

# 9 Trillingen en golven

havo

## 9.0 Overzicht

### 9.1 Wat is een trilling?

- Wat is een trilling?
- Wat is de evenwichtsstand en wat is de uitwijking?
- Wat is het symbool van de uitwijking en wat is de eenheid?
- Wat is de amplitude?
- Wat is het symbool van de amplitude en wat is de eenheid?
- Wat is de trillingstijd of periode?
- Wat is het symbool van trillingstijd (periode) en wat is de eenheid?
- Wat is de frequentie?
- Wat is het symbool van frequentie en wat is de eenheid?
- Met welke formule bereken je de frequentie uit de trillingstijd?
- Wat is een (u, t)-diagram?
- Wat is demping?
- Wat is de tijdbasis bij een oscillogram en wat is de eenheid?
- Wat is de gevoeligheid bij een oscillogram en wat is de eenheid?

### 9.2 Eigentrilling en resonantie

- Wat is de eigenfrequentie en wat is de eigen-trillingstijd?
- Wat is de formule voor de eigen-trillingstijd van een massa-veersysteem?
- Wat is het symbool van de veerconstante en wat is de eenheid?
- Met welke formule bereken je de veerconstante?
- Wat is resonantie?
- Wanneer treedt resonantie op?

### 9.3 Lopende golven

- Wat is een lopende golf en hoe ontstaat een lopende golf?
- Wat is het verschil tussen een transversale golf en een longitudinale golf?
- Wat is een (u, x)-diagram en waarin verschilt dit met een (u, t)-diagram?
- Hoe kun je bij een (u, x)-diagram zien hoe een punt P zal gaan bewegen?
- Wat is de golflengte en hoe kun je de golflengte bepalen bij een (u, x)-diagram?
- Wat is het symbool van de golflengte en wat is de eenheid?
- Wat is de golfsnelheid?
- Wat is het symbool van de golfsnelheid en wat is de eenheid?

### 9.4 Interferentie

- Wat is interferentie?
- Wat is het verschil tussen constructieve interferentie en destructieve interferentie?
- Waarom vindt interferentie niet plaats bij voorwerpen?
- Wanneer ontstaat er een buik en wanneer een knoop?

- Wat zijn buiklijnen en wat zijn knooplijnen?

### 9.5 Geluid

- Wat is geluid?
- Waardoor wordt de toonhoogte bepaald en waardoor de geluidssterkte?
- Voor welk frequentiegebied is het menselijk oor gevoelig?
- Wat bepaalt de geluidssnelheid?
- Is de geluidssnelheid afhankelijk van de frequentie of de amplitude?
- Wat is de eenheid van de geluidssterkte (het geluidsdrukkniveau)?
- Hoeveel decibel komt erbij als er 10 keer meer geluidsintensiteit is?
- Hoeveel decibel komt erbij als er 2 keer meer geluidsintensiteit is?
- Waarom wordt de geluidssterkte minder als de afstand tot de geluidsbron toeneemt?
- Hoeveel decibel gaat eraf als je de afstand tot de geluidsbron verdubbelt?
- Hoe maak je anti-geluid?

### 9.6 Staande golven

- Hoe kun je een staande golf maken?
- Hoe ziet de grondtoon van een aan twee kanten vastgemaakte snaar eruit?
- Hoe vind je de golflengte van de grondtoon als je de lengte van de snaar weet?
- Wat is een boventoon?
- Hoe ziet de 1<sup>e</sup> boventoon van een aan twee kanten vastgemaakte snaar eruit?
- Hoe ziet de 2<sup>e</sup> boventoon van een aan twee kanten vastgemaakte snaar eruit?
- Hoe vind je de golflengte van een boventoon als je de lengte van de snaar weet?
- Hoe verandert de toonhoogte als je de spankracht in een snaar groter maakt?
- Hoe werkt de menselijke stem bij het praten en het zingen?



---

## 9.1 Wat is een trilling?

Een periodieke beweging is een beweging die zich in de tijd herhaalt. Er zijn twee mogelijkheden:

1. rondjes draaien met steeds hetzelfde traject (zoals de maan om de aarde)
2. heen en weer bewegen om een evenwichtsstand (zoals bij een schommel)

Alleen in het tweede geval spreek je van een trilling.

**Een trilling is een periodieke beweging om een evenwichtsstand.**

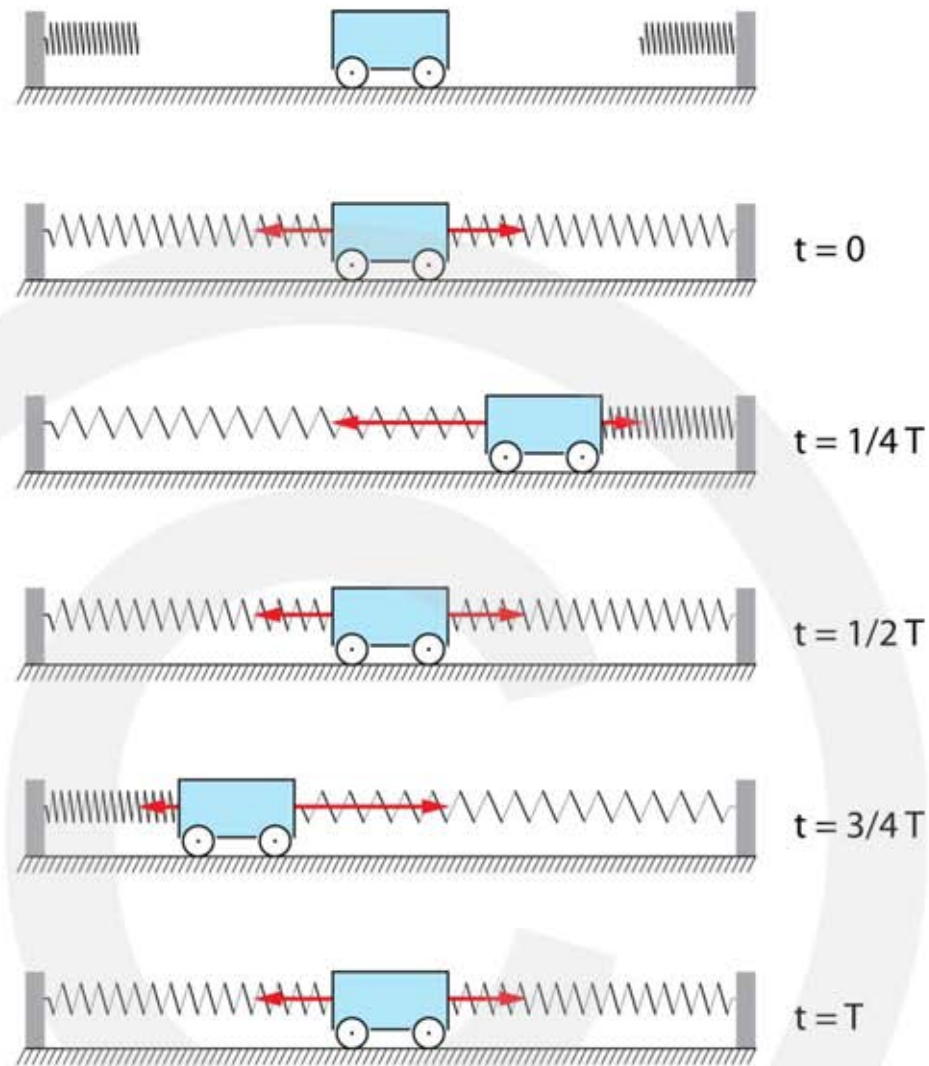
**Na een vaste tijd (een periode) herhaalt de beweging zich.**

**Als de trilling stopt is het voorwerp in de evenwichtsstand.**

De **evenwichtsstand** is de plaats van het voorwerp als het met rust wordt gelaten. Deze toestand van rust nemen we als uitgangspunt. Vervolgens geven we het voorwerp een zetje, waardoor het in beweging komt. Bij een trilling komt het voorwerp na een **vaste tijd** op **dezelfde plaats** met **dezelfde snelheid** en **dezelfde versnelling** terug.

Als voorbeeld nemen we een kar die aan twee kanten met veren is vastgemaakt, zie figuur 1. In het bovenste plaatje is de kar nog niet aan de veren bevestigd. Er werken dan geen horizontale krachten. We plaatsen de kar midden tussen de veren en maken de veren vast. Beide veren trekken nu aan de kar met precies even grote krachten die tegengesteld gericht zijn. Zie figuur 1,  $t = 0$ . De kar bevindt zich nu in de evenwichtsstand. Met een tijdelijke externe kracht (bijvoorbeeld duwen) verplaatsen we de kar naar rechts en laten hem los. We krijgen dan de situatie die is weergegeven in figuur 1,  $t = \frac{1}{4} T$ . De linker veer, die verder is uitgerekt, oefent nu een grotere kracht uit op de kar dan de rechter veer, die minder is uitgerekt. De resulterende kracht is naar het midden gericht, waardoor de kar gaat versnellen naar de evenwichtsstand. Als dit gebeurt wordt de kracht naar links steeds kleiner en de kracht naar rechts steeds groter.

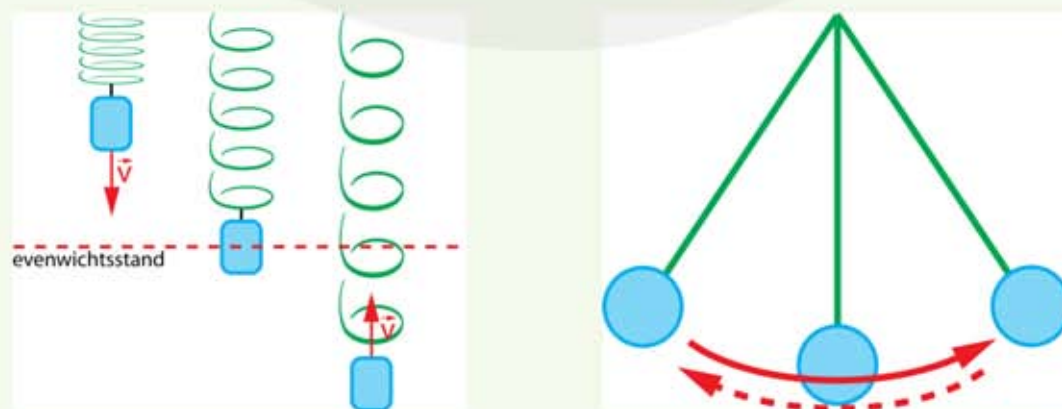
Op een bepaald moment bevindt de kar zich in de evenwichtsstand. Zie figuur 1,  $t = \frac{1}{2} T$ . Op dit tijdstip zijn beide krachten weer gelijk en is de versnelling dus nul. De kar heeft nu zijn hoogste snelheid bereikt. De kar rijdt verder naar links en dan gebeurt het omgekeerde: de kracht naar rechts wordt groter dan de kracht naar links en de resulterende kracht is weer gericht naar de evenwichtsstand. Deze resulterende kracht is tegengesteld gericht aan de bewegingsrichting en zorgt voor een vertraging. Op  $t = \frac{3}{4} T$  bevindt de kar zich in de uiterste stand links en op  $t = T$  bevindt de kar zich opnieuw in de evenwichtsstand. Dit proces herhaalt zich, waardoor de kar heen en weer gaat bewegen om de evenwichtsstand. De kar voert een trilling uit.



**Figuur 1** Kar aan twee veren.

In dit hoofdstuk geven we speciale aandacht aan het systeem waarin een gewichtje aan een veer is bevestigd. Dat noem je een massa-veersysteem. Verder komen we ook de slinger (schommel) tegen. Zie figuur 2.

**VOORBEELD** massa aan een veer en een slinger



**Figuur 2** Massa-veersysteem (links) en een slinger (rechts).



Om een trilling te kunnen beschrijven gaan we eerst een aantal grootheden en eenheden invoeren. In onderstaande tabel zijn ze te vinden.

Grootheid	Eenheid	Definitie
uitwijking $u$	meter (m)	$u$ is de plaats van het voorwerp ten opzichte van de evenwichtsstand.
amplitude $A$	meter (m)	$A$ is de maximale grootte van de uitwijking.
trillingstijd of periode $T$	seconde (s)	$T$ is de tijd waarin één volledige trilling wordt uitgevoerd.
frequentie $f$	Hertz (Hz) $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$	$f$ is het aantal trillingen dat per seconde wordt uitgevoerd.

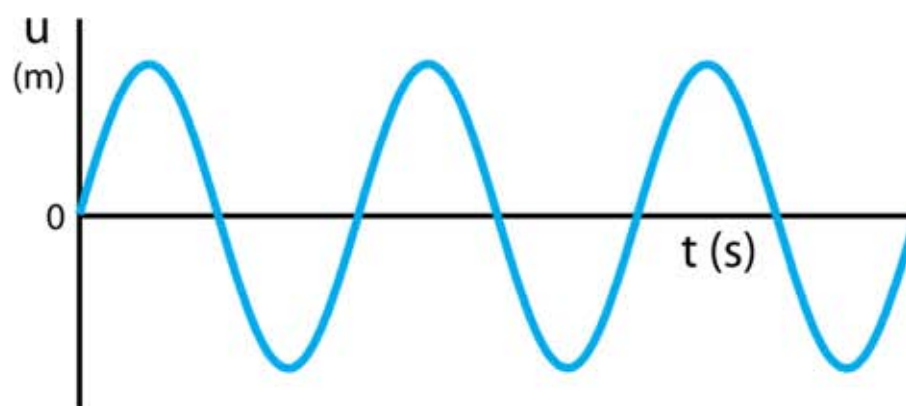
De **frequentie** is het omgekeerde van de trillingstijd.

$$f = \frac{1}{T} \quad \leftrightarrow \quad T = \frac{1}{f}$$

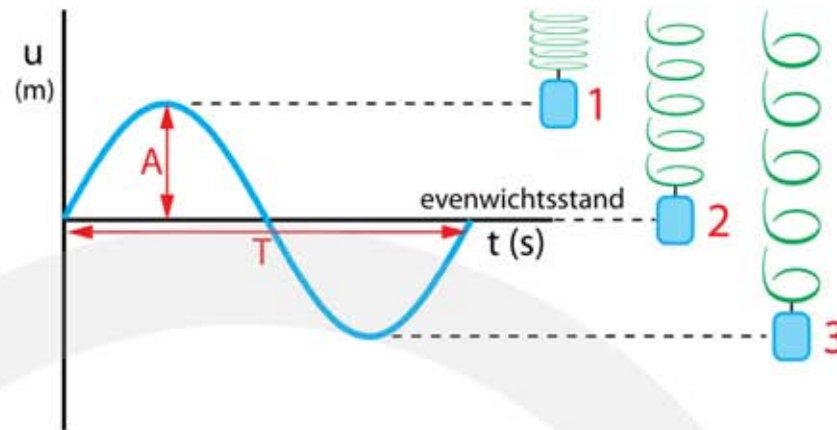
- $T$  is de trillingstijd in seconde (s)
- $f$  is de frequentie in Hertz (Hz)

### Het (uitwijking, tijd)-diagram

Een  $(u, t)$ -diagram geeft op ieder tijdstip de uitwijking weer. Op de verticale as staat de uitwijking en op de horizontale as de tijd. In een  $(u, t)$ -diagram kun je de amplitude en de trillingstijd aflezen.



**Figuur 3**  $(u, t)$ -diagram.



**Figuur 4** (u, t)-diagram van een massa aan een veer. In de figuur zijn T en A aangegeven.

Nadat een massa-veersysteem in gang is gezet blijft het zonder verdere invloed van buiten trillen met een bepaalde frequentie. Dit is de **eigenfrequentie** van het massa-veersysteem.

In de **uiterste stand** (figuur 4, stand 1 en stand 3) is de uitwijking maximaal, de snelheid nul en de versnelling maximaal. In de **evenwichtsstand** (figuur 4, stand 2) is de uitwijking is nul, de snelheid maximaal en de versnelling nul. In onderstaande tabel zijn deze eigenschappen samengevat.

situatie*	u (m)	v (m/s)	a (m/s <sup>2</sup> )
<b>1</b>	maximaal	0	maximaal
<b>2</b>	0	maximaal	0
<b>3</b>	maximaal	0	maximaal

### Harmonische trilling

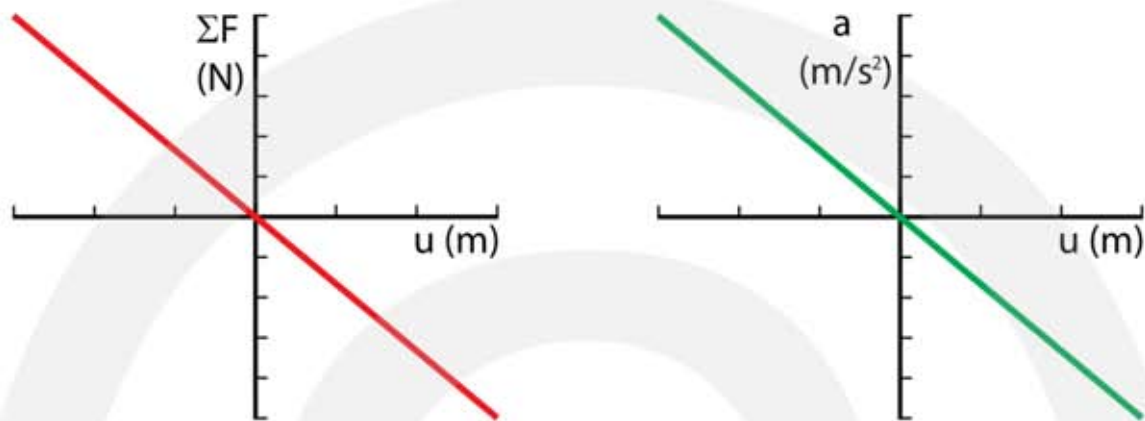
Een speciaal soort trilling die vaak voorkomt is de **harmonische** trilling. Bij een harmonische trilling is de grootte van de resulterende kracht **recht evenredig** met de uitwijking. Omdat de richting van de resulterende kracht tegenovergesteld is aan de uitwijking komt er een minteken in de formule.

$$F_{\text{res}} = -C \cdot u$$

- $F_{\text{res}}$  is de resulterende kracht in newton ( N)
- $C$  is de veerconstante (N/m)
- $u$  is uitwijking in meter (m)

Omdat  $F_{\text{res}} = m \cdot a$  mogen we schrijven:  $m \cdot a = -C \cdot u \rightarrow a = \frac{-C}{m} \cdot u$

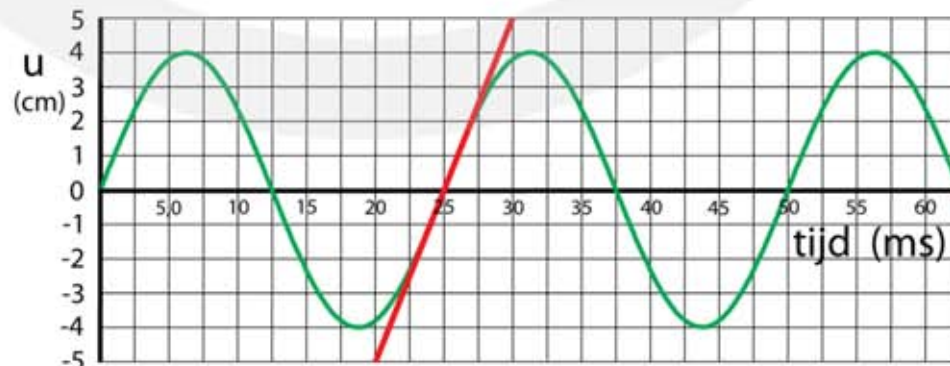
Hieraan zie je dat bij een harmonische trilling er ook een recht evenredig verband is tussen de versnelling en de uitwijking.



