot 10^5 + 0 = \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot v_{eind}^2 + 0$
- $v_{eind}^2 = 686{,}7 \quad \rightarrow \quad v_{eind} = 26{,}2\ m/s$

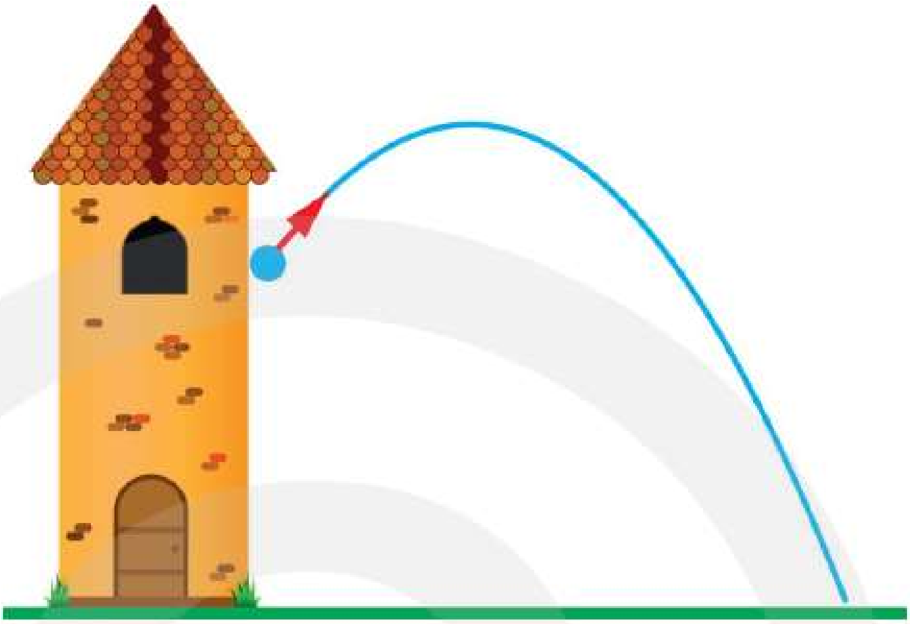
Bereken de snelheid van het treintje boven in de looping.
BEGIN: onderaan → geen hoogte wel snelheid
EIND: bovenin → hoogte en snelheid

- $E_{begin} = 5{,}15 \cdot 10^5\ J$ *(zelfde energie als bovenaan de helling)*
- $h_{eind} = 20\,m \quad | \quad v_{eind} = \ldots m/s$ *(hoogte is 2x de straal)*
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $5{,}15 \cdot 10^5 = 1500 \cdot 9{,}81 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot v_{eind}^2$
- $5{,}15 \cdot 10^5 - 2{,}943 \cdot 10^5 = \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot v_{eind}^2 \quad \rightarrow \quad v_{eind}^2 = 294{,}3$
- $v_{eind} = 17{,}155 = 17{,}2\,m/s$

Bij bovenstaande voorbeelden zie je hoe de wet van behoud van energie in de praktijk werkt en dat je er nuttig gebruik van kunt maken. Als er geen wrijving is doen alleen begin en eind ertoe. Hoe het voorwerp van begin naar eind gaat is niet belangrijk.

Hieruit volgt dat als je een steen van een toren gooit het niet uitmaakt onder welke hoek je gooit. Je kunt de steen horizontaal weggooien, onder een hoek, recht omhoog, of recht omlaag. Als er geen wrijving is zal de steen altijd met dezelfde snelheid op de grond komen. De hoek waarmee de steen op de grond komt is wel anders, maar de grootte van de snelheid niet.

In het begin heeft de steen zwaarte-energie én kinetische-energie. Aan het eind heeft de steen alleen kinetische-energie. De zwaarte-energie is tijdens de beweging omgezet in kinetische-energie. Energie is niet afhankelijk van de richting. Vandaar dat de richting waarmee je de steen weggooit geen invloed heeft op de grootte van de snelheid waarmee de steen op de grond komt. Zie figuur 26.



Figuur 26
Als je een steen van een toren gooit is de grootte van de snelheid waarmee de steen op de grond komt onafhankelijk van de richting waarin je gooit.

VOORBEELD een steen weggooien van een toren

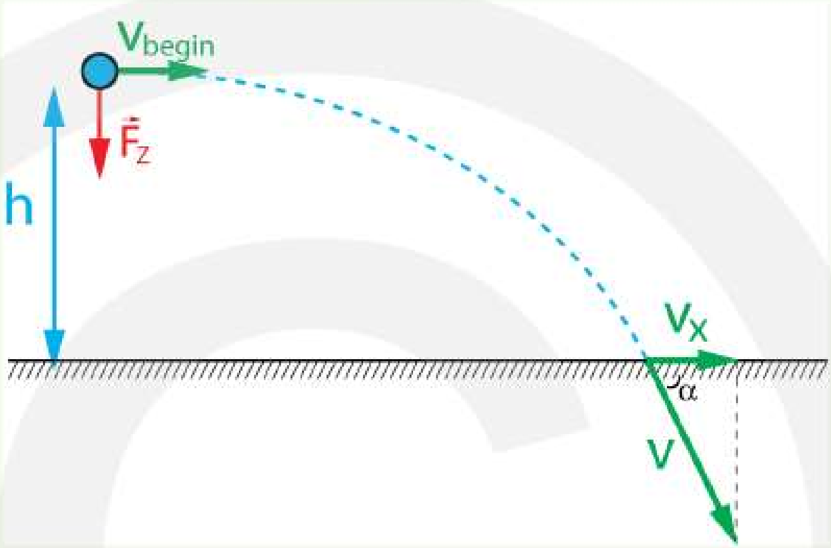
Je gooit een steen van een 15 m hoge toren met een beginsnelheid van 10 m/s.

Bereken de snelheid waarmee de steen op de grond komt.

- $h_{begin} = 15\,m \quad | \quad v_{begin} = 10\,m/s \quad | \quad h_{eind} = 0\,m \quad | \quad v_{eind} = \ldots m/s$
- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{begin} = m \cdot 9{,}81 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot 10^2 = m \cdot 197{,}15\,J$
- $E_{in} = 0$ en $E_{uit} = 0$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{eind} = m \cdot 9{,}81 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $m \cdot 197{,}15 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$ *(links en rechts m wegstrepen)*
- $197{,}15 = \frac{1}{2} \cdot v_{eind}^2 \rightarrow v_{eind} = 19{,}857 = 20\,m/s$

VOORBEELD   horizontaal weggeschoten bal

Een bal wordt vanaf de top van een 60 m hoge toren horizontaal weggeschoten met een beginsnelheid van 40 m/s. Zie figuur 27. De luchtwrijving wordt verwaarloosd.



Figuur 27 Horizontaal weggeschoten bal.

Bereken de snelheid waarmee de bal de grond raakt.

