2 Bewegen

havo

2.0 Overzicht

2.1 Het waarnemen van beweging
- Wanneer beweegt iets?
- Wat is een (plaats, tijd)-tabel?
- Wat is een (plaats, tijd)-diagram?
- Hoe bepaal je de gemiddelde snelheid uit een (plaats, tijd)-diagram?
- Hoe haal je informatie uit een (plaats, tijd)-diagram?

2.2 Constante snelheid
- Wat is het symbool voor afstand en wat is de eenheid van afstand?
- Wat is het symbool voor tijd en wat is de eenheid van tijd?
- Wat is het symbool voor snelheid en wat is de eenheid van snelheid?
- Met welke formule bereken je de gemiddelde snelheid?
- Wat is een eenparig rechtlijnige beweging?
- Hoe reken je om van meter per seconde naar kilometer per uur en terug?
- Hoe bereken je de afstand en hoe bereken je de tijd?
- Hoe kun je door te filmen de snelheid meten?
- Hoe maak je een stroboscopische foto?
- Hoe kun je met echo's de snelheid meten?

2.3 Berekenen van afstand, tijd en snelheid
- Hoe moet je formules met elkaar combineren?
- Hoe bereken je waar en wanneer twee voorwerpen elkaar inhalen?
- Hoe bereken je waar en wanneer twee voorwerpen elkaar tegenkomen?
- Waarom is snelheid relatief?
- Wanneer mag je snelheden wél en wanneer niet bij elkaar optellen?
- Wat is een samengestelde beweging?
- Hoe bereken je de gemiddelde snelheid bij een samengestelde beweging?

2.4 Versnellen en vertragen
- Wat is versnellen en wat is vertragen?
- Hoe zie je bij een (x, t)-diagram of de beweging versnelt of vertraagt?
- Hoe bepaal je de gemiddelde snelheid uit een (x, t)-diagram?
- Hoe bepaal je de snelheid op één tijdstip uit een (x, t)-diagram?
- Wat is een raaklijn en hoe teken je die?
- Wat is het symbool voor versnelling en wat is de eenheid van versnelling?
- Met welke formule bereken je de gemiddelde versnelling?
- Wat is een eenparige versnelde beweging?
- Hoe bereken je de verandering van de snelheid?
- Hoe bereken je hoelang een versnelling duurt?

- Hoe bereken je de gemiddelde snelheid?
- Met welke formule bereken je de afstand bij een eenparig versnelde beweging?
- Wat is de reactietijd en de reactieafstand in het verkeer?
- Wat is de remtijd en de remafstand in het verkeer?
- Wat is de stoptijd en de stopafstand in het verkeer?
- Hoe luidt de tweeseconderegel in het verkeer?

2.5 Het (v, t)-diagram

- Wat is een (v, t)-diagram?
- Hoe zie je bij een (v, t)-diagram of een beweging versnelt of vertraagt?
- Hoe bepaal je de versnelling uit een (v, t)-diagram?
- Wanneer is de snelheid negatief?
- Wanneer is de versnelling negatief?
- Hoe zie je aan een (x, t)-diagram dat de beweging omkeert?
- Hoe zie je aan een (v, t)-diagram dat de beweging omkeert?
- Wat is de snelheid op het tijdstip waarop de beweging omkeert?
- Hoe bepaal je de gemiddelde versnelling bij een (v, t)-diagram?
- Hoe bepaal je de versnelling op één tijdstip bij een (v, t)-diagram?
- Hoe bepaal je de afstand uit een (v, t)-diagram?
- Hoe bepaal je de afstand als de (v, t)-grafiek krom is?
- Kun je altijd een (v, t)-grafiek maken uit een (x, t)-grafiek en omgekeerd?
- Wat is het verschil tussen de verplaatsing en de afgelegde weg?
- Met welke formule bereken je de afstand bij een eenparig versnelde beweging met $v_{begin} = 0$ of $v_{eind} = 0$?

2.6 Vallen

- Wat voor soort beweging is vallen?
- Hoe groot is de valversnelling op aarde?
- Hoe bereken je de afstand waarover je valt als je de valtijd weet?
- Hoe bereken je de valtijd als je de valhoogte weet?
- Hoe bereken je met welke snelheid je op de grond valt?
- Hoe groot is de vertraging bij een omhoog geworpen projectiel?
- Wat is de snelheid van een omhoog geworpen projectiel op zijn hoogste punt?
- Wat weet je van de tijd omhoog en de tijd omlaag bij een projectiel?
- Wat weet je van de beginsnelheid omhoog en de eindsnelheid omlaag?

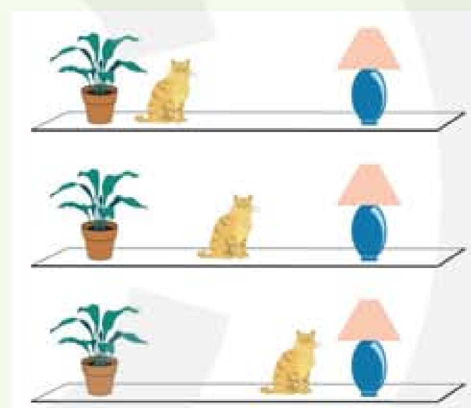
2.1 Het waarnemen van beweging

Wat is bewegen?

Bewegen is het veranderen van de **plaats** in de **tijd**. Hierbij is het onbelangrijk wat er beweegt, het kan een auto zijn maar ook de kat. Om vast te stellen of iets beweegt moet je op verschillende tijdstippen t_1, t_2, t_3, … de plaats van het voorwerp x_1, x_2, x_3, … meten. Voor de tijdmeting gebruik je een klok en voor de plaatsmeting een meetlat. Het **nulpunt van tijd** is het moment waarop je de klok aanzet. Het **nulpunt van plaats** is de plaats waar de schaalverdeling op je meetlat begint. Je bent vrij om het nulpunt van de tijd en het nulpunt van de plaats te kiezen.

VOORBEELD kat op de vensterbank

Een kat zit op de vensterbank. Op tijdstip t_1, t_2 en t_3 nemen we een foto. De foto op t_1 is het bovenste plaatje, op t_2 het middelste plaatje en op t_3 het onderste plaatje. De plaats van de kat verandert, waaruit blijkt dat de kat tussen t_1 en t_3 heeft bewogen.



Figuur 1 Een kat op een vensterbank.

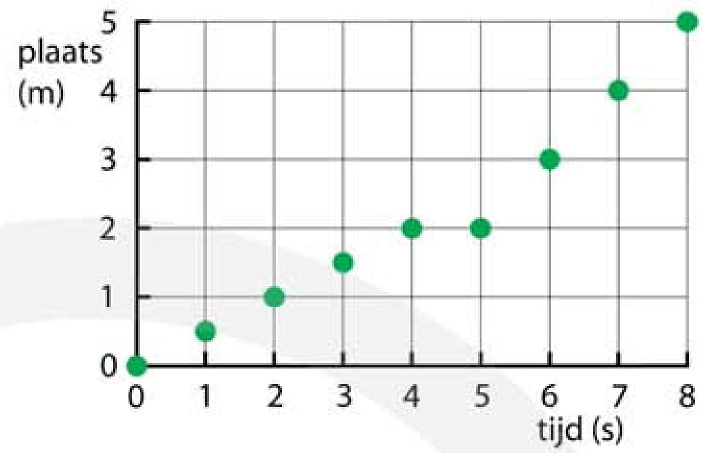
Een (plaats, tijd)-tabel

De metingen van de tijd en de plaats kun je het beste ordenen in een tabel. Je maakt dan een (plaats, tijd)-tabel. Een (plaats, tijd)-tabel heeft twee kolommen. In de eerste kolom staat de tijd en in de tweede kolom de plaats.

Tijd (s)	Plaats (m)
0,0	0,0
1,0	0,5
2,0	1,0
3,0	1,5
4,0	2,0
5,0	2,0
6,0	3,0
7,0	4,0
8,0	5,0

Een (plaats, tijd)-diagram

In een diagram heb je nog meer overzicht dan bij een tabel. Vaak kun je aan een (plaats, tijd)-diagram gelijk zien met wat voor soort beweging je te maken hebt. Op de horizontale as staat de tijd en op de verticale as de plaats. Met bovenstaande (plaats, tijd)-tabel correspondeert het volgende (plaats, tijd)-diagram.

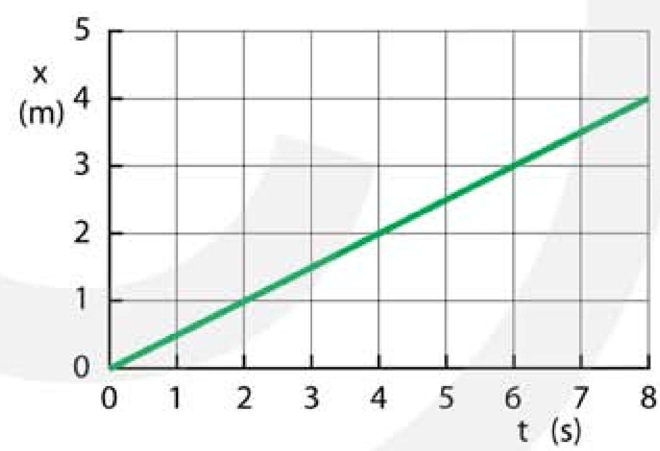


Figuur 2 Een (plaats, tijd)-diagram.

Om niet steeds "tijd" en "plaats" te hoeven schrijven gebruiken we de letter x voor plaats en de letter t voor tijd. Plaats wordt gemeten in meter (m) of in kilometer (km). Tijd wordt gemeten in seconde (s) of in uur (h), *(h komt van het Engelse hour).*

x is de plaats in meter (m) of in kilometer (km)
t is de tijd in seconde (s) of in uur (h)

Als de snelheid constant is is het (x, t)-diagram een rechte lijn. Vertrek je op $t = 0$ op plaats $x = 0$ dan gaat de lijn door de oorsprong.



Figuur 3 Een (x, t)-diagram van een beweging waarvan de snelheid constant is.

De gemiddelde snelheid kun je uit een (x, t)-diagram bepalen. De gemiddelde snelheid tussen tijdstippen t_1 en t_2 bereken je met de volgende formule:

$$v_{gem} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

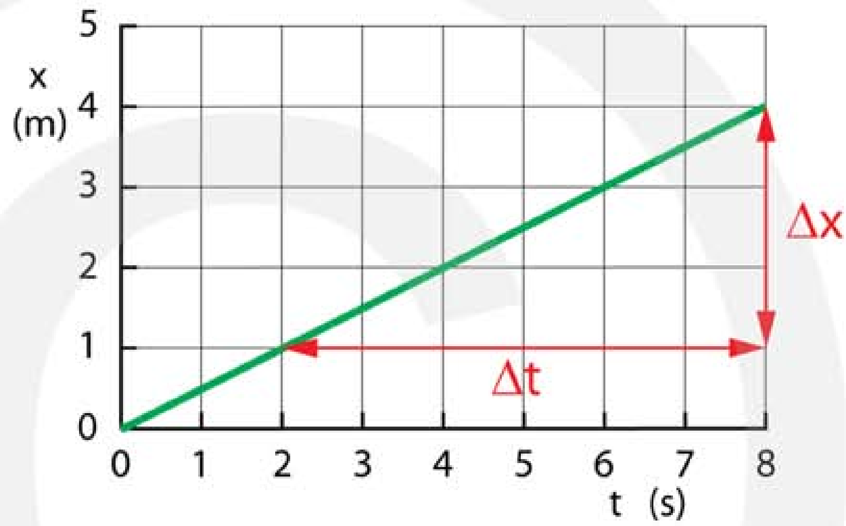
- v_{gem} is de gemiddelde snelheid in meter per seconde (m/s)
- x_1 is de plaats op tijdstip t_1 in meter (m)
- x_2 is de plaats op tijdstip t_2 in meter (m)

De verandering van iets geven we aan met de Griekse letter Δ (delta). Delta is de Griekse letter d en staat voor "difference" *(Engels: verschil of verandering).*

- Δx is de verandering van de plaats = nieuw − oud in meter (m)
- Δt is de verandering van de tijd = nieuw − oud in seconde (s)

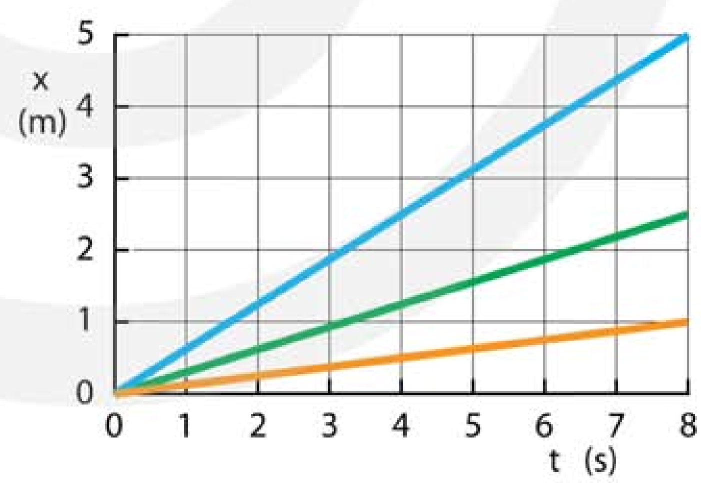
Figuur 4 is het (x, t)-diagram van een beweging met constante snelheid. Om de snelheid te bepalen neem je twee tijdstippen t_1 en t_2. Omdat de snelheid constant is maakt het niet uit welke twee tijdstippen je kiest. Hoe verder je de punten van elkaar kiest, hoe nauwkeuriger het resultaat. We kiezen $t_1 = 2$ s en $t_2 = 8$ s.