**Figuur 5** (F, u)-diagram en (a, u)-diagram voor een harmonische trilling. Bij een (F, u)-diagram is de richtingscoëfficiënt gelijk aan  $-C$ ; bij een (a, u)-diagram is de richtingscoëfficiënt gelijk aan  $-C/m$ .

Bij een harmonische trilling trilt een voorwerp in een vloeiende beweging om de evenwichtsstand. De plaats verandert met een sinusfunctie. In figuur 6 zie je een (u, t)-diagram van een harmonische trilling. Aan de grafiek is te zien dat de raaklijn het steilst is op de tijdstippen waarop het voorwerp door de evenwichtsstand gaat.

- evenwichtsstand:  $v = v_{\text{max}} = \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$  (richtingscoëfficiënt van de raaklijn)
- uiterste stand:  $v = \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} = 0 \text{ m/s}$



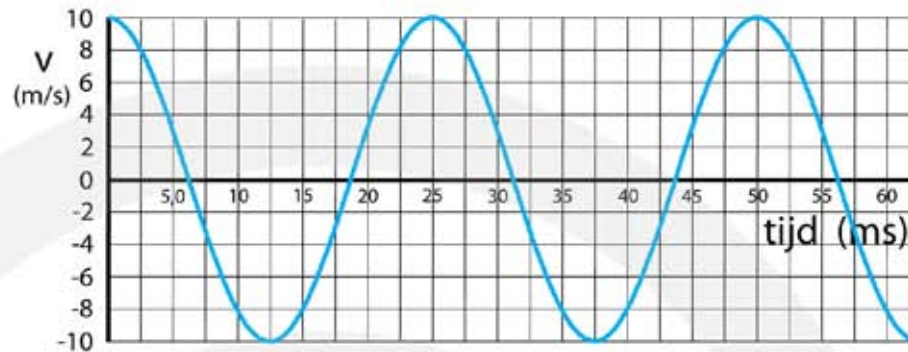
**Figuur 6** (u, t)-diagram van een harmonische trilling.

In dit geval vinden we:  $v_{\text{max}} = \frac{0,05 - (-0,05)}{0,03 - 0,02} = \frac{0,1}{0,01} = 10 \text{ m/s}$



Als we uit het  $(u, t)$ -diagram het  $(v, t)$ -diagram afleiden vinden we figuur 7. Zoals je ziet is dit ook een sinusvormige grafiek. In de evenwichtsstand ( $u = 0$ ) is de snelheid maximaal. In de uiterste stand ( $u = \text{maximaal}$ ) is de snelheid nul.

**Figuur 7**  $(v, t)$ -diagram van een harmonische trilling.

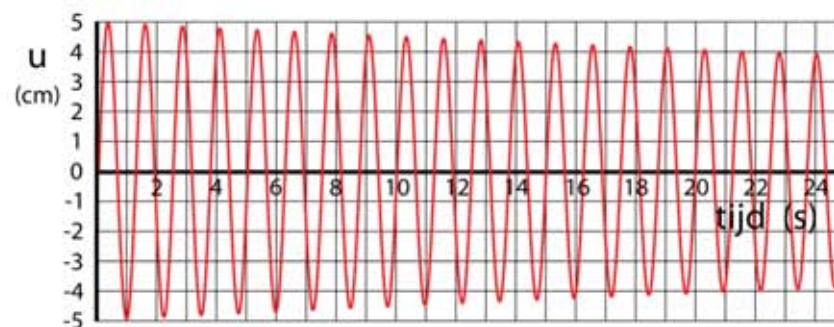
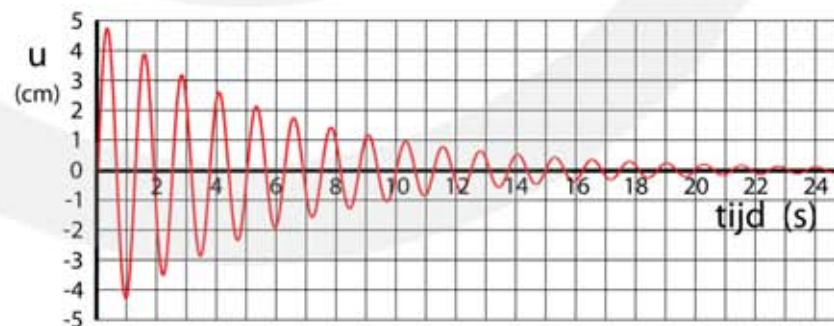


Uit het  $(v, t)$ -diagram kan een  $(a, t)$ -diagram worden afgeleid. Je vindt dan opnieuw een sinusvormige grafiek.

**Bij een harmonische trilling zijn de  $(u, t)$ -,  $(v, t)$ -,  $(a, t)$ - diagrammen sinusvormig.**

### Demping

In de praktijk zijn de meeste trillingen **gedempt**. Bij een gedempte trilling wordt trillingsenergie door wrijving omgezet in warmte. De amplitude neemt af en wordt uiteindelijk nul. Hoe groter de wrijving is hoe sneller de amplitude afneemt. Als de demping klein is merk je in één periode vrijwel niet dat de amplitude afneemt. Het is opvallend dat bij een gedempte trilling de frequentie niet verandert, zie figuur 8.



**Figuur 8**  $(u, t)$ -diagram van een gedempte trilling.  
Boven: veel demping.  
Onder: weinig demping.



**Bij een gedempte trilling neemt de amplitude af en blijft de frequentie gelijk.**

In figuur 8 zien we een **exponentiële afname** van de amplitude. Zo'n demping komt het meeste voor. Een exponentiële afname heeft de volgende eigenschap. Op  $t = t_{\frac{1}{2}}$  is de amplitude nog maar de helft van wat het is op  $t = 0$ . De tijd  $t_{\frac{1}{2}}$  wordt de **halveringstijd** genoemd. Op  $t = 2 \cdot t_{\frac{1}{2}}$  is de amplitude twee keer met de helft afgenomen, zodat na  $2 \cdot t_{\frac{1}{2}}$  nog maar 25% van de oorspronkelijke amplitude aanwezig is.

### Trillingen waarnemen

Om van een trilling het (u, t)-diagram te kunnen maken moet je snel achter elkaar de plaats meten. Hoe hoger de frequentie is hoe sneller je moet meten. In iedere periode moet je minimaal twee meting uitvoeren, omdat in één periode de trilling twee keer door de evenwichtsstand gaat.

#### – oscilloscoop –

Met een oscilloscoop kan snel achter elkaar een elektrische spanning worden gemeten. Het resultaat wordt op een beeldscherm weergegeven. Horizontaal staat de tijd en verticaal de spanning. De tijd waarin het scherm van links naar rechts wordt doorlopen kan worden aangepast. Is deze tijd gelijk aan de trillingstijd, dan zie je één trilling op het scherm. Met instelling van de verticale schaal kun je ervoor zorgen dat de trilling goed op het scherm past. Met een moderne oscilloscoop is het mogelijk om meer dan een miljard keer per seconde een meting te verrichten.



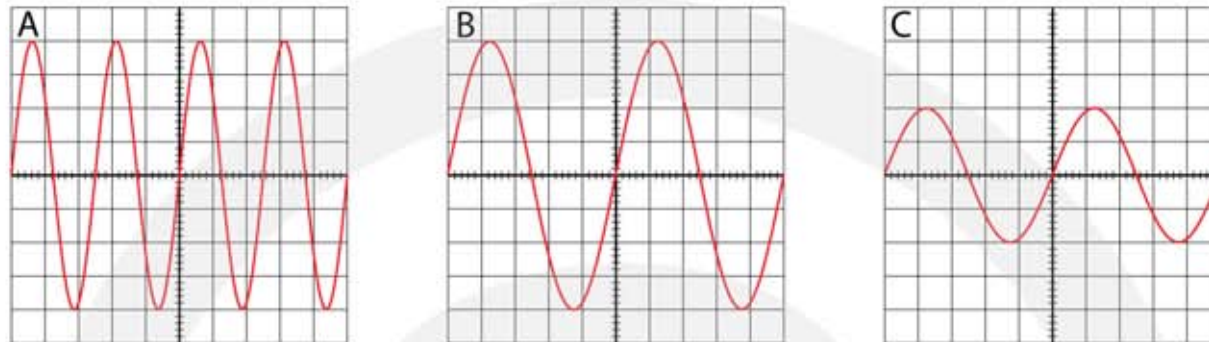
**Figuur 9** Links: analoge oscilloscoop (schematisch), rechts: moderne digitale oscilloscoop

De **tijdbasis** staat horizontaal en wordt uitgedrukt in seconden per schaaldeel: **time / div**. Hierin is **div.** de afkorting van division (Engels: verdeling). Door het aantal schaaldelen te tellen en dit te vermenigvuldigen met de tijdbasis kan de tijd tussen twee momenten worden bepaald.

De **gevoeligheid** staat verticaal en wordt uitgedrukt in volt per schaaldeel: **volt / div**. Door het aantal schaaldelen te tellen en dit te vermenigvuldigen met de gevoeligheid kan de spanning op ieder moment worden bepaald.

**Tijdbasis (time / div) → de tijdsduur van één hokje (horizontaal)**  
**Gevoeligheid (volt / div) → de spanning van één hokje (verticaal)**

In figuur 10 zie je drie oscilloscoopbeelden van dezelfde trilling. Uitgaande van instelling A is de tijdbasis bij instelling B gehalveerd. De meting is twee keer zo snel en daarom zie je in plaats van 4 trillingen nog maar 2 trillingen op het scherm. Bij instelling C is de gevoeligheid gehalveerd, zodat de amplitude van 4 naar 2 hokjes is gegaan.



**Figuur 10** Oscilloscoopbeeld met verschillende instellingen. Bij instelling B is de tijdbasis de helft van die van A. Bij instelling C is de gevoeligheid de helft van de van A en B.

#### VOORBEELD oscilloscoop

In figuur 11 is het (u, t)-diagram van een trilling weergegeven op een oscilloscoop. De instellingen van de oscilloscoop zijn:

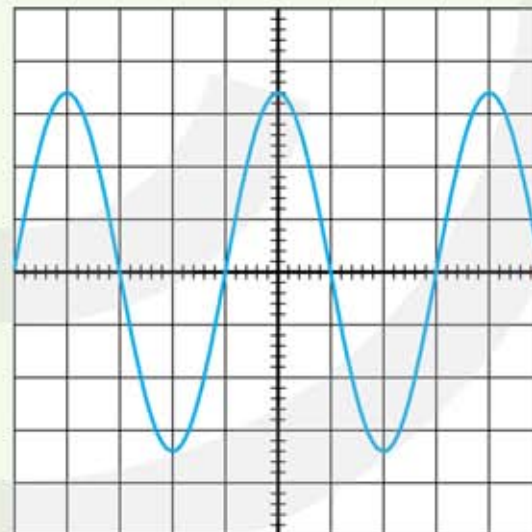
- tijdbasis is 0,50 s / div
- gevoeligheid is 2,0 V / div

##### Bepaal de amplitude.

- amplitude = 3,4 hokjes
- $A = 3,4 \cdot 2 = 6,8 \text{ V}$

##### Bepaal de frequentie.

- trillingstijd = 4 hokjes
- $T = 4 \cdot 0,5 = 2,0 \text{ s}$
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{2,0} = 0,5 \text{ Hz}$



**Figuur 11**

#### – elektrocardiogram (ECG) –

Een elektrocardiogram is een registratie van de spanningen die de hardspier laat samentrekken en ontspannen. Deze spanningen hebben een grootte van enkele millivolt. De ECG is in 1903 door Willen Einthoven (Nederland, 1860–1927) uitgevonden, waarvoor hij in 1924 de Nobelprijs voor geneeskunde krijgt.



**Figuur 12** Links: apparaat voor ECG-meting. Rechts: patiënt monitor op een intensive care.



### VOORBEELD elektrocardiogram

Een kloppend hart kan worden opgevat als een trillend voorwerp. Bij een mens varieert de hartslag tussen 40 en 180 slagen per minuut. Om de hartspeer te laten samentrekken worden elektrische spanningen in het hart opgewekt. Deze spanningen kunnen worden gemeten en geven een elektrocardiogram (ECG).



**Figuur 13** Een elektrocardiogram (ECG). Horizontaal staat de tijd met 0,050 s per divisie, verticaal staat de spanning met 100  $\mu$ V per divisie.

#### Bepaal de frequentie van het hart.

- tussen de maxima R zitten 25 hokjes
- 1 hokje correspondeert met 0,05 s
- trillingstijd (= periode) is  $25 \cdot 0,05 = 1,25$  s
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{1,25} = 0,80$  Hz

#### Bepaal het aantal hartslagen per minuut.

- $f = 0,80$  Hz  $\rightarrow$  0,80 slagen per seconde
- per minuut:  $0,80 \cdot 60 = 48$  slagen per minuut



## – seismograaf –

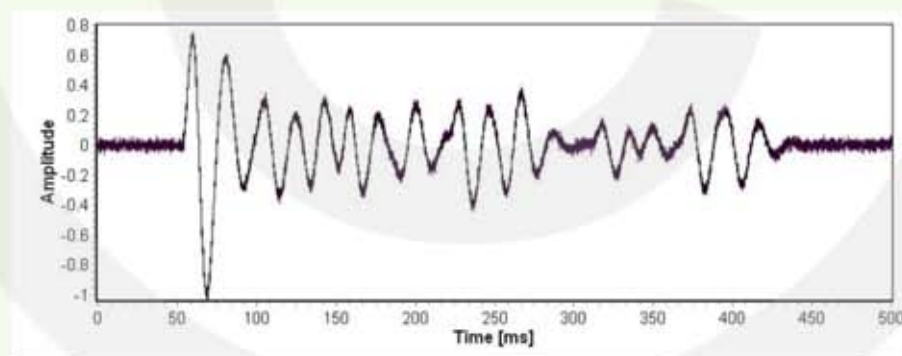
Trillingen van de aardkorst worden geregistreerd door een seismograaf.



**Figuur 14** Een seismograaf waarmee trillingen van de aardkorst worden geregistreerd.

## VOORBEELD seismogram

Met een seismograaf worden trillingen in de aardkorst gemeten.



**Figuur 15** Seismogram. Horizontaal staat de tijd. Verticaal staat de uitslag van een detector (geen eenheid).

### Bepaal de frequentie van de trillende aardkorst.

- 1<sup>e</sup> minimum is op  $t = 70$  ms
- 11<sup>e</sup> minimum is op  $t = 280$  ms
- tussen 1<sup>e</sup> en 11<sup>e</sup> minimum zitten 10 periodes
- trillingstijd is  $(280 - 70) / 10 = 21$  ms

$$\bullet f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{21 \cdot 10^{-3}} = 47,6 \text{ Hz}$$

## 9.2 Eigentrilling en resonantie

### Eigentrilling

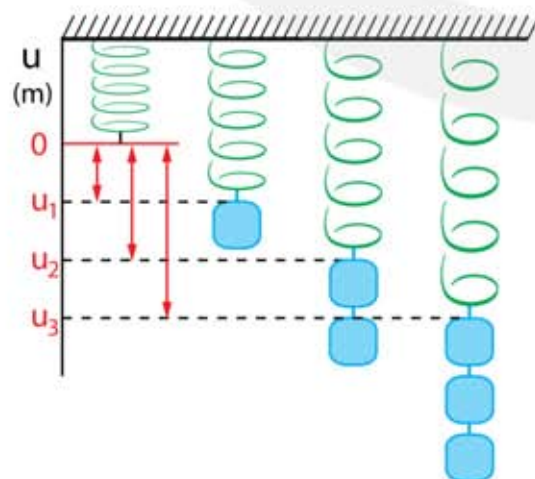
Een ongedempte trilling heeft een vaste frequentie en een vaste amplitude. De amplitude is door een uitwendige oorzaak bepaald. Rek je een veer aan het begin 10 cm uit, dan zal de amplitude 10 cm zijn. Maar de frequentie wordt niet door een uitwendige oorzaak bepaald. Het maakt niet uit of je de veer in het begin 10 of 20 cm uitrekt, de frequentie waarmee het systeem gaat trillen blijft hetzelfde, want het is een eigenschap van het systeem. Hoe de trilling ook tot stand komt, steeds zal het voorwerp met dezelfde frequentie gaan trillen. De door het systeem zelf "gekozen" frequentie heet de **eigenfrequentie**. De trillingstijd die daarbij hoort noemen we de **eigen-trillingstijd**.

De eigenfrequentie is de frequentie waarmee een voorwerp zonder invloed van buiten trilt.