BEGIN: bovenin → hoogte en snelheid

EIND: onderaan → geen hoogte wel snelheid

- $h_{begin} = 60\,m$ | $v_{begin} = 40\,m/s$ | $h_{eind} = 0\,m$ | $v_{eind} = \ldots m/s$
- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{begin} = m \cdot 9{,}81 \cdot 60 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot 40^2 = 588{,}6 \cdot m + 800 \cdot m = 1388{,}6 \cdot m\ \ J$
- $E_{in} = 0$ en $E_{uit} = 0$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{eind} = m \cdot 9{,}81 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $1388{,}6 \cdot m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$ *(m wegstrepen)*
- $v_{eind} = 52{,}699 = 53\,m/s$

Bereken de hoek waaronder de kogel de grond raakt.

- geen wrijving → $v_{eind\,x} = v_{begin\,x} = 40\,m/s$
- $\cos\alpha = \dfrac{v_{eind\,x}}{v_{eind}} = \dfrac{40}{52{,}7} \rightarrow \alpha = 40{,}6°$

VOORBEELD een steentje omhoog schieten ($E_K \rightarrow E_Z$)

Met een katapult schiet je een steentje verticaal omhoog. Het elastiek van de katapult heeft een veerconstante C = 50 N/m. Je rekt het elastiek 20 cm uit. Het steentje heeft een massa van 5,0 gram.

Voor het omhoog schieten van het steentje passen we de wet van behoud van energie toe.

Bereken de energie van het gespannen elastiek.

- $C = 50\,N/m \;\;|\;\; u = 0{,}20\,m \;\;|\;\; E_{veer} = \ldots J$
- $E_{veer} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 \;\;\rightarrow\;\; E_{veer} = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 0{,}2^2 = 1{,}0\,J$

Bereken de snelheid waarmee het steentje wordt weggeschoten.

BEGIN: de steen zit in het gespannen elastiek
EIND: de steen komt los van het elastiek

- $E_{begin} = E_{veer} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 \;\;|\;\; E_{eind} = E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
- $E_{begin} = E_{eind}$
- $\frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
- $\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 0{,}2^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}005 \cdot v^2$
- $v^2 = 400 \;\;\rightarrow\;\; v = 20\,m/s$

Bereken hoe hoog het steentje komt.

BEGIN: de steen komt los van het elastiek
EIND: de steen heeft zijn maximale hoogte bereikt

- $E_{begin} = E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \;\;|\;\; E_{eind} = E_Z = m \cdot g \cdot h$
- $E_{begin} = E_{eind}$
- $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h$ *(m wegstrepen)*
- $\frac{1}{2} \cdot 20^2 = 9{,}81 \cdot h$
- $200 = 9{,}81 \cdot h \;\;\rightarrow\;\; h = 20{,}387 = 20\,m$

4.3 Energie afstaan (wrijving)

In deze paragraaf bekijken we situaties waarin het voorwerp energie afstaat aan de omgeving. Dit gebeurt bijvoorbeeld als er op een kracht werkt waardoor het voorwerp afremt. Het voorwerp verricht dan arbeid op de omgeving, waardoor de opgeslagen energie afneemt. Als de remmende kracht een wrijvingskracht is wordt de arbeid omgezet in warmte.

Warmte is de arbeid die door een wrijvingskracht wordt verricht.
Het symbool voor warmte is Q met als eenheid joule (J)

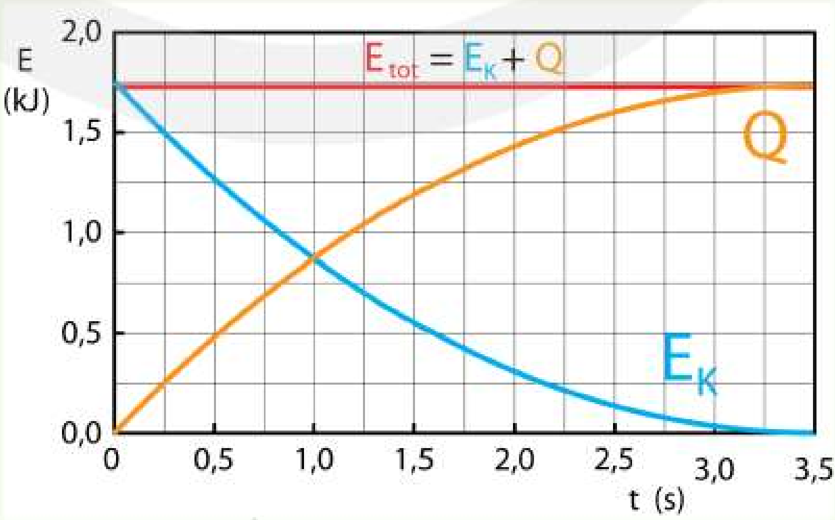
$$Q = F_W \cdot s$$

De wet van behoud van energie $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$ geeft aan dat de hoeveelheid energie die het voorwerp verliest gelijk is aan de afname van de energie.

- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$ met $E_{in} = 0$
- $E_{begin} - E_{eind} = \Delta E = E_{uit}$

VOORBEELD remmende fiets ($E_K \rightarrow Q$)

Een fietser rijdt met 8,0 m/s over een horizontale weg. De massa van de fietser met fiets is 53 kg. Op t=0 begint de fietser te remmen. De luchtwrijving en de remkracht leveren samen een constante wrijvingskracht. Hierdoor neemt de snelheid af. Na 14 m staat de fiets stil. De arbeid die de wrijvingskracht verricht wordt omgezet in warmte. In figuur 28 zie je de afname van E_K en de toename van de warmte Q.



Figuur 28
De afname van de kinetische-energie is gelijk aan de toename van de warmte.

Bereken de wrijvingskracht F_W.

BEGIN: de fiets heeft een snelheid van 8,0 m/s
EIND: de fiets staat stil

- $v_{begin} = 8{,}0\ m/s \quad | \quad m = 53\ kg \quad | \quad E_K = \ldots J$
- $E_{begin} = E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{begin} = E_K = \frac{1}{2} \cdot 53 \cdot 8^2 = 1696\ J$
- $E_{in} = 0$
- $v_{eind} = 0\ m/s \quad | \quad m = 53\ kg$
- $E_{eind} = E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 = 0$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $1696 + 0 \ = \ 0 + E_{uit}$
- $E_{uit} = 1696\ J \quad | \quad s = 12\ m \quad | \quad F_W = \ldots N$
- $E_{uit} = F_W \cdot s$
- $1696 = F_W \cdot 12 \quad \rightarrow \quad F_W = 141{,}33 = 1{,}4 \cdot 10^2\ N$