- aflezen: $x_1 = 1\,\text{m}$ en $x_2 = 4\,\text{m}$
- uitrekenen: $\Delta x = 4 - 1 = 3\,\text{m}$ | $\Delta t = 8 - 2 = 6\,\text{s}$ | $v_{gem} = \ldots\,\text{m/s}$
- $v_{gem} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{3}{6} \rightarrow v_{gem} = 0{,}5\,\text{m/s}$



Figuur 4 Bepaling van de gemiddelde snelheid $\Delta x / \Delta t$ uit een (x, t)-diagram. Omdat de snelheid constant is heeft $\Delta x / \Delta t$ steeds dezelfde waarde.

Leg je in een korte tijd een grote afstand af dan loopt de grafiek steil en heb je een grote snelheid. De gemiddelde snelheid is de steilheid van de grafiek: $\Delta x / \Delta t$.



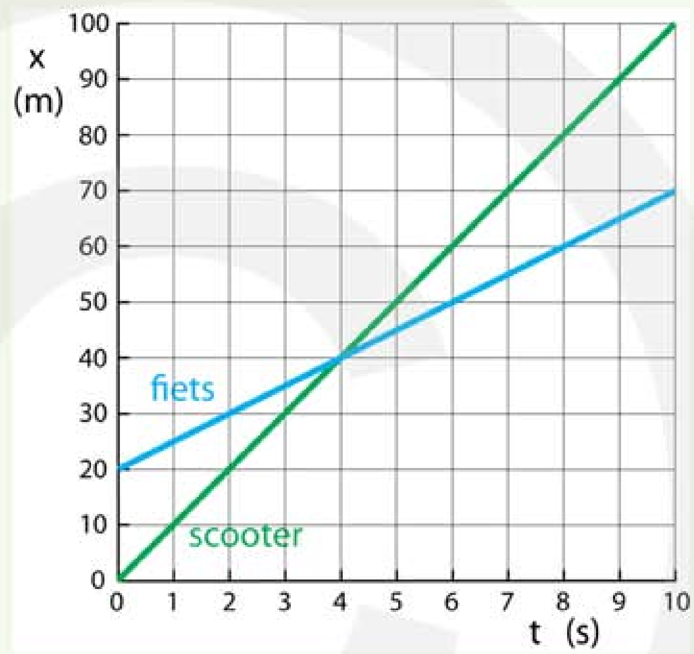
Figuur 5 Hoe steiler de grafiek is hoe groter de snelheid. De blauwe grafiek hoort bij de grootste snelheid, daarna de groene grafiek en daarna de oranje grafiek.

Δx gedeeld door Δt is de **richtingscoëfficiënt** van de grafiek. Als in tijdsinterval Δt de verandering van de plaats Δx groot is dan loopt de grafiek steil en is de richtingscoëfficiënt groot.

De richtingscoëfficiënt $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ van een (x, t)-grafiek is gelijk aan v_{gem}.

VOORBEELD   scooter en fiets aflezen uit een (x, t)-diagram

Een scooter en een fiets rijden in dezelfde richting. Op t=0 bevindt de fiets zich 20 m voor de scooter. De plaats op t=0 noemen we x_0. Voor de scooter geldt $x_0 = 0$ m en voor de fiets $x_0 = 20$ m. De scooter rijdt met een constante snelheid van 10 m/s. De fiets rijdt met 5,0 m/s. De (x, t)-diagrammen van de scooter en de fiets zie je in figuur 6.



Figuur 6 (x, t)-diagram van de scooter en van de fiets.

Op t = 0 begint de scooter aan een inhaalmanoeuvre door op de linkerrijstrook te gaan rijden. Als de scooter 10 meter voorbij de fiets is gaat hij weer terug naar de rechter rijstrook en is de inhaalmanoeuvre voorbij. Van deze beweging gaan we drie dingen **bepalen.** Je gebruikt hierbij grafieken.

- Op welk tijdstip passeert de scooter de fiets?
- Hoe lang duurt het inhalen?
- Hoeveel meter legt de scooter tijdens het inhalen af?

Bepaal het tijdstip waarop de scooter de fiets passeert.
- waar de grafieken elkaar snijden zijn de scooter en de fiets op hetzelfde tijdstip op dezelfde plaats
- bij het snijpunt van de grafieken passeert de scooter de fiets
- dit gebeurt op t = 4 s op 40 meter vanaf het nulpunt van de scooter

Bepaal hoe lang het inhalen duurt.
- aflezen in figuur 6
- op t = 6,0 s is de afstand tussen de scooter en de fiets 10 meter
- na 6,0 s gaat de scooter terug naar de rechter rijstrook

Bepaal de afstand die de scooter bij het inhalen aflegt.
- aflezen in figuur 6
- op t = 6,0 s heeft de scooter 60 m afgelegd

2.2 Constante snelheid

De gemiddelde snelheid

De gemiddelde snelheid v_{gem} is de afstand waarover een voorwerp zich verplaatst gedeeld door de tijd die hiervoor nodig is. Omdat we niet steeds willen schrijven: "de afstand waarover een voorwerp zich verplaatst" gebruiken we de letter s van "spatie" (afstand) of "space" *(Engels: ruimte)*. Voor de tijd die hiervoor nodig is gebruiken we de letter t.

s is de afstand waarover een voorwerp zich verplaatst in meter (m)

$$s = \Delta x = x_2 - x_1 \qquad t = \Delta t = t_2 - t_1$$

De snelheid geeft aan hoeveel afstand een voorwerp in één seconde aflegt. Voor de snelheid gebruiken we de letter v, afkomstig van het Engelse woord "velocity".

v is de snelheid in meter per seconde (m/s)

Voor de gemiddelde snelheid geldt de volgende formule:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad v_{gem} = \frac{s}{t} \quad \rightarrow \quad s = v_{gem} \cdot t$$

– v_{gem} is de gemiddelde snelheid in meter per seconde (m/s)
– Δx is de verandering van de plaats in meter (m)
– Δt is de verandering van de tijd in seconde (s)
– s is de afstand in meter (m)
– t is de tijd in seconde (s)

Tijdens de beweging kan de snelheid veranderen. Je kunt steeds harder of zachter gaan rijden of even stilstaan. De formule voor de gemiddelde snelheid zegt hier niets over. Alleen het totaal telt. Doe je er een uur over om van Leiden naar Den Haag te fietsen (20 km) dan is je gemiddelde snelheid 20 km/h, ook al fiets je op het ene moment wat harder en sta je op het andere moment stil voor een stoplicht.

Als de snelheid de hele tijd hetzelfde blijft spreek je van een **eenparig rechtlijnige beweging**.

eenparig rechtlijnige beweging → v = constant

Omrekenen van meter per seconde naar kilometer per uur

Snelheid druk je uit in meter per seconde of in kilometer per uur. Heb je een snelheid van 1 meter per seconde dan leg je iedere seconde 1 meter af. In het dagelijks leven wordt de snelheid vaak opgegeven in kilometer per uur. Het omrekenen van meter per seconde naar kilometer per uur gaat als volgt. In een uur zitten 60 minuten en in een minuut zitten 60 seconden. Een uur heeft dus $60 \times 60 = 3600$ seconden. Als je 1 meter per seconde rijdt, leg je in een uur 3600 meter af. 3600 meter is 3,6 km. Je snelheid is dan 3,6 km/h.

1 m/s = 3,6 km/h
1 km/h = 1 / 3,6 = 0,2778 m/s

VOORBEELD Thalys

De Thalys rijdt in 3 uur en 20 minuten de afstand van 432 km van Amsterdam naar Parijs.

Bereken de gemiddelde snelheid in km/h en in m/s.

- $s = 432\,\text{km} \quad | \quad t = 3{,}333\,\text{h} \quad | \quad v_{gem} = \ldots\,\text{km/h}$
- $v_{gem} = \dfrac{s}{t} \;\rightarrow\; v_{gem} = \dfrac{432}{3{,}333} = 129{,}6 = 130\,\text{km/h}$
- $v_{gem} = \dfrac{129{,}6}{3{,}6} = 36\,\text{m/s}$ *(snelheid in km/h delen door 3,6)*

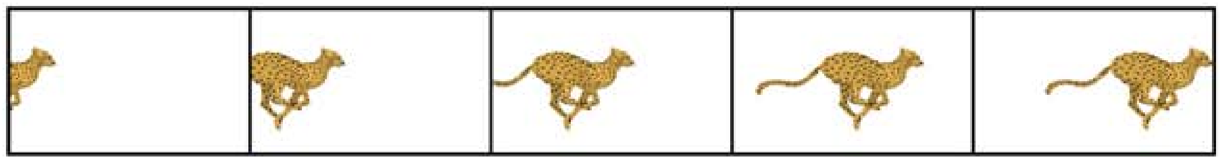
Vastleggen van een beweging

Om een beweging vast te leggen zijn er verschillende methoden. Als iets langzaam beweegt kun je gewoon met stopwatch en liniaal werken. Maar bij een snelle beweging moet je een (slow-motion) film maken of een stroboscopische foto nemen. Verder kun je ook een echo maken met geluid of met licht.

– filmen –

Bij het filmen wordt er 30 keer per seconde een nieuwe foto gemaakt. Maak je een film van een bewegend voorwerp dan leg je 30 keer per seconde de tijd en de plaats vast. Om uit de beelden de afstand te bepalen kun je een liniaal op de achtergrond mee filmen. Je kunt ook het voorwerp opmeten zodat je weet hoe groot het is. Is het beeldje op de film bijvoorbeeld 100 keer verkleind dan weet je dat je alles met 100 moet vermenigvuldigen om de werkelijke afmetingen te vinden.

Beweegt iets heel snel dan kun je ook een slow-motion filmpje maken met bijvoorbeeld 240 of 1200 beeldjes per seconde. Tegenwoordig zijn er hogesnelheids-camera's die tot wel 1.500.000 beelden per seconde maken. Als je een film die gemaakt is met zo'n hogesnelheidscamera afspeelt met 30 beeldjes per seconde ontstaat er een slow-motion film met een enorme vertraging. Iets wat in werkelijkheid maar één seconde duurt, kost dan meer dan een halve dag om af te spelen.

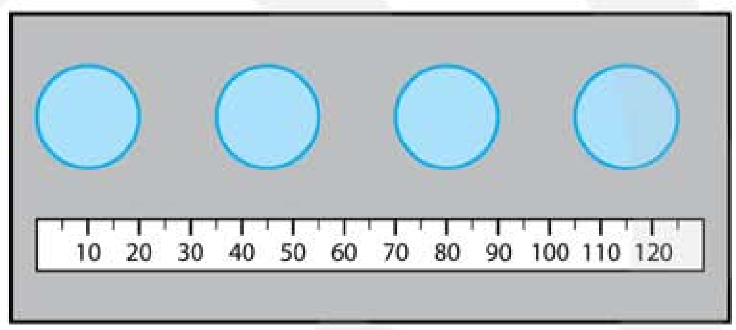


Figuur 7 Film van een sprintende Cheeta (jachtluipaard).

– stroboscopische foto –

Bij een stroboscopische foto maak je de kamer donker en neem je één foto. De sluiter van je fotocamera zet je hierbij bijvoorbeeld een seconde open. In die seconde geef je lichtflitsen in een vast ritme. Je kunt bijvoorbeeld 4 flitsen per seconde geven. Op de foto zie je nu 4 keer het voorwerp, steeds een beetje verschoven. Als je weet hoe groot het voorwerp is kun je de verandering van de plaats bepalen. Je kunt ook een liniaal op de voorgrond leggen.

Stoboscopische foto:
- maak de kamer donker
- zet de sluiter van je fotocamera open
- geef lichtflitsen in een vast ritme

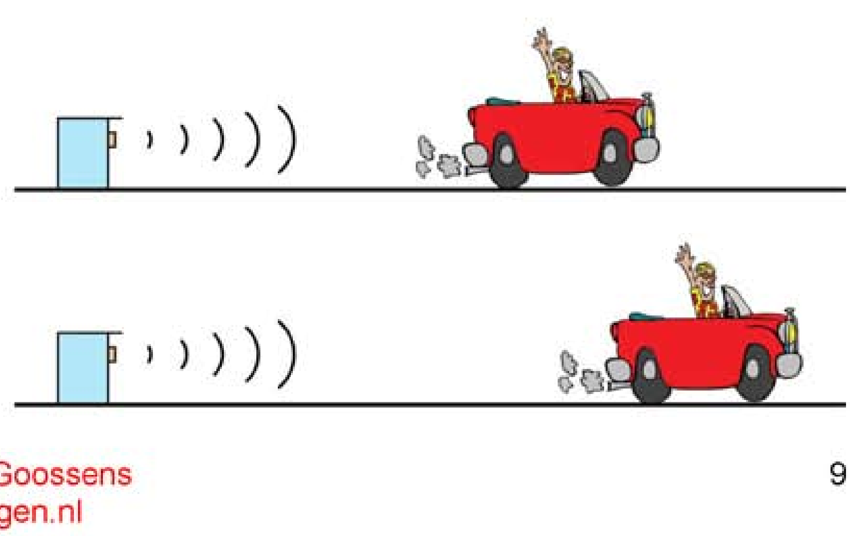


Figuur 8 Stroboscopische foto van een bewegende bal.

– echo met geluid of met licht –

Bij een echo gebruik je een luidspreker die korte geluidspulsen uitzendt. Het geluid kaatst tegen het bewegende voorwerp en komt terug in een microfoon. Je meet hoelang de echo erover doet om heen en terug te gaan. Hieruit bereken je de afstand. Na een tijdje meet je opnieuw een echo. Als de afstand tot het voorwerp groter is geworden duurt het langer voordat je de echo hoort. Is het dichterbij gekomen dan hoor je de echo eerder. Als je heel snel wilt meten kun je ook een echo met radargolven maken, want radar gaat een miljoen keer sneller dan het geluid. Zie figuur 9.