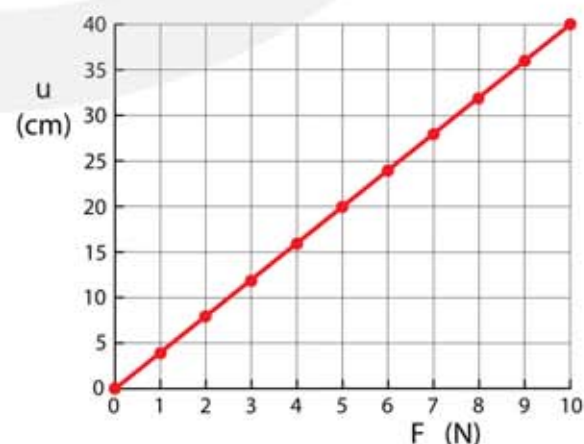
### Massaveersysteem

Een voorwerp waarop een kracht werkt vervormt. Bij stugge voorwerpen is deze vervorming niet te zien, maar bij flexibele voorwerpen wel. We kunnen de relatie tussen de vervorming en de kracht onderzoeken door gewichtjes aan een veer te hangen, zie figuur 16. De vervorming  $u_2$  bij twee gewichtjes is twee keer zo groot als de vervorming  $u_1$  bij één gewichtje. Bij drie gewichtjes wordt de vervorming drie keer zo groot.

Het symbool voor vervorming is  $u$ .  
De eenheid van vervorming is meter (m).



Figuur 16 Vervorming van een veer.



Figuur 17 ( $u$ ,  $F$ )-diagram van een veer.

In het ideale geval is de vervorming **recht evenredig** met de kracht. Maak je de kracht bijvoorbeeld 3,5 keer zo groot, dan wordt de vervorming ook 3,5 keer zo groot. In een (u, F)- diagram staat de kracht op de horizontale as en de vervorming op de verticale as. De grafiek is een **rechte lijn door de oorsprong**. De lijn gaat door het nulpunt, want als je geen kracht uitoefent is de vervorming nul. In figuur 17 zie je een voorbeeld van een (u, F)-diagram.

We trekken met kracht F aan een veer die daardoor vervormt (uitrekt). Voor de kracht en de vervorming geldt de volgende formule:

$$F = C \cdot u$$

- F is de kracht waarmee aan de veer wordt getrokken in newton (N)
- C is de veerconstante in newton per meter (N/m)
- u is de vervorming in meter (m)

#### – veerconstante C –

De veerconstante C is het aantal newton dat nodig is om een veer één meter uit te rekken of één meter in te drukken. Is C groot dan kost het veel kracht om de veer te vervormen.

$$\text{veerconstante} = \frac{\text{kracht}}{\text{vervorming}} \rightarrow C = \frac{F}{u}$$

#### – eigentrillingstijd en eigenfrequentie –

De eigentrillingstijd T van een **massa-veersysteem** wordt gegeven door

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

- T is de trillingstijd in seconde (s)
- m is de massa van het trillende voorwerp in kilogram (kg).
- C is de veerconstante in newton per meter (N/m)

#### MERK OP

Zoals je aan de formule kunt zien is de trillingstijd niet afhankelijk van de amplitude.

Je kunt een voorwerp ook laten trillen door er voortdurend van buiten een kracht op uit te oefenen. In dat geval is er geen eigentrilling en spreek je van een **gedwongen trilling**. Voor een gedwongen trilling is de formule van het massa-veersysteem niet geldig.



## Resonantie

Bij een gedwongen trilling wordt van buiten een kracht uitgeoefend met een bepaalde frequentie. Dit noemen we de **aandrijffrequentie**. Door deze kracht gaat het voorwerp trillen met een amplitude die afhankelijk is van het verschil tussen de aandrijffrequentie en de eigenfrequentie. Is de aandrijffrequentie exact gelijk is aan de eigenfrequentie dan wordt iedere keer op het juiste moment energie toegevoegd aan de trilling, waardoor de amplitude heel groot wordt. Er treedt dan **resonantie** op.

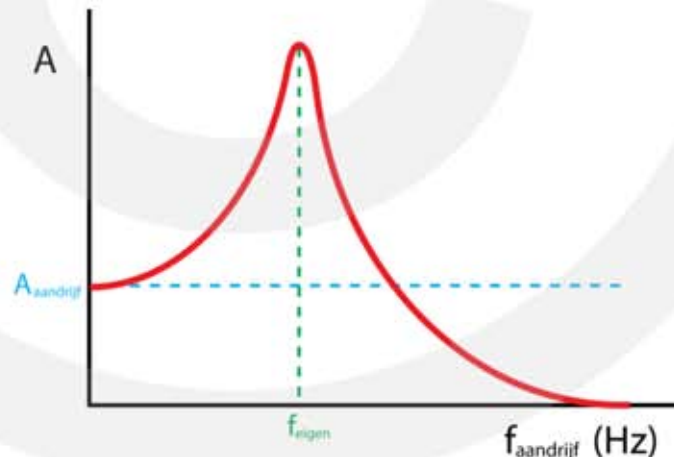
$f_{\text{aandrijf}} \neq f_{\text{eigen}} \rightarrow$  er wordt geen energie toegevoegd  $\rightarrow$  A blijft klein  
 $f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}} \rightarrow$  er wordt wel energie toegevoegd  $\rightarrow$  A wordt groot

Resonantie  $\rightarrow f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$

Als het verschil tussen  $f_{\text{aandrijf}}$  en  $f_{\text{eigen}}$  groot is zijn er twee mogelijkheden:

- 1)  $f_{\text{aandrijf}} \ll f_{\text{eigen}} \rightarrow$  het voorwerp beweegt mee met de kracht  $\rightarrow A = A_{\text{aandrijf}}$
- 2)  $f_{\text{aandrijf}} \gg f_{\text{eigen}} \rightarrow$  het voorwerp kan de kracht niet bijhouden  $\rightarrow A = 0$

Hoe kleiner het verschil tussen  $f_{\text{aandrijf}}$  en  $f_{\text{eigen}}$  is, hoe groter de amplitude wordt. In figuur 18 zie je het verband tussen de amplitude en de aandrijffrequentie. Op de verticale as staat de amplitude en op de horizontale as staat  $f_{\text{aandrijf}}$ . Als  $f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$  is de amplitude maximaal en treedt er resonantie op.



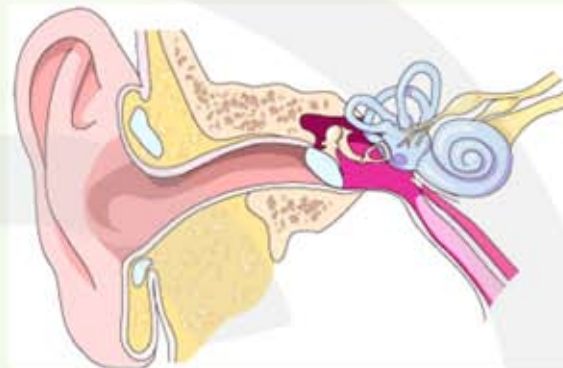
**Figuur 18** Versterking van de amplitude bij een gedwongen trilling.

situatie	amplitude	wat gebeurt er
$f_{\text{aandrijf}} \ll f_{\text{eigen}}$	$A \rightarrow A_{\text{aandrijf}}$	De amplitude wordt gelijk aan de aandrijf amplitude.
$f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$	$A \rightarrow$ oneindig	Zonder demping wordt de amplitude oneindig groot.
$f_{\text{aandrijf}} \gg f_{\text{eigen}}$	$A \rightarrow 0$	De amplitude wordt steeds kleiner.

Door gebruik te maken van resonantie kun je met een kleine kracht een zwaar voorwerp in beweging krijgen. Steeds op het juiste moment geef je een zetje waardoor de trillingsenergie toeneemt. Hieronder vind je een aantal voorbeelden waaruit blijkt dat resonantie op veel verschillende manieren voorkomt.

#### VOORBEELD het gehoororgaan

Het gehoororgaan bestaat uit een buitenoor, een middenoor en een binnenoor. Het buitenoor vangt luchttrillingen op, het middenoor bevat gehoorbeentjes die het geluid versterken en doorgeven aan het binnenoor. In het binnenoor bevindt zich het slakkenhuis, waarin trilhaartjes geluidstrillingen omzetten naar zenuwimpulsen. Hierbij wordt gebruik gemaakt van resonantie.



De trilhaartjes verschillen in lengte en dikte. Hierdoor hebben ze verschillende eigenfrequenties. Geluid bestaat uit luchttrillingen met verschillende frequenties. Dit zijn de aandrijffrequenties. Alleen de trilhaartjes waarvan  $f_{\text{eigen}} = f_{\text{aandrijf}}$  gaan meetrillen met het geluid. Hoe harder het geluid hoe groter de amplitude. Trilhaartjes waarbij geen resonantie optreedt blijven stilstaan. Vanuit ieder trilhaartje gaat een zenuw naar de hersenen, zodat de hersenen weten uit welke frequenties het geluid bestaat en wat de amplitude van iedere frequentie is.

#### VOORBEELD een wijnglas laten springen met geluid

Geluid bestaat uit trillende lucht. Een zuivere muzieknoot bevat maar één frequentie. Zo heeft de noot c3 (hoge c) een frequentie van 1046,5 Hz. Een wijnglas waarvan de eigenfrequentie ook 1046,5 Hz is, kan kapot worden gezongen. Dit gebeurt als iemand een zuivere hoge c zingt, omdat dan  $f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$ .

Is de frequentie waarmee je zingt te hoog of te laag dan is er geen resonantie en breekt het wijnglas niet.





### VOORBEELD hangbrug

Bij een hangbrug, zoals de Golden Gate brug in San Francisco, hangt het wegdek aan staalkabels en kan hierdoor gaan trillen. Als een militaire colonne over de brug gaat is het mogelijk dat de frequentie waarmee de colonne de brug in trilling brengt toevallig gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug. Een gevaarlijke situatie ontstaat als  $f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$ . De brug gaat dan meetrillen met een steeds groter wordende amplitude. De kans bestaat dat de brug instort.



Dit is de reden waarom een bataljon marcherende soldaten uit de pas moet lopen als ze een brug passeren.

### VOORBEELD fietsen over een hobbelige weg

Je rijdt met je fiets over een hobbelige weg gemaakt van tegels. De tegels zijn 30 cm groot. Als je met 4,5 m/s fietst gaat je spatbord trillen. Bij een lagere en bij een hogere snelheid trilt je spatbord niet.



**Leg uit waarom je spatbord alleen bij 4,5 m/s trilt.**

- je fiets met een vaste snelheid over de stenen
- de frequentie waarmee de naden tussen de stenen je fiets laat trillen is de aandrijffrequentie
- als  $f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$  treedt er resonantie op
- bij resonantie wordt de amplitude heel groot

**Bereken de eigenfrequentie van je spatbord.**

- per seconde rijd je over  $4,5 / 0,30 = 15$  stenen
- $f_{\text{aandrijf}} = 15$  Hz
- er is sprake van resonantie
- $f_{\text{eigen}} = f_{\text{aandrijf}} = 15$  Hz



### VOORBEELD autorijden over een hobbelige weg

Een jeep rijdt over een weg waarop om de 5,0 meter een hobbel is aangebracht. De jeep heeft een massa van 1200 kg en is geveerd met  $C = 8,0 \cdot 10^4 \text{ N/m}$ . Bij een bepaalde snelheid trilt de jeep heftig op en neer vanwege resonantie.



**Bereken bij welke snelheid dit gebeurt.**

- de jeep is een massa-veersysteem
- $m = 1200 \text{ kg}$  |  $C = 8,0 \cdot 10^4 \text{ N/m}$  |  $T = \dots \text{ s}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1200}{8,0 \cdot 10^4}} \rightarrow T = 0,7695 \text{ s}$$

- er is resonantie  $\rightarrow f_{\text{aandrijf}} = f_{\text{eigen}}$
- iedere 0,7695 s rijdt de auto over een hobbel
- $s = v_{\text{gem}} \cdot t \rightarrow 5 = v_{\text{gem}} \cdot 0,7695 \rightarrow v_{\text{gem}} = 6,4975 = 6,5 \text{ m/s}$

Er stapt een passagier uit waardoor de auto lichter wordt.

**Leg uit of de resonantie nu bij een hogere of bij een lagere snelheid plaatsvindt.**

- bij een kleinere massa wordt de eigentrillingstijd kleiner
- de eigenfrequentie neemt toe
- resonantie vindt plaats bij een hogere aandrijffrequentie
- de snelheid van de auto moet toenemen

### VOORBEELD schommel

Een kleuter zit op een schommel. Opa moet duwen om de schommel een grote amplitude te geven. De schommel heeft een lengte van 2,0 m. Bij een schommel wordt de eigentrillingstijd gegeven door:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

**Bereken de frequentie waarmee opa moet duwen.**

- om een grote amplitude te veroorzaken moet opa met de eigenfrequentie duwen



- $\ell = 2,0 \text{ m}$  |  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  |  $T = \dots \text{ s}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2,0}{9,81}} \rightarrow T = 2,827 \text{ s}$
- $f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{2,837} = 0,3525 = 0,35 \text{ Hz}$

Grote zus wil ook mee schommelen en wordt door opa achter de kleuter op de schommel gezet.

**Leg uit of opa nu met een hogere, een lagere, of met dezelfde frequentie moet gaan duwen.**

- als het zwaartepunt niet verandert blijft de slinger even lang
- de eigenfrequentie is niet afhankelijk van de massa
- opa moet met dezelfde frequentie blijven duwen
- gaat het zwaartepunt omhoog, waardoor de slinger korter wordt, dan moet opa met een hogere frequentie gaan duwen

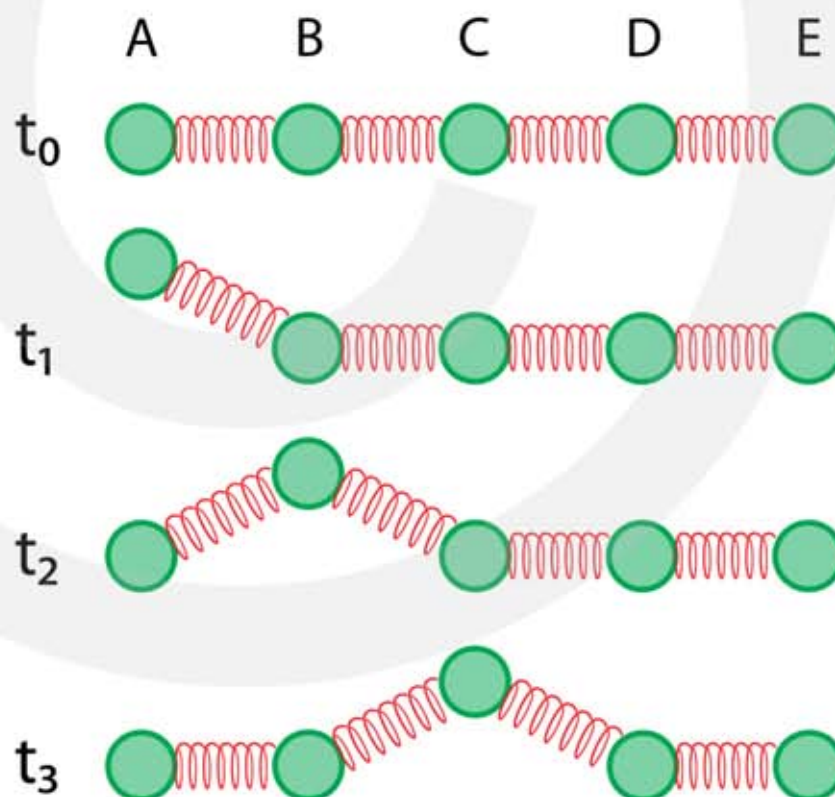


## 9.3 Lopende golven

### Lopende golf

Stel je voor dat een punt P gaat trillen in een elastisch medium, zoals lucht, water of een gespannen koord. Omdat P verbonden is met de omgeving wordt de beweging van P doorgegeven aan de omgeving. De omgeving van P gaat na een poosje ook trillen, waardoor er een **lopende golf** ontstaat. Punt P zelf verplaatst niet over een grote afstand, maar de golf die door het trillen van P wordt veroorzaakt verplaatst zich door het medium. Bij een golf wordt er **geen materie verplaatst**.

In figuur 19 zijn de ballen A, B, C, D en E met veren met elkaar verbonden. Op  $t_1$  wordt A snel omhoog getrokken. Omdat B elastisch met A is verbonden zal B na een poosje ook omhoog gaan. Op  $t_2$  is A weer terug en nu heeft B zijn maximale hoogte bereikt. Bal B trekt vervolgens bal C omhoog en deze bal bereikt zijn maximale hoogte op  $t_3$  etc. De verticale beweging van bal A wordt horizontaal doorgegeven aan de ballen B, C en D. Het doorgeven van de beweging heeft tijd nodig.



**Figuur 19** Bij een golf wordt beweging doorgegeven aan de omgeving.

Een golf is het doorgeven van beweging aan de omgeving.

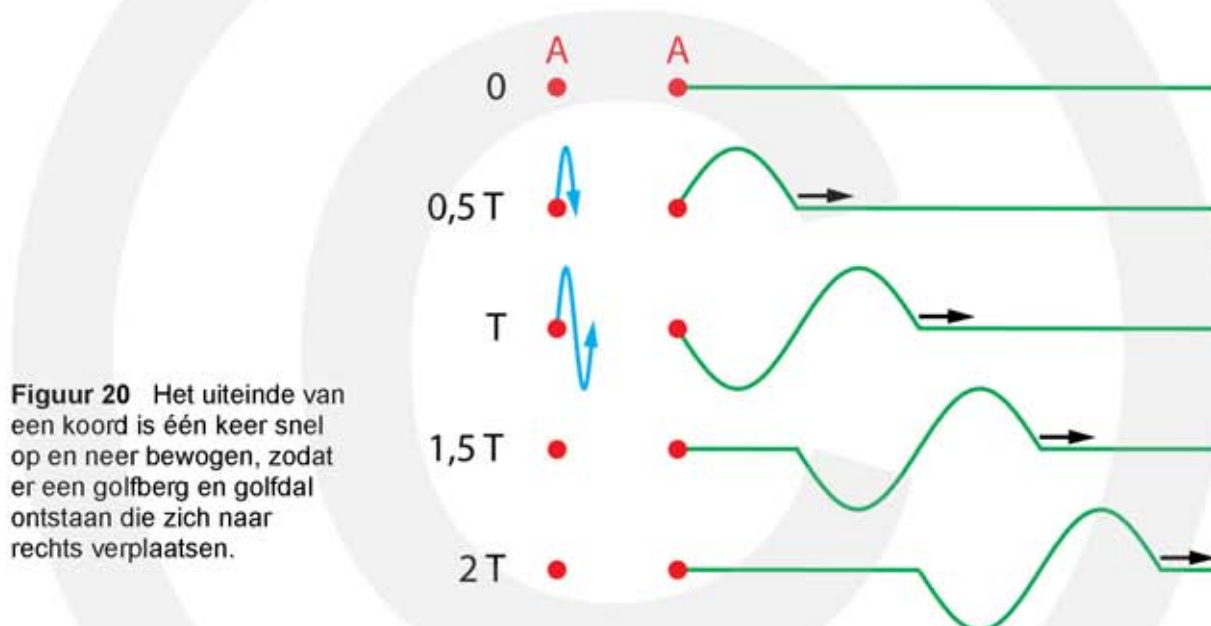
Een elastisch medium is nodig.