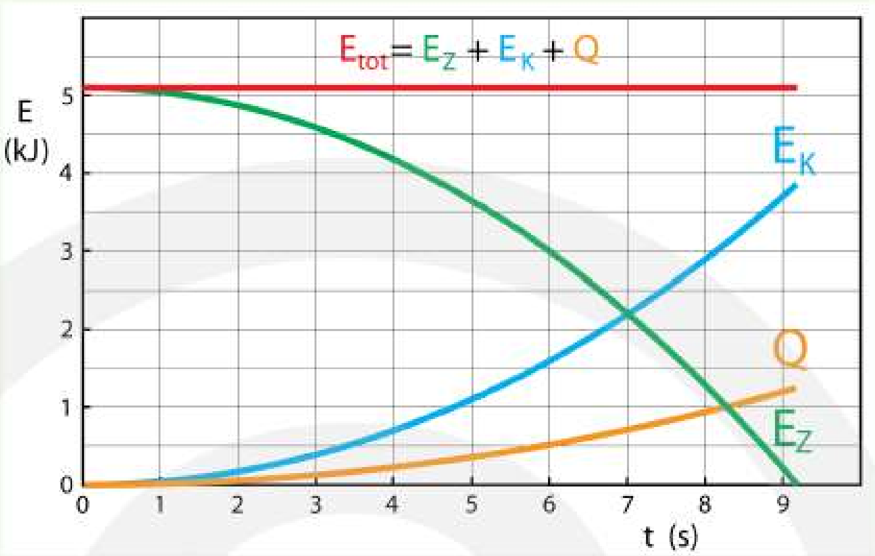
VOORBEELD skaten van een helling ($E_Z \rightarrow E_K + E_{uit}$)

Een skater staat op een helling van 50 m lang en 8,0 meter hoog. Skater en skateboard hebben samen een massa van 65 kg. Tijdens het skaten werkt een constante wrijvingskracht van 25 N. De skater zet niet af en de beginsnelheid is nul.

Bereken de eindsnelheid van de skater.

BEGIN: de skater staat stil bovenaan de helling
EIND: de skater is onderaan de helling en heeft daar een snelheid

- $E_{begin} = E_Z = m \cdot g \cdot h \quad | \quad m = 65\ kg \quad | \quad h = 8{,}0\ m$
- $E_{begin} = 65 \cdot 9{,}81 \cdot 8{,}0 = 5100\ J$
- $E_{in} = 0$ *(de skater zet niet af)*
- $E_{eind} = E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot v_{eind}^2$ *(aan het eind h = 0 → E_Z = 0)*
- $E_{uit} = F_W \cdot s = 25 \cdot 50 = 1250\ J$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $5100 + 0 \ = \ \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot v_{eind}^2 + 1250$
- $\frac{1}{2} \cdot 65 \cdot v_{eind}^2 = 5100 - 1250 = 3850 \quad \rightarrow \quad v_{eind} = 10{,}9\ m/s$



Figuur 29
(Energie, tijd)-diagram van een skater op helling.

VOORBEELD verticaal omhooggeschoten kogel

Vanaf de grond wordt een kogel met een massa van 75 gram verticaal omhoog geschoten met een beginsnelheid van 400 m/s. De kogel bereikt een hoogte van 800 m.

Bereken de geproduceerde warmte bij het stijgen.
BEGIN: de kogel heeft een snelheid van 400 m/s
EIND: de kogel staat stil op 800 m hoogte

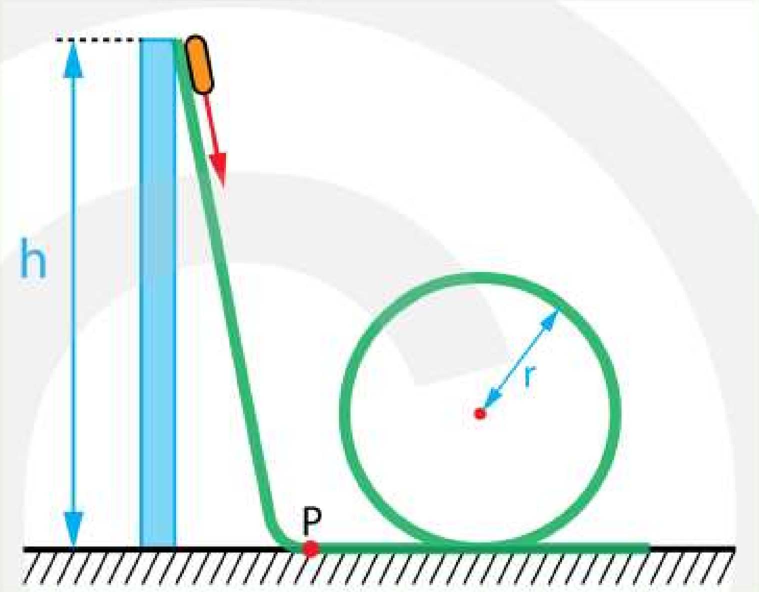
- $v_{begin} = 400\ m/s$ | $h_{begin} = 0\ m$ | $v_{eind} = 0\ m/s$ | $h_{eind} = 500\ m$
- $E_{begin} = E_K + E_Z$
- $E_{begin} = \frac{1}{2} \cdot 75 \cdot 10^{-3} \cdot 400^2 + 75 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81 \cdot 0 \ = \ 6000 + 0 = 6000\ J$
- $E_{eind} = E_K + E_Z$
- $E_{eind} = \frac{1}{2} \cdot 75 \cdot 10^{-3} \cdot 0^2 + 75 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81 \cdot 800 = 0 + 588{,}6\ J$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$ *($E_{in} = 0\ J$)*
- $6000 = 588{,}6 + E_{uit}$
- $E_{uit} = Q = 6000 - 588{,}6 = 5411{,}4 = 5{,}4 \cdot 10^3\ J$

Bereken de gemiddelde wrijvingskracht op de kogel.

- $Q = 5411{,}4\ J$ | $s = 800\ m$ | $F_w = \ldots N$
- $5411{,}4 = F_w \cdot 800 \ \rightarrow \ F_w = 6{,}76425 = 6{,}8\ N$

VOORBEELD achtbaan met looping met wrijving

Bij een achtbaan gaat een treintje door een looping. In punt P heeft het treintje een snelheid van 25 m/s. Op het hoogste punt van de looping is de snelheid 10 m/s. Het treintje met passagiers heeft een massa van 800 kg. De gemiddelde wrijvingskracht is 1,7 kN. Zie figuur 30.



Figuur 30
Achtbaan met looping.

Bereken de straal van de looping.