Figuur 9 Snelheid meten met een echo van radargolven. Er worden twee pulsen gegeven: 1e puls bovenste plaatje, 2e puls onderste plaatje. Omdat de auto bij het onderste plaatje verder van de radarbron is dan bij het bovenste plaatje heeft de echo meer tijd nodig.



VOORBEELD radarcontrole

De politie gebruikt radargolven om de snelheid van auto's te meten. In dit voorbeeld doen we hetzelfde, maar dan met geluidsgolven. Geluidsgolven hebben een snelheid van 340 m/s. We geven twee pulsen. De tweede puls komt 1,0 seconde na de eerste puls. Bij de eerste puls duurt het 0,10 seconde voordat de echo wordt waargenomen. Bij de tweede puls duurt het 0,30 seconde voordat de echo wordt waargenomen.

Bereken de afstand van de auto als de eerste puls wordt gegeven.
- $v_{geluid} = 340\ m/s \quad | \quad t = 0{,}10\ s \quad | \quad s = \ldots m$
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $s = 340 \cdot 0{,}10 = 34\ m$
- dit is twee keer de afstand want het geluid gaat heen en terug
- afstand auto is $34 / 2 = 17\ m$

Bereken de afstand van de auto als de tweede puls wordt gegeven.
- $s = 340 \cdot 0{,}30 = 102\ m$
- afstand auto is $102 / 2 = 51 m$

Bereken de snelheid van de auto.
- de afstand bij de1^e puls is 17 meter en de afstand bij de 2^e puls is 51 meter
- pulsen worden 1 seconde na elkaar uitgezonden
- in 1 seconde legt de auto 51 – 17 = 34 meter af
- $v_{gem} = \frac{s}{t} \quad \rightarrow \quad v_{gem} = 34 / 1 = 34\ m/s$
- $34\ m/s = 34 \cdot 3{,}6 = 122\ km/h$

2.3 Berekenen van afstand, tijd en snelheid

Plaats en tijd berekenen

Uit een (x, t)-diagram kun je aflezen hoe een beweging verloopt. Je moet altijd zo nauwkeurig mogelijk aflezen, maar het is onvermijdelijk dat je kleine afleesfouten maakt. Nauwkeuriger is het om antwoorden te krijgen uit een berekening. Je maakt dan gebruik van formules.

Om de plaats x uit te rekenen moeten we de afstand s optellen bij de beginplaats x_0. We vinden dan

$$x = x_0 + v_{gem} \cdot t$$

– x is de plaats op tijdstip t in meter (m)
– x_0 is de plaats op t = 0 in meter (m)
– v_{gem} is de (gemiddelde) snelheid in meter per seconde (m/s)
– t is de tijd in seconde (s)

Het voorbeeld hieronder is dezelfde situatie met een scooter en een fiets als in het eerdere voorbeeld. Toen hebben we de antwoorden verkregen door af te lezen. Nu gaan we dezelfde vragen beantwoorden door te rekenen. Omdat we eerder bij het aflezen geen fouten hebben gemaakt zijn de antwoorden precies hetzelfde.

VOORBEELD scooter en fiets berekenen met formules

Een scooter en een fiets rijden in dezelfde richting. Op t=0 bevindt de fiets zich 20 m vóór de scooter. De plaats op t = 0 noemen we x_0. Voor de scooter geldt x_0 = 0 m en voor de fiets x_0 = 20 m. De scooter rijdt met een constante snelheid van 10 m/s. De fiets rijdt met 5,0 m/s. De (x, t)-grafieken van de scooter en de fiets zie je in figuur 6.

Bereken het tijdstip waarop de scooter de fiets passeert.

- $x_{0,\,scooter} = 0$ m | $x_{0,\,fiets} = 20$ m
- $v_{scooter} = 10$ m/s | $v_{fiets} = 5{,}0$ m/s
- scooter: $x_{scooter} = v_{scooter} \cdot t \;\rightarrow\; x_{scooter} = 10 \cdot t$
- fiets: $x_{fiets} = x_{0\,fiets} + v_{fiets} \cdot t \;\rightarrow\; x_{fiets} = 20 + 5{,}0 \cdot t$
- scooter passeert de fiets: $x_{scooter} = x_{fiets}$
- $10 \cdot t = 20 + 5{,}0 \cdot t \;\rightarrow\; 5{,}0 \cdot t = 20 \;\rightarrow\; t = 4{,}0$ s

Bereken hoe lang het inhalen duurt.

- scooter 10 meter voorbij de fiets: $x_{scooter} = x_{fiets} + 10$
- $10 \cdot t = (20 + 5{,}0 \cdot t) + 10 \;\rightarrow\; 10 \cdot t = 30 + 5{,}0 \cdot t$
- $5{,}0 \cdot t = 30 \;\rightarrow\; t = 6{,}0$ s

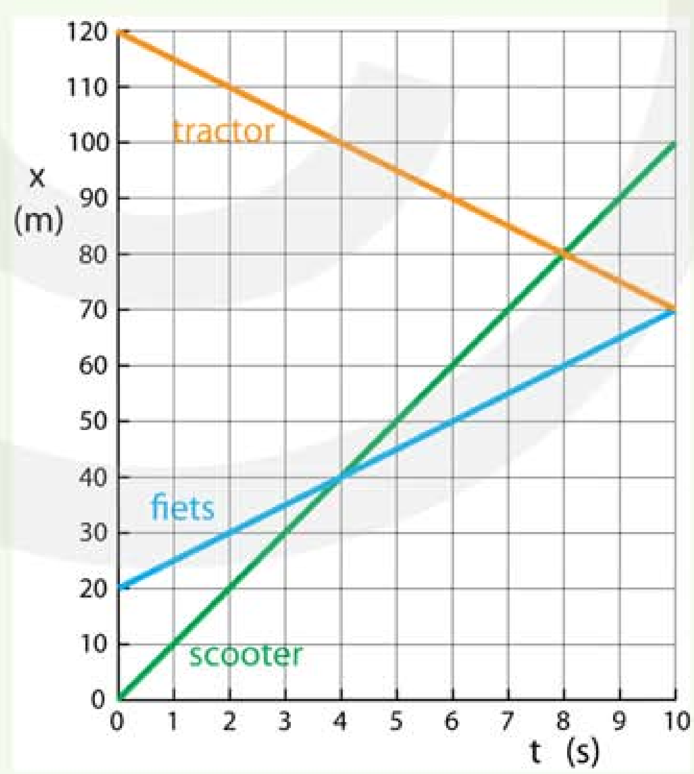
Bereken de afstand die de scooter bij het inhalen aflegt.

- $t = 6{,}0\ \text{s}$
- $x_{scooter} = v_{scooter} \cdot t$
- $x_{scooter} = 10 \cdot t \;\rightarrow\; x_{scooter} = 10 \cdot 6{,}0 = 60\ \text{m}$

De beweging van een scooter en een fiets hebben we opgelost door (x, t)-grafieken af te lezen en door berekeningen te maken. Het wordt ingewikkelder als er ook nog een tegemoetkomende tractor in het spel is, maar zoals je ziet in onderstaand voorbeeld kun je ook deze situatie oplossen.

VOORBEELD scooter en fiets met tegemoetkomende tractor

Een tractor bevindt zich op de andere rijstrook en rijdt naar de scooter en de fiets toe. Op t=0 heeft tractor een afstand van 120 m tot de scooter. De snelheid van de tractor is −5,0 m/s. Het minteken drukt uit dat de tractor naar het nulpunt toe beweegt. Van deze beweging gaan we bepalen en berekenen of de scooter op tijd op de rechterweghelft terug is om een frontale botsing te voorkomen. Het (x, t)-diagram van deze beweging is in figuur 10 weergegeven.



Figuur 10 (x, t)-diagram met daarin de grafieken van de scooter, de fiets en de tractor.

Bepaal het tijdstip waarop de scooter de tractor tegenkomt.

- aflezen in figuur 10
- scooter en de tractor komen elkaar tegen op t = 8,0 s
- dat is 2,0 s nadat de scooter terug is op de rechterweghelft
- de scooter is op tijd terug

Bereken het tijdstip waarop de scooter de tractor tegenkomt.

- $x_{0,\ scooter}$ = 0 m | $x_{0,\ tractor}$ = 120 m
- $v_{scooter}$ = 10 m/s | $v_{tractor}$ = −5,0 m/s *(let op het minteken)*
- scooter: $x_{scooter} = v_{scooter} \cdot t \rightarrow x_{scooter} = 10 \cdot t$
- tractor: $x_{tractor} = x_{0\ tractor} + v_{tractor} \cdot t \rightarrow x_{tractor} = 120 - 5{,}0 \cdot t$
- scooter komt de tractor tegen: $x_{scooter} = x_{tractor}$
- $10 \cdot t = 120 - 5{,}0 \cdot t \rightarrow 15 \cdot t = 120 \rightarrow t = 8{,}0\ s$

Relatieve snelheid

In het voorbeeld met de tegemoetkomende tractor hebben we gebruik gemaakt van het feit dat snelheid **relatief** is. Snelheid is niet een eigenschap van een voorwerp maar is een relatie tussen twee voorwerpen. Ten opzichte van het gekozen nulpunt op het aardoppervlak heeft de fiets een snelheid van 5,0 m/s en de scooter een snelheid van 10 m/s. Ten opzichte van hetzelfde nulpunt op het aardoppervlak heeft de tractor een snelheid van −5,0 m/s.

Kijk je vanaf de fiets naar de scooter dan zie je dat de scooter eerst met 5,0 m/s dichterbij komt en daarna met 5,0 m/s van je wegrijdt.

Kijk je vanaf de fiets naar de tractor dan zie je dat de tractor met een snelheid van 10 m/s naar je toe rijdt.

Kijk je vanaf de scooter naar de tractor dan zie je dat de tractor met een snelheid van 15 m/s naar je toe rijdt.

Zoals je ziet kun je niet spreken van "de" snelheid van een voorwerp. Altijd moet je opgeven ten opzichte van welk punt je de snelheid vastlegt.

Snelheid is relatief, het is een relatie tussen twee voorwerpen.

Twee waarnemers kunnen hetzelfde voorwerp met een verschillende snelheid zien bewegen.

VOORBEELD stilstaan of bewegen

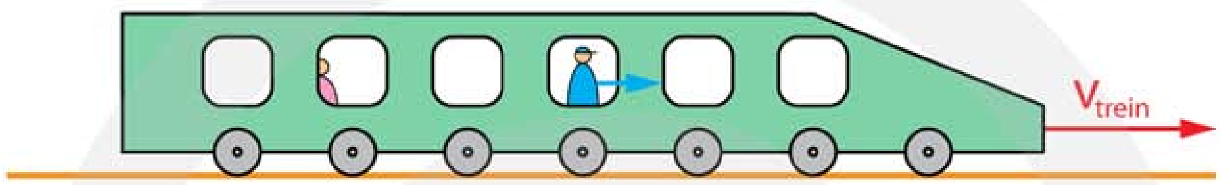
Je zit in een trein en kijkt naar buiten naar een andere trein. Je denkt dat je rijdt, maar als je naar de omgeving kijkt zie je dat je stilstaat en dat de andere trein aan het rijden is.

Je zit in een vliegtuig dat met 1000 km/h beweegt maar je merkt er niets van.

De aarde beweegt met 100.000 km/h om de zon maar je merkt er niets van.

Snelheden optellen

Stel je zit in een trein die met 30 km/h langs het perron rijdt. Zie figuur 11. Je ziet de conducteur naar voren lopen met 5 km/h. Je broer staat op het perron en kijkt ook naar de conducteur. Je broer concludeert dat de conducteur met 35 km/h beweegt. De trein beweegt immers met 30 km/h en de conducteur met 5 km/h ten opzichte van de trein. Volgens je broer heeft de conducteur een snelheid van 30 + 5 = 35 km/h. Loopt de conducteur naar achteren met 5 km/h dan is zijn snelheid volgens je broer 30 − 5 = 25 km/h. Zoals je ziet kun je snelheden bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken.



Figuur 11 Snelheden optellen. Op het perron zie je dat de snelheid van de conducteur gelijk is aan de snelheid van de trein plus de snelheid waarmee de conducteur door de trein loopt.

Het bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken van snelheden mag alleen bij snelheden die veel kleiner zijn dan de lichtsnelheid: $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s. De lichtsnelheid (in één seconde 7,5 keer om de aarde) komt in het dagelijks leven niet voor. Wordt deze snelheid wel benaderd, bijvoorbeeld bij atomen of elektronen, dan mogen snelheden niet zomaar bij elkaar worden opgeteld. Doe je dat toch dan zou je een snelheid groter dan de lichtsnelheid kunnen krijgen en dat is niet toegestaan. Komt de snelheid in de buurt van de lichtsnelheid dan geldt de gewone (klassieke) natuurkunde niet meer en heb je de speciale relativiteitstheorie van Einstein nodig. In dit hoofdstuk beperken we ons daarom tot snelheden die veel kleiner zijn dan de lichtsnelheid.

Door gebruik te maken van de relatieve snelheid kunnen we het probleem van de scooter, de fiets en de tractor eenvoudig oplossen. Als nulpunt kiezen we niet de plaats van de scooter op tijdstip nul maar de plaats van de fiets. De waarnemer staat niet langer langs de kant van de weg, maar we zetten hem op de fiets en berekenen wat de fietsende waarnemer ziet gebeuren.

VOORBEELD scooter en fiets zoals waargenomen door de fietser

De beweging van de scooter en de fiets die we in een eerder voorbeeld zagen gaan we nu bekijken door de ogen van de fietser. Om wat de fietser waarneemt te onderscheiden van wat iemand langs de weg waarneemt gebruiken we een accent voor de fietser. De tijd is voor alle waarnemers hetzelfde: t' = t.