Het kost tijd om de beweging in een medium te verplaatsen.

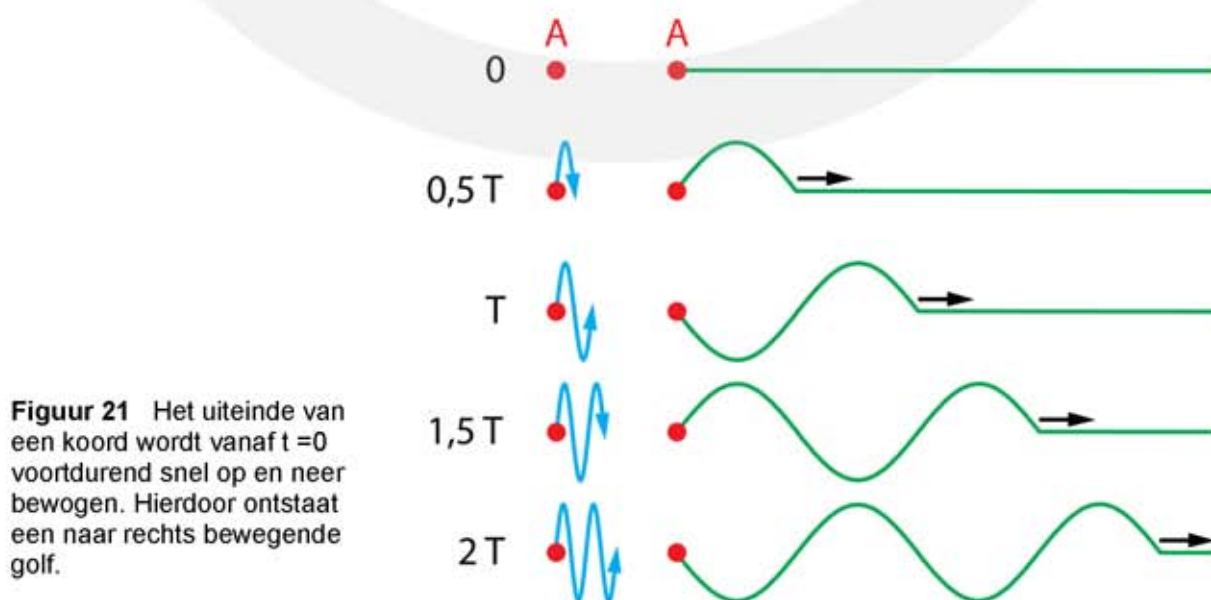
## Transversale golf

In de figuur 20 zie je een koord dat aan het linker uiteinde, A, in een **verticale** trilling wordt gebracht. Het koord zorgt ervoor dat de trilling in **horizontale** richting (naar rechts) wordt doorgegeven. De verticale beweging van het linker uiteinde veroorzaakt een **golfberg** en een **golfdal** die zich horizontaal verplaatsen.

In figuur 20 begint het linker uiteinde op  $t = 0$  aan een trilling die maar één periode duurt. De trilling wordt naar rechts doorgegeven en beweegt door het koord. Op  $t = 0,5 T$  heeft het linker uiteinde een halve trilling uitgevoerd en op  $t = T$  een hele trilling. Eén golfberg en één golfdal verplaatsen zich naar rechts. Herhaal je de beweging van het linker uiteinde dan ontstaat er een lopende golf met meerdere golfbergen en golfdalen, zie figuur 21.



**Figuur 20** Het uiteinde van een koord is één keer snel op en neer bewogen, zodat er een golfberg en golfdal ontstaan die zich naar rechts verplaatsen.

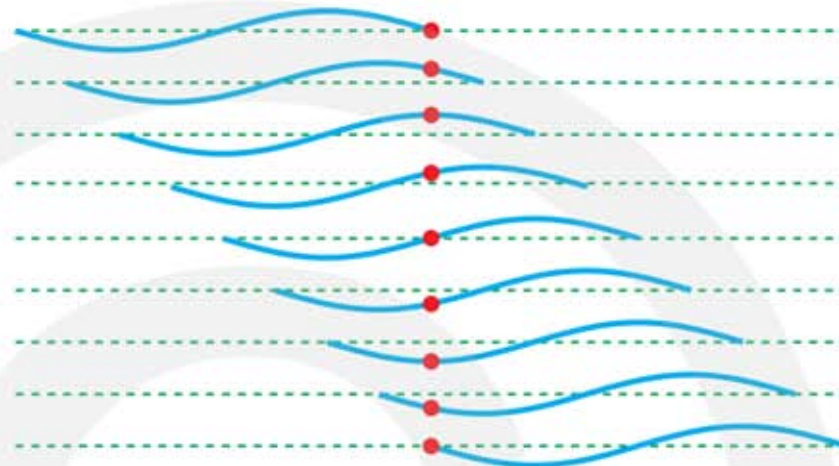


**Figuur 21** Het uiteinde van een koord wordt vanaf  $t = 0$  voortdurend snel op en neer bewogen. Hierdoor ontstaat een naar rechts bewegende golf.



Hoewel de kop van de golf naar rechts beweegt is er geen enkel stukje koord met een snelheid naar rechts. De punten van het koord trillen verticaal maar de golf verplaatst zich horizontaal. Een golf waarbij de voortplantingsrichting loodrecht staat op de trillingsrichting is een **transversale** golf.

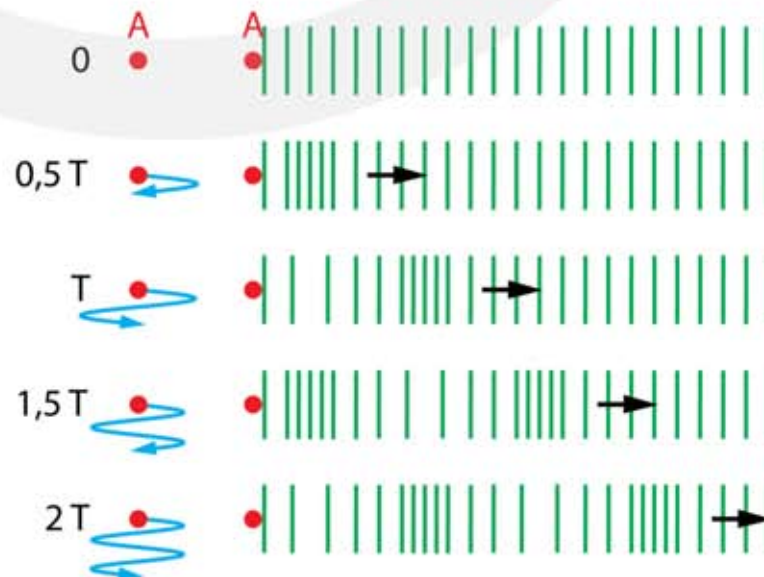
**Figuur 22** Op het water drijft een rode bal. Het water beweegt omhoog en omlaag als er een golf voorbij komt. Het water beweegt dus niet naar rechts.



**Bij een transversale golf staat de trillingsrichting loodrecht op de bewegingsrichting van de golf.**

### Longitudinale golf

In figuur 23 zie je een spiraalveer die aan het linker uiteinde, A, in een **horizontale** trilling is gebracht. De spiraalveer zorgt ervoor dat de trilling in **horizontale** richting (naar rechts) wordt doorgegeven. De horizontale beweging van het linker uiteinde veroorzaakt **verdichtingen** en **verdunningen** die zich naar rechts verplaatsen.



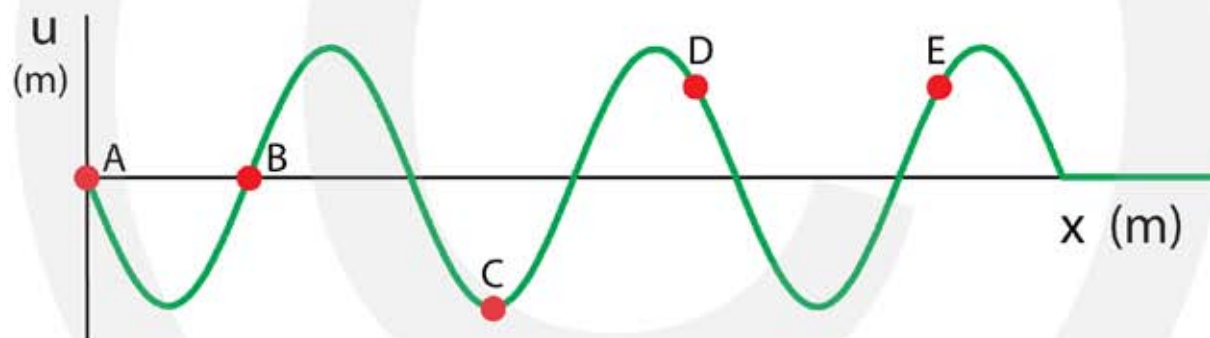
**Figuur 23** Het uiteinde van een spiraal wordt snel naar rechts en links bewogen. Hierdoor ontstaat een naar rechts bewegende longitudinale golf.

Ieder stukje van de spiraal voert een horizontale trilling uit en geeft deze trilling horizontaal door. Zowel de trilling als de golf hebben een horizontale beweging. Een golf waarbij de voortplantingsrichting evenwijdig is aan de trillingsrichting is een **longitudinale** golf.

**Bij een longitudinale golf is de trillingsrichting evenwijdig aan de bewegingsrichting van de golf.**

### Het (u, x)-diagram

In een (u, x)-diagram wordt de vorm van een golf op één bepaald tijdstip weergegeven. Een (u, x)-diagram is daarom een **momentopname** (een foto) van het medium. In figuur 24 zie je een koord op het moment waarop uiteinde A drie trillingen heeft uitgevoerd. Punt B ligt op een afstand van A en heeft op dat moment nog maar 2,5 trillingen uitgevoerd.



**Figuur 24** Op  $t = 0$  is uiteinde A in trilling gebracht. Op het moment waarop de "foto" is genomen heeft A drie trillingen uitgevoerd. Omdat punt B op een afstand van A ligt heeft punt B op dat moment nog maar 2,5 trillingen uitgevoerd.

Omdat de golf naar rechts beweegt beginnen de punten verder naar rechts op het koord later te trillen dan de punten meer naar links. Punt A is eerder gaan trillen dan punt B en punt B eerder dan punt C, etc. Rechts van punt E zie je de eerste golfberg. Hieruit blijkt dat punt A in het verleden is begonnen met een beweging omhoog. Op het moment waarop het (u, x)-diagram is opgenomen geldt voor de punten A t/m E:

- A** 3 trillingen uitgevoerd en beweegt **omhoog**
- B**  $2\frac{1}{2}$  trillingen uitgevoerd en beweegt **omlaag**
- C**  $1\frac{3}{4}$  trillingen uitgevoerd en staat **stil** en gaat daarna **omhoog** bewegen
- D**  $1\frac{1}{8}$  trillingen uitgevoerd en beweegt **omhoog**
- E**  $\frac{3}{8}$  trillingen uitgevoerd en beweegt **omlaag**

In figuur 24 zie je dat de trilling die in punt A wordt opgewekt pas na een poosje in punt E aankomt. We concluderen daarom het volgende. Stel, een trillingsbron veroorzaakt een golf die vanuit de bron naar punt P beweegt. Pas als de golf bij P is



aangekomen begint P ook te trillen. Punten dichtbij de trillingsbron dan P beginnen eerder te trillen en lopen voor op P. Punten verder van de trillingsbron dan P beginnen later te trillen en lopen achter op P.

**Aan de golven tussen de trillingsbron en punt P zie je hoe P in de toekomst zal gaan bewegen.**

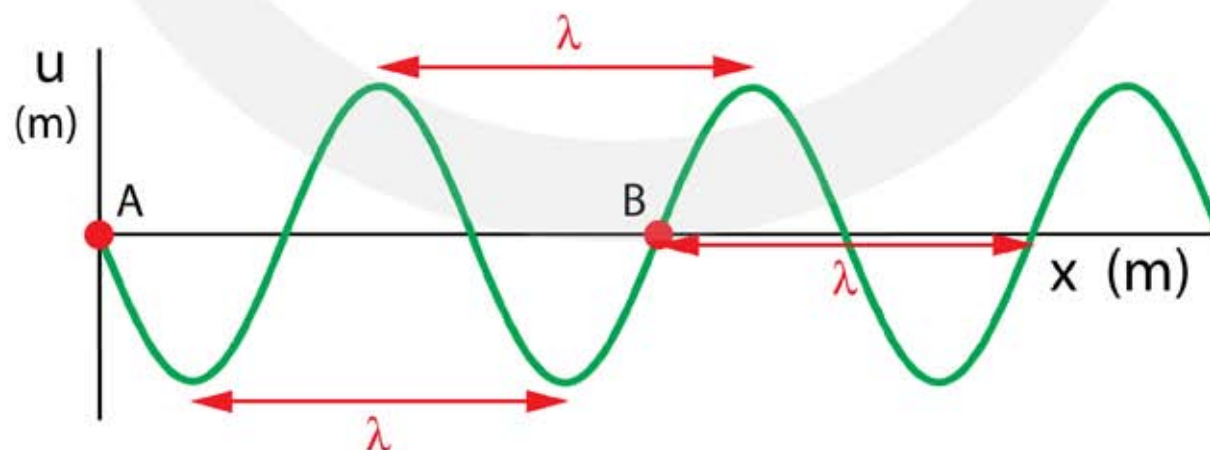
**Aan de golven achter punt P, gezien vanaf de trillingsbron, zie je hoe P in het verleden heeft bewogen.**

### Golflengte

In figuur 21 zijn momentopnamen te zien van een koord. Op  $t=0$  is uiteinde A in trilling gebracht. Op  $t = T$  heeft A één hele trilling uitgevoerd en is in het koord een golfberg en een golfdal ontstaan. De lengte van één golf noemen we de **golflengte**. Het symbool voor golflengte is  $\lambda$  (Griekse letter, spreek uit als lambda). Als A blijft trillen herhaalt het zijn beweging in de tijd, waardoor de golf zich in de ruimte gaat herhalen.

**De golflengte  $\lambda$  (lambda) is de afstand waarover het golfpatroon zich in de ruimte herhaalt. Het is de lengte van één golf in meter (m).**

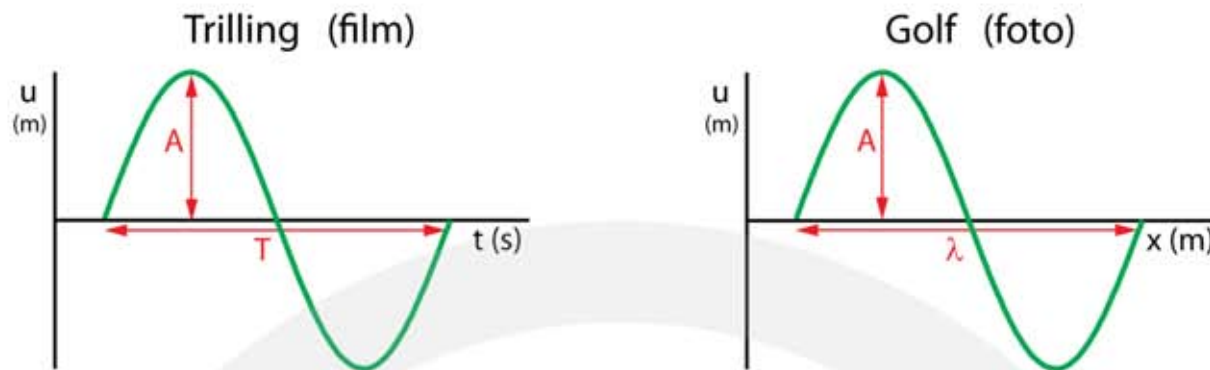
Uit een  $(u, x)$ -diagram kan de golflengte worden afgelezen. Het maakt daarbij niet uit of je de afstand tussen twee bergen, twee dalen of twee dezelfde nuldoorgangen neemt.



**Figuur 25** De bepaling van de golflengte  $\lambda$  uit een  $(u, x)$ -diagram kan op verschillende manieren.

De trillingstijd  $T$  en golflengte  $\lambda$  hebben veel met elkaar gemeen.

- De trillingstijd is de **tijdsduur** waarover de trilling zich herhaalt.
- De golflengte is de **afstand** waarover het golfpatroon zich herhaalt.



**Figuur 26** Het (u, t)-diagram van een trilling lijkt veel op het (u, x)-diagram van een golf. Bij een trilling staat op de horizontale as de tijd; bij een golf staat op de horizontale as de plaats (ruimte).

### Golfsnelheid

De snelheid waarmee een golf zich door het medium verplaatst is een eigenschap van het medium en niet van de golf. De golfsnelheid wordt bepaald door het gemak waarmee het medium kan worden vervormd. Een gemakkelijk vervormbaar medium (zoals een wateroppervlak) heeft een lage golfsnelheid. Een moeilijk vervormbaar medium (zoals een ijzeren balk) heeft een hoge golfsnelheid. De golfsnelheid is niet afhankelijk van de frequentie of de amplitude van de trillingsbron.