BEGIN: onderaan → geen hoogte wel snelheid
EIND: bovenin → hoogte en snelheid

- $v_{begin} = 25\,m/s \;\;|\;\; h_{begin} = 0\,m \;\;|\;\; E_{begin} = \ldots J$
- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{begin} = 800 \cdot 9{,}81 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 25^2 = 2{,}5 \cdot 10^5\,J$
- $\mathbf{E_{in} = 0 \;\; en \;\; E_{uit} = Q = F_W \cdot s}$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $2{,}5 \cdot 10^5 + 0 = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 + F_W \cdot s$
- $m = 800\,kg \;\;|\;\; h_{eind} = 2 \cdot r \;\;|\;\; F_W = 1{,}7 \cdot 10^3\,N \;\;|\;\; s = \pi \cdot r \;\;|\;\; r = \ldots m$
- $2{,}5 \cdot 10^5 + 0 = 800 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot r + \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 10^2 + 1{,}7 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot r$
- $2{,}5 \cdot 10^5 - \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 10^2 = 1{,}5696 \cdot 10^4 \cdot r + 5{,}34071 \cdot 10^3 \cdot r$
- $\mathbf{2{,}1 \cdot 10^5 = 2{,}10367 \cdot 10^4 \cdot r \;\;\rightarrow\;\; r = 9{,}98255 = 10\,m}$

4.4 Arbeid en kinetische-energie

Volgens de tweede wet van Newton: $\Sigma F = m \cdot a$ neemt de snelheid van een voorwerp toe als er een resulterende kracht wordt uitgeoefend. Uit deze wet kunnen we een relatie tussen arbeid en kinetische-energie afleiden.

Stel er werkt een kracht waardoor een voorwerp horizontaal wordt versneld. Dan geldt: $E_{in} = W_{in} = F \cdot s$. Als er bovendien een wrijvingskracht F_W werkt geldt: $E_{uit} = W_{uit} = F_W \cdot s$. De wet van behoud van energie is: $E_{in} - E_{uit} = \Delta E$. Omdat bij een horizontale beweging de hoogte hetzelfde blijft verandert alleen de kinetische-energie. In dit geval krijgen we: $F \cdot s - F_W \cdot s = \Delta E_K$.

De arbeid van alle krachten bij elkaar opgeteld, rekening houdend met de richting van de kracht, is gelijk aan de verandering van de kinetische-energie. Dit heet de **wet van arbeid en kinetische-energie**.

De arbeid van alle krachten bij elkaar opgeteld, versnellende krachten met een plusteken en vertragende krachten met een minteken, geeft de verandering van de kinetische-energie.

$$\Sigma W = \Delta E_K$$

- ΣW is de som van de verrichte arbeid door alle krachten (positief en negatief)
- ΔE_K is de verandering van de kinetische-energie: $E_{K\,eind} - E_{K\,begin}$

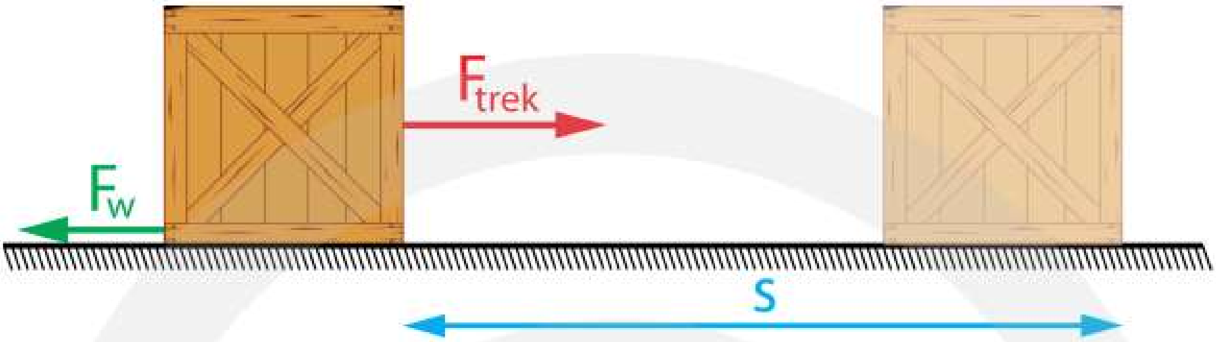
Omdat $\Sigma W = \Sigma F_x \cdot s$ en $\Delta E_K = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$ mogen we schrijven:

$$\Sigma F_x \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$$

- ΣF_x is de resulterende kracht in de richting van de verplaatsing in newton (N)
- s is de afstand in meter (m)
- m is de massa in kilogram (kg)
- v_{eind} is de eindsnelheid in meter per seconde (m/s)
- v_{begin} is de beginsnelheid in meter per seconde (m/s)

De resulterende kracht ΣF bepaal je op de gebruikelijke manier. Krachten die een versnelling geven zijn positief, krachten die vertragen (zoals wrijvingskrachten) zijn negatief. Staan, net als in figuur 31, de krachten in dezelfde richting of precies tegengesteld aan de verplaatsing, dan kun je het beste $\Sigma F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$

gebruiken. Als één van de krachten schuin staat is het handiger om eerst de geleverde arbeid op te tellen en daarna $\Sigma W = \frac{1}{2}m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_{begin}^2$ te gebruiken.



Figuur 31 Met trekkracht F_{trek} wordt een kist horizontaal verplaatst. De wrijvingskracht F_W verricht negatieve arbeid. Er geldt: $(F_{trek} - F_W) \cdot s = \Delta E_K$.

VOORBEELD kist verplaatsen ($\Sigma W = \Delta E_K$)

Om een kist van 50 kg te verplaatsen oefen je een trekkracht uit van 300 N. Op de kist werkt een wrijvingskracht van 200 N. Zie figuur 31.

Bereken de snelheid van de kist nadat je hem 4,0 meter hebt verplaatst.

- $\Sigma F = 300 - 200 = 100\,N$ | $s = 4{,}0\,m$ | $m = 50\,kg$ | $v_{eind} = \ldots m/s$
- $\Sigma F \cdot s = \frac{1}{2}m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_{begin}^2$
- $100 \cdot 4 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot v_{eind}^2$ *($v_{begin} = 0$)*
- $v_{eind}^2 = 16 \rightarrow v_{eind} = 4{,}0\,m/s$

Na 4,0 m stop je met trekken. De kist schuift dan nog een beetje door.

Bereken hoever de kist doorschuift?

- $\Sigma F = -200\,N$ | $m = 50\,kg$ | $v_{begin} = 4{,}0\,m/s$ | $s = \ldots m$
- $\Sigma F \cdot s = \frac{1}{2}m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_{begin}^2$
- $-200 \cdot s = -\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 4^2$ *($v_{eind} = 0$)*
- $s = \dfrac{-0{,}5 \cdot 50 \cdot 4^2}{-200} = 2{,}0\,m$

VOORBEELD achtbaan

Aan het einde van een ritje in de achtbaan heeft het karretje een snelheid van 15 m/s. Op het laatste deel wordt het karretje afgeremd tot een snelheid van 3,0 m/s door een remkracht van 6,0 kN. Het karretje inclusief passagiers weegt 500 kg.

Bereken de afstand die het karretje tijdens het remmen aflegt.

