

1 Meten en Rekenen

havo

1.0 Overzicht

1.1 Wat is natuurkunde?

- Wat is natuurkunde?
- Waaraan moet een natuurkundige theorie voldoen?
- Hoe wordt natuurkundig onderzoek uitgevoerd?
- Hoe zijn natuurkunde en technologie met elkaar verbonden?
- Wanneer is een waarneming objectief?
- Wanneer is een waarneming reproduceerbaar?
- Hoe doe je een experiment?
- Hoe schrijf je een verslag?

1.2 Grootheid en eenheid

- Wat is een grootheid en wat is een eenheid?
- Wat zijn de eenheden van lengte, tijd en massa?
- Wat wordt bedoeld met een SI basisgrootheid en een SI basiseenheid?
- Wanneer mag je grootheden bij elkaar optellen?
- Wanneer mag je grootheden met elkaar vermenigvuldigen?
- Wanneer heeft een getal geen eenheid?
- Hoe reken je eenheden in elkaar om?
- Wat is de omrekenfactor?

1.3 Lengte, oppervlakte en volume

- Wat zijn de eenheden van lengte, oppervlakte en volume?
- Hoe moet je omrekenen van $\text{mm} \leftrightarrow \text{cm} \leftrightarrow \text{dm} \leftrightarrow \text{m}$?
- Hoe verandert de verhouding tussen lengte, oppervlakte en volume?
- Wat is een schaalfactor?

1.4 Rekenen met machten van 10

- Waarom gebruik je vaak machten van 10?
- Wat is de wetenschappelijke notatie?
- Wat zijn de meest gebruikte voorvoegsels?
- Hoe moet je omrekenen van $\mu\text{g} \leftrightarrow \text{mg} \leftrightarrow \text{g} \leftrightarrow \text{kg}$?
- Waarom moet je in de natuurkunde soms een schatting maken?
- Wat is de ordegröte van een getal?

1.5 Meetonzekerheid

- Waardoor ontstaat meetonzekerheid?
- Wat is witte ruis?
- Waardoor ontstaat een toevallige fout?
- Waardoor ontstaat een systematische fout?

- Hoe noteer je de meetonzekerheid?
- Wat zijn significante cijfers en waarom zijn ze belangrijk?
- Hoe bepaal je het aantal significante cijfers van een getal?
- Wat bepaalt het aantal significante cijfers bij vermenigvuldigen en delen?
- Wat zijn cijfers achter de komma (decimalen)?
- Wat bepaalt het aantal decimalen bij optellen en aftrekken?
- Hoe bereken je de procentuele meetonzekerheid?

1.6 Diagrammen

- Waaraan moet een diagram voldoen?
- Hoe moet je een diagram aflezen?
- Wat is het verschil tussen schetsen en tekenen van een diagram?
- Wat is de steilheid van een grafiek?
- Wat is de oppervlakte onder een grafiek?
- Wat betekent Bepaal ?
- Hoe geef je de meetonzekerheid aan in een diagram?
- Hoe bepaal je de maximale en minimale steilheid?
- Waarom is het handig om een kromme grafiek recht te maken?
- Wat bedoel je met het aanpassen van de grootte?
- Wat is een logaritmische schaalverdeling?

1.7 Formules

- Welke symbolen (letters) gebruik je in een formule?
- Wat moet je doen als je de waarde van een grootte moet uitrekenen?
- Wat betekent Bereken ?
- Wat moet je doen als je de eenheid moet afleiden?
- Wat betekent Leid af ?
- Wat moet je doen als je een formule moet ombouwen?
- Wat moet je doen als je een formule moet afleiden?
- Wanneer is een redenering geldig?
- Welke denkfout wordt veel gemaakt?
- Wat betekent Beredeneer , Leg uit , Toon aan dat , Toon aan of ?
- Wat zijn axioma's in de wiskunde?
- Wat neemt in de natuurkunde de plaats in van axioma's?
- Zijn natuurkundige resultaten toevallige uitkomsten?
- Wat is het verschil tussen een natuurkundige theorie en een mening?

1.1 Kennis van de natuur

Wat is natuurkunde?

Natuurkunde is de wetenschap die als doel heeft om alles wat objectief kan worden waargenomen te beschrijven en te verklaren.

De natuurkunde richt zich op de **algemene eigenschappen** van voorwerpen en niet op de eigenschappen van één specifiek voorwerp. Daarbij moeten de eigenschappen **objectief** waargenomen worden. Als maar één of enkele mensen iets waarnemen maken deze waarnemingen geen deel uit van de natuurkunde. Deze waarnemingen zijn niet objectief maar **subjectief**. Alleen als iets in principe door iedereen kan worden waargenomen, eventueel met de hulp van instrumenten, wordt het onderdeel van de natuurkunde.

Het doel van de natuurkunde is om met zo min mogelijk aannames en zo min mogelijk theorieën zoveel mogelijk verschillende waarnemingen met elkaar in verband te brengen. Een natuurkundige verklaring is **het aanbrenge van verbanden** tussen verschillende soorten waarnemingen.

In de natuurkunde zijn alleen de resultaten van objectieve waarnemingen geldig. Een objectieve **waarneming** is per definitie **waar**. Is er geen overeenstemming tussen de waarneming en de heersende theorie of opvatting, dan moet de theorie of opvatting wijken. In de natuurkunde bestaat geen gezag of autoriteit. De status van een persoon, het aantal mensen dat een theorie aanhangt of de tijd waarin een opvatting al bestaat en wordt aanvaard doet in de natuurkunde niet ter zake. Alleen objectief waarneembare uitkomsten van nauwkeurige experimenten zijn feiten waar niemand omheen kan. Een geldige natuurkundige theorie is **in overeenstemming met alle door waarnemingen verkregen feiten** en biedt de mogelijkheid om de uitkomst van nieuwe experimenten met grote nauwkeurigheid correct te **voorspellen**.

Om waarnemingen zo zuiver mogelijk te doen worden **experimenten** uitgevoerd. Bij een experiment worden van een goed gedefinieerd **object** de omstandigheden zorgvuldig gecontroleerd. Vervolgens wordt één van de omstandigheden veranderd. Hoe het object hierop reageert wordt daarna met nauwkeurige meetinstrumenten vastgesteld.

Theorie en praktijk

Wil je weten hoe objectieve waarnemingen met elkaar samenhangen, dan moet je beginnen met nauwkeurig waarnemen. Goed doordachte en goed uitgevoerde experimenten doen. Je begint met een **vraag** waar je een antwoord op wilt. Je hebt een vermoeden of **hypothese**. Een hypothese is een veronderstelling die je voorlopig als waarheid aanneemt. Je denkt na over de experimenten die een antwoord op je vraag kunnen geven. Vervolgens ga je deze **experimenten** uitvoeren. Over de

uitkomt van deze experimenten ga je **nadenken**. Je voert met jezelf of met anderen een **discussie**, waarin je de resultaten van alle kanten bekijkt. Je verzint een **theorie** en je bedenkt nieuwe experimenten om te controleren of je theorie klopt met de praktijk. Uiteindelijk kom je tot een **conclusie**. Zijn de experimenten succesvol dan heb je een antwoord gekregen op je onderzoeksvraag en weet je of je hypothese waar is of niet. Vaak roept je conclusie een nieuwe vraag op, waardoor het hele proces zich herhaalt. Deze cyclus houdt nooit op, want je komt er meestal achter dat de zaken ingewikkelder zijn dan op het eerste gezicht lijkt.

Het toetsen van je theorie aan de praktijk is het belangrijkste. Want hoe logisch of vanzelfsprekend je theorie ook lijkt, als het niet klopt met de praktijk is het niet geldig. Om te bewijzen dat je theorie waar is moet het in overeenstemming zijn met alle eerder gedane waarnemingen. Bovendien moet je theorie de uitkomst van nieuwe experimenten goed kunnen **voorspellen**. Je theorie moet niet alleen voorspellen **wat** er gebeurt, maar vooral ook **hoeveel** er verandert of hoeveel er van iets aanwezig is.

Als blijkt dat je theorie de uitkomst van nieuwe experimenten niet helemaal goed voorspelt hoeft je theorie niet helemaal fout te zijn. Je kunt tot de conclusie komen dat je theorie soms goed is maar niet altijd. Bij de oude experimenten gaf je theorie correcte voorspellingen, maar bij nieuwe experimenten komen de voorspellingen niet goed uit. Je gaat daarom een betere theorie bedenken die zowel de oude als de nieuwe waarnemingen kan verklaren. Soms kun je de oude theorie opnemen in je nieuwe theorie als speciaal geval. Lukt dat niet dan moet je een totaal andere theorie opstellen.

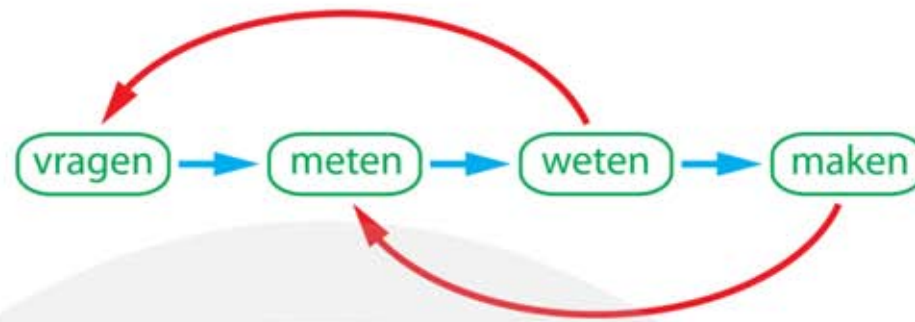
Het hierboven beschreven proces van **vragen** → **meten** → **weten** is in figuur 1 schematisch weergegeven. De rode pijl terug van weten naar vragen maakt dat het proces niet stopt. Er komen steeds weer nieuwe vragen.

Figuur 1 Van vragen, via meten tot weten.



De vragen die door het onderzoek worden opgeroepen zijn steeds moeilijker. Om het antwoord op de nieuwe vragen te vinden zijn ingewikkelde experimenten nodig. Vandaar dat aan het bovenstaande schema nog iets ontbreekt. Uit het weten komen namelijk niet alleen nieuwe vragen voort maar ook nieuwe **technologie**. Doordat je meer weet kun je betere **instrumenten maken** waarmee je moeilijkere experimenten kunt doen. We voegen daarom een tweede lus aan het schema toe en komen tot figuur 2. Deze figuur laat zien dat het wetenschappelijk proces een dubbele spiraal is. Er ontstaat steeds meer kennis die nieuwe vragen oproept. En er ontstaat nieuwe technologie, waarmee de apparatuur wordt gemaakt die nodig is om deze nieuwe vragen te beantwoorden.

Figuur 2 Weten roept nieuwe vragen op en brengt nieuwe technologie voort.



Waarnemen

Je zintuigen zijn niet geschikt om te bepalen hoeveel er aanwezig is of hoeveel er verandert. Stel dat je de temperatuur van het water uit een kraan wilt weten. Om er achter te komen laat je het water over je hand stromen. Vriest het buiten en heb je daardoor ijskoude handen, dan concludeer je dat de temperatuur van het water hoog is. Maar als je net een warme douche hebt genomen concludeer je dat het water uit de kraan een lage temperatuur heeft. Je waarneming is dus niet **betrouwbaar**. Wat je nodig hebt is een meetinstrument. Met een thermometer kun je meten hoeveel graden het water is. Het maakt dan niet meer uit of je het toevallig koud of warm hebt. Het maakt ook niet uit of jij de meting doet of iemand anders. Je waarneming is nu **objectief** geworden. Iedereen die hetzelfde experiment uitvoert vindt hetzelfde resultaat. Verder kan jij of iemand anders het experiment net zo vaak herhalen als je wilt, als het goed is krijg je steeds hetzelfde antwoord.