**De golfsnelheid is niet afhankelijk van de frequentie of de amplitude van de trillingsbron, maar is een eigenschap van het medium.**

Voor de golfsnelheid geldt de volgende formule:

$$\lambda = v_{\text{golf}} \cdot T \quad \rightarrow \quad v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda$$

- $\lambda$  is de golflengte in meter (m)
- $v_{\text{golf}}$  is de golfsnelheid in meter per seconde (m/s)
- $T$  is de trillingstijd in seconde (s)

### BEWIJS

- $s = v_{\text{gem}} \cdot t$
- in  $T$  seconden legt de golf een afstand  $\lambda$  af  $\rightarrow \lambda = v_{\text{golf}} \cdot T$
- Omdat  $T = \frac{1}{f}$  kunnen we ook schrijven:  $\lambda = \frac{v_{\text{golf}}}{f} \rightarrow v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda$



## 9.4 Interferentie

Het is mogelijk dat zich in het medium niet één maar twee of meer trillingsbronnen bevinden. Trillen deze bronnen met verschillende frequenties dan ontstaat er een chaotisch patroon. Maar zijn de frequenties van de trillingsbronnen gelijk, dan treedt er **interferentie** op in het gebied waar de golven elkaar overlappen. Interferentie kan er voor zorgen dat twee golven elkaar versterken of elkaar verzwakken.

### Interferentie:

**Twee golven met dezelfde frequentie komen elkaar tegen. In het gebied waar ze overlappen versterken of verzwakken ze elkaar.**

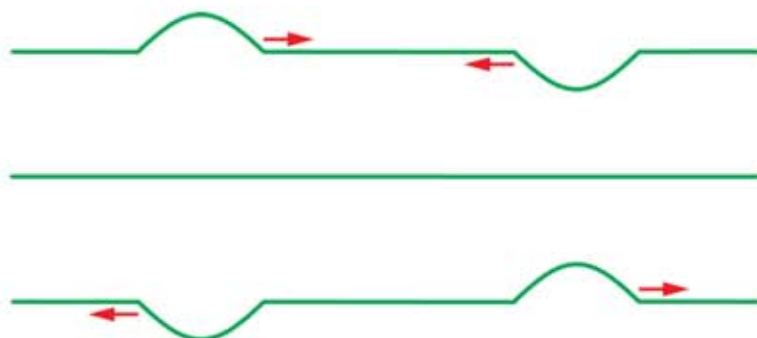
- twee positieve uitwijkingen versterken elkaar
- twee negatieve uitwijkingen versterken elkaar
- een positieve en een negatieve uitwijking geeft verzwakking

In figuur 27 bewegen twee golfbergen naar elkaar toe. Beide golven hebben een positieve uitwijking. In de middelste situatie zijn ze precies op dezelfde plaats. Op dat moment versterken de golven elkaar en treedt er **constructieve interferentie** op. Daarna gaan de golven verder. In figuur 28 bewegen een golfberg en een golfdal naar elkaar toe. De golfberg heeft een positieve uitwijking en de golfdal een negatieve uitwijking. In het middelste situatie zijn ze precies op dezelfde plaats. Op dat moment doven de golven elkaar uit en treedt er **destructieve interferentie** op. Daarna gaan de golven verder.

**Figuur 27** Constructieve interferentie van twee golfbergen. Omdat beide golven een positieve uitwijking hebben versterken ze elkaar als ze samenkomen.



**Figuur 28** Destructieve interferentie van een golfberg en een golfdal. Omdat de ene golf een positieve en de andere golf een negatieve uitwijking heeft verzwakken ze elkaar als ze samenkomen. In dit geval is de verzwakking volledig en is er totale uitdoving.



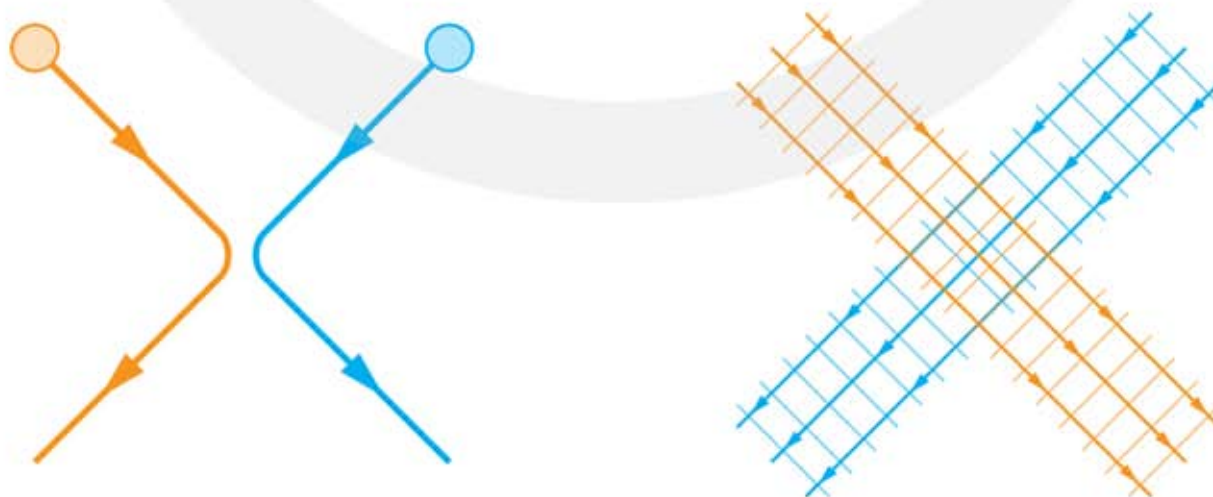
Heeft de uitwijking in punt P door golf 1 en golf 2 dezelfde richting, dan is de resulterende uitwijking extra groot en gaat P met een grote amplitude trillen. Bij punt P versterken de golven elkaar en is er **constructieve interferentie**.

Als de uitwijkingen in P door golf 1 en golf 2 tegengesteld zijn is de resulterende uitwijking extra klein en gaat P met een kleine amplitude (of soms helemaal niet) trillen. Bij punt P verzwakken de golven elkaar en is er **destructieve interferentie**. Is de verzwakking volledig, dan trilt punt P helemaal niet. In figuur 28 zie je twee golven die elkaar in het middelste plaatje tijdelijk helemaal uitdoven. Dit noem je **totale of volledige uitdoving**.

<b>versterken</b>	→	<b>constructieve interferentie</b>
<b>verzwakken</b>	→	<b>destructieve interferentie</b>

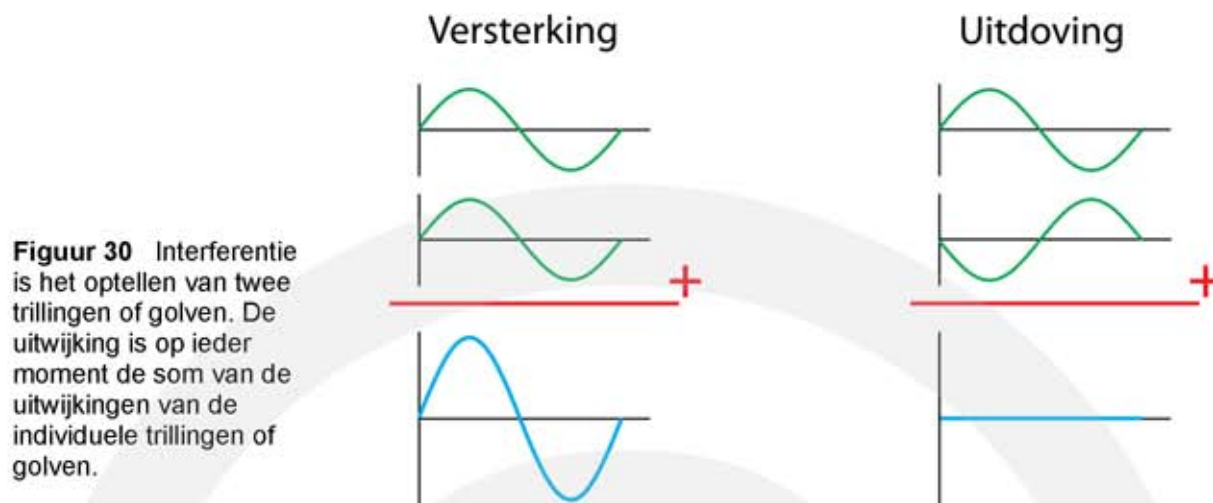
Het is een kenmerkende eigenschap van golven dat ze elkaar kunnen versterken en kunnen uitdoven. Bij deeltjes is dit niet mogelijk. Komen twee deeltjes elkaar in de ruimte tegen, dan botsen ze tegen elkaar aan. Op één plaats in de ruimte kunnen twee deeltjes zich niet tegelijkertijd bevinden. Maar bij golven ligt dat anders. Op één plaats in de ruimte kunnen tegelijkertijd twee of meer golven zijn. Op de plaats waar de golven samenkomen kan interferentie optreden, waarbij de golven elkaar versterken of verzwakken. Golven trekken zich niets van elkaar aan, ze gaan dwars door elkaar heen en gaan daarna gewoon verder.

**Als twee golven met elkaar interfereren is de resulterende uitwijking de som van de uitwijkingen van de afzonderlijke golven.**



**Figuur 29** Twee deeltjes kunnen niet tegelijkertijd op dezelfde plaats zijn maar twee golven kunnen dat wel.





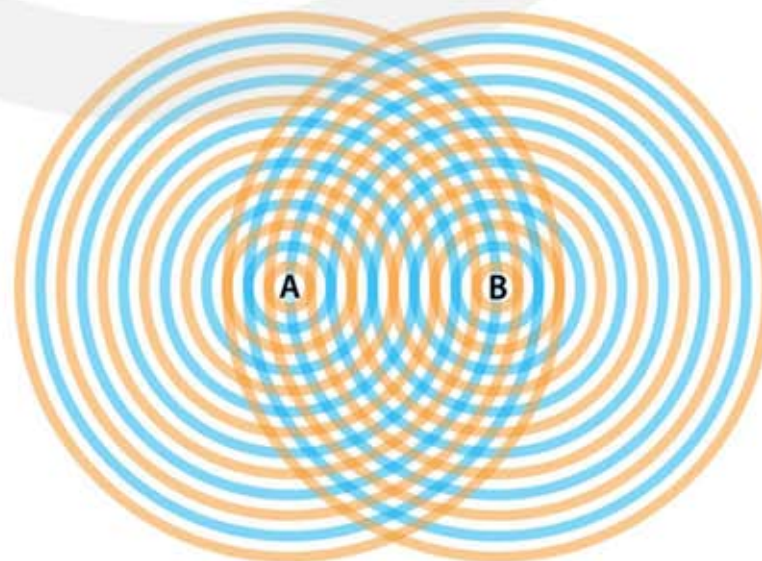
**Figuur 30** Interferentie is het optellen van twee trillingen of golven. De uitwijking is op ieder moment de som van de uitwijkingen van de individuele trillingen of golven.

### Buiken en knopen

Stel er zijn twee trillingsbronnen A en B met dezelfde frequentie en amplitude. Op  $t=0$  gaan de trillingsbronnen in dezelfde richting door de evenwichtsstand en beginnen ze beide aan een nieuwe trilling. De trillingsbronnen A en B hebben daarom hetzelfde ritme. In dat geval zijn de trillingsbronnen **coherent**.

**Coherente trillingsbronnen hebben dezelfde frequentie en beginnen met een vast tijdsverschil aan een nieuwe trilling.**

In figuur 31 zie je golfbergen (oranje) en golfdalen (blauw) veroorzaakt door coherente trillingsbronnen A en B. De golven spreiden zich uit in een medium en overlappen elkaar in een gebied tussen A en B. De oranje cirkels zijn golfbergen en de blauwe cirkels zijn golfdalen. De golfbergen en golfdalen verplaatsen zich naar buiten. De afstand tussen twee oranje cirkels en tussen twee blauwe cirkels is de golflengte  $\lambda$ . De afstand tussen een oranje en een blauwe cirkel is  $\frac{1}{2} \lambda$ .



**Figuur 31** Interfererende golven afkomstig van de coherente trillingsbronnen A en B. De oranje cirkels zijn golfbergen en blauwe cirkels zijn golfdalen. De cirkels verspreiden zich met de golfsnelheid.

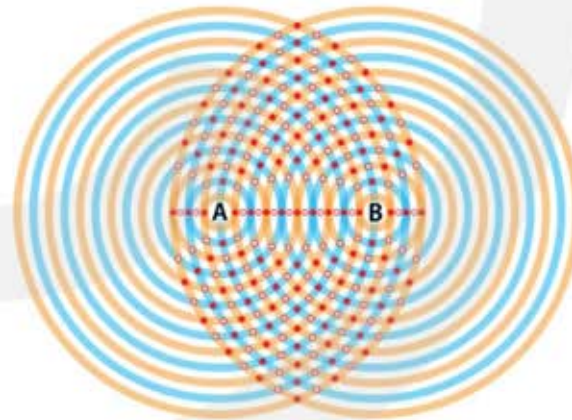
Op plaatsen waar twee oranje cirkels elkaar snijden komen twee golfbergen samen en ontstaat er een extra hoge golfberg. Op plaatsen twee blauwe cirkels elkaar snijden komen twee golfdalen samen en ontstaat er een extra diep golfdal. Plaatsen met een extra hoge golfberg of een extra diep golfdal worden **buiken** genoemd. Hier is de amplitude twee keer zo groot als bij een enkele trillingsbron. In figuur 32 zijn buiken aangegeven met dichte stippen.

Op plaatsen waar een oranje cirkel en een blauwe cirkel elkaar snijden komt een golfberg samen met een golfdal. Hier doven de golven elkaar uit en is de amplitude nul. Plaatsen waar de golven elkaar uitdoven worden **knopen** genoemd. In figuur 32 zijn de knopen aangegeven met open stippen.

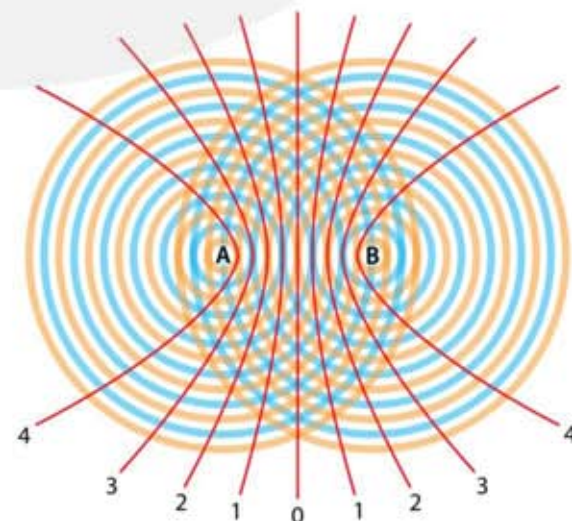
**Buiken zijn plaatsen waar golven elkaar maximaal versterken.  
Knopen zijn plaatsen waar golven elkaar uitdoven.**

Door de buiken met elkaar te verbinden ontstaat een lijn waarop zich de buiken bevinden. Dit heet een **buiklijn**. Op een buiklijn is de amplitude twee keer zo groot als de amplitude van een enkele trillingsbron. In figuur 33 zijn de buiklijnen aangegeven. Door knopen met elkaar te verbinden ontstaat er een **knooplijn**. Op een knooplijn is de amplitude klein; bij totale uitdoving zelfs nul. De knooplijnen bevinden zich tussen de buiklijnen in en zijn in figuur 33 niet aangegeven.

**Figuur 32** A en B zijn coherente trillingsbronnen. Tussen A en B overlappen de golven en ontstaat interferentie. Buiken zijn plaatsen waar de amplitude twee keer zo groot is en zijn aangegeven met dichte stippen. Knopen zijn plaatsen waar de amplitude nul is en zijn aangegeven met open stippen.



**Figuur 33** Interfererende golven afkomstig de coherente trillingsbronnen A en B. De rode lijnen zijn de buiklijnen. Op deze lijnen liggen de buiken en is de amplitude twee keer zo groot.





## 9.5 Geluid

### Geluid, een longitudinale golf

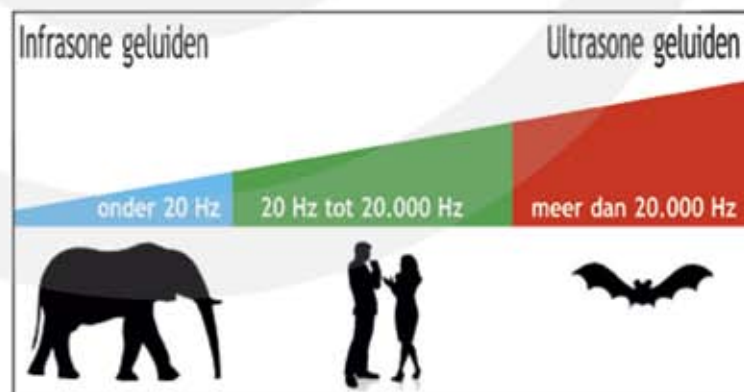
Als een elastisch medium wordt samengeperst (verdicht) of uitgerekt (verdund) ontstaat er een **longitudinale golf**. Zo'n longitudinale golf noemen we **geluid**. Het elastische medium kan zowel een gas (lucht) een vloeistof (water) of een vaste stof (staal, beton) zijn. Een voorwerp dat het medium laat trillen kan als geluidsbron fungeren. Te denken valt aan: – brekend glas – vleugels van een insect – opstijgend vliegtuig – muziekinstrument – sonar van een onderzeeboot – walvissen / dolfijnen.

Zijn er één of enkele vaste frequenties aanwezig dan is er sprake van **muziek**. Bij een lage frequentie is de toon laag en bij een hoge frequentie is de toon hoog. Een **zuivere toon** ontstaat als de beweging van het voorwerp een harmonische trilling is. Bij een harmonische trilling hoort een **sinusvormig** (u,t)-diagram, zoals in figuur 3.

**De toonhoogte wordt bepaald door de frequentie.**

**De sterkte van het geluid wordt bepaald door de amplitude.**

Het menselijk gehoor is gevoelig voor frequenties tussen 20 en 20.000 Hz. De laagste frequentie van 20 Hz is de **onderste gehoorgrens**, de hoogste frequentie van 20.000 Hz is de **bovenste gehoorgrens**. Is de frequentie lager dan 20 Hz dan noem je het geluid **infrasoon**. Bij een frequentie groter dan 20.000 Hz heet het geluid **ultrasoon**. Sommige dieren (olifanten) kunnen lagere frequenties horen dan wij. Andere dieren (honden, vleermuizen) horen juist hogere frequenties dan mensen.