Bereken het tijdstip waarop de scooter de fiets passeert volgens de fietser.

- $x_{0,\,scooter} = -20$ m | $x_{0,\,fiets} = 0$ m
- $v_{scooter} = 5$ m/s | $v_{fiets} = 0$ m/s
- scooter passeert de fiets: $x'_{scooter} = x'_{fiets}$
- $-20 + 5 \cdot t = 0 \quad \rightarrow \quad 5 \cdot t = 20 \quad \rightarrow \quad t = 4{,}0$ s

Bereken hoe lang de inhaalmanoeuvre duurt volgens de fietser.

- de scooter is dan 10 meter voorbij de fiets $\rightarrow$ $x'_{scooter} = x'_{fiets} + 10$
- $-20 + 5 \cdot t = 10 \quad \rightarrow \quad 5 \cdot t = 30 \quad \rightarrow \quad t = 6{,}0\ s$

Bereken de afstand die de scooter bij de inhaalmanoeuvre aflegt volgens de fietser.

- $x'_{scooter} = -20 + 5 \cdot t$
- de inhaalmanoeuvre duurt 6 seconden $\rightarrow$ $x'_{scooter} = -20 + 5 \cdot 6 = 10\,m$
- op t = 0 s is de scooter 20 m achter de fiets en op t = 6 s is hij 10 m voorbij de fiets
- ten opzichte van de fiets heeft de scooter 30 m afgelegd

MERK OP

De afstand ten opzichte van de fiets is niet gelijk aan de afstand die de scooter aflegt ten opzichte van de aarde. Voor de fietser heeft de scooter 30 m afgelegd, maar voor een waarnemer langs de weg heeft de fietser in zes seconden ook 30 m afgelegd en heeft de scooter daarom 30 + 30 = 60 m afgelegd.

VOORBEELD scooter en fiets met tegemoetkomende tractor zoals waargenomen door de tractor

Nu komt de tegemoetkomende tractor weer in het spel. We gaan de beweging van de scooter bekijken door de ogen van de tractorbestuurder.

Bereken het tijdstip waarop de scooter de tractor tegenkomt.

- $x_{0,\,scooter} = -120\ m$ | $x_{0,\,tractor} = 0\ m$
- $v_{scooter} = 15\ m/s$ | $v_{tractor} = 0\ m/s$
- afstand tussen de scooter en tractor = 0 $\rightarrow$ $x'_{scooter} = x'_{tractor}$
- $-120 + 15 \cdot t = 0 \quad \rightarrow \quad 15 \cdot t = 120 \quad \rightarrow \quad t = 8{,}0\ s$

In onderstaande 3 tabel zie je de plaats en de snelheid ten opzichte van de aarde, de scooter, de fiets en de tractor.

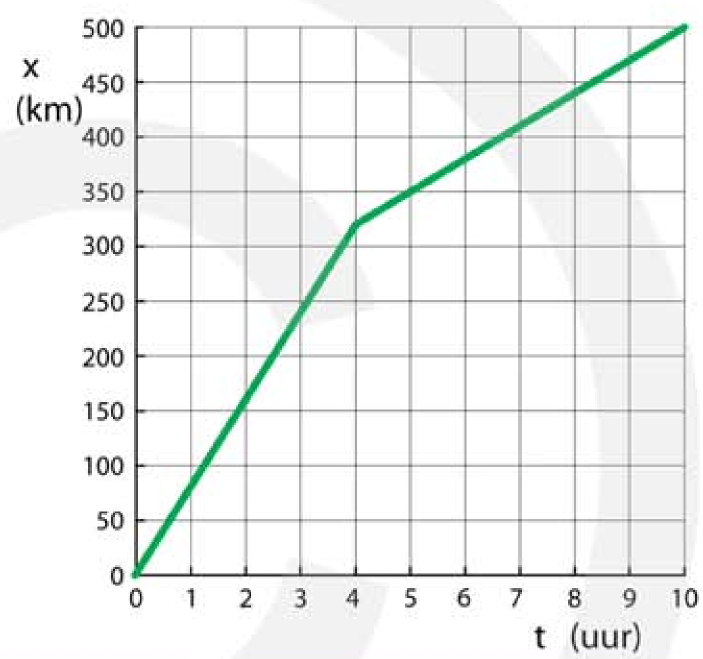
t.o.v. de aarde	t.o.v. de scooter	t.o.v. de fiets	t.o.v de tractor
$x_{0\,scooter} = 0\ m$ $x_{0\,fiets} = 20\ m$ $x_{0\,tractor} = 120\ m$	$x'_{0\,scooter} = 0\ m$ $x'_{0\,fiets} = 20\ m$ $x'_{0\,tractor} = 120\ m$	$x'_{0\,scooter} = -20\ m$ $x'_{0\,fiets} = 0\ m$ $x'_{0\,tractor} = 100\ m$	$x'_{0\,scooter} = -120\ m$ $x'_{0\,fiets} = -100\ m$ $x'_{0\,tractor} = 0\ m$
$v_{scooter} = 10\ m/s$ $v_{fiets} = 5\ m/s$ $v_{tractor} = -5\ m/s$	$v'_{scooter} = 0\ m/s$ $v'_{fiets} = -5\ m/s$ $v'_{tractor} = -15\ m/s$	$v'_{scooter} = 5\ m/s$ $v'_{fiets} = 0\ m/s$ $v'_{tractor} = -10\ m/s$	$v'_{scooter} = 15\ m/s$ $v'_{fiets} = 10\ m/s$ $v'_{tractor} = 0\ m/s$

Samengestelde beweging met constante snelheden

Een samengestelde beweging bestaat uit twee of meer opeenvolgende bewegingen. Bij deze bewegingen moet je de tijd en de afstand verdelen en voor ieder deel een berekening maken. Daarna tel je de resultaten van je berekeningen bij elkaar op.

In het eenvoudigste geval is een beweging samengesteld uit twee constante snelheden die elkaar opvolgen. In figuur 12 zie je het (x, t)-diagram van een samengestelde beweging met constante snelheden. De eerste 4,0 uur rijd je met 80 km/h en daarna 6,0 uur met 30 km/h.

Omdat je 500 km in 10 uur aflegt is je gemiddelde snelheid $v_{gem} = \frac{500}{10} = 50\ \text{km/h}$.



Figuur 12 (x, t)-diagram van een samengestelde beweging met constante snelheden.

VOORBEELD trajectcontrole

Over een afstand van 10 km wordt trajectcontrole toegepast. Je gemiddelde snelheid mag niet groter zijn dan 100 km/h. De eerste 6,0 km rijd je met een constante snelheid van 150 km/h. Daarna rem je af en rijd je met een lagere constante snelheid verder.

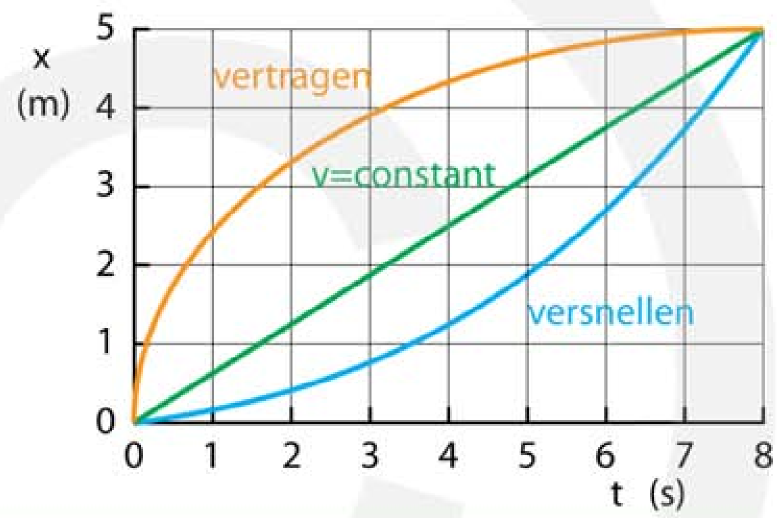
Bereken hoe groot je constante snelheid over het tweede deel van het traject maximaal mag zijn om geen bekeuring te krijgen.

- splits de beweging in Deel 1 en Deel 2
- $s_1 = 6{,}0\ \text{km} \ \ | \ \ v_{gem\,1} = 150\ \text{km/h} \ \ | \ \ t_1 = \ldots\ \text{h}$
- $s_1 = v_{gem\,1} \cdot t_1 \ \rightarrow \ 6 = 150 \cdot t_1 \ \rightarrow \ t_1 = 0{,}04\ \text{h}$ *(tijd voor Deel 1)*
- $s_{tot} = 10\ \text{km} \ \ | \ \ v_{gem\,tot} = 100\ \text{km/h} \ \ | \ \ t_{tot} = \ldots\ \text{h}$
- $s_{tot} = v_{gem\,tot} \cdot t_{tot} \ \rightarrow \ 10 = 100 \cdot t_{tot} \ \rightarrow \ t_{tot} = 0{,}10\ \text{h}$ *(totale tijd voor traject)*
- $t_{tot} = t_1 + t_2 \ \rightarrow \ 0{,}1 = 0{,}04 + t_2 \ \rightarrow \ t_2 = 0{,}06\ \text{h}$ *(tijd voor Deel 2)*
- $s_{tot} = s_1 + s_2 \ \rightarrow \ 10 = 6 + s_2 \ \rightarrow \ s_2 = 4{,}0\ \text{km}$ *(afstand van Deel 2)*
- $s_2 = 4{,}0\ \text{km} \ \ | \ \ t_1 = 0{,}06\ \text{h} \ \ | \ \ v_{gem\,2} = \ldots\ \text{km/h}$
- $s_2 = v_{gem\,2} \cdot t_2 \ \rightarrow \ 4 = v_{gem\,2} \cdot 0{,}06 \ \rightarrow \ v_{gem\,2} = 67\ \text{km/h}$

2.4 Versnellen en vertragen

Versnellen en vertragen

Zoals we eerder hebben gezien is de (x, t)-grafiek van een beweging met constante snelheid een rechte lijn. Liggen de punten in het (x, t)-diagram niet op een rechte lijn dan verandert de snelheid. Bij een **versnelde beweging** wordt de verplaatsing in één seconde steeds groter. De grafiek buigt hierdoor omhoog. Zie figuur 13. Bij een **vertraagde beweging** wordt de verplaatsing in één seconde steeds kleiner. De grafiek buigt hierdoor omlaag. Zie figuur 13.

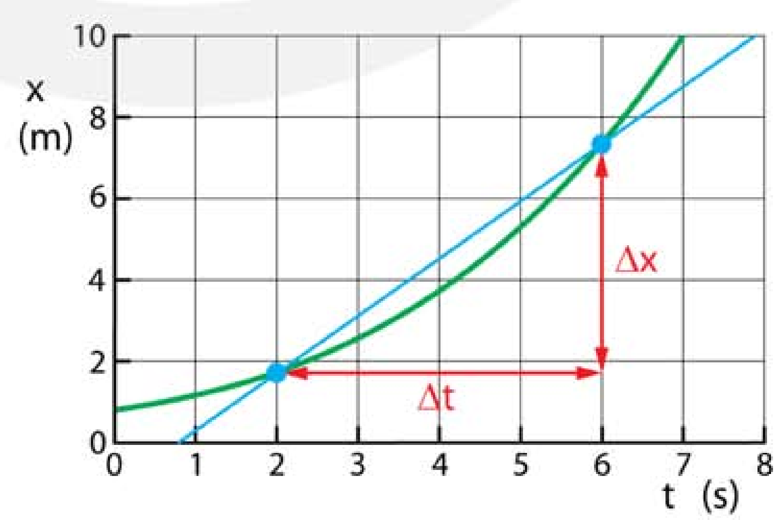


Figuur 13 (x, t)-diagram met grafieken voor een constante snelheid (groen), een versnelde beweging (blauw) en een vertraagde beweging (oranje).

versnellen	→	**de snelheid wordt groter**
vertragen	→	**de snelheid wordt kleiner**

Bij een versnelde beweging wordt de snelheid steeds groter. Om de gemiddelde snelheid tussen de tijdstippen t_1 en t_2 bepalen moet je de richtingscoëfficiënt berekenen van de lijn die door de punten (x_1, t_1) en (x_2, t_2) gaat. Hiervoor moet je Δx delen door Δt. Zie figuur 14. In dit geval is v_{gem} tussen t = 2 s en t = 6 s gelijk aan

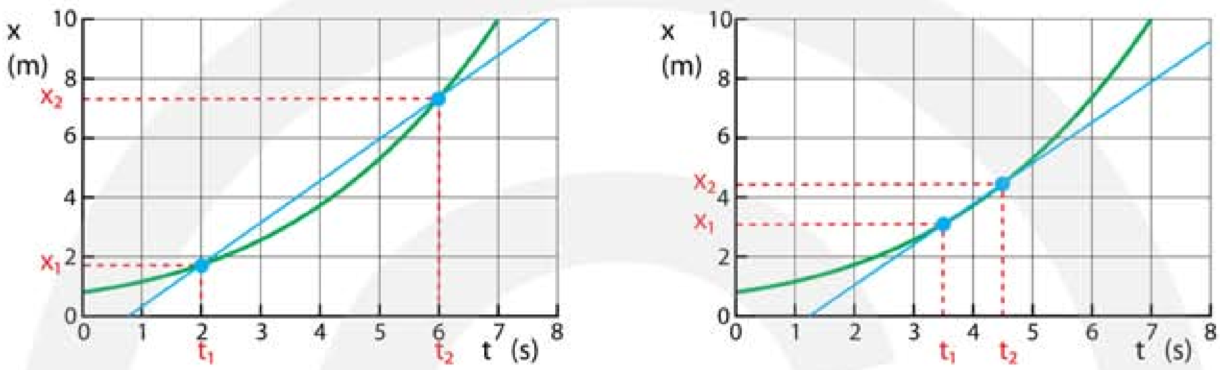
$$v_{gem} = \frac{7,3-1,7}{6-2} = 1,4 \text{ m/s}$$



Figuur 14 De gemiddelde snelheid bepalen van een versnelde beweging.