Een waarneming is **objectief** als iedereen dezelfde waarneming kan doen.

Een waarneming is **reproduceerbaar** als bij gelijke omstandigheden steeds hetzelfde wordt waargenomen.

Natuurkundigen zijn meestal pas tevreden als ze weten hoeveel er van iets is of hoeveel er verandert. De uitspraak: "deze stok is lang" bevat geen enkele informatie en is daarom waardeloos. De uitspraak: "deze stok is langer dan die stok" bevat wel informatie maar meestal is een natuurkundige hier niet tevreden mee. Een natuurkundige wil weten dat de ene stok bijvoorbeeld 2,68 keer zo lang is dan de andere stok.

Experiment en verslag

Een experiment pak je altijd op dezelfde manier aan. Van ieder experiment maak je een verslag. Daarbij houd je altijd dezelfde volgorde aan. In deze werkwijze is er een belangrijk onderscheid tussen **feiten** en **meningen**. De feiten uit het onderzoek heet het **resultaat**, jouw mening hierover schrijf je op als **bespreking**.

feit	=	resultaat van een experiment
mening	=	bespreking van wat je hebt waargenomen

Het schema zoals je te werk moet gaan bij het doen van een experiment en het schrijven van een verslag vind je hieronder.

– onderzoeksvraag –

- Begin met een onderzoeksvraag: wat wil je weten?

– hypothese –

- Schrijf op van welke veronderstelling je voorlopig uitgaat.

– werkplan –

Materialen

- Maak een lijst met speciale spullen die je nodig hebt.

Methode

- Verzin een experiment waarbij je ervoor zorgt dat je alles onder controle hebt.
- Verander stapsgewijs één omstandigheid, alle andere omstandigheden moeten precies hetzelfde blijven.
- Tijdens het experiment let je goed op wat er gebeurt.
- Richt al je aandacht op wat er verandert en hoeveel het verandert.

– resultaat –

- Het resultaat is de uitkomst van het experiment.
- Ook al snap je er niets van, het resultaat zijn de feiten die je moet accepteren.

– bespreking –

- Wat valt je op bij het resultaat?
- Ga na of het op dingen lijkt die je eerder gezien hebt.
- Zit er samenhang (een patroon) in de resultaten en zo ja wat dan?
- Denk na of je er misschien iets van begrijpt.

– conclusie –

- Hoe zit het volgens jou?
- Wat is het antwoord op de onderzoeksvraag?
- Is je hypothese waar of niet waar?

Natuurkunde en technologie

Natuurkundige ontdekkingen leiden vaak tot technische vooruitgang. Nieuwe of verbeterde producten, gebruiksvoorwerpen of meetinstrumenten kunnen dan worden gemaakt. Vaak is de wens om technologische vooruitgang te bereiken een drijvende kracht om natuurkundig onderzoek te doen. Maar het gebeurt ook dat natuurkundige kennis pas na tientallen jaren, honderden jaren of helemaal nooit technische vooruitgang oplevert. Het is niet te voorspellen welke consequenties nieuwe natuurkundige inzichten zullen krijgen. Het is daarom maar beter om je er niet te druk over te maken. Zoals Aristoteles (Griekenland, 384 – 322 v. Chr.) al schreef: *"Het is naar weten dat alle mensen van nature streven."* Natuurkunde doe je voor je plezier. Omdat je nieuwsgierig bent en wilt weten waarom de dingen zijn zoals ze zijn.

Natuurkunde is een ontdekkingsreis naar de verborgen wereld van de dingen. En iedereen is uitgenodigd om mee te gaan. Je zult versteld staan over hoeveel er inmiddels bekend is. Af en toe kom je in aanraking met de randen van de huidige kennis. Want lang niet alles is bekend, en dat maakt onze ontdekkingsreis alleen maar spannender.

1.2 Grootheid en eenheid

Grootheid en eenheid

Als je wilt weten hoe de wereld in elkaar zit moet je gaan meten. Maar wat is meten eigenlijk? Eerst moet je nadenken over wat je eigenlijk wilt meten. Bijvoorbeeld de lengte of het gewicht. Dat wat je kunt meten noemen we een **grootheid**.

Nu je weet wat je wilt meten moet je afspreken waarmee je het gaat vergelijken. Stel je wilt weten hoe lang je tafel is. Dan ga je eerst een meetlat maken met streepjes erop. De afstand tussen de streepjes moet steeds hetzelfde zijn. Deze vaste afstand noemen we de **eenheid**. Daarna houd je je meetlat langs de tafel en lees je af hoeveel streepjes erop passen. Dat aantal schrijf je op.

grootheid	→	iets wat je kunt meten
eenheid	→	de maat waarmee je het vergelijkt

Gelukkig hoef je niet steeds zelf te verzinnen hoever de streepjes uit elkaar moeten staan. Ongeveer 200 jaar geleden zijn er afspraken gemaakt over standaardeenheden waaraan iedereen zich nu houdt.

– lengte –

De standaardeenheid van lengte is de meter. Dat is ongeveer de grootte van een stap. Omdat de stapgrootte van ieder mens anders is hebben we afgesproken de omtrek van de aarde in 40 miljoen gelijke stukjes te verdelen en dat als standaardeenheid van lengte te gaan gebruiken. Tweehonderd jaar geleden is een platina-iridium staaf precies op de juiste lengte afgezaagd. Deze staaf heeft lange tijd gefungeerd als de meter. Nu wordt deze staaf niet meer gebruikt en staat hij in een museum in Sèvres vlakbij Parijs.



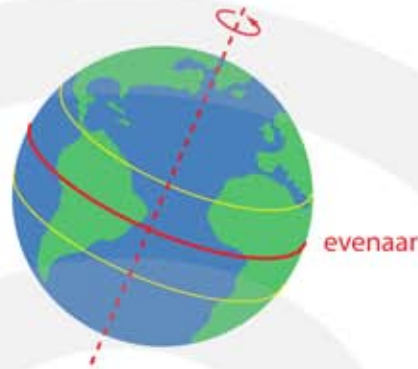
Figuur 3 De staaf die als standaardmeter is gebruikt.

VROEGER Eén meter is $1/10.000.000$ deel van de meridiaan door Parijs tussen de Noordpool en de evenaar.

NU Eén meter is de afstand die licht in vacuüm aflegt in $1 / 299792458$ seconde.

– tijd –

De standardeenheid van tijd is de seconde. De aarde draait iedere dag een rondje om haar as. Lang geleden is afgesproken dat een dag wordt verdeeld in 24 uur. Een uur heeft 60 minuten en een minuut heeft 60 seconden. De aarde heeft dus $24 \times 60 \times 60 = 86400$ seconden nodig om een rondje om haar as te maken.



Figuur 4 De rotatie van de aarde is als standaardtijd gebruikt.

VROEGER Eén seconde is $1 / 86400$ deel van de tijd die de aarde nodig heeft om één rondje om haar as te maken.

NU Eén seconde is 9.192.631.770 keer de trillingstijd van straling afkomstig van het cesium-133 atoom.

– massa –

De standardeenheid van massa is de kilogram. Een kilogram is net zoveel materie als één liter water bij een temperatuur van vier graden Celsius. In 1889 is een platina-iridium blokje gemaakt met dezelfde massa en dit blokje fungeerde tot 2019 als standaard kilogram. Onlangs is een nieuwe afspraak gemaakt, gebaseerd op fundamentele natuurconstanten.



Figuur 5 Het blokje platina-iridium dat als standaard-kilogram is gebruikt.

VROEGER Eén kilogram is evenveel materie als het standaard platina-iridium blokje bevat.

NU Eén kilogram is gebaseerd op de lichtsnelheid, de eenheid van tijd en de constante van Planck.

SI basisgrootheden en SI basiseenheden

In 1960 is het internationale SI systeem (Système International d'Unités) ontwikkeld. Het SI systeem bevat zeven basisgrootheden met bijbehorende eenheid. Door een combinatie te maken van deze zeven basisgrootheden kunnen alle SI standaardgrootheden worden gedefinieerd. In BINAS tabel 3A vind je de SI basisgrootheden. De grootheden en eenheden gebaseerd op deze basisgrootheden vind je in BINAS tabel 4.

Tabel 1 De SI basisgrootheden met hun eenheid.

basisgrootheid	symbool	basiseenheid	symbool
lengte	ℓ	meter	m
tijd	t	seconde	s
massa	m	kilogram	kg
temperatuur	T	kelvin	K
stroomsterkte	I	ampère	A
lichtsterkte	I	candela	cd
hoeveelheid stof	n	mol	mol

Optellen en aftrekken van grootheden en eenheden

Grootheden en eenheden die van elkaar verschillen horen bij verschillende eigenschappen. Vandaar dat de gemeten waarden van verschillende grootheden niet mogen worden opgeteld of afgetrokken. Zijn twee grootheden wel gelijk, dan mag je de gemeten waarden alleen optellen of aftrekken als dezelfde eenheid is gebruikt.

Verskillende grootheden en eenheden mag je niet bij elkaar optellen.

Gelijke grootheden mag je alleen optellen als ze dezelfde eenheid hebben.

VOORBEELD verschillende grootheden optellen

- je massa is 50 kg en je bent 1,6 m lang
- je massa plus je lengte is 51,6
- maar dat is ook zo als je 49,5 kg weegt en 2,1 m lang bent
- 51,6 kg+m geeft geen informatie
- massa plus lengte heeft geen natuurkundige betekenis

VOORBEELD dezelfde grootheden optellen

- je been is 1 m lang en je arm is 60 cm lang
- de lengte van je been en je arm samen is 160 cm

Vermenigvuldigen en delen van grootheden

De gemeten waarden van verschillende grootheden mag je wel met elkaar vermenigvuldigen of op elkaar delen. Je krijgt dan een nieuwe waarneembare grootheid.

Grootheden mag je altijd met elkaar vermenigvuldigen of op elkaar delen.

VOORBEELD dezelfde grootheden met elkaar vermenigvuldigen

- oppervlakte is lengte \times lengte met als eenheid $m \times m = m^2$
- volume is lengte \times lengte \times lengte met als eenheid $m \times m \times m = m^3$

VOORBEELD verschillende grootheden met elkaar vermenigvuldigen

- de stroomsterkte 0,40 A en de weerstand is 50 Ω
- $U = I \cdot R$ de spanning is $U = 0,40 \cdot 50 = 20$ V

VOORBEELD verschillende grootheden op elkaar delen

- je weegt 48 kg en je bent 1,6 m lang
- je lichaam weegt gemiddeld $48 / 1,6 = 30$ kilogram per meter (kg / m)

VOORBEELD dezelfde grootheden op elkaar delen

- de oppervlakte gedeeld door een lengte is een lengte $(m \times m) / m = m$
- het volume gedeeld door de lengte is een oppervlakte $(m \times m \times m) / m = m^2$

Getallen zonder eenheid

In de natuurkunde zijn er ook getallen zonder eenheid. In dat geval is er twee keer eenzelfde soort meting uitgevoerd en zijn de resultaten op elkaar gedeeld. Het antwoord is dan een **verhouding**.

Deel je grootheden met dezelfde eenheid op elkaar dan is het antwoord een verhouding zonder eenheid.