- $v_{begin} = 15\ m/s \quad | \quad v_{eind} = 3{,}0\ m/s$
- $\Sigma F = -6000\ N \quad | \quad m = 500\ kg \quad | \quad s = \ldots m$
- $\Sigma F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$
- $-6000 \cdot s = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 3^2 - \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 15^2$
- $-6000 \cdot s = 2250 - 56250 = -54000$
- $s = \dfrac{-54000}{-6000} = 9{,}0\ m$

VOORBEELD botsing

Een auto met een massa van 1200 kg botst met een snelheid van 15 m/s tegen een boom. Hierbij deukt de auto 25 cm in.

Bereken de kracht die tijdens de botsing op de auto werkt.

- $m = 1200\ kg \quad | \quad v_{begin} = 15\ m/s \quad | \quad v_{eind} = 0\ m/s \quad | \quad s = 0{,}25\ m \quad | \quad \Sigma F = \ldots N$
- $\Sigma F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$ *(wet van arbeid en kinetische-energie)*
- $\Sigma F \cdot 0{,}25 = \frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot 0^2 - \frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot 15^2 = -1{,}35 \cdot 10^5\ J$
- $\Sigma F = \dfrac{-1{,}35 \cdot 10^5}{0{,}25} = -5{,}4 \cdot 10^5\ N$ (minteken omdat het een vertragende kracht is)
- $F = -5{,}4 \cdot 10^5\ N$ *(er werkt maar één kracht → ΣF = F)*

Bereken de vertraging tijdens de botsing.

- $\Sigma F = -5{,}4 \cdot 10^5\ N \quad | \quad m = 1200\ kg \quad | \quad a = \ldots m/s^2$
- $\Sigma F = m \cdot a$
- $-5{,}4 \cdot 10^5 = 1200 \cdot a \quad \rightarrow \quad a = -450 = -4{,}5 \cdot 10^2\ m/s^2$

VOORBEELD inhalen van een vrachtauto

Een personenauto rijdt met een snelheid van 90 km/h achter een vrachtauto. De massa van de personenauto is 1500 kg. Om de vrachtauto in te halen moet de auto 108 km/h gaan rijden. De extra motorkracht die wordt gebruikt om de auto te laten versnellen van 90 naar 108 km/h is 3,0 kN.

Bereken de afstand die de auto aflegt tijdens het versnellen.

- $v_{begin} = 25\,m/s$ | $v_{eind} = 30\,m/s$ | $m = 1500\,kg$ | $\Sigma F = 3000\,N$
- $\Sigma F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$ *(wet van arbeid en kinetische-energie)*
- $3000 \cdot s = \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot 30^2 - \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot 25^2$
- $\mathbf{3000 \cdot s = 2{,}0625 \cdot 10^5 \rightarrow s = 68{,}75 = 69\,m}$

Je kunt ook formules uit het hoofdstuk bewegen gebruiken.

Bereken de afstand die de auto aflegt tijdens het versnellen met bewegingsformules.

- $\Sigma F = 3000\,N$ | $m = 1500\,kg$ | $a = \ldots m/s^2$
- $\mathbf{\Sigma F = m \cdot a \rightarrow 3000 = 1500 \cdot a \rightarrow a = 2{,}0\,m/s^2}$
- $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow 2 = \frac{30 - 25}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = 2{,}5\,s$
- $v_{gem} = \frac{25 + 30}{2} = 27{,}5\,m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow s = 27{,}5 \cdot 2{,}5 = 68{,}75 = 69\,m$

4.5 Vermogen

Vermogen

Met de wet van behoud van energie kun je uitrekenen wat de eindsituatie is als je het begin weet, of omgekeerd, de beginsituatie als je het einde weet. **Hoe** het voorwerp van begin naar eind gaat en **hoeveel tijd** daarvoor nodig is volgt niet uit de wet van behoud van energie.

De wet van behoud van energie zegt niet hoe een voorwerp van begin naar eind gaat en ook niet hoeveel tijd ervoor nodig is.

In de praktijk is het vaak wel belangrijk om te weten hoe snel een verandering plaatsvindt en daarom is het begrip **vermogen** ingevoerd. Het symbool voor vermogen is P van het Engelse "power". De eenheid van vermogen is vernoemd naar James Watt (1736 - 1819), de belangrijkste uitvinder van de stoommachine.

Het vermogen is de hoeveelheid energie die per seconde wordt omgezet. Het symbool voor vermogen is P, de eenheid van vermogen is watt (W).

$$P = \frac{E}{t} \qquad \leftrightarrow \qquad E = P \cdot t$$

– P is het vermogen in watt (W)
– E is de energie in joule (J)
– t is de tijd in seconde (s)

$$1\,\text{watt} = 1\,\text{J/s}$$

OPMERKING
– W is het symbool voor de **grootheid** arbeid
– W is het symbool voor de **eenheid** van vermogen

Een oude eenheid van vermogen is de **paardenkracht (pk)**. De naam paardenkracht is verwarrend, want het geeft niet de kracht aan maar het vermogen.
Er zijn zelfs twee verschillende definities:

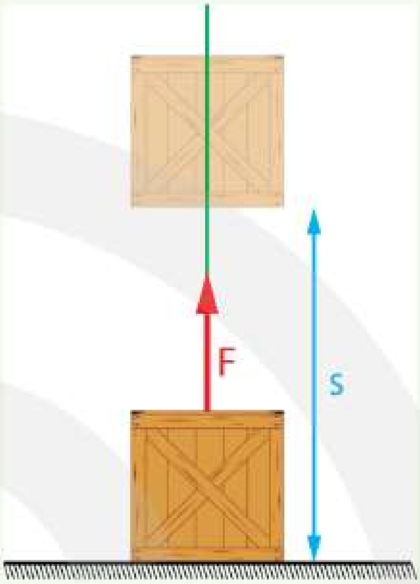
1 pk (hp) = 745,7 W *(Engelse horse power)*
1 pk (cv) = 735,5 W *(Franse cheval vapour, wordt ook in Nederland gebruikt)*

VOORBEELD kist optillen

Een hijskraan brengt een kist 20 meter omhoog. De spankracht in de kabel is 4000 N. Het optakelen van de kist duurt 25 seconden. Zie figuur 32.

Bereken het vermogen van de hijskraan.