**Figuur 34** Infrasoon en ultrasoon geluid.

### Voortplanting van geluid

Geluid heeft een medium nodig om zich voort te planten. Het geluid spreidt zich uit in alle richtingen. De snelheid waarmee het geluid zich voortplant is de **geluidssnelheid**. Dit is de golfsnelheid van een lopende longitudinale golf door het medium. De voortplantingssnelheid van geluid hangt af van hoe makkelijk het medium vervormbaar is.

Een gemakkelijk vervormbaar medium heeft een lage geluidssnelheid.

De geluidssnelheid is niet afhankelijk van de frequentie of de amplitude.

Bij kamertemperatuur (293 K) is de geluidssnelheid van gassen het laagst, van vloeistoffen gemiddeld en van vaste stoffen het grootst.

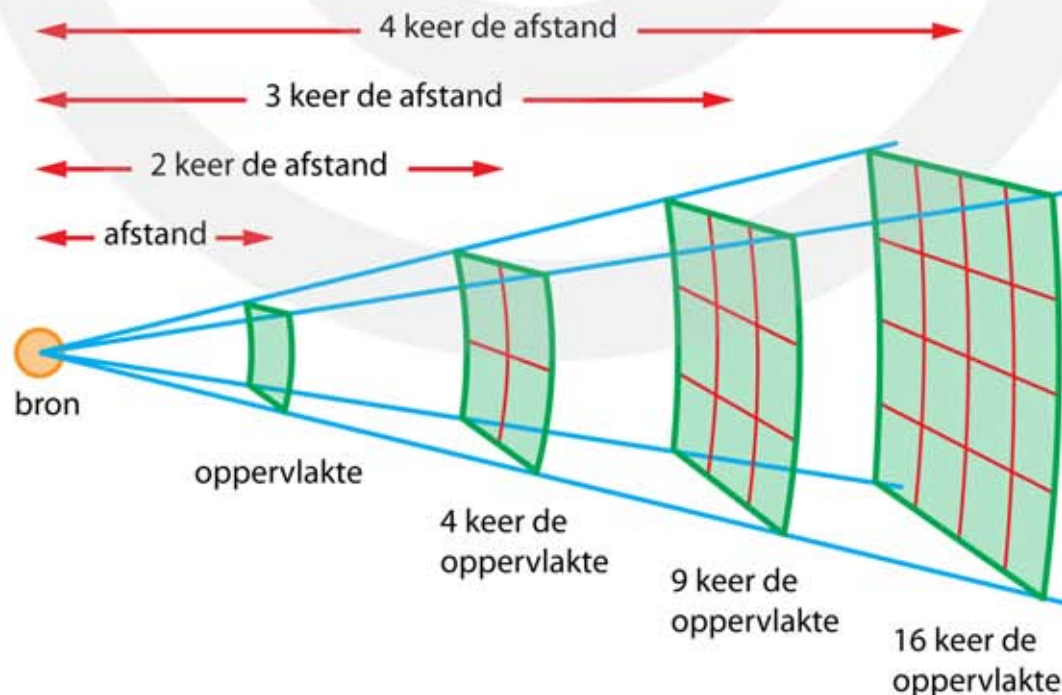
- lucht 343 m/s
- water 1484 m/s
- ijzer 5100 m/s

De geluidssnelheid van lucht neemt toe als de temperatuur stijgt.

-40 °C	$V_{\text{geluid}} = 307 \text{ m/s}$
-20 °C	$V_{\text{geluid}} = 319 \text{ m/s}$
0 °C	$V_{\text{geluid}} = 332 \text{ m/s}$
20 °C	$V_{\text{geluid}} = 343 \text{ m/s}$
40 °C	$V_{\text{geluid}} = 354 \text{ m/s}$
60 °C	$V_{\text{geluid}} = 365 \text{ m/s}$

### Geluidsintensiteit en afstand tot de geluidsbron

Geluid verspreidt zich naar alle kanten. Het vertrekt vanaf de geluidsbron en breidt zich uit over de oppervlakte van een bol. Hoe verder je van de bron bent hoe groter de straal van de bol is. De geluidsenergie verdeelt zich daarom over een steeds groter oppervlak, waardoor de geluidsintensiteit afneemt.

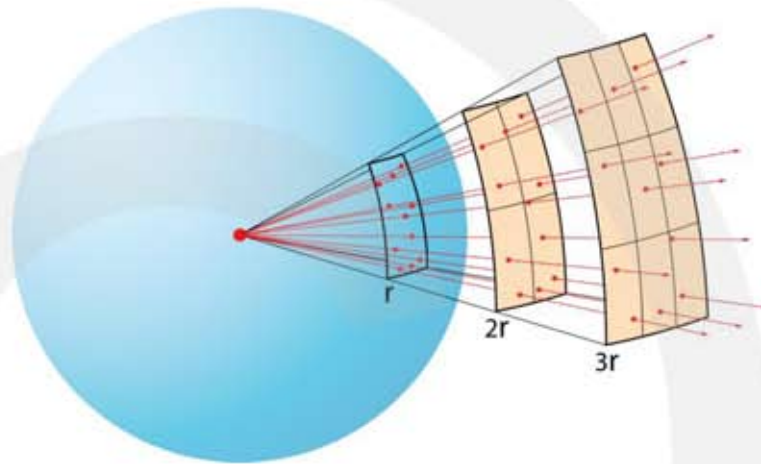


**Figuur 35** Verdubbelt de afstand tot de geluidsbron dan neemt de geluidsintensiteit met een factor 4 af. De geluidsintensiteit is evenredig met  $1 / r^2$ .



In figuur 35 zie je dat als de afstand tot de geluidsbron verdubbelt de geluidsenergie over een vier keer zo groot oppervlak wordt verdeeld, zodat de geluidsintensiteit met een factor 4 afneemt.

De **geluidsintensiteit** is de hoeveelheid geluidsenergie die per seconde door één vierkante meter stroomt. Omdat energie per seconde het vermogen is spreek je van vermogen per vierkante meter, met als eenheid  $W/m^2$ . Voor een puntvormige geluidsbron verspreidt het geluid zich in alle richtingen over een bolvormig oppervlak. Zie figuur 36.



**Figuur 36** Bij een puntvormige bron verspreid een golf zich over een bol.

Voor de oppervlakte van een bol geldt:  $A = 4\pi \cdot r^2$ , zodat de intensiteit van een bolvormige golf de volgende formule geldt:

$$I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi \cdot r^2}$$

- $I$  is de intensiteit in watt per vierkante meter ( $W / m^2$ )
- $P_{\text{bron}}$  is het vermogen van de trillingsbron in watt (W)
- $r$  is de afstand tot de trillingsbron in meter (m)

#### VOORBEELD geluidsintensiteit en afstand

Bij een popconcert is de geluidsintensiteit op 0,50 m van de speaker  $1,0 W/m^2$ . Om geen gehoorbeschadiging op te lopen mag de geluidsintensiteit niet hoger zijn dan  $2,5 mW/m^2$ . HINT bereken eerst het vermogen van de geluidsbron.

**Bereken op welke afstand van de speaker je minstens moet gaan staan.**

- $I = 1,0 W/m^2$  |  $r = 0,50 m$  |  $P_{\text{bron}} = \dots W$
- $I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi \cdot r^2}$
- $1 = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi \cdot 0,5^2} \rightarrow P_{\text{bron}} = 3,1416 W$

- $P_{\text{bron}} = 3,1416 \text{ W}$  |  $I = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$  |  $r = \dots \text{ m}$
- $I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi \cdot r^2}$
- $2,5 \cdot 10^{-3} = \frac{3,1416}{4\pi \cdot r^2} \rightarrow r = 10 \text{ m}$
- je moet minstens op 10 m van de luidspreker gaan staan

Voor de zekerheid ga je op 12,5 meter van de speakers staan.

**Bereken de geluidsintensiteit op deze afstand.**

- $P_{\text{bron}} = 3,1416 \text{ W}$  |  $r = 12,5 \text{ m}$  |  $I = \dots \text{ W/m}^2$
- $I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi \cdot r^2}$
- $I = \frac{3,1416}{4\pi \cdot 12,5^2} \rightarrow I = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$  (1,6 mW/m<sup>2</sup>)

### Antigeluid

Met antigeluid kunnen storende geluidsgolven worden verzwakt. Dit gebeurt met behulp van destructieve interferentie. Om storend geluid te onderdrukken heb je een microfoon, een luidspreker en snelle elektronica nodig. De microfoon neemt het geluid op en met een snelle elektronica wordt een nieuw signaal met precies tegenovergestelde uitwijking gemaakt. Dit nieuwe geluidssignaal wordt naar de luidspreker gestuurd. Als de microfoon een verdichting waarneemt produceert de luidspreker een verdunning. Wordt een verdunning waargenomen dan produceert de luidspreker een verdichting. In het ideale geval treedt hierdoor volledige uitdoving op, met als gevolg dat je geen geluid meer hoort. Moderne koptelefoons zijn soms uitgerust met actieve ruisonderdrukking, wat gebaseerd is op het maken van antigeluid. Zie figuur 37



**Figuur 37** Actieve ruisonderdrukking is gebaseerd op antigeluid.



## 9.6 Staande golven

### Staande golven

Figuur 38 is een vergroting van het middelste deel van figuur 31. Tussen de trillingsbronnen A en B zie je de plaatsen waar twee golfbergen (oranje lijnen) en twee golfdalen (blauwe lijnen) samenkomen en waar zich dus buiken bevinden. Tussen deze buiken ontmoet een berg van de ene bron een dal van de andere bron, waardoor er een knoop ontstaat. De buiken en knopen liggen op een vaste plaats en bewegen niet. Vandaar dat we spreken van een **staande golf**. Een staande golf ontstaat als twee golven met dezelfde frequentie, dezelfde golflengte en dezelfde amplitude tegen elkaar in bewegen.

**Figuur 38** Een staande golf is aanwezig tussen de trillingsbronnen A en B.



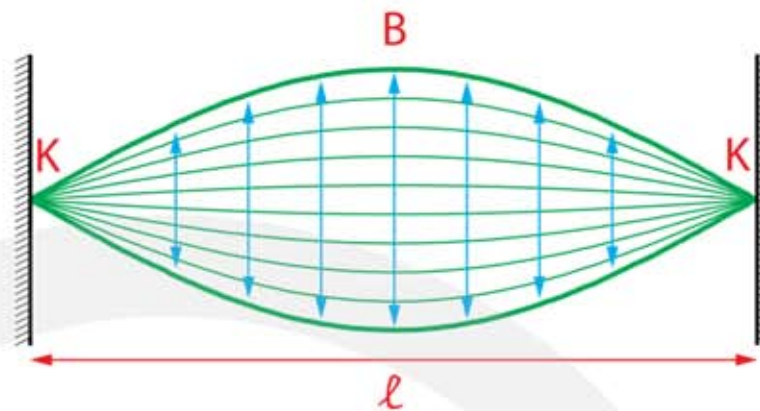
Een staande golf ontstaat als golven uit coherente trillingsbronnen elkaar overlappen.

Een staande golf heeft stilstaande plaatsen met constructieve interferentie (buiken) en destructieve interferentie (knoten).

### Staande transversale golven bij twee vaste uiteinden

Een snaarinstrument bevat snaren die aan beide uiteinden zijn vastgemaakt en onder spanning zijn gebracht. Breng je zo'n snaar in beweging, dan gaat hij op een regelmatige manier trillen met enkele vaste frequenties. De frequenties van de snaar bepalen de toonhoogte en de klankkleur van de muzieknoot. In de snaar bevinden zich staande golven. Deze staande golven ontstaan omdat lopende golven in de snaar worden teruggekaatst bij de uiteinden. De heen en weergaande golven komen elkaar tegen en gaan met elkaar interfereren. Bij de uiteinden is de amplitude nul, want daar is de snaar vastgemaakt. Als de snaar met zijn laagst mogelijke frequentie trilt vindt in het midden constructieve interferentie plaats, zodat zich daar een buik bevindt. Dit noem je de grondtoon. In figuur 39 zie je hoe de snaar in zijn grondtoon trilt.

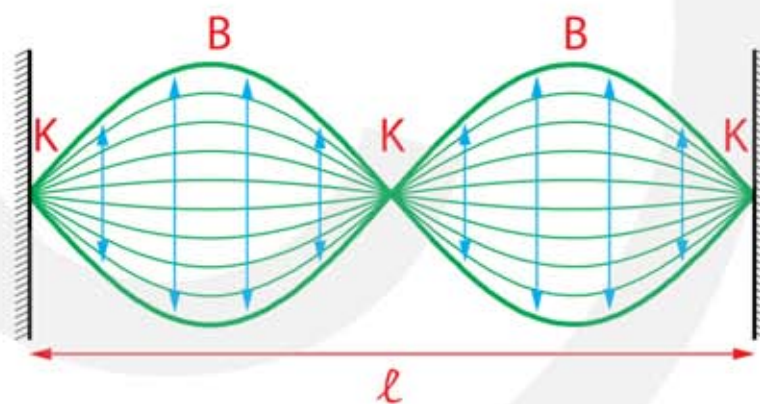
**Figuur 39** Staande golf in een aan twee kanten vastgemaakte snaar. Dit is de golf met de laagste frequentie en de grootste golflengte en wordt de grondtoon genoemd.



### Boventonen

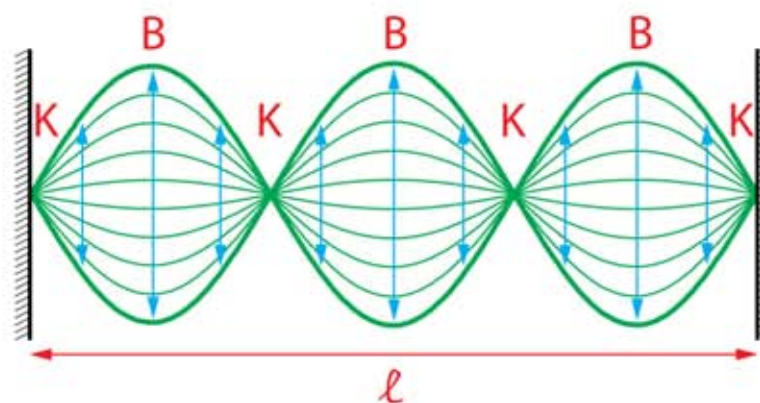
De staande golf van figuur 39 is niet de enige mogelijkheid waarmee de snaar kan trillen. Als de lengte van de snaar precies een hele golflengte is dient zich een nieuwe mogelijkheid aan. De heen en weergaande golven interfereren nu zodanig dat niet alleen bij de uiteinden maar ook in het midden destructieve interferentie plaatsvindt. Er ontstaan nu niet twee maar drie knopen. Het patroon dat ontstaat zie je in figuur 40. Dit is de **eerste boventoon**.

**Figuur 40** Staande golf in een aan twee kanten vastgemaakte snaar. Dit is de golf met de op 1 na laagste frequentie en dus de op 1 na grootste golflengte. Deze staande golf is de 1<sup>e</sup> boventoon.



De volgende mogelijkheid is als de lengte van de snaar precies anderhalf keer de golflengte is. Het patroon dat ontstaat zie je in figuur 41. Dit is de **tweede boventoon**.

**Figuur 41** Staande golf in een aan twee kanten vastgemaakte snaar. Dit is de golf met de op 2 na laagste frequentie en dus de op 2 na grootste golflengte. Deze staande golf is de 2<sup>e</sup> boventoon.





Kijk je naar de figuren 39, 40 en 41 dan valt het volgende op.

**Bij iedere volgende boventoon komt er één knoop en één buik bij.**

Verder zien we dat de afstand tussen twee buiken en de afstand tussen twee knopen steeds  $\frac{1}{2}\lambda$  is en dat de afstand tussen een buik en een knoop  $\frac{1}{4}\lambda$  is.

$$B - B = \frac{1}{2}\lambda \quad K - K = \frac{1}{2}\lambda \quad B - K = \frac{1}{4}\lambda$$

Als  $l$  de lengte van de snaar is geldt:

- staande golf met 1 buik  $\rightarrow l = 1 \cdot \frac{1}{2}\lambda$  (grondtoon)
- staande golf met 2 buiken  $\rightarrow l = 2 \cdot \frac{1}{2}\lambda$  (1<sup>e</sup> boventoon)
- staande golf met 3 buiken  $\rightarrow l = 3 \cdot \frac{1}{2}\lambda$  (2<sup>e</sup> boventoon)

Sommige snaarinstrumenten, zoals viool en gitaar, hebben snaren met een vaste lengte. Toch heeft iedere snaar een andere grondtoon. Dit komt omdat:

- snaren met hoge tonen een grotere spankracht hebben
- snaren van lage tonen dikker zijn
- snaren van verschillende materialen zijn gemaakt

#### VOORBEELD harp

Een harp heeft een snaar waarmee muzieknoot a0 wordt gespeeld. Deze noot heeft een frequentie van  $f_{a0} = 220$  Hz. De golfsnelheid in de snaar is 800 m/s.