VOORBEELD verhouding

- je wilt weten hoe vaak de lengte van je duim (0,05 m) past op de lengte van je arm (0,8 m).
- de verhouding is $0,8 / 0,05 = 16$ **geen eenheid want een verhouding**

VOORBEELD het getal π (pi)

- je wilt weten hoe vaak de diameter van een cirkel past op de omtrek.
- omtrek / diameter = $\pi = 3,14159 \dots$ **geen eenheid want een verhouding**

Noteren van eenheden

De eenheid wordt altijd achter de meetwaarde opgeschreven. Als je bijvoorbeeld de temperatuur moet uitrekenen schrijf je $T = \dots \text{ }^\circ\text{C}$. Soms is de eenheid een combinatie van basiseenheden. Zo is de eenheid van arbeid newton keer meter. Dit schrijf je op als N m (met spatie). Snelheid heeft als eenheid meter per seconde. Dit schrijf je op als m / s of als m s^{-1} . Bij de laatste notatie gebruik je de afspraak dat $x^{-1} = 1/x$.

Hieronder zie je enkele voorbeelden van deze notatie:

$$v = \dots \text{m/s} \quad \text{of} \quad v = \dots \text{m s}^{-1} \quad (\text{snelheid})$$

$$a = \dots \text{m/s}^2 \quad \text{of} \quad a = \dots \text{m s}^{-2} \quad (\text{versnelling})$$

$$F = \dots \text{kg m/s}^2 \quad \text{of} \quad F = \dots \text{kg m s}^{-2} \quad (\text{kracht})$$

Omrekenen van eenheden

De standaardeenheden worden zoveel mogelijk, maar niet altijd, gebruikt. Soms is een eenheid uit het verleden nog steeds gangbaar. Denk bijvoorbeeld aan de calorie als eenheid van warmte-energie. Jammer, want dit geeft onnodige verwarring. Soms is het juist handig om een andere eenheid te gebruiken, want dan voorkom je erg grote of erg kleine getallen. Denk aan de lichtjaar als eenheid van afstand. De afstand van de aarde tot de Poolster is $4,10 \cdot 10^{18} \text{ m}$. Deze afstand is gelijk aan 433 lichtjaar.

In BINAS tabel 5 vind je eenheden die geen standaardeenheden zijn en de bijbehorende **omrekenfactor**. Het gebruik van een omrekenfactor is toegestaan als er een rechtevenredig verband is tussen de exotische eenheid en de standaard eenheid. In dat geval kun je een verhoudingstabel gebruiken.

VOORBEELD de snelheid van een schip

In de scheepvaart wordt de snelheid vaak aangegeven in knopen. Een knoop is één zeemijl per uur.

Hoeveel meter per seconde is één knoop?

- opzoeken in Binas tabel 5: één zeemijl is 1852 meter (exact)
- een uur is $60 \cdot 60 = 3600 \text{ s}$ (exact)
- één knoop is $\frac{1852}{3600} = 0,51444 \text{ m/s}$

Een veerboot heeft een snelheid van 24 km/h .

Hoeveel knopen is dit?

- verhoudingstabel:

knoop	1	x
km/h	1,852	24
- kruislings vermenigvuldigen: $1,852 \cdot x = 24 \rightarrow x = 12,959$
- de snelheid van het schip is 13 knopen

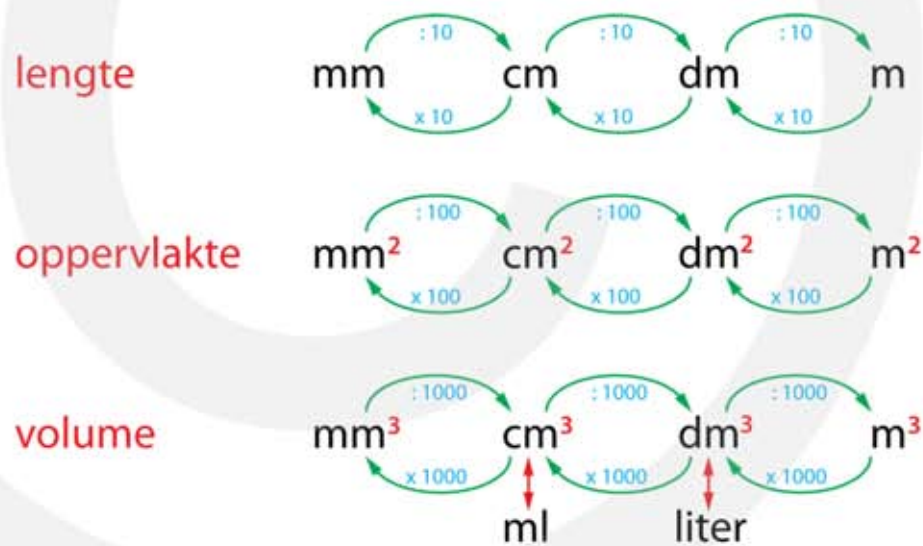
1.3 Lengte, oppervlakte en volume

We leven in een drie-dimensionale ruimte, want er zijn drie richtingen waarin je kunt bewegen: van voor naar achter, van links naar rechts en van boven naar onder.

Van een voorwerp, zoals een kist, kun je de lengte, de breedte en de hoogte meten. Neem een kist van 3 m lang, 2 m breed en 1 m hoog. De kist heeft een **oppervlakte** van $2 \cdot (3 \cdot 1) + 2 \cdot (2 \cdot 1) + 2 \cdot (3 \cdot 2) = 22 \text{ m}^2$ en een inhoud (volume) van $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \text{ m}^3$.

lengte	m	=	m	meter
oppervlakte	m · m	=	m ²	vierkante meter
volume	m · m · m	=	m ³	kubieke meter

Hieronder zie je een schema voor het omrekenen van lengte, oppervlakte en volume.



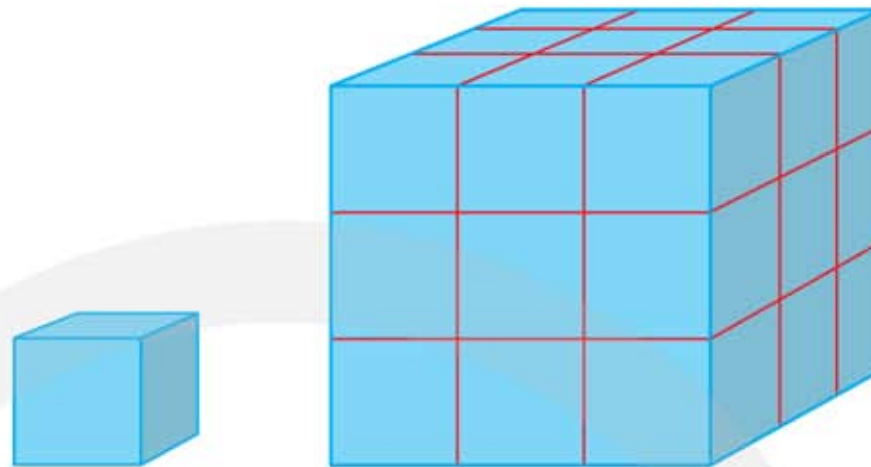
Figuur 6
Omrekenen van lengte, oppervlakte en volume.

Verhouding tussen lengte, oppervlakte en volume

De kist van daarnet kun je twee keer zo groot maken. Hij wordt dan 6 m lang, 4 meter breed en 2 m hoog. De oppervlakte was eerst 22 m^2 maar is nu 88 m^2 geworden. Niet twee maar vier keer zoveel oppervlakte als eerst. Het volume was 6 m^3 en is nu 48 m^3 geworden. Niet twee maar acht keer zoveel volume als eerst. Hieruit concluderen we dat de verhouding tussen lengte, oppervlakte en volume verandert als je een voorwerp groter of kleiner maakt.

De verhouding tussen lengte, oppervlakte en volume verandert als je een voorwerp groter of kleiner maakt.

Figuur 7 De lengte, breedte en diepte van een kubus worden drie keer zo groot. De oppervlakte wordt hierdoor 9 keer zo groot en het volume 27 keer zo groot.



lengte	wordt	X	keer groter
oppervlakte	wordt	X²	keer groter
volume	wordt	X³	keer groter

Als je iets gaat bouwen moet je rekening houden met de verhouding tussen lengte, oppervlakte en volume. Heb je een apparaat dat goed werkt en wil je een grotere versie, dat wil zeggen dezelfde vorm maar met alle afmetingen bijvoorbeeld 5 keer zo groot, dan kan het zijn dat het vergrote apparaat niet meer werkt. Door alle afmetingen 5 keer zo groot te maken is de oppervlakte 25 keer en het volume 125 keer groter geworden. Het volume is dus veel meer toegenomen dan de lengte of de oppervlakte.

Insecten zijn klein en kunnen niet zo groot worden als een olifant, want daar is hun lichaam niet op gebouwd. Zie figuur 8. De pootjes van de mug zouden het enorme lijf niet kunnen dragen. Opstijgen en vliegen is al helemaal onmogelijk. Stel we maken alle afmetingen van een mug 100 keer zo groot, dan wordt zijn vleugeloppervlak 10.000 keer zo groot maar zijn gewicht wordt 1.000.000 zo groot. Ten opzichte van het gewicht is het vleugeloppervlak 100 keer zo klein geworden, zodat de reuzenmug niet kan vliegen.



Figuur 8 Een mug en een olifant zien er heel anders uit omdat de verhouding tussen de oppervlakte en hun volume heel anders is.

Schaalfactor

De **schaalfactor** geeft aan hoe een grootte afhangt van de lengte.

$G \sim \ell^k$ betekent: de waarde van grootte G is recht evenredig met de lengte ℓ tot de macht k . Getal k is de schaalfactor.

schaalfactor oppervlakte: $A \sim \ell^2 \rightarrow k = 2$

schaalfactor volume: $V \sim \ell^3 \rightarrow k = 3$

De schaalfactor is niet altijd 2 of 3. Een schaalfactor tussen 2 en 3 vind je als zowel de oppervlakte als het volume invloed op de grootte uitoefenen.

VOORBEELD Eiffeltoren

De Eiffeltoren is 324 m hoog en gemaakt van $7,3 \cdot 10^6$ kg smeedijzer. Als souvenir kun je een 32 cm hoog schaalmodel kopen, ook gemaakt van ijzer. Het schaalmodel is 1000 keer zo klein als het origineel.



Wat is de massa van het schaalmodel als alle maten 1000 keer zo klein zijn.

- schaalfactor $k = 3$
- massa model is 1000^3 keer zo klein
- $\frac{7,3 \cdot 10^6}{1000^3} = 7,3 \cdot 10^{-3}$ kg (7,3 gram)

MERK OP: 7,3 gram voor een 32 cm hoog schaalmodel is niet aannemelijk.

VOORBEELD hoeveelheid voedsel bij een zoogdieren

Stel dat een zoogdier alleen energie nodig heeft om zichzelf warm te houden en dat het dier alleen energie verliest door de huid. We willen weten hoe de massa van het benodigde voedsel zich verhoudt tot de massa van het dier.

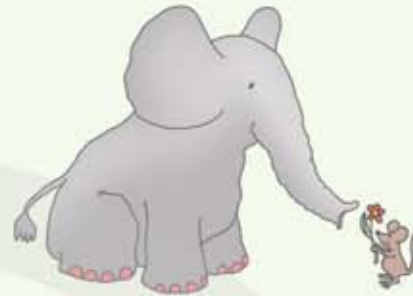
Bereken de schaalfactor voor deze situatie.