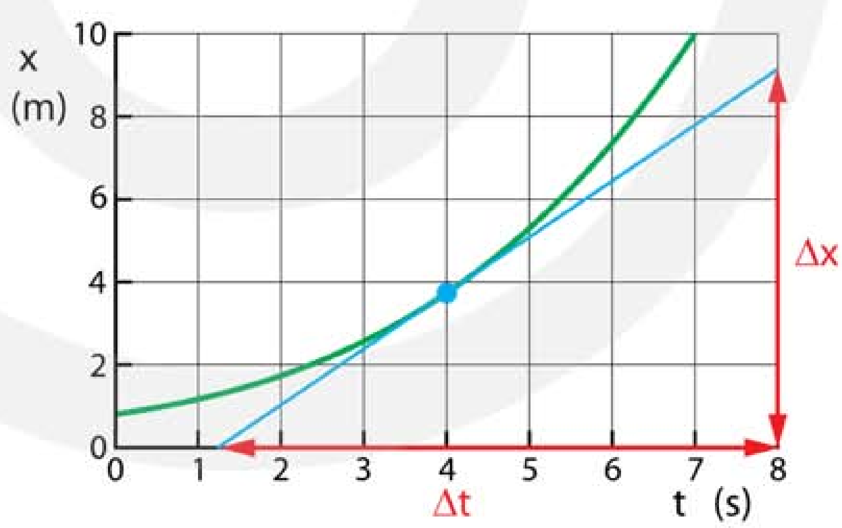
De snelheid op één tijdstip

In figuur 15 bepalen we links de gemiddelde snelheid tussen $t_1 = 2{,}0$ en $t_2 = 6{,}0$ s. Rechts bepalen we de gemiddelde snelheid tussen $t_1 = 3{,}5$ en $t_2 = 4{,}5$ s. Om de snelheid op tijdstip $t = 4{,}0$ seconde te bepalen kiezen we de punten t_1 en t_2 steeds dichter bij elkaar. We kunnen bijvoorbeeld de gemiddelde snelheid tussen $t_1 = 3{,}9$ en $t_2 = 4{,}1$ s nemen of tussen $t_1 = 3{,}99$ en $t_2 = 4{,}01$ seconde.



Figuur 15 De gemiddelde snelheid tussen t_1 en t_2. Links liggen t_1 en t_2 ver uit elkaar en rechts liggen ze vlak naast elkaar.

De tijdstippen t_1 en t_2 kunnen we zo dicht bij elkaar kiezen dat ze niet meer van elkaar te onderscheiden zijn. t_1 en t_2 vallen dan op hetzelfde moment. In figuur 16 bepalen we de (gemiddelde) snelheid op één tijdstip, namelijk $t = 4{,}0$ s.



Figuur 16 De snelheid op één tijdstip.

Voor de snelheid op $t = 4{,}0$ s vinden we: $v = \frac{9{,}1-0}{8-1{,}2} = 1{,}3\ m/s$

Bij een versnelde en vertraagde beweging moet je onderscheid maken tussen de gemiddelde snelheid v_{gem} en de snelheid op één tijdstip v.

v_{gem}	**is de gemiddelde snelheid**
v	**is de snelheid op één tijdstip**

Raaklijn

De blauwe lijn in figuur 16 noemen we de **raaklijn** aan de grafiek. In dit geval is de raaklijn op t = 4,0 s getekend. De snelheid op tijdstip t is gelijk aan de richtingscoëfficiënt $\Delta x/\Delta t$ van de raaklijn aan de (x, t)-grafiek op tijdstip t.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$$

Om een raaklijn te tekenen gebruik je je geodriehoek. Je legt het nulpunt van de schaal op het punt (x, t) waar je de snelheid wilt weten. Vervolgens draai je je geodriehoek zo dat je een lijn krijgt die langs de grafiek scheert. De afwijking van de grafiek met de raaklijn verdeel je ze eerlijk mogelijk. In de buurt van het (x, t) punt moet de afwijking tussen de grafiek en de raaklijn links en rechts even groot zijn.

De versnelling

De versnelling is de verandering van de snelheid gedeeld door de tijd.

$$a_{gem} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- a_{gem} is de gemiddelde versnelling in meter per seconde kwadraat (m/s^2)
- v_1 is de snelheid op tijdstip t_1 in meter per seconde (m/s)
- v_2 is de snelheid op tijdstip t_2 in meter per seconde (m/s)
- Δv is de verandering van de snelheid in meter per seconde (m/s)
- Δt is de verandering van de tijd in seconde (s)

De versnelling geeft aan dat de snelheid verandert. Natuurlijk kan de versnelling zelf ook veranderen. Maar om het niet te ingewikkeld te maken gaan we er meestal van uit dat de versnelling constant is. We spreken dan van een **eenparig versnelde beweging**.

Bij een eenparig versnelde beweging is de versnelling constant.

Verder kun je natuurlijk ook vertragen (afremmen). Bij een vertraging wordt je snelheid steeds kleiner. Een vertraging is een negatieve versnelling, want elke seconde gaat er iets van de snelheid af. Later in dit hoofdstuk leer je hier meer over.

versnellen → a en v hebben hetzelfde teken (+ of −)
vertragen → a en v hebben tegengesteld teken (+ of −)

De eenheid van versnelling

De versnelling geeft aan dat de snelheid (de hoeveelheid afgelegde meters per seconde) iedere seconde groter wordt. Stel je begint te fietsen en hebt na 1 seconde een snelheid van 2 m/s, na 2 seconde een snelheid van 4 m/s en na 3 seconde een snelheid van 6 m/s, etc. Iedere seconde neemt je snelheid met 2 meter per seconde toe. Je versnelling is dan 2 meter per seconde per seconde. Je ziet dat je twee keer achter elkaar per seconde moet schrijven. Twee keer achter elkaar deel je door seconde en dit geef je aan met seconde in het kwadraat. De eenheid van versnelling is daarom meter per seconde kwadraat (m/s^2)

De eenheid van versnelling is meter per seconde kwadraat (m/s^2).

Bereken de snelheid of bereken de tijd

Als je bij een eenparig versnelde beweging de snelheid of de tijd moet berekenen dan moet je de formule $a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ombouwen. Dit geeft

$$a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad \Delta v = a_{gem} \cdot \Delta t \qquad \Delta t = \frac{\Delta v}{a_{gem}}$$

Bereken de afstand bij een eenparig versnelde beweging

Om de afstand te berekenen gebruik je de formule $s = v_{gem} \cdot t$. In deze formule staat niet de snelheid op één tijdstip maar de **gemiddelde snelheid**. We moeten dus eerst de gemiddelde snelheid berekenen. Het gemiddelde van twee getallen bereken je door ze op te tellen en het resultaat te delen door 2. Het gemiddelde van 3 en 8 is bijvoorbeeld $(3 + 8) / 2 = 5{,}5$. Met snelheden doen we precies hetzelfde.

$$v_{gem} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Vaak is de snelheid bij het begin, of aan het einde nul. In dat geval geldt:

$$v_{begin} = 0 \quad \rightarrow \quad v_{gem} = \tfrac{1}{2} v_{eind}$$

$$v_{eind} = 0 \quad \rightarrow \quad v_{gem} = \tfrac{1}{2} v_{begin}$$

VOORBEELD optrekkende motor

Een motor trekt op uit stilstand met een eenparige versnelling en heeft na 100 m een snelheid van 40 m/s.

Op welk tijdstip heeft de motor 100 m afgelegd?
- $v_{gem} = \frac{1}{2} \cdot 40 = 20\ m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t \;\rightarrow\; 100 = 20 \cdot t \;\rightarrow\; t = 5{,}0\ s$

Bereken de versnelling van de motor.
- $\Delta v = a_{gem} \cdot \Delta t \;\rightarrow\; 40 = a_{gem} \cdot 5 \;\rightarrow\; a_{gem} = 8{,}0\ m/s^2$

VOORBEELD afstand nodig om af te remmen

Een auto rijdt met 30 m/s over de snelweg en moet remmen voor een langzaam rijdende file met een snelheid van 5,0 m/s. Zijn vertraging is 2,5 m/s^2.

Bereken de gemiddelde snelheid van de auto tijdens het remmen.
- $v_1 = 30\ m/s \;\mid\; v_2 = 5\ m/s \;\mid\; v_{gem} = \ldots m/s$
- $v_{gem} = \dfrac{v_1 + v_2}{2} \;\rightarrow\; v_{gem} = \dfrac{30 + 5}{2} = 17{,}5\ m/s$

Bereken hoe lang het remmen duurt.
- $\Delta v = 30 - 5 = 25\ m/s \;\mid\; a = 2{,}5\ m/s^2 \;\mid\; t = \ldots s$
- $\Delta t = \dfrac{\Delta v}{a} \;\rightarrow\; \Delta t = \dfrac{25}{2{,}5} = 10\ s$

Bereken de afstand die de auto tijdens het remmen aflegt.
- $v_{gem} = 17{,}5\ m/s \;\mid\; t = 10\ s \;\mid\; s = \ldots m$
- $s = v_{gem} \cdot t \;\rightarrow\; s = 17{,}5 \cdot 10 = 175 = 1{,}8 \cdot 10^2\ m$

Samengestelde beweging met constante snelheid en versnelling

Eerder zijn we samengestelde bewegingen tegengekomen waarbij twee constante snelheden elkaar opvolgen. Het is ook mogelijk dat een constante snelheid wordt opgevolgd door een versnelde of vertraagde beweging. In het verkeer heb je met deze situatie te maken bij het remmen.

– reageren en remmen –

Stel je rijdt op en weg en ziet een obstakel. Je hebt dan te maken met de volgende begrippen:

Reactietijd	is de tijd tussen het moment waarop het obstakel wordt waargenomen en het voertuig begint te remmen
Reactieafstand	is de afstand die het voertuig in de reactietijd aflegt
Remtijd	is de tijd waarin het voertuig aan het remmen is
Remafstand	is de afstand die het voertuig tijdens het remmen aflegt
Stoptijd	is de tijd die verloopt tussen het moment waarop het obstakel wordt waargenomen en het moment waarop het voertuig tot stilstand komt
Stopafstand	is de totale afstand waarover het voertuig zich verplaatst tussen het moment waarop het obstakel wordt waargenomen en het moment waarop het voertuig tot stilstand komt.

stoptijd = reactietijd + remtijd
stopafstand = reactieafstand + remafstand

VOORBEELD noodstop

Een vrachtauto rijdt met een constante snelheid van 25 m/s en voert een noodstop uit. Op t=0 ziet de chauffeur het gevaar en op t = 0,80 s begint hij te remmen, waardoor de vrachtauto eenparig vertraagt. Het remmen duurt 4,0 s.

Bereken de reactieafstand.
- in de reactietijd is de snelheid constant
- $v_{gem} = 25\ m/s \quad | \quad t = 0{,}8\ s \quad | \quad s = \ldots m$
- $s = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad s = 25 \cdot 0{,}8 = 20\ m$

Bereken de remafstand.
- tijdens het remmen is de beweging eenparig vertraagd
- $v_{begin} = 25\ m/s \quad | \quad v_{eind} = 0\ m/s \quad | \quad t = 4{,}0\ s \quad | \quad s = \ldots m$
- $v_{gem} = \dfrac{v_{begin} + v_{eind}}{2} \quad \rightarrow \quad v_{gem} = \dfrac{25+0}{2} = 12{,}5\ m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t \quad \rightarrow \quad s = 12{,}5 \cdot 4{,}0 = 50\ m$

Bereken de stopafstand.
- stopafstand $= 20 + 50 = 70$ m

In het autoverkeer geldt als regel dat je twee seconden afstand moet houden tot je voorganger. Dit heet de tweesecondenregel.

De tweesecondenregel stelt dat de tijd die nodig is om de afstand tot je voorganger te overbruggen ten minste 2 seconden moet zijn.

VOORBEELD de tweesecondenregel

Auto's A en B hebben een snelheid van 30 m/s (108 km/h). Auto B rijdt op 2,0 s tijdsafstand van auto A. De remvertraging van A is 8,0 m/s^2 en de remvertraging van B is 5,0 m/s^2. De reactietijd van B is 0,80 s. Op t=0 begint auto A te remmen.