#### Bereken de lengte van de snaar.

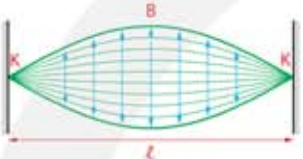
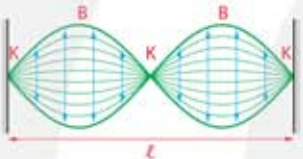
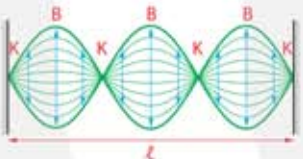
- $f_{e2} = 220$  Hz |  $v_{\text{golf}} = 800$  m/s |  $\lambda = \dots$  m
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 800 = 220 \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 3,63636$  m
- de snaar heeft twee vastgemaakte uiteinden
- grondtoon heeft patroon K – B – K
- grondtoon:  $l = 2 \cdot \frac{1}{4}\lambda = \frac{1}{2}\lambda$
- $l = \frac{1}{2} \cdot 3,63636 = 1,81818 = 1,82$  m

#### Bereken de frequentie van de 2<sup>e</sup> boventoon.

- patroon 1<sup>e</sup> boventoon K – B – K – B – K
- patroon 2<sup>e</sup> boventoon K – B – K – B – K – B – K
- 2<sup>e</sup> boventoon:  $l = 6 \cdot \frac{1}{4}\lambda = \frac{3}{2}\lambda$
- $1,81818 = \frac{3}{2}\lambda \rightarrow \lambda = 1,21212$  m
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 800 = f \cdot 1,21212 \rightarrow f = 660$  Hz ( $f_2 = 3 \cdot f_0$ )



In een snaar van een snaarinstrument ontstaat niet alleen de grondtoon, maar tegelijkertijd ook de 1<sup>e</sup>, 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup>, etc. boventonen. Ieder instrument heeft een uniek mengsel van boventonen. Dit maakt dat je verschil kunt horen tussen bijvoorbeeld een gitaar, een viool en een piano. Onderstaand schema geeft een overzicht over de lengte van de snaar, de golflengte en de frequentie van de grondtoon, en de 1<sup>e</sup> en 2<sup>e</sup> boventoon.

staande golf vast – vast	toon	lengte van de snaar	golflente	frequentie
	grondtoon	$l = 1 \cdot \frac{1}{2} \lambda_0$	$\lambda_0 = \frac{2 \cdot l}{1}$	$f_0 = 1 \cdot \frac{v_{\text{golf}}}{2l}$
	1 <sup>e</sup> boventoon	$l = 2 \cdot \frac{1}{2} \lambda_1$	$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{2}$	$f_1 = 2 \cdot f_0$
	2 <sup>e</sup> boventoon	$l = 3 \cdot \frac{1}{2} \lambda_2$	$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{3}$	$f_2 = 3 \cdot f_0$

Voor een aan beide kanten vastgemaakte snaar geldt:

$$l = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

- $l$  is de lengte van de snaar (m)
- $n$  is het aantal buiken in de snaar:  $n = 1, 2, 3, \dots$
- $\lambda$  is de golflengte van de staande transversale golf (m)

### Spankracht en toonhoogte

Om een snaarinstrument te stemmen pas je de spankracht van de snaar aan. Op een snaarinstrument zijn daarvoor draaiknoppen aangebracht waarmee je de snaar kunt spannen. Hoe strakker je de snaar spant hoe hoger de toon wordt. Om een lage toon te maken moet je de spankracht verminderen. Je kunt ook dikkere snaren kiezen, want hoe dikker de snaar hoe lager de toon.

**snaar strakker** → **frequentie van de grondtoon wordt hoger**  
**snaar dikker** → **frequentie van de grondtoon wordt lager**

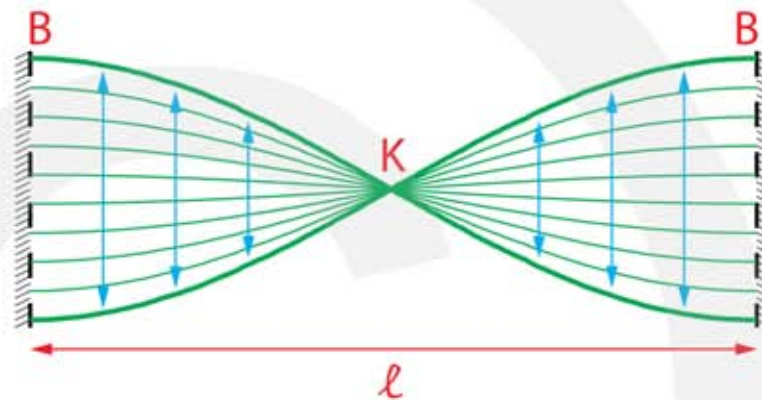


## Staannde transversale golven bij twee lossen uiteinden

Bij snaarinstrumenten kan de snaar bij de uiteinden niet bewegen zodat zich daar altijd knopen bevinden. Er zijn ook instrumenten, zoals een xylofoon, waarbij een staaf zodanig is bevestigd dat hij bij de uiteinden wel vrij kan bewegen. Bij de losse uiteinden ontstaan nu geen knopen maar buiken.

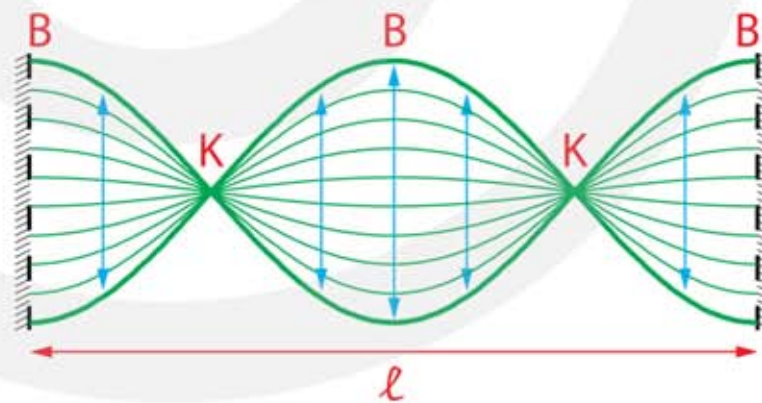
Bij de grondtoon trilt de staaf heen en weer. Bij de uiteinden is de amplitude maximaal, want daar is de staaf los. In het midden is de amplitude het kleinst, want daar bevindt zich een knoop. De amplitude van de trillende staaf neemt dus geleidelijk af van de buiken bij de uiteinden tot de knoop in het midden. In figuur 42 zie je hoe de staaf in zijn grondtoon trilt.

**Figuur 42** Staande golf in staaf die aan twee kanten vrij kan trillen. Dit is de golf met de grootste golflengte met buiken bij de uiteinden en wordt de grondtoon genoemd.

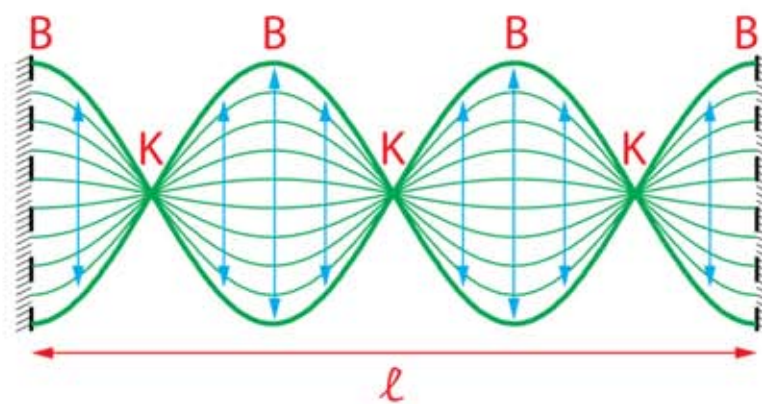


Ook in dit geval ontstaan er boventonen. Als de lengte van de staaf precies een hele golflengte is dient zich een nieuwe mogelijkheid aan. Het patroon dat ontstaat zie je in figuur 43. Dit is de **eerste boventoon**. In figuur 44 zie je de **tweede boventoon**.

**Figuur 43** Staande golf in staaf die aan twee kanten vrij kan trillen. Dit is de golf met de op 1 na grootste golflengte met buiken bij de uiteinden: de 1<sup>e</sup> boventoon.



**Figuur 44** Staande golf in staaf die aan twee kanten vrij kan trillen. Dit is de golf met de op 2 na grootste golflengte met buiken bij de uiteinden: de 2<sup>e</sup> boventoon.



### Staan de longitudinale golven (blaasinstrumenten)

Behalve staande transversale golven zijn er ook staande longitudinale golven. Dit soort golven vind je bijvoorbeeld in blaasinstrumenten. Een blaasinstrument bestaat uit een buis gevuld met lucht. Door in een mondstuk te blazen wordt de lucht in de luchtkolom in trilling gebracht. Deze gedwongen trilling bevat een groot aantal frequenties.

Alleen de frequentie die gelijk is aan een eigenfrequentie van de luchtkolom wordt versterkt en zorgt ervoor dat er een staande longitudinale golf in de luchtkolom ontstaat. Op vaste plaatsen komen er buiken en knopen.

De lengte van de buis bepaalt de eigenfrequenties. Bij het open uiteinde kan de lucht gemakkelijk trillen, zodat daar altijd een buik ligt. Bij het gesloten uiteinde kan de lucht niet trillen, zodat daar altijd een knoop ligt. Als een buis twee open uiteinden heeft bevinden zich bij ieder uiteinde een buik. Als een buis één open en één gesloten uiteinde heeft komt er een buik bij het open en een knoop bij het gesloten uiteinde.

**Een staande longitudinale golf in een buis met lucht heeft altijd een buik bij een open uiteinde en een knoop bij een gesloten uiteinde.**

### Staan de longitudinale golven bij twee losse uiteinden

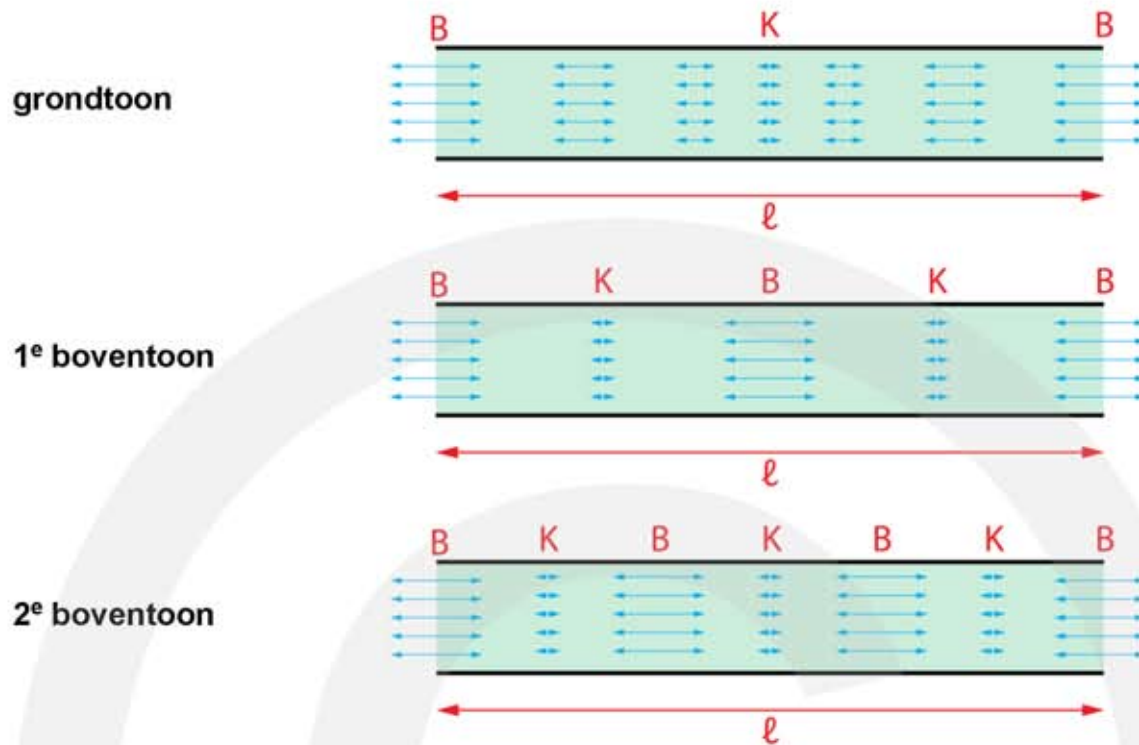
Er zijn twee soorten blaasinstrumenten, instrumenten met twee open uiteinden en instrumenten waarbij één kant open is en één kant dicht. We bespreken nu alleen de instrumenten met twee open uiteinden. De andere komen in de volgende paragraaf aan bod. Blaasinstrumenten met twee open uiteinden zijn onder andere: orgelpijp, dwarsfluit, blokfluit, didgeridoo.

In een buis die aan beide uiteinden open is bevindt zich bij de uiteinden altijd een buik. Meestal ligt de buik niet precies bij de opening maar een paar centimeter buiten het instrument. Tussen twee buiken bevindt zich altijd één knoop. De afstand tussen twee buiken is de helft van de golflengte. De afstand tussen een buik en een knoop is een kwart golflengte. De situatie is gelijk met de eerder behandelde trillende staaf met losse uiteinden.

**Figuur 45**  
Blaasinstrumenten met twee open uiteinden.







**Figuur 46** Buis met twee open uiteinden. Grondtoon (boven), 1<sup>e</sup> boventoon (midden), 2<sup>e</sup> boventoon (onder).

De golfsnelheid is voor blaasinstrumenten gelijk aan de geluidssnelheid in lucht. Bij kamertemperatuur is dit 343 m/s. Bij blaasinstrumenten ligt de golfsnelheid daarom vast. Snaarinstrumenten stem je door de golfsnelheid aan te passen, maar bij blaasinstrumenten is dat niet mogelijk. Je kunt een blaasinstrument alleen stemmen door hem langer of korter te maken. Neemt de lengte toe dan wordt de golflengte groter, waardoor de frequentie afneemt en de toon lager wordt. Bij een kleinere lengte wordt frequentie hoger.

**De golfsnelheid in een blaasinstrument is de geluidssnelheid in lucht.**

**Een blaasinstrument stem je door hem langer of korter te maken.**

Wordt de temperatuur hoger dan neemt de geluidssnelheid in lucht toe. Als tijdens een concert een blaasinstrument warmer wordt dan raakt het instrument zijn juiste stemming kwijt. De musicus kan dit verhelpen door zijn instrument langer te maken.



**Figuur 47** Bij een hoorn kun je de lengte van de buis aanpassen.

staande golf los – los in klankstaaf	staande golf los – los in luchtkolom	toon	lengte van de snaar	golflengte	frequentie
		grondtoon	$\ell = 1 \cdot \frac{1}{2} \lambda_0$	$\lambda_0 = \frac{2 \cdot \ell}{1}$	$f_0 = 1 \cdot \frac{v_{\text{golf}}}{2\ell}$
		1 <sup>e</sup> boventoon	$\ell = 2 \cdot \frac{1}{2} \lambda_1$	$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{2}$	$f_1 = 2 \cdot f_0$
		2 <sup>e</sup> boventoon	$\ell = 3 \cdot \frac{1}{2} \lambda_2$	$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{3}$	$f_2 = 3 \cdot f_0$

Als de klankstaaf of de luchtkolom aan beide uiteinden gemakkelijk kan trillen geldt:

$$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

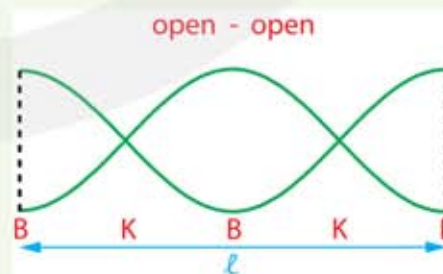
- $\ell$  is de lengte van de klankstaaf / luchtkolom (m)
- $n$  is het aantal knopen in de klankstaaf / luchtkolom:  $n = 1, 2, 3, \dots$
- $\lambda$  is de golflengte van de staande golf (m)

#### VOORBEELD didgeridoo

Een didgeridoo is een buis met twee open uiteinden. De frequentie van de eerste boventoon  $f_1 = 286$  Hz.  $T = 20,0$  °C.

#### Bereken de lengte van het instrument.

- patroon grondtoon: B – K – B
- patroon 1<sup>e</sup> boventoon: B – K – B – K – B
- $\ell = 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda = \lambda$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow v_{\text{golf}} = f \cdot \ell$
- $v_{\text{geluid}} = 343$  m/s
- $\ell = \frac{v}{f} = \frac{343}{286} = 1,20$  m



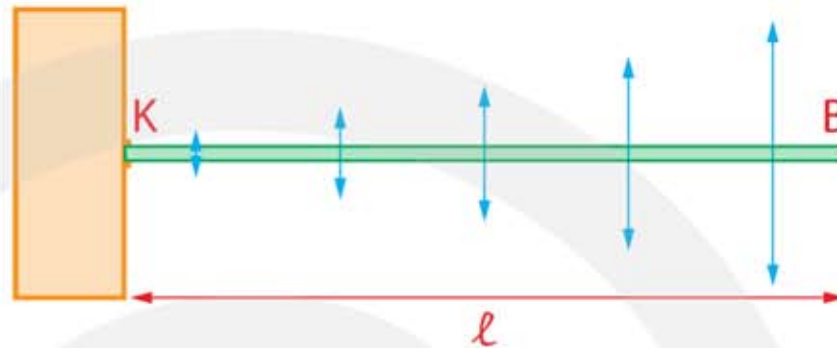
Figuur 48



### Staannde golven bij één vast en één los uiteinde

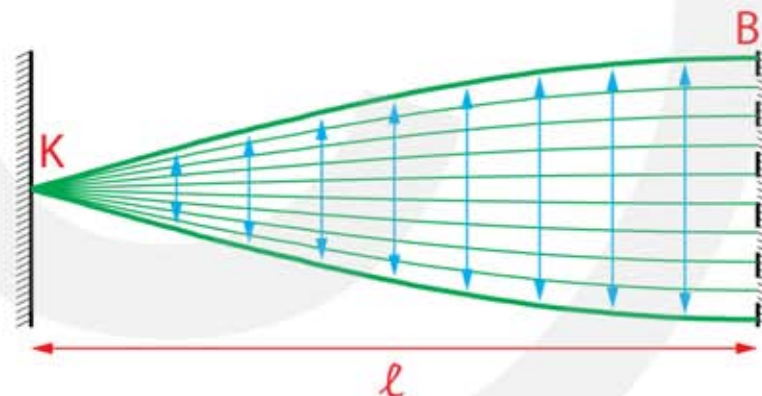
We richten ons nu op situaties waarbij één uiteinde vast is en het andere uiteinde los. Dat wil zeggen: we nemen een staaf die aan één kant is vastgemaakt en aan de andere kant vrij kan trillen. Zie figuur 49.