- de massa van het dier is recht evenredig met het volume: $m_{\text{dier}} \sim \ell^3$ ($k = 3$)
- het energieverlies is recht evenredig met de oppervlakte: $E_{\text{verlies}} \sim \ell^2$ ($k = 2$)
- de hoeveelheid voedsel is recht evenredig met het energieverlies:
 $m_{\text{voedsel}} \sim \ell^2$ ($k = 2$)
- als ℓ toeneemt neemt de massa van het dier met ℓ^3 toe en de massa van het voedsel met ℓ^2 toe
- hieruit volgt: $m_{\text{voedsel}} \sim m_{\text{dier}}^{2/3} \rightarrow k = 2/3$

MERK OP: in werkelijkheid is de schaalfactor $k = 3/4$ omdat het dier ook energie nodig heeft om voedsel te verteren en om te bewegen.

VOORBEELD muis en olifant

Een muis heeft een massa van 20 gram en eet 5,0 gram plantaardig voedsel per dag. Een olifant heeft een massa van $4,0 \cdot 10^3$ kg. De schaalfactor is $k = 3/4$.


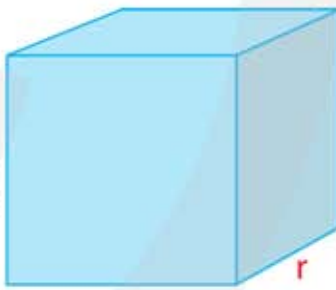
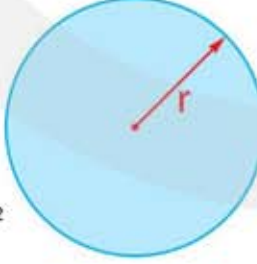

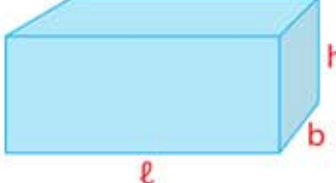



Hoeveel kg voedsel eet een olifant per dag?

- $\frac{m_{\text{olifant}}}{m_{\text{muis}}} = \frac{4000}{0,02} = 2,0 \cdot 10^5$
- de olifant eet $(2,0 \cdot 10^5)^{3/4} = 9,4574 \cdot 10^3$ keer meer voedsel dan de muis
- de olifant eet per dag $9,4574 \cdot 10^3 \cdot 5,0 \cdot 10^{-3} = 47,287 = 47$ kg

Berekening van oppervlakte en volume

	lengte	ℓ	(m)	(length)
oppervlakte	A	A	(m ²)	(area)
inhoud	V	V	(m ³)	(volume)

vierkant omtrek = $4 \cdot r$ oppervlakte = r^2		kubus oppervlakte = $6 \cdot r^2$ volume = r^3	
cirkel omtrek = $2\pi \cdot r$ oppervlakte = $\pi \cdot r^2$		bol oppervlakte = $4\pi \cdot r^2$ volume = $\frac{4}{3}\pi \cdot r^3$	
doos oppervlakte = $2\ell h + 2bh + 2\ell b$ volume = $\ell \cdot b \cdot h$		cilinder oppervlakte = $2\pi r \cdot \ell + 2 \cdot \pi r^2$ volume = $\pi r^2 \cdot \ell$	

Figuur 9 Omtrek, oppervlakte en volume van een aantal vormen.

1.4 Rekenen met machten van 10

In de natuurkunde komen hele grote en hele kleine getallen voor. Zo is de lichtsnelheid 299.792.458 m/s en is de snelheid waarmee continenten verschuiven ongeveer 0,0000000016 m/s (5 cm per jaar). Om geen fouten te maken is het slim om getallen te schrijven als machten van 10.

Machten van 10

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1000$$

$$10^n = \mathbf{1 \text{ met } n \text{ nullen}}$$

$$10^{-1} = 1 / 10 = 0,1$$

$$10^{-2} = 1 / 100 = 0,01$$

$$10^{-3} = 1 / 1000 = 0,001$$

$$10^{-n} = \mathbf{0,00 \dots 1} \quad (\mathbf{n \text{ nullen en dan een } 1; \text{ de nul voor de komma telt mee})$$

VOORBEELD

- de lichtsnelheid is 299.792.458 m/s = $3,0 \cdot 10^8$ m/s
- continenten verschuiven met 0,0000000016 m/s = $1,6 \cdot 10^{-9}$ m/s
- de afstand van de aarde tot de maan is $3,844 \cdot 10^8$ m
- de dikte van een haar is $1,0 \cdot 10^{-4}$ m
- getal 123 kun je opschrijven als $1,23 \times 100 = 1,23 \cdot 10^2$
- getal 0,00456 kun je opschrijven als $4,56 \cdot 10^{-3}$

Als je machten van 10 moet vermenigvuldigen of delen gebruik je de volgende regels:

$$\mathbf{\text{Vermenigvuldigen: } 10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}}$$

$$\mathbf{\text{Delen: } 10^a / 10^b = 10^{a-b}}$$

VOORBEELD

- $10 \cdot 100 = 10^1 \cdot 10^2 = 10^{1+2} = 10^3$
- $1000 / 100 = 10^3 / 10^2 = 10^{3-2} = 10^1 = 10$
- $20 \cdot 300 = 6000 \rightarrow 2 \cdot 10^1 \cdot 3 \cdot 10^2 = 6 \cdot 10^{1+2} = 6 \cdot 10^3$
- $300 / 20 = 15 \rightarrow 3 \cdot 10^2 / 2 \cdot 10^1 = 1,5 \cdot 10^{2-1} = 1,5 \cdot 10^1 = 15$

Wetenschappelijke notatie

Ieder getal kan worden geschreven in de **wetenschappelijke notatie**. Dit wordt ook de **standaardvorm** genoemd. De **wetenschappelijke notatie** van een getal is:

- één cijfer ongelijk aan nul voor de komma
- alle overige cijfers achter de komma
- vermenigvuldig met een macht van 10

VOORBEELD wetenschappelijke notatie

- getal 123 schrijf je op als $1,23 \cdot 10^2$
- getal 123000 schrijf je op als $1,23 \cdot 10^5$
- getal 0,456 schrijf je op als $4,56 \cdot 10^{-1}$
- getal 0,000456 schrijf je op als $4,56 \cdot 10^{-4}$

Voorvoegsels

De factoren 10^{-12} , 10^{-9} , 10^{-6} , 10^{-3} , 10^3 , 10^6 , 10^9 , 10^{12} worden vaak gebruikt en hebben daarom een speciale naam gekregen. Deze namen en symbolen moet je uit het hoofd leren. Ze staan ook in Binas tabel 2.

naam	symbool	factor
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

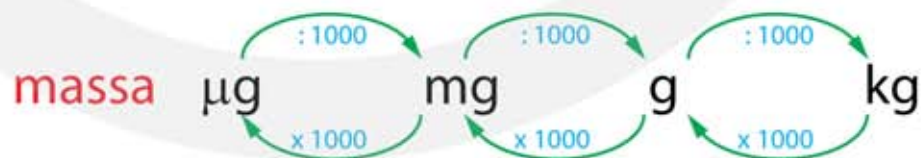
naam	symbool	factor
kilo	k	10^3
mega	M	10^6
giga	G	10^9
tera	T	10^{12}

Verder zijn er nog enkele andere voorvoegsels die soms worden gebruikt.

centi = 1/100 | deci = 1/10 | deca = 10 | hecto = 100

Hieronder zie je een schema voor het omrekenen van massa.

Figuur 10
Omrekenen van
 $\mu\text{g} \leftrightarrow \text{mg} \leftrightarrow \text{g} \leftrightarrow \text{kg}$



VOORBEELD

- $1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$
- $10^2 \text{ km} = 10^2 \cdot 10^3 = 10^5 \text{ m}$
- $10^4 \text{ km} = 10^4 \cdot 10^3 = 10^7 \text{ m} = 10 \text{ Mm}$
- $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$
- $10^2 \text{ nm} = 10^2 \cdot 10^{-9} = 10^{-7} \text{ m} = 0,1 \mu\text{m}$
- $10^4 \text{ nm} = 10^4 \cdot 10^{-9} = 10^{-5} \text{ m} = 10 \mu\text{m}$

Schatten

Om een indruk te krijgen over hoeveel er van iets aanwezig is moet je soms een schatting maken. Uiteraard is de nauwkeurigheid van een schatting klein. Het is alleen een indicatie. Stel dat je moet schatten hoe zwaar je fiets is dan kom je op een waarde tussen de 10 kg en 30 kg. Als je 2 kg of 80 kg schat is dit erg onwaarschijnlijk en wordt het fout gerekend. Bij het schatten moet je je gezonde verstand gebruiken. Niet zomaar iets opschrijven, maar bijvoorbeeld vergelijken met iets wat erop lijkt en waarvan je ongeveer weet hoeveel het is. Bij opgaven krijg je altijd een ruime marge. Alleen antwoorden die echt niet kunnen worden fout gerekend. Als je een schatting moet maken begint de opgaven met **Schat . . .**

SCHAT . . . → bereedeneer of bereken hoe groot de waarde ongeveer is.

Ordegrootte

Soms is het lastig om een schatting te maken. In dat geval wordt alleen de **ordegrootte** gevraagd. Daarmee wordt een schatting bedoeld die niet 10 keer te groot of 10 keer te klein is. Als je dus de ordegrootte van de massa van je fiets moet schatten dan is dit 10 kg, want 1 kg is te weinig en 100 kg is te veel. De ordegrootte van de afstand tussen Amsterdam en Eindhoven is 10^2 km en van de afstand tussen Amsterdam en Tokyo is 10^4 km.

Tabel 2 Ordegrootte van afmetingen.

voorwerp	afmeting (m)	voorwerp	afmeting (m)
quark	10^{-18}	mens	10^0
atoomkern	10^{-15}	gebouw	10^2
atoom	10^{-10}	stad	10^4
molecuul	10^{-9}	land	10^6
nanodeeltje	10^{-8}	aarde	10^7
virus	10^{-7}	afstand aarde – zon	10^{11}
bacterie	10^{-6}	zonnestelsel	10^{13}
rode bloedcel	10^{-5}	dichtstbijzijnde ster	10^{16}
haardikte	10^{-4}	straal van de melkweg	10^{21}
oog	10^{-2}	waarneembare heelal	10^{26}

In Binas tabel 6 vind je een tabel met oplopende massa. De massa van een elektron is $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. De massa van het heelal is ongeveer 10^{53} kg.

1.5 Meetonzekerheid

Meetonzekerheid

Als je een meting doet vergelijk je twee dingen met elkaar. Om de lengte van een balpen te meten leg je hem langs een 30 cm lange liniaal. Je vindt dat de balpen ongeveer een half keer zo lang is als de liniaal. Om nauwkeuriger te meten breng je streepjes aan op je liniaal met een afstand van 1 cm. Nu kun je zeggen dat de balpen 15 cm lang is. Maar de 5 van het getal 15 is niet exact. Want als je balpen 14,5 cm is rond je dit af op 15. Ook als je balpen 15,49 cm lang is rond je dit af op 15. Met het getal 15 bedoel je dus een gebied tussen 14,5 en 15,49.

Ben je niet tevreden over de nauwkeurigheid, dan breng je streepjes aan met een afstand van 1 mm. Met je verbeterde liniaal meet je dat de balpen 14,7 cm lang is. Maar opnieuw is het laatste cijfer het resultaat van een afronding. Door de afstand tussen de streepjes kleiner te maken wordt je meting nauwkeuriger, maar helemaal exact wordt het nooit. Een meting heeft niet een getal als uitkomst, maar een gebiedje waarbinnen de uitkomst ligt. De onzekerheid die ontstaat door afronding is de **toevallige fout**. In figuur 11 zie je instrumenten om afstanden (lengtes) te meten met verschillende nauwkeurigheid.