Bereken de afstand tussen A en B voor het moment waarop A gaat remmen.
- $v_A = v_B = 30\,m/s \;\;|\;\; t = 2{,}0\,s \;\;|\;\; s = \ldots m$
- $s = v_{gem} \cdot t \;\rightarrow\; s = 30 \cdot 2 = 60\,m$

Bereken de stopafstand van A.
- A heeft geen reactietijd $\rightarrow$ de stoptijd van A is gelijk aan zijn remtijd
- $v_{begin} = 30\,m/s \;\;|\;\; v_{eind} = 0\,m/s \;\;|\;\; a = 8{,}0\,m/s^2 \;\;|\;\; s = \ldots m$
- $\Delta v = a \cdot \Delta t \;\rightarrow\; 30 = 8 \cdot \Delta t \;\rightarrow\; \Delta t = 3{,}75\,s$
- $v_{gem} = \dfrac{v_{begin} + v_{eind}}{2} \;\rightarrow\; v_{gem} = \dfrac{30+0}{2} = 15\,m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t \;\rightarrow\; s = 15 \cdot 3{,}75 = 56{,}25 = 56\,m$

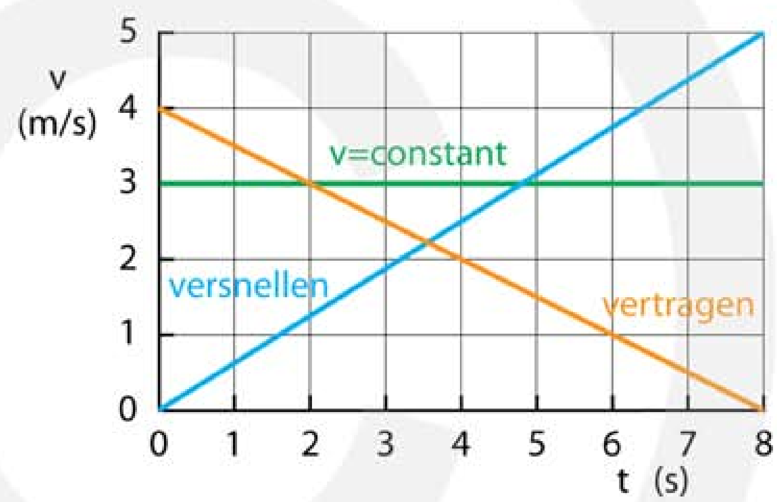
Bereken de stopafstand van B.
- reactieafstand van B: $v = 30\,m/s \;\;|\;\; t = 0{,}80\,s \;\;|\;\; s = \ldots m$
- $s = v_{gem} \cdot t \;\rightarrow\; s = 30 \cdot 0{,}8 = 24\,m$
- remtijd van B: $\Delta v = a \cdot \Delta t \;\rightarrow\; 30 = 5 \cdot \Delta t \;\rightarrow\; \Delta t = 6{,}0\,s$
- remafstand van B: $s = v_{gem} \cdot t \;\rightarrow\; s = 15 \cdot 6 = 90\,m$.
- stopafstand = reactieafstand + remafstand: $24 + 90 = 114\,m$

Bereken de afstand tussen A en B als beide na het remmen stilstaan.
- voor dat A gaat remmen is de afstand tussen A en B 60 m
- stopafstand van A is 56 m
- stopafstand van B is 114 m
- als A en B stilstaan is hun onderlinge afstand: $60 + 56{,}25 - 114 = 2{,}25 = 2{,}3\,m$

2.5 Het (v, t)-diagram

Het (v, t)-diagram

Eerder zijn we het (x, t)-diagram tegengekomen, met op de verticale as de plaats en op de horizontale as de tijd. We kunnen ook een diagram maken met op de verticale as de snelheid en op de horizontale as de tijd. Zo'n diagram is een (snelheids, tijd)-diagram oftewel een (v, t)-diagram. Aan de (v, t)-grafiek kun je zien hoe de snelheid in de tijd verandert. Is de snelheid constant dan is de (v, t)-grafiek een rechte lijn, evenwijdig aan de tijd-as. De (v, t)-grafiek van een eenparig versnelde beweging is een rechte lijn schuin omhoog. De (v, t)-grafiek van een eenparig vertraagde beweging is een rechte lijn schuin omlaag. Zie figuur 17.



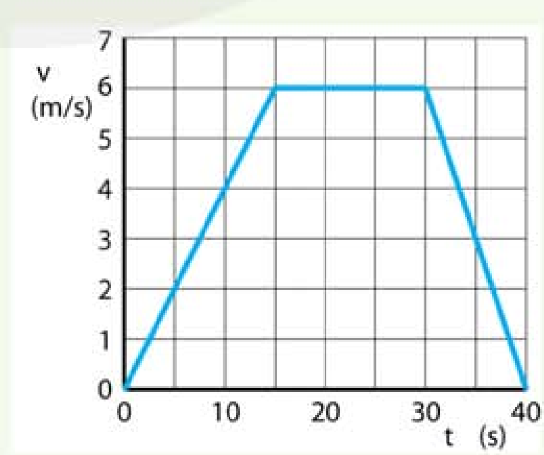
Figuur 17 (v, t)-diagram met grafieken voor een constante snelheid (groen), een versnelde beweging (blauw) en een vertraagde beweging (oranje).

De versnelling bepalen uit een (v, t)-diagram

Om uit een (v, t)-diagram de versnelling te bepalen gebruik je $a_{gem} = \Delta v / \Delta t$, je deelt de verandering van de snelheid door de benodigde tijd. Bij een eenparig versnelde beweging is dit de richtingscoëfficiënt van de grafiek.

VOORBEELD versnelling uit een (v, t)-diagram bepalen

In figuur 18 zie je het (v, t)-diagram van een lift.



Figuur 18

Bepaal de (gemiddelde) versnelling tussen t = 0 en t = 15 seconden.

- $a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- $a_{gem} = \frac{6-0}{15} = 0{,}4\ m/s^2$

Bepaal de (gemiddelde) versnelling tussen t = 15 en t = 30 seconden.

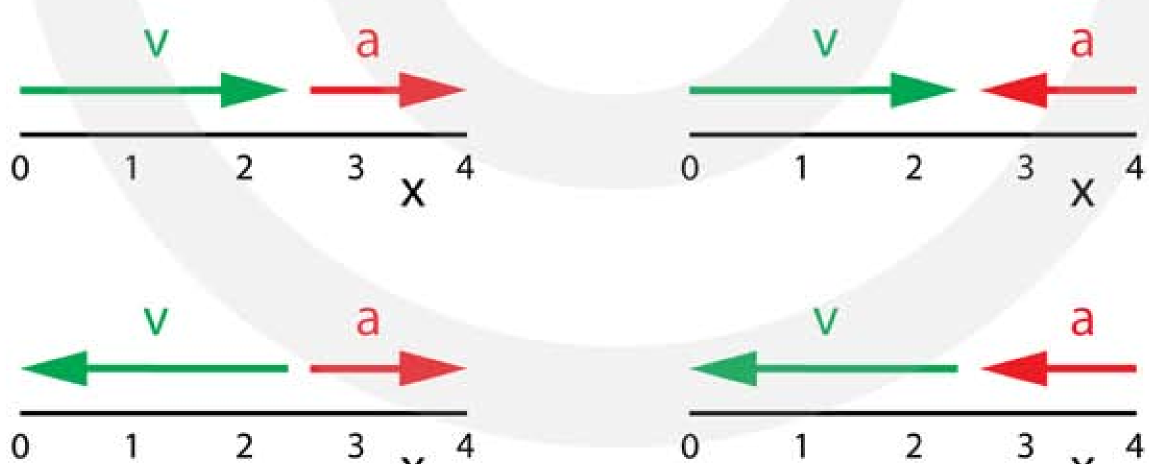
- $a_{gem} = \frac{6-6}{15} = 0{,}0\ m/s^2$

Bepaal de (gemiddelde) versnelling tussen t = 30 en t = 40 seconden.

- $a_{gem} = \frac{0-6}{10} = -0{,}6\ m/s^2$
- een negatieve versnelling is een vertraging

Negatieve snelheid en negatieve versnelling

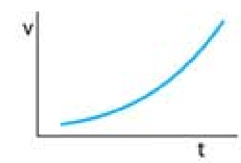
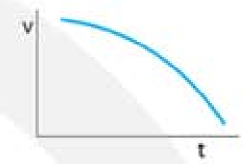
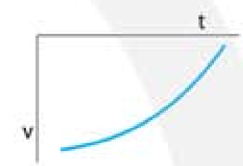
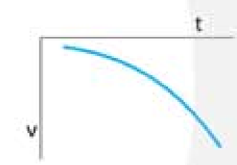
De snelheid en de versnelling kunnen zowel positief als negatief zijn. Het teken van de snelheid bepaalt of de coördinaat groter of kleiner wordt in de tijd. Het teken van de versnelling geeft aan of de verandering van de x-coördinaat toeneemt of afneemt in de tijd. Hieronder zie je alle mogelijkheden.



Figuur 19 Richting van de snelheid v en van de versnelling a.

Bij een versnelling is het teken van a gelijk aan het teken van v.

Bij een vertraging is het teken van a tegengesteld aan het teken van v.

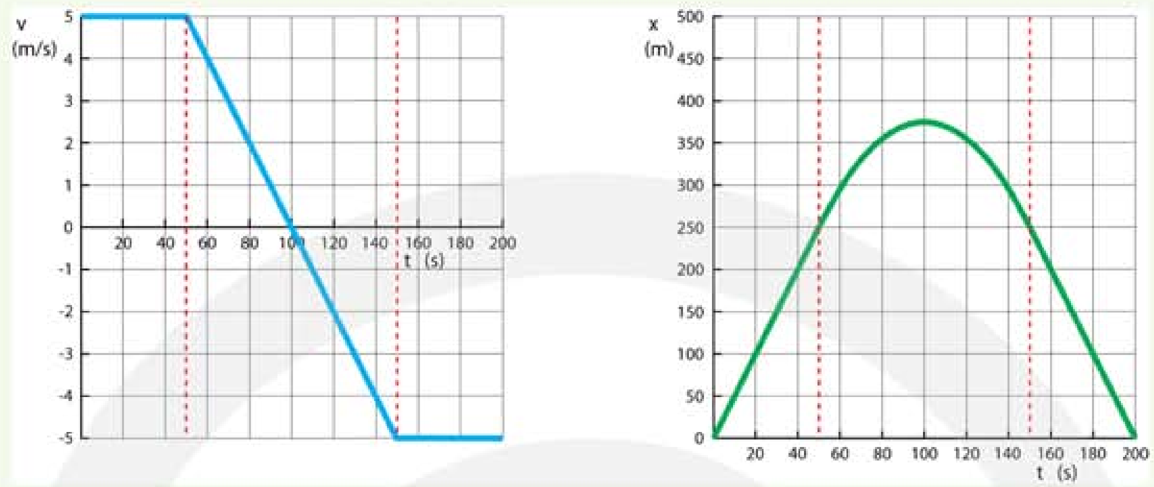
beweging	v	a	toelichting	
x-coördinaat wordt groter	+	+	de verandering van de x-coördinaat neemt toe (je rijdt weg en bent aan het versnellen)	
		–	de verandering van de x-coördinaat neemt af (je rijdt weg en bent aan het vertragen)	
x-coördinaat wordt kleiner	–	+	de verandering van de x-coördinaat neemt af (je komt terug en bent aan het vertragen)	
		–	de verandering van de x-coördinaat neemt toe (je komt terug en bent aan het versnellen)	

VOORBEELD schip gaat achteruit varen

Een schip voert de volgende beweging uit:
- op t=0 heeft een schip een constante snelheid van 5,0 m/s
- na 50 s wordt de motor in zijn achteruit gezet
- schip remt met een vertraging van 0,1 m/s^2
- op t=100 s staat het schip even stil en gaat daarna achteruit varen
- de snelheid is nu negatief want het schip vaart naar het nulpunt toe
- na 50 s heeft het schip een snelheid van −5,0 m/s

Construeer van deze beweging het (v, t)- en het (x, t)-diagram.

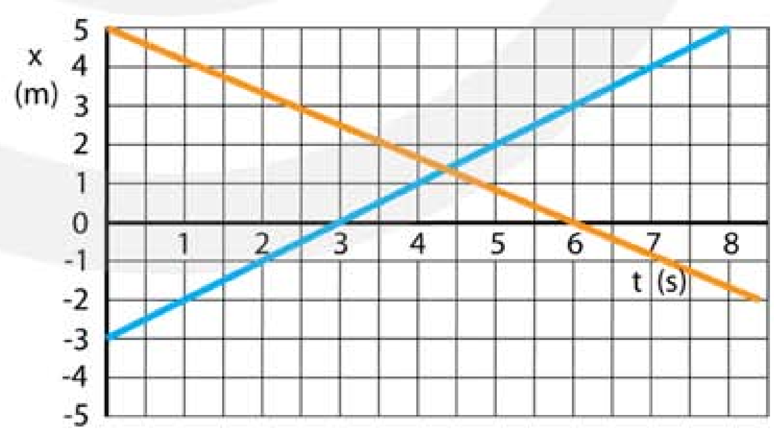
Tijd (s)	(v, t)-grafiek	(x, t)-grafiek
0 – 50	horizontale lijn	schuine lijn omhoog
50 – 100	schuine lijn omlaag	kromme lijn omhoog
100	v = 0 *(staat stil)*	horizontale raaklijn
100 – 150	schuine lijn omlaag	kromme lijn omlaag
150 – 200	horizontale lijn	schuine lijn omlaag



Figuur 20 Links (v, t)-diagram, rechts (x, t)-diagram.

Verplaatsing en afgelegde weg

Bij bewegingen moet je rekening houden met de richting waarin het voorwerp zich verplaatst. Voorwerpen kunnen van elkaar af bewegen of naar elkaar toe. De plaats van een voorwerp is gedefinieerd in een assenstelsel. De coördinaat op de x-as geeft de plaats aan. In figuur 21 heeft de blauw lijn een positieve richtingscoëfficiënt en hoort dus bij een **positieve snelheid**. In de eerste drie seconden beweegt het voorwerp naar het nulpunt toe, daarna wordt de afstand tot het nulpunt steeds groter. De oranje lijn heeft een negatieve richtingscoëfficiënt en hoort dus bij een **negatieve snelheid**. In de eerste zes seconden beweegt het voorwerp naar het nulpunt toe, daarna wordt de afstand tot het nulpunt groter.



Figuur 21 Positieve en negatieve snelheid.

Een voorwerp beweegt tussen t_1 en t_2 van x_1 naar x_2. We noemen $x_2 - x_1$ de **verplaatsing**. De afstand die tussen t_1 en t_2 wordt afgelegd is de **afgelegde weg**. Als het voorwerp zonder om te keren van x_1 naar x_2 beweegt is de afgelegde weg gelijk aan de verplaatsing, maar als de beweging tussen t_1 en t_2 omkeert is de afgelegde weg groter dan de verplaatsing. De afgelegde weg kan nooit kleiner zijn dan de verplaatsing.