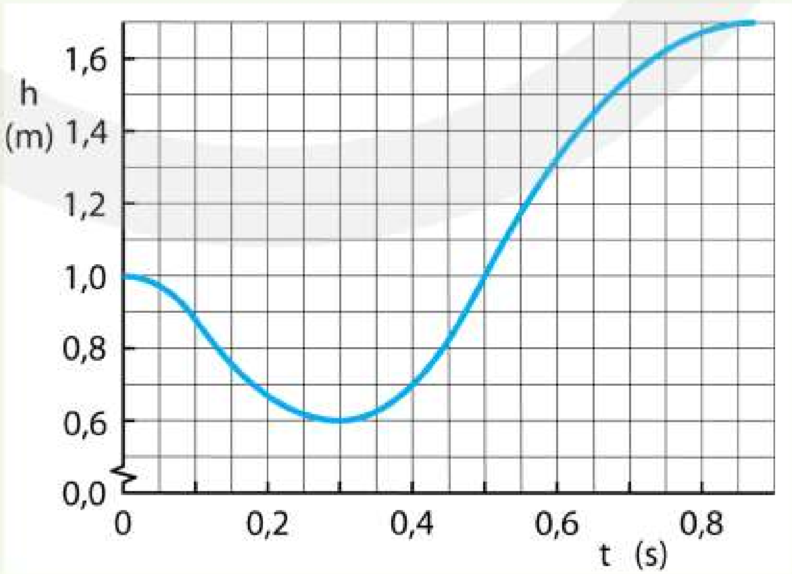
- $F = 4000\,N$ | $s = 20\,m$ | $W = ...\,J$
- $W = F \cdot s$
- $W = 4000 \cdot 20 = 8{,}0 \cdot 10^4\,J$
- $W = E_{in}$
- $E = 8{,}0 \cdot 10^4\,J$ | $t = 25\,s$ | $P = ...\,W$
- $E = P \cdot t$
- $8{,}0 \cdot 10^4 = P \cdot 25 \rightarrow P = 3{,}2 \cdot 10^3\,W$



Figuur 32

VOORBEELD basketbalspeler

Om en sprong te maken zakt een basketbalspeler 40 cm door zijn knieën. Op t=0,30 s begint hij af te zetten en op t=0,50 s komt hij los van de grond. Hij heeft dan een snelheid van 3,7 m/s. De basketbalspeler weegt 90 kg. In figuur 33 is de hoogte van het zwaartepunt van de basketbalspeler uitgezet tegen de tijd.



Figuur 33 (h, t)-diagram van de hoogte van het zwaartepunt.

Bepaal hoeveel energie de basketbalspeler tijdens het afzetten gebruikt.
BEGIN: de basketbalspeler is 0,40 m door zijn knieën gezakt en staat stil
EIND: de basketbalspeler komt los van de grond met v = 3,7 m/s

- $h_{begin} = 0{,}60\ m \ \ | \ \ v_{begin} = 0\ m/s \ \ | \ \ h_{eind} = 1{,}0\ m \ \ | \ \ v_{eind} = 3{,}7\ m/s$
- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
- $E_{begin} = 90 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}6 + \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 0^2 = 529{,}74\ J$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{eind} = 90 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}0 + \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 3{,}7^2 = 882{,}9 + 616{,}05 = 1498{,}95\ J$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- geen wrijving $\rightarrow$ $E_{uit} = 0$
- $529{,}74 + E_{in} = 1498{,}95 \quad \rightarrow \quad E_{in} = 969{,}21\ J$

Bepaal het vermogen van de basketbalspeler tijdens het afzetten.

- $E = 969{,}21\ J \ \ | \ \ t = 0{,}2\ s \ \ | \ \ P = \ldots W$
- $E = P \cdot t$
- $969{,}21 = P \cdot 0{,}2 \quad \rightarrow \quad P = 4846{,}05 = 4{,}8 \cdot 10^3\ W$

Bereken de maximale hoogte van het zwaartepunt.
BEGIN: de basketbalspeler is 0,40 m door zijn knieën gezakt en staat stil
EIND: de basketbalspeler heeft de maximale hoogte en staat stil

- $E_{begin} = 529{,}74\ J \ \ | \ \ E_{in} = 969{,}21\ J \ \ | \ \ E_{uit} = 0\ J$
- $E_{begin} + E_{in} = E_{eind} + E_{uit}$
- $E_{eind} = 529{,}74 + 969{,}21 = 1498{,}95\ J$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$ *($v_{eind} = 0$)*
- $1498{,}95 = 90 \cdot 9{,}81 \cdot h_{eind} \quad \rightarrow \quad h_{eind} = 1{,}6978 = 1{,}7\ m$

Vermogen en snelheid

Als een voorwerp door een **constante kracht** met een **constante snelheid** wordt verplaatst geldt:

$$P = F \cdot v$$

- P is het vermogen in watt (W)
- F is een constante kracht in newton (N)
- v is een constante snelheid in meter per seconde (m/s)

BEWIJS

- $E_{in} = W = F \cdot s$ en $s = v_{gem} \cdot t$
- $\mathbf{E_{in} = F \cdot v \cdot t}$ *(v is constant dus $v_{gem} = v$)*
- $P = \frac{E}{t} = \frac{F \cdot v \cdot t}{t} = F \cdot v$

OPMERKING

– Als F niet constant is moet je de gemiddelde kracht F_{gem} invullen.
– Als v niet constant is moet je de gemiddelde snelheid v_{gem} invullen.

VOORBEELD wielrenner

Een wielrenner legt met constante snelheid een afstand van 27 km of in 30 minuten. Het vermogen van de wielrenner is 600 W.

Bereken de kracht die de wielrenner uitoefent.

- $s = 27000\,m$ | $t = 1800\,s$ | $v = \ldots m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $27000 = v_{gem} \cdot 1800 \rightarrow v_{gem} = 15\,m/s$
- $P = F \cdot v \rightarrow 600 = F \cdot 15 \rightarrow F = 40\,N$

VOORBEELD basketbalspeler vervolg

Van de basketbalspeler uit het eerdere voorbeeld kunnen we de tijd uitrekenen tussen het moment van loskomen en het tijdstip waarop het hoogste punt wordt bereikt. Hiertoe berekenen we eerst het vermogen van de zwaartekracht.

Bereken de tijd tussen het loskomen en het bereiken van het hoogste punt.
BEGIN: moment van loskomen
EIND: hoogste punt

- $F = F_z = 90 \cdot 9{,}81 = 882{,}9\,N$ | $v_{gem} = 0{,}5 \cdot 3{,}7 = 1{,}85\,m/s$
- $P = F \cdot v_{gem}$
- $P = 882{,}9 \cdot 1{,}85 = 1633{,}365\,W$
- $E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2 = \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 3{,}7^2 = 616{,}05\,J$ wordt omgezet in E_Z
- $E = P \cdot t$
- $616{,}05 = 1633{,}365 \cdot t \rightarrow t = 0{,}37717 = 0{,}38\,s$

VOORBEELD raceauto

De motor van een raceauto heeft een vermogen van 450 kW. De topsnelheid is 90 m/s (324 km/h). De raceauto heeft een massa van 2000 kg.

Bereken de maximale kracht van de motor.

- $P = 450.000\ W \ \ | \ \ v = 90\ m/s \ \ | \ \ F = \dots N$
- $P = F \cdot v$
- $450000 = F \cdot 90 \ \rightarrow \ F = 5000 = 5{,}0 \cdot 10^3\ N$

Bereken de wrijvingskracht als de raceauto op topsnelheid rijdt.

- constante snelheid $\rightarrow \ \Sigma F = 0$
- $F_{motor} - F_W = 0 \ \rightarrow \ F_W = F_{motor}$
- $F_W = 5000 = 5{,}0 \cdot 10^3\ N$

In hoeveel seconden trekt de raceauto op naar 108 km/h als er geen wrijving is?