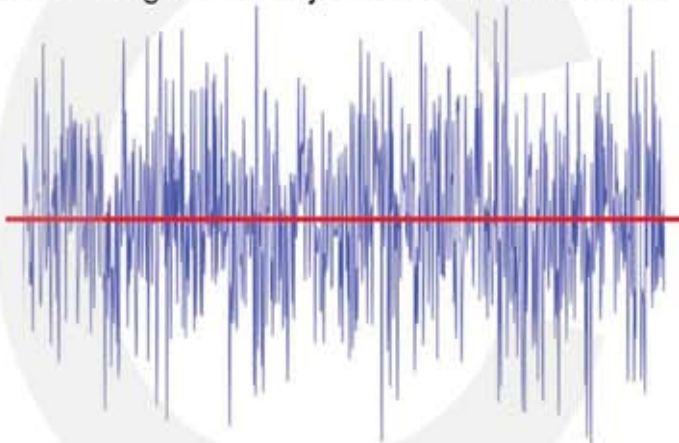
Figuur 11 Instrumenten om afstanden (lengtes) te meten. Linialen (links) en schuifmaat (rechts).

Ook elektrische meetinstrumenten zijn niet perfect. Een meetinstrument bevat een sensor waarmee de meting wordt verricht. De sensor geeft een elektrische spanning die in het meetinstrument wordt verwerkt. Op het scherm verschijnt de meetwaarde. Bij het aflezen van deze waarde maak je geen fout, maar je weet niet zeker of het instrument wel goed is. Een koortsthermometer kan 37,0 °C aangeven, maar als het een slecht gemaakt instrument is kan de werkelijke temperatuur misschien wel een halve graad hoger zijn. Om dit te controleren moet je het instrument **kalibreren**. Een ander woord voor kalibreren is **ijken**. Dat wil zeggen dat je de meetwaarde vergelijkt met de meetwaarde van een veel beter, en dus veel duurder, instrument. Als je weet dat je thermometer steeds 0,2 °C te laag aangeeft kun je hiermee rekening houden. De meetonzekerheid die ontstaat door je meetinstrument is de **systematische fout**.



Figuur 12 Elektrische koortsthermometer.

Gevoelige elektrische meetinstrumenten hebben bovendien last van **ruis**. Storende invloeden in het meetinstrument zorgen ervoor dat de meetwaarde niet constant is maar een beetje fluctueert in de tijd. Als je het instrument meerdere keren afleest vind je steeds een iets andere waarde. Ruis zonder vast patroon of regelmaat noem je **witte ruis**. Net als in wit licht, komen in witte ruis alle frequenties even veel voor, vandaar de naam. Het gemiddelde van de ruis moet je schatten en hoe meer ruis er is hoe moeilijker dat wordt. In figuur 13 zie je hoe witte ruis eruitziet.



Figuur 13
Witte ruis.

- Een meting is niet 100% nauwkeurig, maar geeft een gebied aan.
- De grootte van dit gebied is de meetonzekerheid.
- Het laatste cijfer van de meetwaarde is het resultaat van een afronding.

– toevallige fouten –

Een toevallige fout ontstaat omdat je een schatting moet maken om het laatste cijfer te bepalen. Bij een instrument met een wijzerplaat schat je welk streepje het dichtst bij de wijzer staat. Bij een meetinstrument met een digitale uitlezing is het laatste cijfer het resultaat van een afronding. Soms zie je dat dit cijfer steeds verandert.

Bij toevallige fouten is de meetwaarde soms een beetje te hoog en soms een beetje te laag. De meetfout kan net zoveel te hoog als te laag zijn. Door je meting vaak te herhalen en het gemiddelde te nemen heffen de afwijkingen omhoog en omlaag elkaar op en wordt de nauwkeurigheid groter.

- Een toevallige fout ontstaat door afronding.
- De toevallige fout wordt kleiner als je de meting herhaalt en het gemiddelde neemt.

– systematische fouten –

Een systematische fout ontstaat doordat geen enkel meetinstrument perfect is. Soms is de nulstand niet goed, of is het instrument niet goed geijkt. Dure instrumenten zijn beter dan goedkope, maar geen enkel meetinstrument is perfect. Bij een systematische fout is de meetwaarde altijd een beetje te hoog of een beetje te laag. Het heeft dus geen zin om je meting met hetzelfde instrument te herhalen, want iedere keer meet je een waarde die te hoog of te laag is

Omdat je de nauwkeurigheid van je meetinstrument meestal niet weet zullen we het er doorgaans niet over hebben. Je mag ervan uitgaan dat je meetinstrument goed werkt, maar in je achterhoofd weet je dat geen enkel meetinstrument perfect is.

- Een systematische fout komt doordat je meetinstrument niet perfect is.
- Een systematische fout wordt niet kleiner als je de meting herhaalt.

Noteren van een gemeten waarde

Bij natuurkunde zijn getallen het resultaat van een meting. Aan het getal moet je kunnen zien hoe nauwkeurig de meting is geweest. Vandaar dat we bij natuurkunde anders met getallen omgaan dan bij wiskunde. Zo is bij wiskunde het getal 1,00 precies hetzelfde als 1, maar bij natuurkunde is dat niet zo, want 1,00 is veel nauwkeuriger dan 1.

VOORBEELD

- Een wijzer op een weegschaal schommelt heen en weer tussen 5,8 en 6,2 kg. Om dit aan te geven schrijf je: $m = 6,0 \pm 0,2$ kg.

VOORBEELD

Met een meetlat meet je dat de lengte van een muur ongeveer drie meter is. De nauwkeurigheid van je meting hangt af van de afstand tussen de streepjes op je meetlat. Je kunt een schatting maken op 1/10 van de afstand tussen de streepjes.

- afstand tussen streepjes is 1 m → $l = 3 \pm 0,1$ m
- afstand tussen streepjes is 0,1 m → $l = 3,0 \pm 0,01$ m
- afstand tussen streepjes is 0,01 m → $l = 3,00 \pm 0,001$ m

Omdat we niet steeds willen opschrijven hoe nauwkeurig de meting is maken we een afspraak, zodat je aan het getal kunt zien hoe nauwkeurig de meetwaarde is.

Van een getal is het laatste cijfer het resultaat van een afronding.

VOORBEELD

- 3 m is een lengte tussen 2,5 en 3,5 m
- 3,0 m is een lengte tussen 2,95 en 3,05 m
- 3,00 m is een lengte tussen 2,995 en 3,005 m

Significante cijfers

Aan het laatste voorbeeld zie je dat het uitmaakt met hoeveel cijfers je een meetwaarde opschrijft. Hoe meer cijfers, hoe nauwkeuriger. Stel je hebt een meetlat met streepjes op 10 cm afstand. Als resultaat van een meting schrijf je 3,7829 m. Dan zijn de getallen 2 en 9 niet significant. Ze berusten op toeval en hebben geen natuurkundige betekenis. De getallen 3 en 7 zijn afgelezen en getal 8 is een schatting. Alleen 3, 7 en 8 zijn significant.

Het aantal significante cijfers geeft de nauwkeurigheid van een meting aan.

Het aantal significante cijfers vind je door cijfers te tellen.

- tel het aantal cijfers zonder rekening te houden met machten van 10
- nullen aan de voorkant tellen niet mee
- nullen aan de achterkant tellen wel mee

VOORBEELD

275	→	3 significante cijfers
27500	→	5 significante cijfers
0,0275	→	3 significante cijfers
0,02750	→	4 significante cijfers
$2,75 \cdot 10^{-4}$	→	3 significante cijfers
$2,750 \cdot 10^3$	→	4 significante cijfers
$27,500 \cdot 10^{-6}$	→	5 significante cijfers
$0,275 \cdot 10^{15}$	→	3 significante cijfers

– vermenigvuldigen en delen –

Als je twee getallen met elkaar vermenigvuldigd of op elkaar deelt vind je de meetonzekerheid van deze getallen terug in de uitkomst. Het getal met de grootste onzekerheid heeft de grootste invloed op de nauwkeurigheid van de uitkomst. Vandaar de volgende afspraak.

Bij vermenigvuldigen en delen krijgt de uitkomst evenveel significante cijfers als het getal met het kleinst aantal significante cijfers.

VOORBEELD

Een A4-tje is 29,7 cm lang en 21 cm breed. Bereken de oppervlakte.

- oppervlakte is lengte \times breedte
- $A = 29,7 \cdot 21 = 623,7 \text{ cm}^2$
- de lengte heeft 3 significante cijfers en de breedte 2
- afronden op 2 significante cijfers $\rightarrow A = 6,2 \cdot 10^2 \text{ cm}^2$

Cijfers achter de komma (decimalen)

Het aantal cijfers achter de komma (het aantal decimalen) is niet gelijk aan het aantal significante cijfers. Het getal 0,0075 heeft 4 cijfers achter de komma en 2 significante cijfers. Het aantal cijfers achter de komma speelt een rol bij het aangeven van de meetonzekerheid bij het optellen en aftrekken.

– optellen en aftrekken –

Als je twee getallen bij elkaar optelt of van elkaar aftrekt zie je de meetonzekerheid van deze getallen terug in de uitkomst. Het getal met de grootste onzekerheid heeft de grootste invloed op de nauwkeurigheid van de uitkomst. Vandaar de volgende afspraak.

Bij optellen en aftrekken krijgt de uitkomst evenveel cijfers achter de komma als het getal met het kleinst aantal cijfers achter de komma.

Bij optellen en aftrekken is niet het aantal significante cijfers van belang maar het aantal cijfers achter de komma. Om dit aantal te tellen moet je eerst alle gegevens opschrijven in dezelfde eenheid. Daarbij kies je de eenheid waarin het grootste getal is genoteerd.

VOORBEELD

- lengte A is 3,15 m \rightarrow 3,15 m
- lengte B is 25,3 cm \rightarrow 0,253 m
- lengte C is 78,2 mm \rightarrow 0,0782 m
- de minst nauwkeurige meting (lengte A) heeft 2 cijfers achter de komma
- de totale lengte is 3,4812 m en moet worden afgerond op 3,48 m

VOORBEELD

- Alphen a/d Rijn ligt tussen Leiden en Utrecht.
- de afstand van Leiden tot Alphen is 12175 m \rightarrow 12,175 km
- de afstand van Alphen tot Utrecht is 32,5 km \rightarrow 32,5 km
- de afstand van Leiden tot Utrecht is $12,175 + 32,5 = 44,675$ km
- de afstand van Alphen tot Utrecht heeft 1 cijfer achter de komma
- de totale afstand is 44,675 km en moet worden afgerond op 44,7 km

Procentuele meetonzekerheid

De procentuele meetonzekerheid geeft de verhouding tussen de meetonzekerheid en de meetwaarde.

$$\text{procentuele meetonzekerheid} = \frac{\text{meetonzekerheid}}{\text{meetwaarde}} \times 100\%$$

VOORBEELD

- $8,2 \pm 0,3$ kg is een massa met een meetonzekerheid van 0,3 kg.
 - de relatieve meetonzekerheid is $(0,3 / 8,2) \cdot 100\% = 4\%$
- $820 \pm 0,3$ kg is een massa met een meetonzekerheid van 0,3 kg.
 - de relatieve meetonzekerheid is $(0,3 / 820) \cdot 100\% = 0,04\%$
- 0,2 m/s is een snelheid tussen 0,15 en 0,25 m/s.
 - de meetonzekerheid is 0,05 m/s
 - de relatieve meetonzekerheid is $(0,05 / 0,2) \cdot 100\% = 25\%$.
- 0,200 m/s is een snelheid tussen 0,1995 en 0,2005 m/s.
 - de meetonzekerheid is 0,0005 m/s
 - de relatieve meetonzekerheid is $(0,0005 / 0,200) \cdot 100\% = 0,25\%$.