Verplaatsing is de verandering van plaats.
Afgelegde weg is de afstand die wordt afgelegd.

VOORBEELD wandelaar

Een wandelaar loopt in 300 s met constante snelheid van $x_1 = 0,0$ m naar $x_2 = 450$ m. Dan keert ze om en loopt ze in 300 s terug naar $x_3 = 150$ m.

Bereken v_{gem} op de heenweg en op de terugweg.

- $v_{gem\ heen} = \dfrac{450-0}{300-0} = 1{,}5\ m/s$ | $v_{gem\ terug} = \dfrac{150-450}{600-300} = -1{,}0\ m/s$

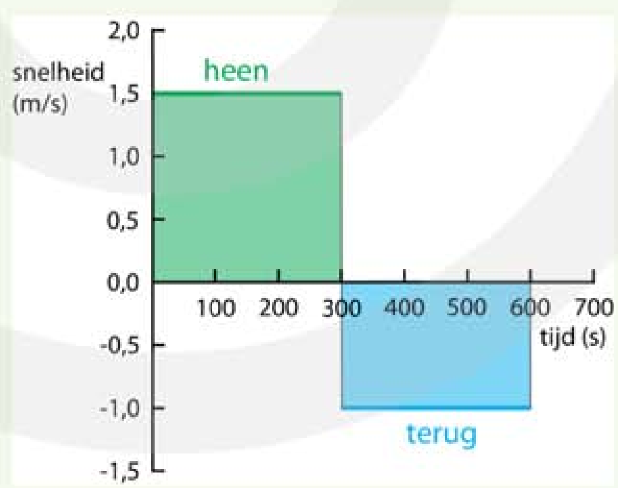
Bereken de verplaatsing en de afgelegde weg.

- de verplaatsing is: 450 m heen – 300 m terug = 150 m.
- afgelegde weg is: 450 m heen + 300 m terug = 750 m

Bereken v_{gem} van de hele wandeltocht.

- $v_{gem\ heen+terug} = \dfrac{150-0}{600-0} = 0{,}25\ m/s$

Geef het (v, t)-diagram van de wandelaar.

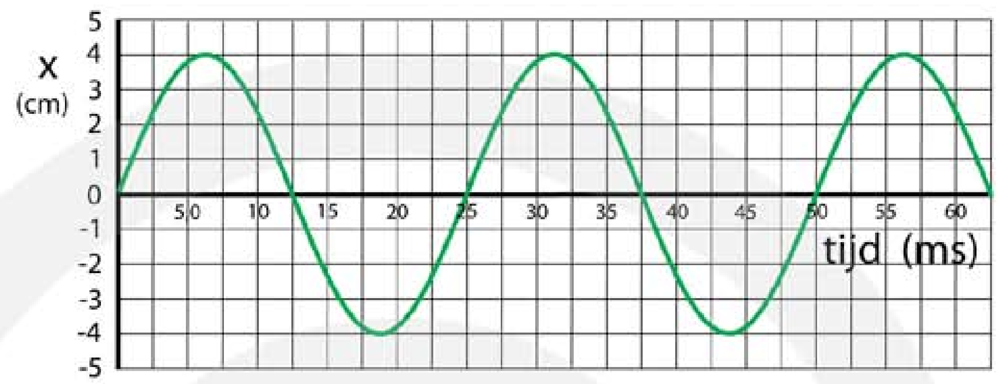


Figuur 22 Het (v, t)-diagram van de wandelaar.

Trillingen

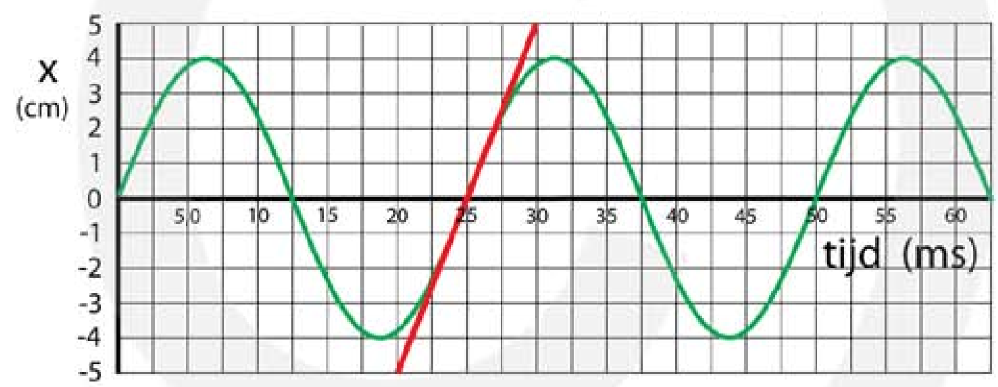
Een voorwerp kan een trilling uitvoeren. Het voorwerp gaat dan in een vast ritme heen en weer. De tijd waarna de beweging zich herhaalt noem je de **periode** of de **trillingstijd**. Het aantal herhaalde bewegingen per seconde is de **frequentie**. Trillingen zijn een belangrijk onderdeel van de natuurkunde. Vandaar dat er later in het boek een heel hoofdstuk aan trillingen wordt gewijd.

Een speciaal soort trilling is de **harmonische trilling**. Bij een harmonische trilling trilt het voorwerp in een vloeiende beweging om het nulpunt. De afstand van het voorwerp tot het nulpunt verandert met een sinusfunctie. In figuur 23 zie je een voorbeeld van een harmonische trilling.



Figuur 23
(x, t)-diagram van een harmonische trilling.

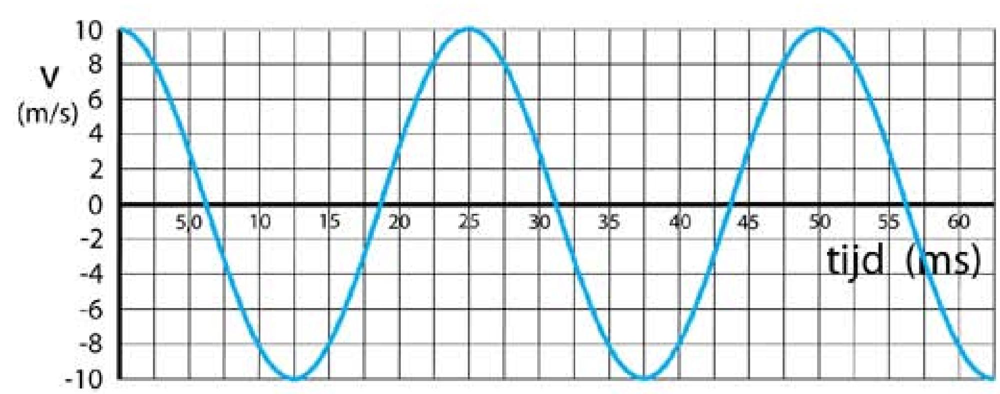
Aan de (x, t)-grafiek is te zien dat de raaklijn het steilst is op de tijdstippen waarop x =0. Zie figuur 24. De richtingscoëfficiënt van de raaklijn geeft de maximale snelheid.



Figuur 24
Bepalen van de maximale snelheid voor een harmonische trilling.

In dit geval vinden we: $v_{max} = \dfrac{0{,}05 - (-0{,}05)}{0{,}03 - 0{,}02} = \dfrac{0{,}1}{0{,}01} = 10\,\text{m/s}$

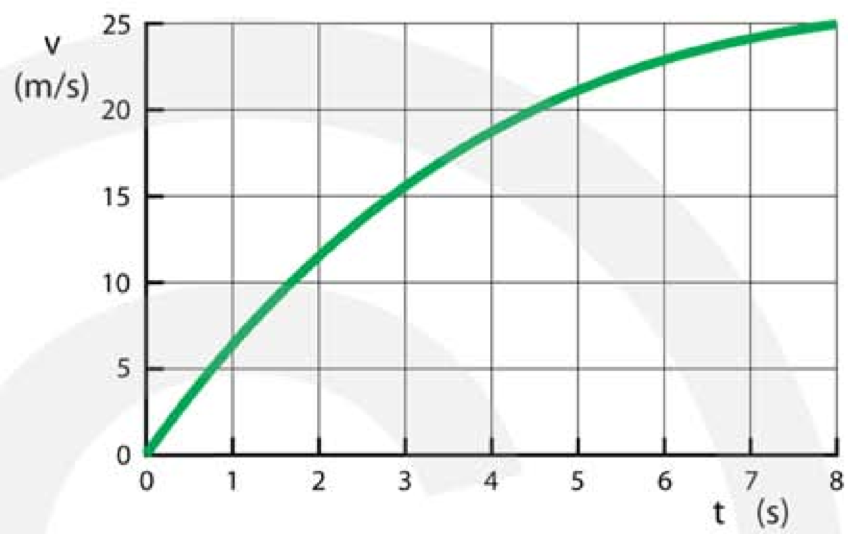
Als we uit het (x, t)-diagram het (v, t)-diagram afleiden vinden we figuur 25. Zoals je ziet is dit ook een sinusvormige grafiek. Op de tijdstippen waarop x = 0 is de snelheid maximaal. Op de tijdstippen waarop x = maximaal is de snelheid nul.



Figuur 25
Het (v, t)-diagram van een harmonische trilling.

De versnelling op één tijdstip

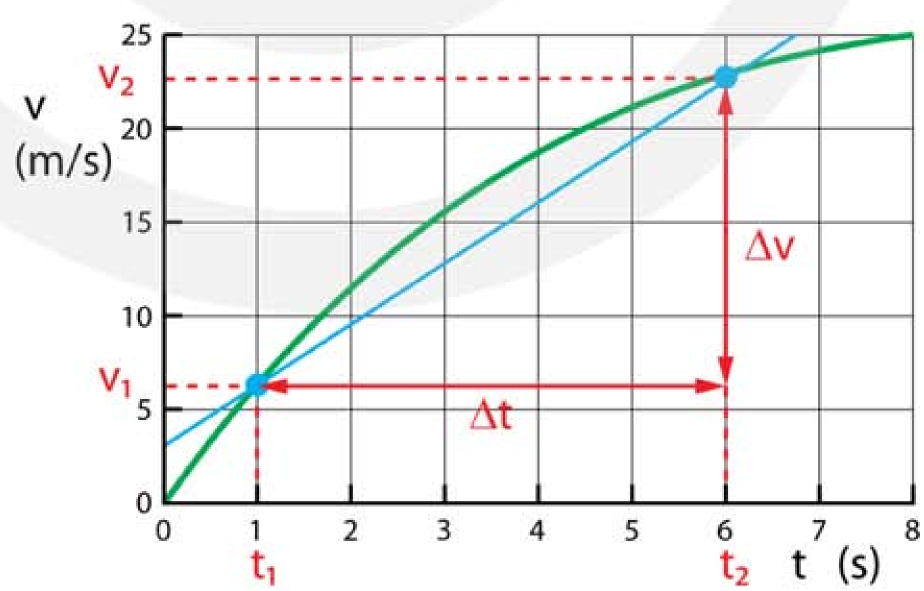
Soms verandert de versnelling en is er dus geen eenparige versnelling. Bijvoorbeeld bij een auto die optrekt is de versnelling in het begin groot en neemt deze af bij hogere snelheid. Van zo'n beweging is de (v, t)-grafiek een kromme lijn, zie figuur 26.



Figuur 26 (v, t)-diagram van een niet eenparig versnelde beweging

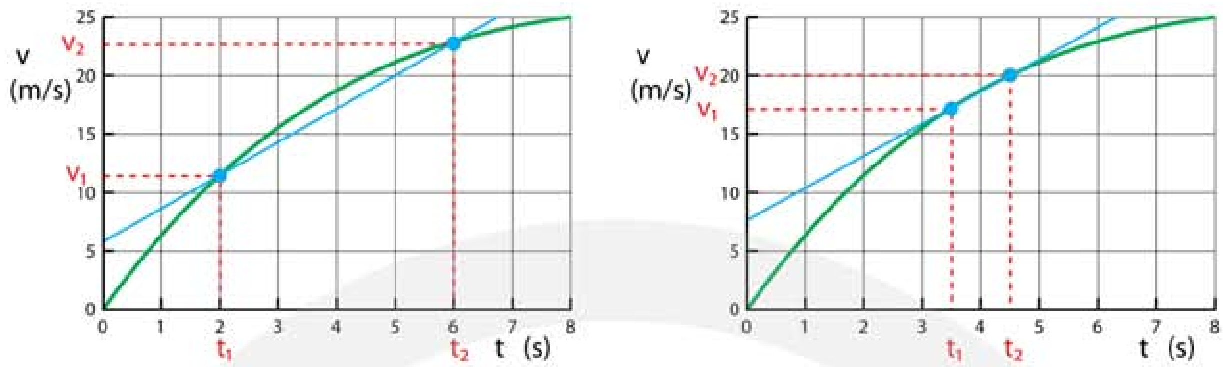
Als je de versnelling of vertraging op een bepaald tijdstip wilt weten gebruik je dezelfde methode als bij de snelheid op één tijdstip. Figuur 27 is het (v, t)-diagram van een niet eenparige versnelling. De snelheid neemt toe in de tijd, maar de toename van de snelheid wordt steeds kleiner. Stel je wilt de gemiddelde versnelling tussen de tijdstippen t_1 en t_2 weten. Dan lees je eerst de v_1 af op tijdstip t_1 en vervolgens de v_2 op tijdstip t_2. Daarna reken je de gemiddelde versnelling uit met:

$$a_{gem} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



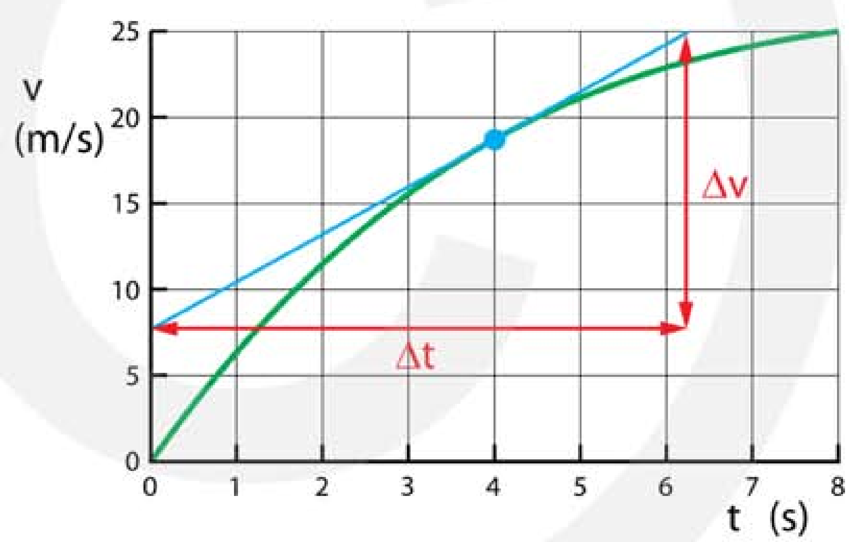
Figuur 27
De gemiddelde versnelling bepalen bij een niet eenparig versnelde beweging.