- $m = 2000\ kg \ \ | \ \ v_{begin} = 0\ m/s \ \ | \ \ v_{eind} = 30\ m/s \ \ | \ \ E_{eind} = \dots J$
- $E_{eind} = E_K = \frac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 \ \rightarrow \ E_{eind} = \frac{1}{2} \cdot 2000 \cdot 30^2 = 9{,}0 \cdot 10^5\ J$
- $E = P \cdot t$
- $9{,}0 \cdot 10^5 = 4{,}5 \cdot 10^5 \cdot t \ \rightarrow \ t = 2{,}0\ s$

In werkelijkheid duurt het 2,1 s om met een constant vermogen op te trekken tot 108 km/h.

Hoe groot is de gemiddelde wrijvingskracht?

- $E_{eind} = 9{,}0 \cdot 10^5\ J \ \ | \ \ P = 4{,}5 \cdot 10^5\ W \ \ | \ \ t = 2{,}1\ s \ \ | \ \ E_{uit} = \dots J$
- $E_{eind} + E_{uit} = P \cdot t$
- $9{,}0 \cdot 10^5 + E_{uit} = 4{,}5 \cdot 10^5 \cdot 2{,}1 \ \rightarrow \ E_{uit} = F_W \cdot s = 4{,}5 \cdot 10^4\ J$
- $s = v_{gem} \cdot t \ \rightarrow \ s = 15 \cdot 2{,}1 = 31{,}5\ m$
- $4{,}5 \cdot 10^4 = F_W \cdot 31{,}5 \ \rightarrow \ F_W = 1{,}4 \cdot 10^3\ N$

Constant vermogen of constante kracht

Bij het optrekken uit stilstand, van bijvoorbeeld een raceauto, maakt het uit of de motor een constant vermogen of van een constante kracht levert. Is het vermogen constant dan neemt de versnelling af. Als de resulterende kracht constant is is de versnelling ook constant. In het onderstaande verwaarlozen we de luchtweerstand, zodat $E_{uit} = 0$ en $\Sigma F = F$. In figuur 34 zie je het resultaat.

– constant vermogen –

Als het vermogen constant is neem de kinetische-energie iedere seconde met een vaste hoeveelheid toe. Omdat $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ neemt de snelheid met $\sqrt{t}$ toe.

$$P \cdot t = E_K \;\rightarrow\; P \cdot t = \tfrac{1}{2} m \cdot v^2 \;\rightarrow\; v^2 = \frac{2P}{m} \cdot t \;\rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2P}{m}} \cdot \sqrt{t}$$

– constante kracht –

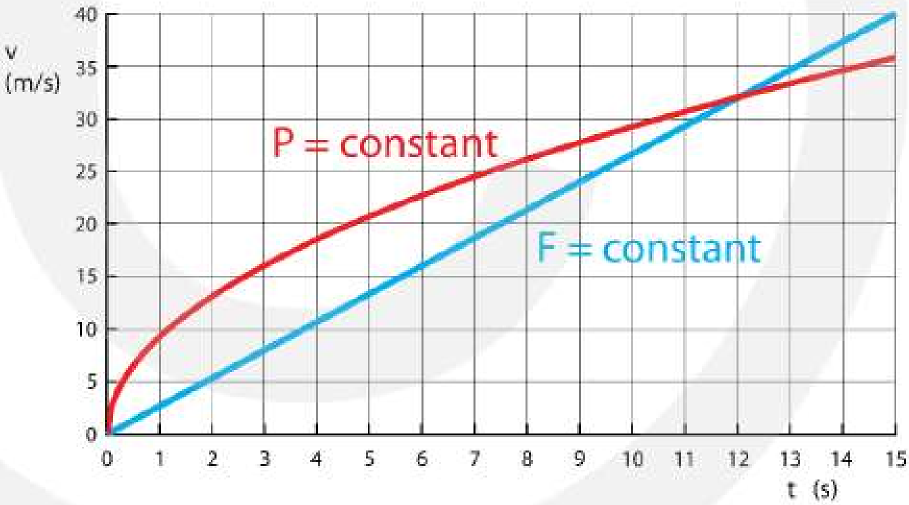
Als de kracht constant is neem de snelheid iedere seconde met een vaste hoeveelheid toe.

$$F = m \cdot a \;\rightarrow\; F = m \cdot \frac{v}{t} \;\rightarrow\; v = \frac{F}{m} \cdot t$$

Als de **luchtweerstand** niet mag worden verwaarloosd geldt het bovenstaande niet. In dat geval moet je rekening houden met E_{uit} en met de wrijvingskracht F_W.

Constant vermogen: $\mathbf{P \cdot t = E_K + E_{uit}}$

Constante kracht: $F - F_w = m \cdot a \;\rightarrow\; F - F_w = m \cdot \frac{v}{t} \;\rightarrow\; v = \frac{(F - F_w)}{m} \cdot t$



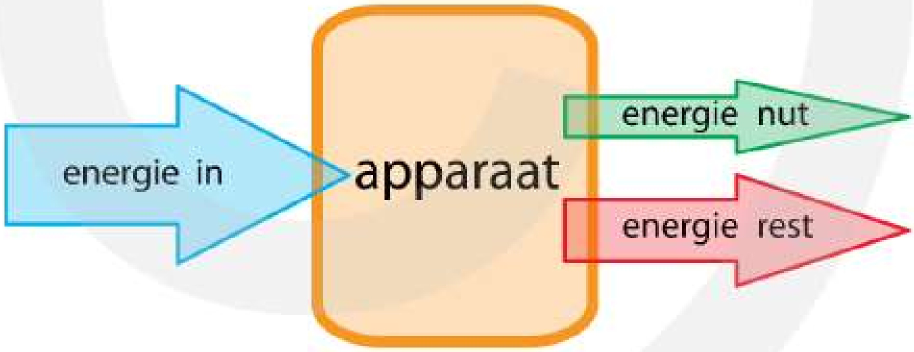
Figuur 34
Optrekken uit stilstand met een constant vermogen en met een constante kracht.

4.6 Rendement

Rendement

Een apparaat of machine is gemaakt om een bepaalde taak uit te voeren. Zo is een benzinemotor bedoeld om iets te laten bewegen en een lamp om licht te geven. Bij iedere verandering wordt energie van de ene naar de andere vorm omgezet. In een benzinemotor wordt chemische energie van benzine omgezet in kinetische-energie. Maar niet alle chemische energie wordt omgezet in kinetische-energie, een deel wordt warmte.