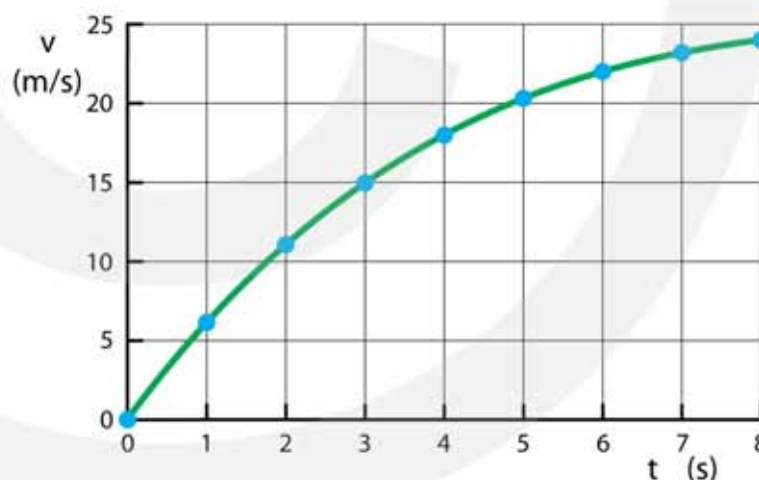
1.6 Diagrammen

Diagrammen

Diagrammen zijn een belangrijk hulpmiddel om relaties tussen grootheden weer te geven. Dit zijn altijd spreidingsdiagrammen. Staaf- en taartdiagrammen worden in de natuurkunde zelden gebruikt. Een diagram heeft een horizontale en een verticale as. Vaak toont een diagram de uitkomsten van een experiment. Op de horizontale as staat dan de grootheid die is gevarieerd en op de verticale as de grootheid die hierdoor verandert. Aan een diagram worden de volgende eisen gesteld:

- bij iedere as staat de grootheid en de eenheid vermeld
- bij iedere as staan opeenvolgende getallen in stappen van 1, 2 of 5
- een diagram heeft een rooster van horizontale en verticale lijnen
- de meetpunten moeten duidelijk zichtbaar zijn
- samenhang tussen de meetpunten wordt met een vloeiende lijn aangegeven

In figuur 14 zie je een voorbeeld van een diagram, met op de horizontale as de tijd in seconde en op de verticale as de snelheid in meter per seconde. Dit noem je een **(v, t)-diagram**.



Figuur 14 (v, t)-diagram

Bij het (v, t)-diagram van figuur 14 is onmiddellijk te zien dat de snelheid toeneemt in de tijd. Wat je ook ziet is dat de toename steeds minder wordt. Verder zie je dat de toename van de snelheid geleidelijk verloopt. De groene lijn geeft de samenhang tussen de meetpunten weer. Deze lijn is de **(v, t)-grafiek**.

– aflezen –

Bij een diagram kun je meetwaarden van de grootheden die op de assen staan aflezen. Daarbij moet je zo nauwkeurig mogelijk te werk gaan. Meestal ligt een meetpunt niet precies op een roosterpunt. In dat geval moet je een schatting maken. In het voorbeeld van figuur 14 is de meetwaarde op $t = 0,0$ s gelijk aan $0,0$ m/s. Het voorwerp begint dus uit stilstand te bewegen. De meetwaarde op $t = 1,0$ s is onge-

veer 6 m/s en de meetwaarde op $t = 2,0$ s is ongeveer 11 m/s en op $t = 3,0$ s ongeveer 15 m/s etc.

De relatie tussen twee grootheden is niet altijd helemaal duidelijk. Je hebt soms alleen een indruk hoe de grafiek er ongeveer uitziet. Bij een opgave kan dan gevraagd worden om de grafiek te schetsen. Daarbij hoef je niet nauwkeurig te werk te gaan. De opgave begint in dat geval met **Schets** . . . Als een nauwkeurig diagram wordt verwacht begint de opgave met **Teken** . . . Je moet dan een volledig assenstelsel met grootheden, eenheden en een schaalverdeling tekenen waarin de grafiek zo goed mogelijk is weergegeven. Voor het tekenen van een rechte lijn gebruik je een liniaal.

SCHETS . . . → geef aan hoe de grafiek er ongeveer uitziet.

TEKEN . . . → teken een volledig diagram met een nauwkeurige grafiek.

– steilheid van een grafiek –

Behalve het aflezen van waarden kun je bij een diagram ook de steilheid van de grafiek op iedere plaats bepalen. Dit geeft informatie over hoeveel de grootte op de verticale as verandert als de grootte op de horizontale as een klein beetje verandert. De steilheid van de grafiek is een nieuwe grootte. De eenheid hiervan is de eenheid op de verticale as gedeeld door de eenheid op de horizontale as. In een (v, t) -diagram (figuur 14) is de steilheid van de grafiek de versnelling met als eenheid $\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Eenheid steilheid → $\frac{\text{eenheid verticale as}}{\text{eenheid horizontale as}}$

– oppervlakte onder een grafiek –

Ook de oppervlakte onder de grafiek geeft soms, maar niet altijd, nieuwe informatie. De eenheid van deze informatie is de eenheid op de verticale as vermenigvuldigd met de eenheid op de horizontale as. Aan de eenheid is te zien of de informatie natuurkundige betekenis heeft. In een (v, t) -diagram (figuur 14) is de eenheid van de oppervlakte onder de grafiek $(\text{m/s}) \cdot \text{s} = \text{m}$. De betekenis van dit oppervlak is de afgelegde afstand.

Eenheid oppervlakte → $(\text{eenheid verticale as}) \times (\text{eenheid horizontale as})$

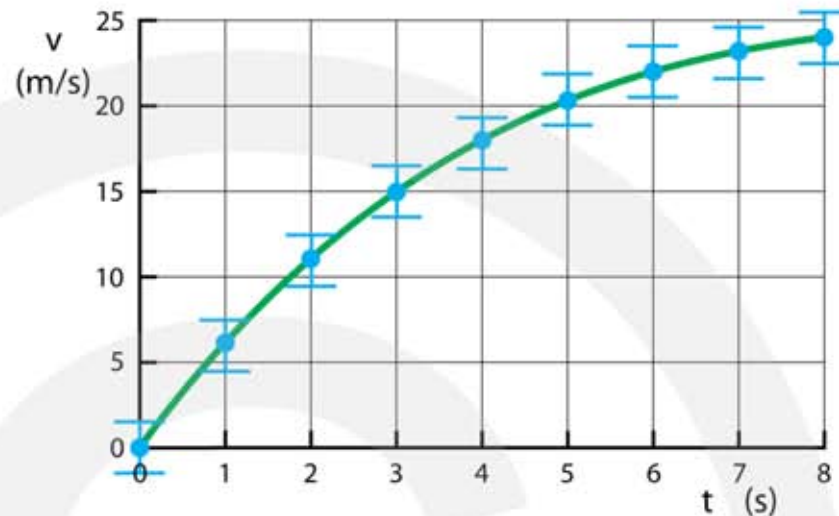
Als in een opgave gegevens uit een diagram of ander figuur moet worden gehaald om te gebruiken in een berekening begint de opgave met **Bepaal** . . .

BEPAAAL . . . → gegevens uit een diagram zijn nodig in de berekening.

Meetonzekerheid aangeven in een diagram

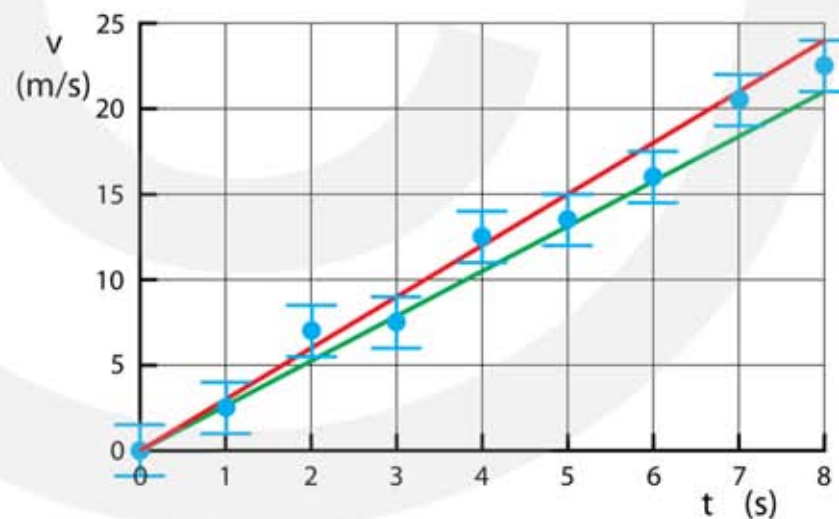
Soms is het belangrijk om de meetonzekerheid aan te geven. In dat geval wordt bij ieder meetpunt het gebiedje gegeven waarbinnen de meetwaarde ligt. Zie figuur 15.

Figuur 15 (v, t)-diagram met aangegeven meetonzekerheid.



Als de grafiek een rechte lijn is die door de oorsprong gaat kun je de maximale en minimale waarde van de steilheid bepalen. Zie figuur 16. Zowel de steilste grafiek (rood) als de vlakste grafiek (groen) gaan door alle meetgebieden. De steilheid ligt daarom tussen die van de rode grafiek en die van de groene grafiek.

Figuur 16 (v, t)-grafieken met de maximale en minimale steilheid.



Een kromme grafiek recht maken

Als de grafiek een rechte lijn is, is de steilheid constant en kan de oppervlakte onder de grafiek eenvoudig worden bepaald. Een rechte grafiek heeft daarom de voorkeur. Er zijn twee manieren om een rechte grafiek te krijgen: 1) het aanpassen van de grootte, 2) het gebruik van een logaritmische schaalverdeling.

– de grootte aanpassen –

Soms is het mogelijk om de grootte op de verticale of op horizontale as aan te passen, waardoor de grafiek recht wordt. Je voert dan een **coördinaattransformatie** uit.