**Figuur 49** Staaf die aan één kant vast zit en aan de andere kant vrij kan trillen.



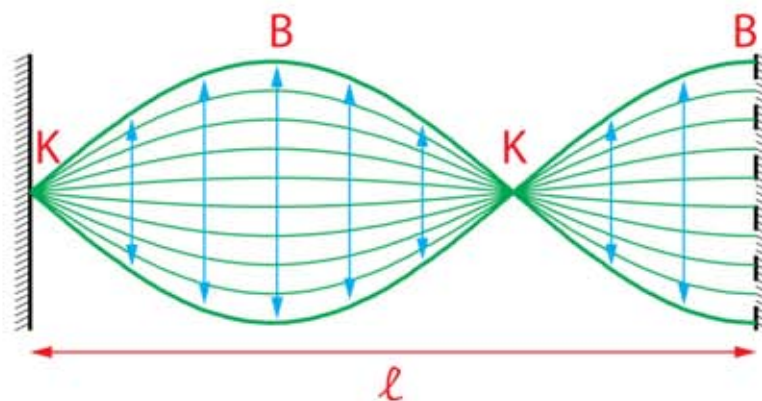
Bij het vaste uiteinde kan de staaf niet trillen en is de amplitude nul. Bij het losse uiteinde kan de staaf juist gemakkelijk trillen. Daar is de amplitude maximaal. In de grondtoon bevindt zich een knoop bij het vaste uiteinde en een buik bij het losse uiteinde. In figuur 50 zie je hoe de staaf in zijn grondtoon trilt.

**Figuur 50** Staande golf in staaf die aan één kant is vastgemaakt en aan de andere kant vrij kan trillen. Dit is de staande golf met de grootste mogelijke golflengte en de laagst mogelijke frequentie. Deze staande golf produceert de grondtoon.

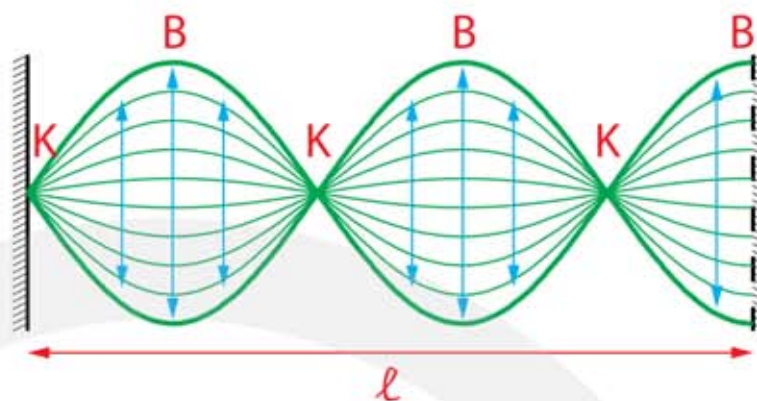


Ook nu kunnen er boventonen ontstaan, zoals te zien in de figuren 51 en 52.

**Figuur 51** Staande golf in staaf die aan één kant is vastgemaakt en aan de andere kant vrij kan trillen. Dit is de golf met de op 1 na grootste golflengte: de 1<sup>e</sup> boventoon.



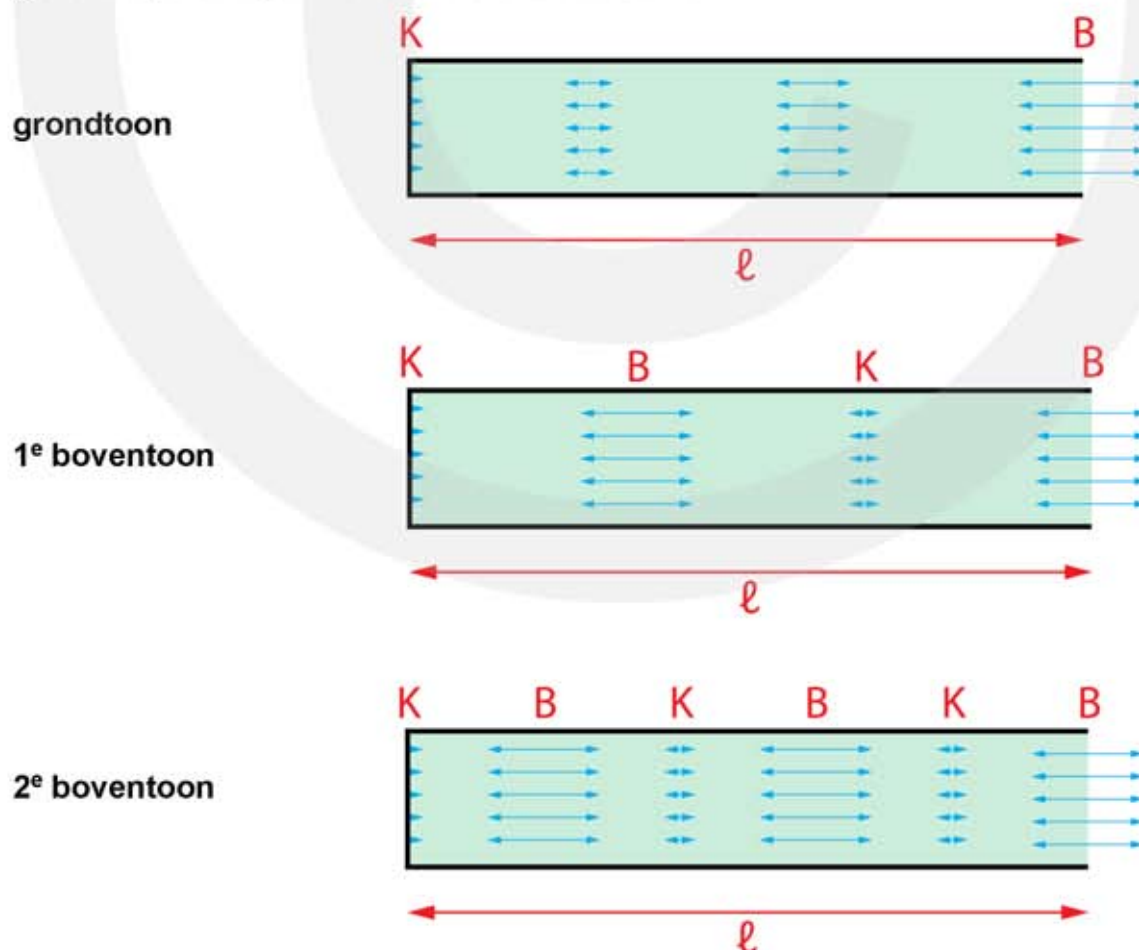
**Figuur 52** Staande golf in staaf die aan één kant is vastgemaakt en aan de andere kant vrij kan trillen. Dit is de golf met de op twee na grootste golflengte: de 2<sup>e</sup> boventoon.



### Blaasinstrumenten met één dicht en één open uiteinde

Sommige blaasinstrumenten hebben een dicht uiteinde bij het mondstuk en een open uiteinde aan de andere kant. Voorbeelden zijn: klarinet, saxofoon, hobo, fagot, trompet, trombone, hoorn, panfluit.

In een buis met een open en een dicht uiteinde bevindt zich altijd een knoop bij het dichte uiteinde en een buik bij het open uiteinde. Bij het dichte uiteinde kan de lucht niet trillen, zodat daar een knoop ontstaat. Bij het open uiteinde kan de lucht gemakkelijk trillen, zodat daar een buik ontstaat.



**Figuur 53** Lucht kolom met een dicht en een open uiteinde.



staande golf vast – los in klankstaaf	staande golf dicht – open in luchtkolom	toon	lengte van de snaar	golflengte	frequentie
		grondtoon	$l = 1 \cdot \frac{1}{4} \lambda_0$	$\lambda_0 = \frac{4 \cdot l}{1}$	$f_0 = 1 \cdot \frac{v_{\text{golf}}}{4l}$
		1 <sup>e</sup> boventoon	$l = 3 \cdot \frac{1}{4} \lambda_1$	$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{3}$	$f_1 = 3 \cdot f_0$
		2 <sup>e</sup> boventoon	$l = 5 \cdot \frac{1}{4} \lambda_2$	$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{5}$	$f_2 = 5 \cdot f_0$

Voor een staaf met lengte  $l$  met een vast en een los uiteinde geldt:

$$l = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- $l$  is de lengte van de klankstaaf of luchtkolom in meter (m)
- $n$  is het aantal knopen of buiken:  $n = 1, 2, 3, \dots$
- $\lambda$  is de golflengte in meter (m)

#### VOORBEELD orgelpijp

Een orgelpijp heeft een open en een gesloten uiteinde.  
De frequentie van de 2<sup>e</sup> boventoon is 550 Hz. De  
geluidssnelheid is 343 m/s.

**Bereken de lengte van de orgelpijp.**

- patroon 2<sup>e</sup> boventoon: B – K – B – K – B – K
- $l = 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = \frac{4}{5} \cdot l$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 343 = 550 \cdot \lambda_2 \rightarrow \lambda_2 = 0,6236 \text{ m}$
- $l = 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda \rightarrow l = \frac{5}{4} \cdot 0,6236 = 0,7795 = 0,78 \text{ m}$

Het gesloten uiteinde wordt opengemaakt.

**Welke frequentie heeft de 2<sup>e</sup> boventoon nu?**

- patroon 2<sup>e</sup> boventoon: B – K – B – K – B – K – B
- $l = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda \rightarrow 0,7795 = \frac{6}{4} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 0,5197 \text{ m}$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda \rightarrow 343 = f \cdot 0,5197 \rightarrow f = 660 \text{ Hz}$



## VOORBEELD panfluit

Een panfluit heeft een buis met een lengte van 19,5 cm. Aan de onderkant is de buis gesloten.  $T = 20\text{ }^\circ\text{C}$ .



### Bereken welke toon deze buis voortbrengt.

- patroon grondtoon: B – K
- $\ell = \frac{1}{4} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 4 \cdot \ell$
- $\lambda = 4 \cdot 0,195 = 0,78\text{ m}$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda$
- $v_{\text{golf}} = 343\text{ m/s}$  bij  $T = 20\text{ }^\circ\text{C}$
- $343 = 0,78 \cdot f \rightarrow f = 439,74 = 440\text{ Hz} \rightarrow$  muzieknoot A1

### Bereken de frequentie van de 1<sup>e</sup> boventoon van deze buis.

- patroon 1<sup>e</sup> boventoon: B – K – B – K
- $\ell = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = \frac{3}{4} \cdot \ell$
- $\lambda = \frac{4}{3} \cdot 0,195 \rightarrow \lambda = 0,26\text{ m}$
- $v_{\text{golf}} = f \cdot \lambda$
- $343 = f \cdot 0,26 \rightarrow f_1 = 1319,2 = 1,32 \cdot 10^3\text{ Hz}$
- controle:  $f_1 = 3 \cdot f_0 \rightarrow 1320 = 3 \cdot 440 \rightarrow$  klopt

## Het spelen van een toon

Bij het bespelen van een blaasinstrument ontstaan er staande longitudinale golven in een buis met lucht. De staande golf met  $n = 1$  is de toon met de laagste frequentie en wordt de **grondtoon** genoemd. De frequentie van de grondtoon wordt aangegeven als  $f_0$ . De grondtoon is het duidelijkst hoorbaar en bepaalt de toonhoogte. De staande golven met  $n = 2, 3, 4, \dots$  hebben een kleinere amplitude en zijn daarom minder goed te horen. Dit zijn de **boventonen** met frequenties  $f_1, f_2, f_3, \dots$  die de klankkleur bepalen.

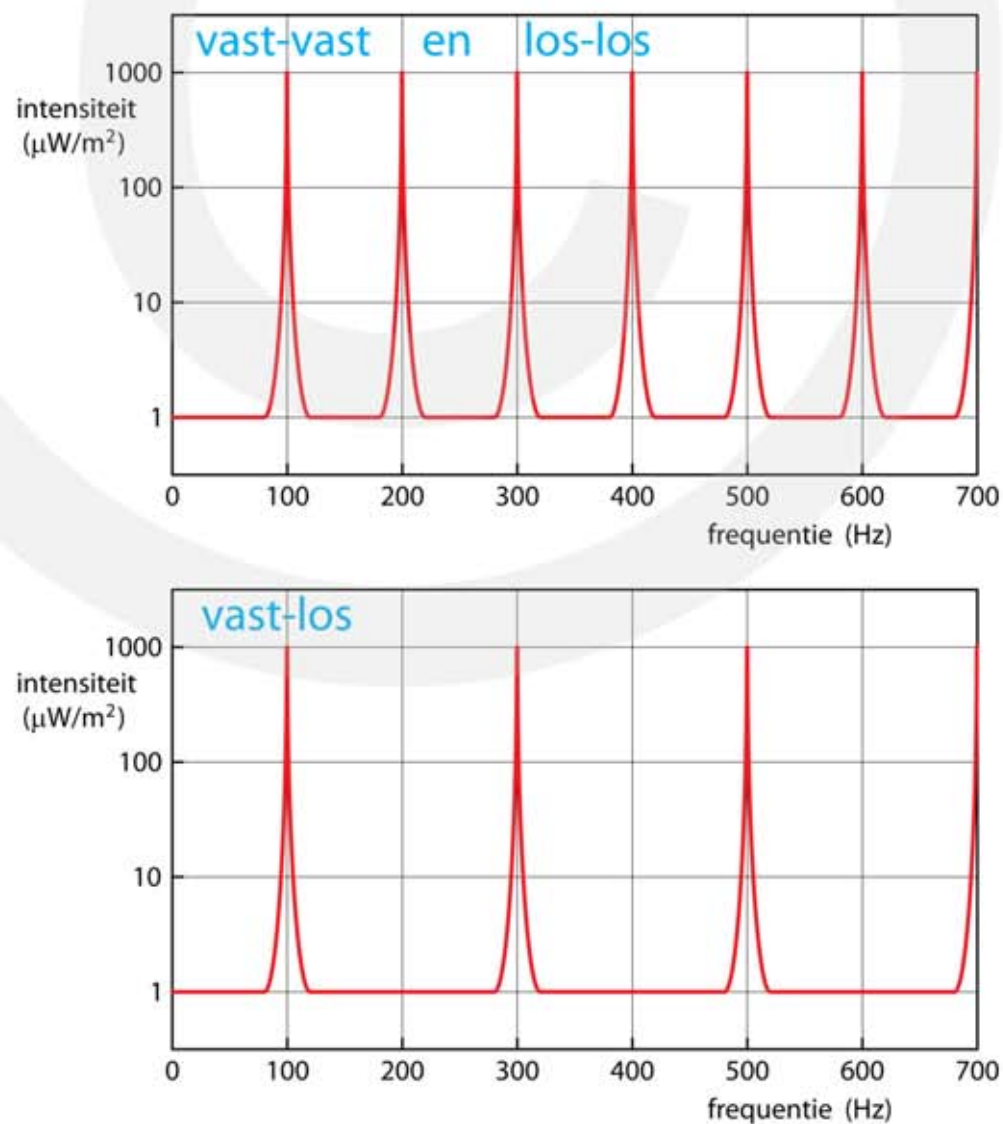
Een panfluit en een kerkorgel hebben voor iedere toon een aparte pijp. Korte pijpen geven hoge tonen en lange pijpen lage tonen. De meeste andere blaasinstrumenten hebben maar één buis. De toonhoogte wordt bepaald door de lengte van de buis. Bij het spelen verandert de muzikant de lengte van de buis. Hiervoor worden verschillende methoden toegepast. Bij een blokfluit, dwarsfluit, saxofoon, klarinet, hobo, fagot, ... zijn er in de buis gaten aangebracht die de muzikant bij het spelen kan openen of sluiten. Als alle gaten gesloten zijn klinkt de laagste toon. Als een gat wordt geopend kan de lucht daar ontsnappen en wordt de effectieve lengte van de buis verkort. Op de plaats van het gat ontstaat er een buik.



Bij een trompet, hoorn, tuba, ... wordt gebruik gemaakt van ventielen. Door een ventiel in te drukken wordt een omleiding opengezet, waardoor de effectieve lengte van de buis wordt verlengd. Bij een trombone wordt de lengte van de buis veranderd door twee buizen in elkaar te schuiven. Bij een muziekinstrument ligt de plaats van de buik niet exact bij het uiteinde. Meestal zit er nog een paar centimeter tussen. De vorm van het instrument speelt daarbij een rol. Het maken van een muziekinstrument is daarom niet alleen een kwestie van natuurkundige berekeningen. Het menselijk gehoor bepaalt uiteindelijk wat "mooi" is en wat niet.

### Muziekinstrumenten in de praktijk

Om onderscheid te maken tussen de verschillende soorten instrumenten wordt het frequentiespectrum gemeten. Dit is een diagram met op de verticale as de geluidsintensiteit en op de horizontale as de frequentie. In figuur 54 zie je het theoretische frequentiespectrum van ideaal vast-vast, los-los en vast-los instrumenten. In alle gevallen heeft de grondtoon een frequentie van 100 Hz.



**Figuur 54**  
Frequentie-  
spectrum voor  
ideale muziek-  
instrumenten

In de praktijk produceren muziekinstrumenten frequenties die niet exact voldoen aan de formules voor vast-vast, los-los of vast-los. Vaak ligt de buik niet precies bij het open uiteinde maar een eindje ernaast. Ook hebben niet alle boventonen dezelfde intensiteit. Soms kan er een boventoon ontbreken.

Tegenwoordig kunnen muziekinstrumenten op een computer worden nagebootst. Het frequentiespectrum van alle bekende muziekinstrumenten is hiervoor gemeten en in het geheugen van de computer opgeslagen. De computer kan met deze informatie een heel symfonieorkest nabootsen. Toch zal een geoefende luisteraar het verschil horen tussen bijvoorbeeld een echte viool en een nagebootste viool. Voor een expert is het zelfs mogelijk onderscheid te maken tussen een Stradivarius-viool uit de 17<sup>e</sup> eeuw en een moderne viool.

### De menselijke stem

Bij het zingen en praten wordt lucht uit de longen door de aangespannen stembanden geleid. De stembanden gaan trillen met de grondtoon en ook weer een aantal boventonen. Hierdoor wordt de lucht in de keel en mondholte in trilling gebracht. De stembanden zijn een soort snaren waarvan de spankracht door spieren kan worden aangepast, zie figuur 55. Hierdoor veranderen de frequenties van de grondtoon en van de boventonen. Bij lage tonen is de spankracht van de stembanden klein en bij hoge tonen groot. Ook de lengte van de stembanden is van belang. Bij jongens worden de stembanden langer in de pubertijd, waardoor hun stem lager wordt.



**Figuur 55** Strottenhoofd met stembanden (geel).