Ieder apparaat neemt energie op en staat energie af. Omdat de energie niet achterblijft in het apparaat is de afgestane energie altijd precies gelijk aan de hoeveelheid opgenomen energie. De afgestane energie wordt voor een deel gebruikt om iets nuttigs te doen. Dat wil zeggen, iets te doen waarvoor het apparaat is bedoeld. Maar geen enkel apparaat werkt perfect. Daarom zal altijd ook een deel van de afgestane energie iets veroorzaken waarvoor het apparaat niet is bedoeld. Bij een benzinemotor is het nuttige deel van de afgestane energie de beweging van de auto en het niet nuttige deel het opwarmen van de motor. In figuur 35 zie je hoe de afgestane energie wordt verdeeld in een nuttig deel en een niet nuttig deel (rest).



Figuur 35
Energiebalans in een apparaat.

De wet van behoud van energie geeft:

$$E_{in} = E_{nut} + E_{rest}$$

- E_{in} is de opgenomen energie in joule (J)
- E_{nut} is het nuttige deel van de afgestane energie in joule (J)
- E_{rest} is het niet nuttige deel van de afgestane energie in joule (J)

Vanzelfsprekend willen we dat een apparaat zoveel mogelijk doet waarvoor het is bedoeld. Het niet nuttige deel van de afgestane energie moet zo klein mogelijk zijn, het liefst nul. We gebruiken het begrip rendement om aan te geven hoe goed dat is gelukt.

Het rendement geeft aan welk deel van de opgenomen energie wordt omgezet in nuttige energie.

$$\eta = \frac{E_{nut}}{E_{in}} \cdot 100\%$$

- η (èta) = rendement *(dit is een verhouding en heeft daarom geen eenheid)*
- E_{in} is de opgenomen energie in joule (J)
- E_{nut} is het nuttige deel van de afgestane energie in joule (J)

Omdat $E = P \cdot t$ kunnen we het rendement ook uitrekenen via de vermogens.

$$\eta = \frac{E_{nut}}{E_{in}} \cdot 100\% \quad \rightarrow \quad \eta = \frac{P_{nut} \cdot t}{P_{in} \cdot t} \cdot 100\% \quad \rightarrow \quad \eta = \frac{P_{nut}}{P_{in}} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{P_{nut}}{P_{in}} \cdot 100\%$$

VOORBEELD rendement van een zuinige auto

Een zuinige auto rijdt met een constante snelheid van en gebruikt hierbij 5,0 liter benzine om 100 km af te leggen. De wrijvingskracht die de auto bij deze snelheid ondervindt is 600 N. De stookwaarde van benzine is $33 \cdot 10^9$ J/m^3.

Wat is het rendement van deze auto?

- $33 \cdot 10^9 \text{ J/m}^3 = 33 \cdot 10^6 \text{ J per liter}$
- $E_{in} = 5{,}0 \cdot 33 \cdot 10^6 = 1{,}65 \cdot 10^8 \text{ J}$
- constante snelheid $\rightarrow \mathbf{F} = \mathbf{F_w}$
- $F = F_w = 600\,\text{N} \;\;|\;\; s = 100 \cdot 10^3 \text{ m} \;\;|\;\; W = \ldots \text{J}$
- $W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} \quad \rightarrow \quad W = 600 \cdot 100 \cdot 10^3 = 6{,}0 \cdot 10^7 \text{ J}$
- $W = E_{nut}$ *(want wordt gebruikt om de auto te verplaatsen)*
- $\eta = \frac{E_{nut}}{E_{in}} \cdot 100\%$
- $\eta = \frac{6{,}0 \cdot 10^7}{1{,}65 \cdot 10^8} \cdot 100\% = 36{,}3636 = 36\ \%$

VOORBEELD brandstofverbruik

Een auto rijdt met 90 km/h en ondervindt hierbij een wrijvingskracht van 600 N. Het rendement van de motor is 24%. De stookwaarde van benzine is $33 \cdot 10^9$ J/m³.

Hoeveel liter benzine verbruikt de motor om 100 km af te leggen?

- $F = 600\ \text{N}$ | $v = 90/3{,}6 = 25\ \text{m/s}$ | $P = \ldots\ \text{W}$
- $P = F \cdot v$
- $P = 600 \cdot 25 = 1{,}5 \cdot 10^4\ \text{W}$ *(dit is P_{nut})*
- $\eta = \dfrac{P_{nut}}{P_{in}} \cdot 100\%$
- $24 = \dfrac{1{,}5 \cdot 10^4}{P_{in}} \cdot 100\% \rightarrow P_{in} = \dfrac{1{,}5 \cdot 10^4}{24} \cdot 100\% = 6{,}25 \cdot 10^4\ \text{W}$
- $s = 100 \cdot 10^3\ \text{m}$ | $v_{gem} = 25\ \text{m/s}$ | $t = \ldots\ \text{s}$
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $100 \cdot 10^3 = 25 \cdot t \rightarrow t = 4000\ \text{s}$
- $E = P \cdot t$
- $E = 6{,}25 \cdot 10^4 \cdot 4000 = 2{,}5 \cdot 10^8\ \text{J}$ *(dit is Ein)*
- stookwaarde benzine is $33 \cdot 10^9$ J/m³ = $33 \cdot 10^6$ J/liter
- aantal liter: $\dfrac{2{,}5 \cdot 10^8}{33 \cdot 10^6} = 7{,}5757 = 7{,}6$ liter voor 100 km

Hoeveel kilometer kan deze auto afleggen op één liter benzine?

- de motor verbruikt 7,5757 liter om 100 km af te leggen
- afstand voor 1,0 liter benzine → maak een verhoudingstabel

afstand (km)	100	x
liter benzine	7,5757	1

- $x = \dfrac{100 \cdot 1}{7{,}5757} = 13{,}2$
- de auto rijdt 13,2 km op één liter benzine *(rijdt 1 op 13,2)*

Berekenen van E_{rest}

In de formule van rendement komt E_{rest} niet voor. Toch moet je soms E_{rest} berekenen. Hierbij maak je gebruik van $E_{in} = E_{nut} + E_{rest}$. Eerst bereken je E_{in} en E_{nut} en als je die weet schrijf je $E_{rest} = E_{in} - E_{nut}$ of $P_{rest} = P_{in} - P_{nut}$.

VOORBEELD LED-lamp

Een LED-lamp met een vermogen van 12 W heeft een rendement van 25%.

Hoeveel warmte produceert deze lamp in één uur?

- $\eta = 25\% \ | \ P_{in} = 12\ W \ | \ P_{nut} = \ldots W$
- $\eta = \frac{P_{nut}}{P_{in}} \cdot 100\%$
- $25 = \frac{P_{nut}}{12} \cdot 100 \ \rightarrow \ P_{nut} = \frac{25 \cdot 12}{100} = 3{,}0\ W$
- $P_{rest} = P_{in} - P_{nut}$
- $P_{rest} = 12 - 3 = 9\ W$
- $P = 9\ W \ | \ t = 60 \cdot 60\ s \ | \ E = \ldots J$
- $E = P \cdot t$
- $E = 9 \cdot 60 \cdot 60 = 3{,}24 \cdot 10^4\ J$
- $E_{rest} = 3{,}2 \cdot 10^4\ J$