VOORBEELD slinger

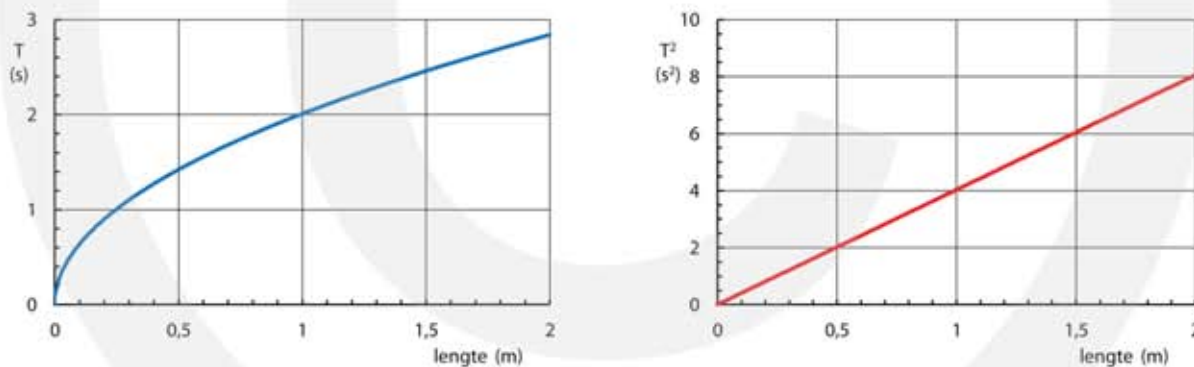
Stel we willen met een slinger de valversnelling $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ te bepalen. Voor een slinger geldt:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

In het experiment nemen we een slinger waarvan we de lengte ℓ variëren. Bij iedere lengte meten we de slingertijd T . We maken een diagram met op de horizontale as de lengte en op de verticale as de slingertijd. In figuur 17 zie je het resultaat. Omdat de (T, ℓ) -grafiek geen rechte lijn is kun je de waarde van g niet bepalen. Je kunt natuurlijk voor iedere meting g uitrekenen en daarna het gemiddelde nemen, maar dat kost veel tijd. Beter is het om op de verticale as T^2 uit te zetten. Je krijgt dan een rechte grafiek waaruit je g kunt bepalen. Als je bij de formule voor de slingertijd links en rechts het kwadraat neemt vind je:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow T^2 = (2\pi)^2 \frac{\ell}{g} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot \ell$$

Hieraan zie je dat de steilheid (richtingscoëfficiënt) van de grafiek gelijk is aan $4\pi^2/g$. In figuur 17 (rechts) vind je een steilheid van $8,0 / 2,0 = 4,0 \text{ s}^2/\text{m}$. Vullen we dit in dan krijgen we $g = 9,87 \text{ m/s}^2$ en dit is dichtbij de verwachte waarde van $9,81 \text{ m/s}^2$.



Figuur 17 T uitgezet tegen ℓ (links) en T^2 uitgezet tegen ℓ (rechts). Uit een (T, ℓ) -grafiek kun je de valversnelling g niet bepalen maar uit een (T^2, ℓ) -grafiek lukt dit wel.

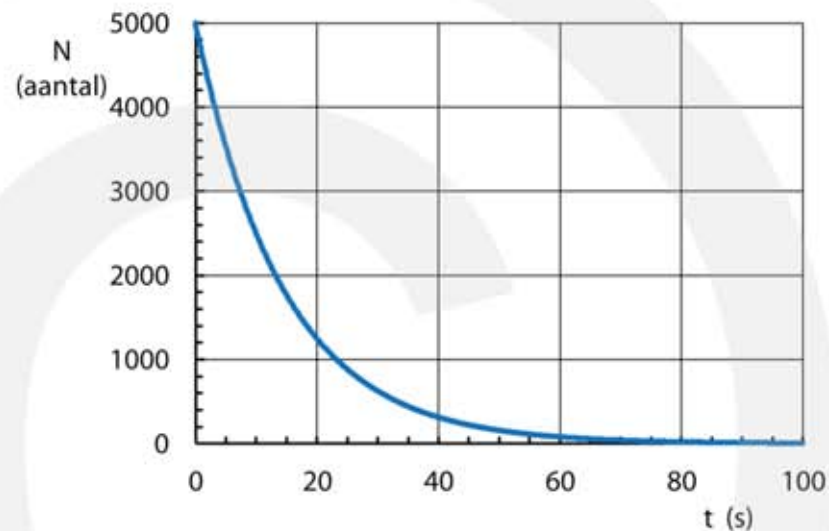
– een logaritmische schaalverdeling –

Behalve de grootte op een as aanpassen kun je ook de schaalverdeling op een as aanpassen. Normaal zijn de stappen op een as even groot, maar je kunt ook stappen als macht van 10 zetten. Je krijgt dan een diagram met een **logaritmische schaalverdeling**. Als één van de assen logaritmisch is krijg je een **enkel-logaritmisch diagram**. Als beide assen logaritmisch zijn krijg je een **dubbel-logaritmisch diagram**.

VOORBEELD radioactief verval

Als voorbeeld nemen we het radioactief verval. Van dit verval willen we de halveringstijd $t_{1/2}$ bepalen. Voor radioactief verval geldt: $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ met $n = \frac{t}{t_{1/2}}$.

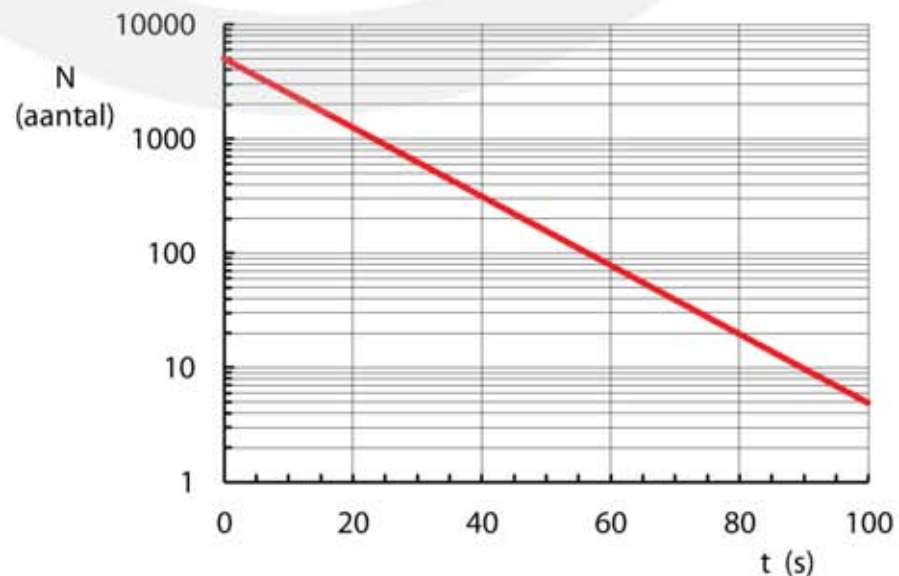
In het experiment nemen we een bepaalde hoeveelheid van het isotoop en meten met vaste tussenpozen hoeveel kernen er nog aanwezig zijn. We maken een (N, t)-diagram met op de verticale as het aantal aanwezige kernen en op de horizontale as de tijd. In figuur 18 zie je het resultaat. Omdat de (N, t)-grafiek geen rechte lijn is kun je de waarde van $t_{1/2}$ niet nauwkeurig bepalen. Je kunt natuurlijk aflezen op welk tijdstip er nog maar de helft van de kernen over is, op welke tijdstippen $\frac{1}{4}$ deel, $\frac{1}{8}$ deel, etc. en daaruit de gemiddelde halveringstijd berekenen, maar dit is tijdrovend. Bovendien wordt het steeds lastiger om het aantal kernen af te lezen. In figuur 18 is dit vanaf ongeveer 60 s niet meer te doen.



Figuur 18 Radioactief verval met lineaire y-as.

Beter is het om de y-as logaritmisch te maken. Je krijgt dan een diagram met een logaritmische y-as en met deze ingreep wordt de (N, t)-grafiek een rechte lijn. Figuur 19 is het (N, t)-diagram met een logaritmische y-as. Dit heet een **enkel-logaritmisch** diagram. In figuur 19 kun je aflezen dat op $t = 0$ het aantal kernen 5000 is, dat er na 80 s nog 20 kernen over zijn en na 100 s nog maar 5 kernen. Hieruit volgt: $t_{1/2} = 10$ s.

Bij een logaritmische as is iedere factor 10 even breed. Het interval [1 – 10] is even breed als het interval [10 – 100] en [1000 – 10000]. Voor grootheden die een grote variatie hebben is het daarom handig om een logaritmische schaal te gebruiken.



Figuur 19 Radioactief verval met logaritmische y-as.

1.7 Formules

Formules

Een nauwkeurige manier om relaties tussen verschillende grootheden aan te geven is door gebruik te maken van formules. In een formule staan de symbolen van de grootheden die wiskundig met elkaar in verband staan. Als bijvoorbeeld de snelheid iedere seconde met een vaste hoeveelheid toeneemt schrijf je: $v = a \cdot t$. Hierin is v de snelheid in meter per seconde en t de tijd in seconde. De letter a geeft aan hoeveel de snelheid iedere seconde toeneemt. Dit is ook een grootheid, die in dit geval de versnelling wordt genoemd in meter per seconde kwadraat.

Met een formule kun je het volgende doen:

- de waarde van een grootheid uitrekenen
- de eenheid van een grootheid bepalen
- een nieuwe formule maken uit twee of meer bekende formules

– een waarde uitrekenen –

Om een waarde van een grootheid uit te rekenen heb je een formule nodig waarin de waarden van alle grootheden, behalve de gevraagde grootheid, bekend zijn. In deze formule vul je alle bekende **getallen zonder eenheid** in. De letter van de gevraagde grootheid blijft als onbekende staan. Met wiskundige manipulatie kun je het ontbrekende getal uitrekenen.

VOORBEELD

Een slinger gaat iedere 1,0 s één keer heen en weer. Voor een slinger geldt:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \text{ waarin } T \text{ de trillingstijd is en } g = 9,81 \text{ m/s}^2.$$

Bereken de lengte van de slinger.

- $T = 1,0 \text{ s} \quad | \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2 \quad | \quad \ell = \dots \text{ m}$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow 1,0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9,81}} \rightarrow \frac{1,0}{2\pi} = \sqrt{\frac{\ell}{9,81}}$
- kwadrateren: $\left(\frac{1,0}{2\pi}\right)^2 = \frac{\ell}{9,81} \rightarrow 0,02533 = \frac{\ell}{9,81}$
- $\ell = 0,02533 \cdot 9,81 = 0,24849 = 0,25 \text{ m}$

Als bij een opgave alle gegevens zijn vermeld die nodig zijn om een berekening te maken begint de opgave met **Bereken . . .**

BEREKEN . . . → alle benodigde gegevens zijn vermeld.

– de eenheid afleiden –

Om de eenheid van een grootheid af te leiden ga je uit van een formule waarin deze grootheid voorkomt. Bij deze formule vervang je iedere grootheid, behalve de gevraagde grootheid, door de standaardeenheid. De gevraagde grootheid zet je tussen rechte haaken []. Met [E] bedoel je "de eenheid van E". Bevat de formule een getal, bijvoorbeeld $\frac{1}{2}$, 2 of π , dan laat je die weg, omdat getallen geen eenheid hebben. De opgave begint met **Leid af . . .**

LEID AF . . . → maak gebruik van wiskundige bewerkingen.

VOORBEELD

Voor een slinger geldt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ waarin T de trillingstijd is en ℓ de lengte.

Leid de eenheid van g af.

- g tussen rechte haken zetten
- standaardeenheden invullen: T in seconde (s) en ℓ in meter (m)
- getal 2 en verhouding π weglaten
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow s = \sqrt{\frac{m}{[g]}} \rightarrow s^2 = \frac{m}{[g]} \rightarrow [g] = \frac{m}{s^2}$

VOORBEELD

Voor de kinetische energie geldt: $E_k = \frac{1}{2}m \cdot v^2$ waarin m de massa is en v de snelheid.

Leid de eenheid van E_k af.

- E_k tussen rechte haken zetten
- standaardeenheden invullen: m in kilogram (kg) en v in meter per seconde (m/s)
- getal $\frac{1}{2}$ weglaten
- $E_k = \frac{1}{2}m \cdot v^2 \rightarrow [E_k] = \text{kg} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \rightarrow [E_k] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$

– een formule ombouwen –

Soms is het handig om een formule om te bouwen, zodat de grootheid die je wilt uitrekenen aan één kant van het = teken staat. Je moet daarbij systematisch te werk gaan en iedere stap opschrijven. De basisregel is dat je aan beide kanten van het = teken steeds dezelfde bewerking uitvoert.

Voer aan beide kanten van het = teken dezelfde bewerking uit.

VOORBEELD

Voor een eenparig versnelde beweging uit stilstand geldt: $s = \frac{1}{2}a \cdot t^2$

Schrijf als $t = \dots$

- $2 \cdot s = a \cdot t^2$ aan beide kanten van het = teken vermenigvuldigen met 2
- $t^2 = \frac{2 \cdot s}{a}$ aan beide kanten van het = teken delen door a
- $t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$ aan beide kanten van het = teken de wortel nemen

VOORBEELD

Er geldt: $\frac{1}{a} = \frac{2+b}{b+5}$

Schrijf als $b = \dots$

- $1 \cdot (b+5) = a \cdot (2+b)$ kruislings vermenigvuldigen
- $b+5 = 2 \cdot a + a \cdot b$ haakjes wegwerken
- $b - a \cdot b = 2 \cdot a - 5$ gevraagde letter aan één kant van het = teken
- $b \cdot (1-a) = 2 \cdot a - 5$ gevraagde letter buiten haakjes halen
- $b = \frac{2 \cdot a - 5}{1-a}$ aan beide kanten van het = teken delen door $1 - a$

Bij het uitrekenen van een waarde kun je op twee manieren te werk gaan. Je kunt eerst alle getallen invullen en daarna de formule ombouwen. Of je kunt eerst de formule ombouwen en daarna alle getallen invullen. Als je een berekening maar één keer hoeft uit te voeren maakt het niet uit welke volgorde je kiest. Maar als je dezelfde berekening vaker moet uitvoeren kun je het beste eerst de formule ombouwen.

Door een formule om te bouwen zie je op welke manier de gevraagde grootte afhankelijk is van de andere grootheden. Zo zie je in het eerste voorbeeld dat bij een eenparig versnelde beweging uit stilstand de tijd t toeneemt met de wortel van de afstand s .

– een formule afleiden –

Door twee of meer formules te combineren kan je een formule afleiden. Op deze manier kunnen nieuwe relaties worden gevonden. Soms zijn deze nieuwe relaties anders dan verwacht. Toch moet je ze accepteren, want een wiskundig correcte afleiding is het logische gevolg van de gebruikte formules. Accepteer je de wiskundige consequenties niet, dan kom je met jezelf in tegenspraak. Soms wordt de formule die je moet afleiden al gegeven. Je moet dan laten zien dat de gegeven formule volgt uit twee of meer bekende formules. De opgave begint met **Leid af** . . .

VOORBEELD

Voor de kinetische energie geldt: $E_k = \frac{1}{2}m \cdot v^2$ en voor de impuls p geldt: $p = m \cdot v$.

Leid een formule af voor de relatie tussen E_k en p .

$$\begin{aligned} - p &= m \cdot v \rightarrow p^2 = m^2 \cdot v^2 \rightarrow \frac{p^2}{m} = m \cdot v^2 \\ - E_k &= \frac{1}{2}m \cdot v^2 \rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} \rightarrow E_k = \frac{p^2}{2 \cdot m} \end{aligned}$$

VOORBEELD

Voor de spanning U geldt: $U = I \cdot R$ en voor het vermogen P geldt: $P = U \cdot I$.

Leid een formule af voor de relatie tussen P , U en R .

$$\begin{aligned} - U &= I \cdot R \rightarrow I = \frac{U}{R} \\ - P &= U \cdot I \rightarrow P = U \cdot \frac{U}{R} \rightarrow P = \frac{U^2}{R} \end{aligned}$$

Redeneringen

Soms is een wiskundige bewerking niet nodig en kun je een vraag beantwoorden door slim te redeneren. Je redenering moet geldig zijn, dat wil zeggen voldoen aan de regels van de logica. Een geldige redenering die vaak voorkomt is het **sylogisme**. Uit twee geaccepteerde waarheden volgt een geldige conclusie.

VOORBEELD

Waarheid 1:	Alle mensen zijn sterfelijk.
Waarheid 2:	Socrates is een mens.
Conclusie:	Socrates is sterfelijk.

geldig syllogisme

Waarheid 1:	Alle leerlingen in klas 4 heten Sophie.
Waarheid 2:	Ik zit in klas 4.
Conclusie:	Ik heet Sophie.

In het tweede voorbeeld is Waarheid 1 waarschijnlijk onjuist. Maar dat doet aan de redenering niets af. Als je de waarheden 1 en 2 accepteert moet je logischerwijs ook de conclusie accepteren. Doe je dat niet dan spreek je jezelf tegen.

Een veel gemaakte denkfout is om de conclusie te baseren op de omkering van Waarheid 1. Het syllogisme is dan **ongeldig**. In het eerste voorbeeld is Waarheid 1: Alle mensen zijn sterfelijk. Maar dat wil niet zeggen dat als iets geen mens is het dus niet sterfelijk is. Behalve mensen zijn er immers nog veel meer sterfelijke organis-

men. Het woord "dus" mag hier niet worden gebruikt. Helaas worden denkfouten gebaseerd op een ongeldig syllogisme vaak gemaakt. Ook door journalisten, politici en wetenschappers. Je moet daarom altijd goed opletten als je het woord "dus" gebruikt. Een denkfout maak je sneller dan je denkt.

VOORBEELD

ongeldig syllogisme

Waarheid 1: Alle mensen zijn sterfelijk.
 Waarheid 2: Mijn kat is geen mens.
 Conclusie: Mijn kat is niet sterfelijk.

Waarheid 1: Alle leerlingen in klas 4 heten Sophie.
 Waarheid 2: Ik zit niet in klas 4.
 Conclusie: Ik heet niet Sophie.

Als bij een opgave gevraagd wordt om te beredeneren of uit te leggen dat iets waar is moet je een geldige redenering geven. Sla hierbij geen denkstappen over. Vaak redeneer je op basis van een formule. De opgave begint met **Beredeneer . . .** of **Leg uit dat . . .** of **Toon aan dat . . .** of **Toon aan of . . .**

BEREDENEER . . .	→	geef een geldige redenering waarbij je iedere denkstap opschrijft.
LEG UIT . . .	→	geef een geldige redenering waarbij je iedere denkstap opschrijft.
TOON AAN DAT . . .	→	geef een geldige redenering of bepaling of berekening waaruit de juistheid van het gestelde blijkt.
TOON AAN OF . . .	→	geef een geldige redenering of bepaling of berekening waaruit de juistheid <u>of de onjuistheid</u> van het gestelde blijkt.

VOORBEELD

beredeneer

Voor een slinger geldt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ waarin T de trillingstijd is en ℓ de lengte.

Beredeneer of de massa van een voorwerp invloed heeft op de trillingstijd van een slinger.

- er geldt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$
- in deze formule komt de massa niet voor
- conclusie: de massa van een voorwerp heeft geen invloed op de trillingstijd

VOORBEELD toon aan dat

Voor de kinetische energie geldt: $E_k = \frac{1}{2}m \cdot v^2$. Een 1000 kg zware auto en een 250 kg zware motor rijden met 100 km/h.

Toon aan dat de kinetische energie van de auto groter is dan die van de motor.

- er geldt: $E_k = \frac{1}{2}m \cdot v^2$
- m_{auto} is groter dan m_{motor}
- de auto en de motor hebben dezelfde snelheid
- conclusie: de kinetische energie van de auto is groter dan die van de motor

LET OP: als je het 3^e bolletje niet opschrijft is je redenering ongeldig

Natuurkunde en wiskunde

Vanwege het grote belang om relaties tussen grootheden met formules te beschrijven is het onmogelijk om natuurkunde te beoefenen zonder gebruik te maken van wiskunde. Hoe verder je komt in de natuurkunde, hoe belangrijker en hoe moeilijker de wiskunde wordt.

Hoewel natuurkunde en wiskunde grote verwantschap hebben mag je niet concluderen dat ze hetzelfde zijn. Er is namelijk een groot verschil in de manier waarop te werk wordt gegaan. In de wiskunde ga je uit van een klein aantal beweringen (axioma's) en van een klein aantal regels waarmee je geldige redeneringen kunt maken (logica). De geldigheid van de axioma's en van de logica staat niet ter discussie. Een wiskundige gebruikt logica om uit de axioma's zoveel mogelijk gevolgtrekkingen te maken. Als de logica foutloos is toegepast zijn de gevolgtrekkingen wiskundig bewezen. In deze zin lijkt wiskunde op schaken. Er zijn axioma's, de schaakstukken, en logica, de manier waarop stukken mogen worden verplaatst. Hiermee gaat de wiskundige aan het werk om zoveel mogelijk stellingen te creëren.

Bij natuurkunde gaat het er heel anders aan toe. Natuurkundige axioma's bestaan niet. Waarnemingen, geen axioma's, zijn de basis van de natuurkunde, en zoals we hebben gezien bevat iedere waarneming meetonzekerheid. Dit heeft tot gevolg dat iedere natuurkundige theorie ook een bepaalde onzekerheid bevat. Een theorie verklaart de uitkomsten van uitgevoerde experimenten en voorspelt de uitkomsten van nieuwe experimenten binnen de meetonzekerheid. Als er door betere instrumenten of slimmere methoden waarnemingen met minder meetonzekerheid worden gedaan kan het zijn dat de bestaande theorie niet langer overeenkomt met de waarnemingen. In dat geval moet de theorie worden verfijnd, of in een enkel geval volledig worden herzien.

Verder is er nog de mogelijkheid van toeval. Stel dat je 100 keer met een dobbelsteen gooit en dat bij deze dobbelsteen altijd het getal 6 boven komt. Een natuurkundige zal geneigd zijn te concluderen dat er een achterliggende reden is dat er altijd 6 uitkomt. De theorie die hij ontwerpt voorspelt dat er altijd een 6 uitkomt als je

met deze dobbelsteen gooit. Maar dat hoeft niet zo te zijn. Misschien komt er bij de 101^e worp een ander getal uit. In dat geval was het toevallig dat er 100 keer 6 werd gegooid. De kans dat dit gebeurt is $(1/6)^{100} = 1,53 \cdot 10^{-78}$ maar is dus niet nul. Vanwege de mogelijkheid dat de uitkomst van een experiment op toeval berust worden experimenten vaak herhaald. Pas als er in verschillende laboratoria met verschillende meetmethoden dezelfde waarnemingen worden gedaan is er vertrouwen dat er geen toeval in het spel is. De mogelijkheid dat een natuurkundige theorie is gebaseerd op toeval is daarom vrijwel uitgesloten.

Een natuurkundige theorie komt tot stand na langdurig en uiterst zorgvuldig onderzoek. Het is niet zomaar de mening van iemand. Vaak houden natuurkundige theorieën lang stand. Zo heeft Newton in 1687 zijn boek "*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*" gepubliceerd. Pas aan het einde van de 19^e eeuw zijn er waarnemingen gedaan die niet correct worden voorspeld door zijn theorie. Aan het begin van de 20^e eeuw zijn twee nieuwe theorieën bedacht, de *relativiteitstheorie* en de *kwantummechanica*, die tot op heden alle waarnemingen correct voorspellen. De theorie van Newton is niet fout en kan nog steeds worden gebruikt in het alledaagse leven. Maar als de snelheid heel groot is of de massa heel klein geeft de theorie van Newton geen juiste voorspelling en moet een nieuwe, meer verfijnde theorie worden gebruikt.