In figuur 28 bepalen we links de gemiddelde versnelling tussen $t_1 = 2$ en $t_2 = 6$ s. Rechts bepalen we de gemiddelde versnelling tussen $t_1 = 3{,}5$ en $t_2 = 4{,}5$ seconde.



Figuur 28 De gemiddelde versnelling tussen t_1 en t_2. Links liggen t_1 en t_2 ver uit elkaar en rechts liggen ze vlak naast elkaar.

We kunnen de tijdstippen t_1 en t_2 ook zo dicht bij elkaar kiezen dat ze niet meer van elkaar te onderscheiden zijn. De tijdstippen t_1 en t_2 vallen dan op hetzelfde moment. In figuur 29 bepalen we de (gemiddelde) versnelling op t = 4 seconde.



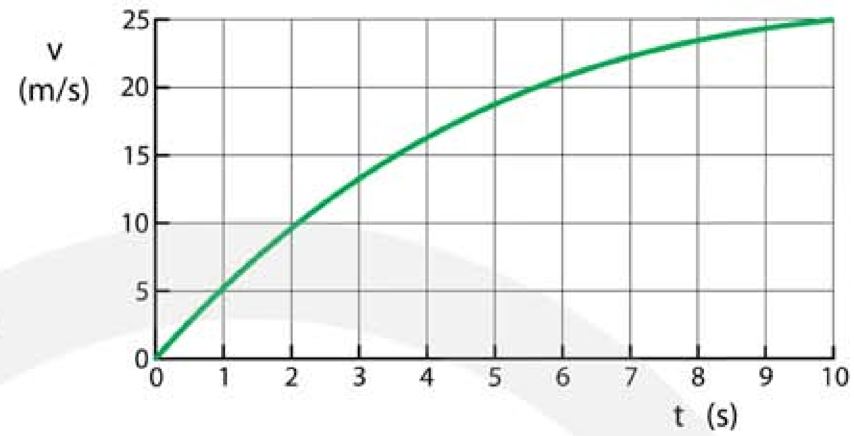
Figuur 29 De versnelling op één tijdstip.

De versnelling op tijdstip t is gelijk aan de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de (v, t)-grafiek op tijdstip t.

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$$

De afstand bepalen uit een (v, t)-diagram

Uit een (v,t)-diagram kun je de afstand niet rechtstreeks aflezen. Je weet immers alleen de snelheid en de tijd. Toch is het mogelijk om uit een (v, t)-diagram de afstand te bepalen. Als voorbeeld gebruiken we het onderstaande (v, t)-diagram. Zie figuur 30.



Figuur 30 (v, t)-diagram van een versnelde beweging.

Om de afstand te bepalen gaan we als volgt te werk. We delen de beweging op in bijvoorbeeld tien stukken. Hoe meer stukken we nemen hoe nauwkeuriger de berekening wordt. In dit geval maken we stukken van steeds één seconde. Uit het (v, t)-diagram maken we een (v, t)-tabel. Bij het aflezen moet je altijd het laatste cijfer schatten.

Tijd (s)	Snelheid (m/s)
0	0
1	5
2	10
3	13
4	16
5	18
6	21
7	22
8	23
9	24
10	25

We gaan nu voor ieder tijdsinterval de gemiddelde snelheid berekenen.

$$v_{gem} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

tussen t=0 en t=1 s $v_{gem} = (0 + 5) / 2 = 2{,}5$ m/s
tussen t=1 en t=2 s $v_{gem} = (5 + 10) / 2 = 7{,}5$ m/s
tussen t=2 en t=3 s $v_{gem} = (10+13)/ 2 = 11{,}5$ m/s
etc.

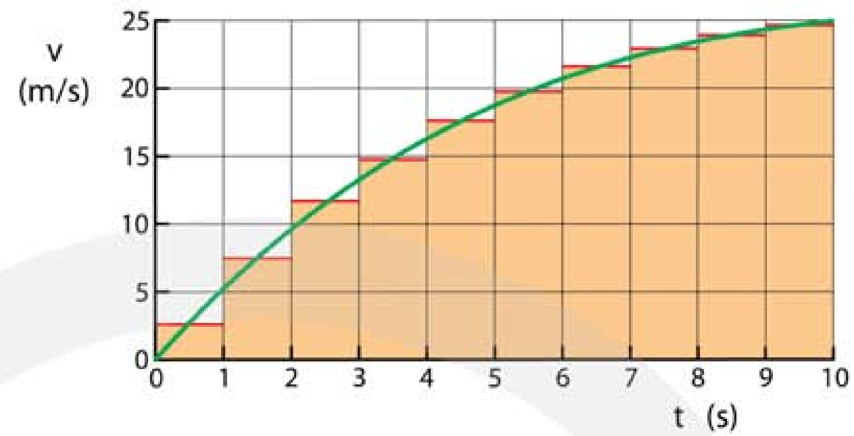
Voor de afstand gebruiken we $s = v_{gem} \cdot t$ en hiermee kunnen we voor ieder tijdsinterval de afstand uitrekenen. In de onderstaande tabel is dit voor de tien tijdsintervallen gedaan.

Tijd (s)	s (m)
0 – 1	2,5
1 – 2	7,5
2 – 3	12
3 – 4	15
4 – 5	17,5
5 – 6	20
6 – 7	21,5
7 – 8	23
8 – 9	23,5
9 – 10	24,5

Tenslotte tellen we al deze afstanden bij elkaar op:

$$s = 2{,}5 + 7{,}5 + 12 + 15 + 17{,}5 + 20 + 21{,}5 + 23 + 23{,}5 + 24{,}5 = 167 \text{ m}$$

In figuur 31 is dit proces weergegeven.



Figuur 31 De afstand berekenen uit een (v, t)-diagram.

Zoals je ziet hebben we voor ieder tijdsinterval de gemiddelde snelheid vermenigvuldigd met de tijdsduur en dit is gelijk aan de oppervlakte. Hieruit kunnen we de volgende conclusie trekken:

De afstand is gelijk aan de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek.

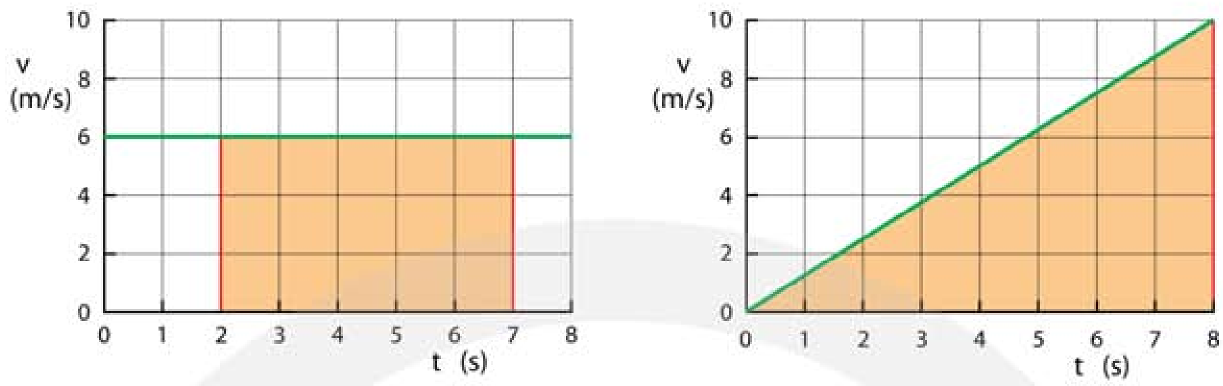
In het voorbeeld hebben we de tijd in tien gelijke stukken verdeeld en vinden we een afstand van167 meter. Deze afstand is niet 100% goed, want om tot dit resultaat te komen hebben we benaderingen moeten maken. Ten eerste moesten we tien keer de snelheid afgelezen en bij iedere aflezing is de laatste decimaal geschat. Verder hebben een formule gebruikt om het gemiddelde te berekenen: $v_{gem} = (v_1 + v_2) / 2$ en ook dit is niet helemaal juist bij een kromme grafiek.

Hoe goed we ook ons best doen, het antwoord dat we vinden is nooit helemaal exact. Maar als we in plaats van 10 stukken bijvoorbeeld 1000 stukken nemen dan wordt de methode een stuk nauwkeuriger. Het opdelen van de tijd in kleine stukjes, daarna steeds de gemiddelde snelheid berekenen, en tenslotte alle oppervlakken bij elkaar optellen is een tijdrovende klus. Als je het met de hand moet doen ben je een flinke tijd bezig. Gelukkig zijn er tegenwoordig snelle computers die moeiteloos deze berekeningen in een fractie van een seconde kunnen uitvoeren.

– constante snelheid en eenparig versnelde beweging –

Bij een constante snelheid is de (v, t)-grafiek een horizontale rechte lijn. In figuur 32 (links) heeft de snelheid een constante waarde van 6 m/s. De afstand die wordt afgelegd vind je met $s = v_{gem} \cdot t$. Voor de afstand die tussen $t = 2$ en $t = 7$ seconde wordt afgelegd geldt: $s = 6 \cdot (7–2) = 30$ meter.

Ook bij een eenparig versnelde en vertraagde beweging is de afstand gelijk aan de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek. In figuur 32 (rechts) neemt de snelheid gelijkmatig toe. De afstand tussen de tijdstippen $t_{begin} = 0$ en $t_{eind} = 8$ s vind je door de oppervlakte onder de grafiek te berekenen. Dit oppervlak heeft de vorm van een driehoek. Oppervlakte driehoek is ½ × hoogte × basis $\rightarrow$ afstand $s = ½ \cdot v_{eind} \cdot t_{eind}$. Voor de afstand die tussen t=0 en t=8 seconde wordt afgelegd geldt: $s = ½ \cdot 10 \cdot 8 = 40$ meter.



Figuur 32 Bij een (v, t)-diagram is de afstand gelijk aan de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek.

VOORBEELD afstand met een (v, t)-diagram bepalen

In figuur 33 zie je het (v, t)-diagram van een lift.

Figuur 33

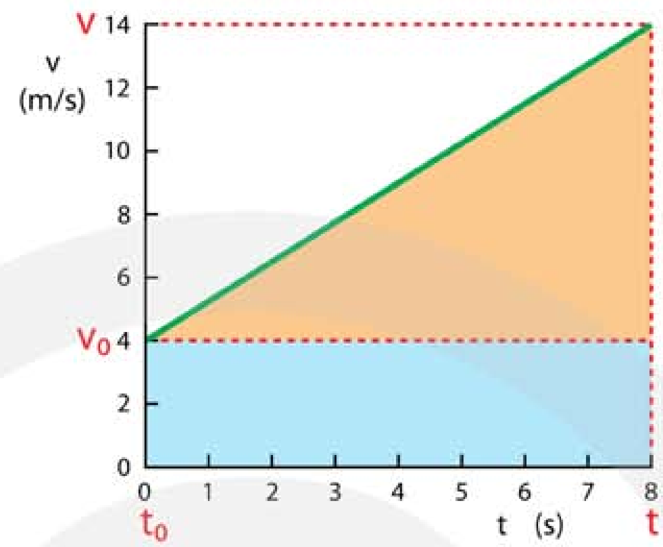
Bepaal de afstand tussen t = 0 en t = 3 seconden.
- oppervlakte driehoek is (basis × hoogte) / 2
- oppervlakte is $\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 10=15$ $\rightarrow$ de afstand is 15 meter

Bepaal de afstand tussen t = 3 en t = 8 seconden.
- oppervlakte rechthoek is $5\cdot 10=50$ $\rightarrow$ de afstand is 50 meter

Bepaal de afstand tussen t = 8 en t = 10 seconden.
- oppervlakte driehoek is (basis × hoogte) / 2
- oppervlakte is $\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10=10$ $\rightarrow$ de afstand is 10 meter

Bepaal de totale afstand die de lift heeft afgelegd.
- de afstand is $15+50+10=75\,\text{m}$

Bij een versnelde beweging is de snelheid aan het begin niet altijd nul. Stel je rijdt op een scooter en wilt iemand inhalen. Dan heb je al een snelheid en ga je harder rijden. In figuur 34 zie je het (v, t)-diagram van zo'n beweging. Ook in dit geval is de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek gelijk aan de afstand.



Figuur 34 Eenparig versnelde beweging met beginsnelheid.

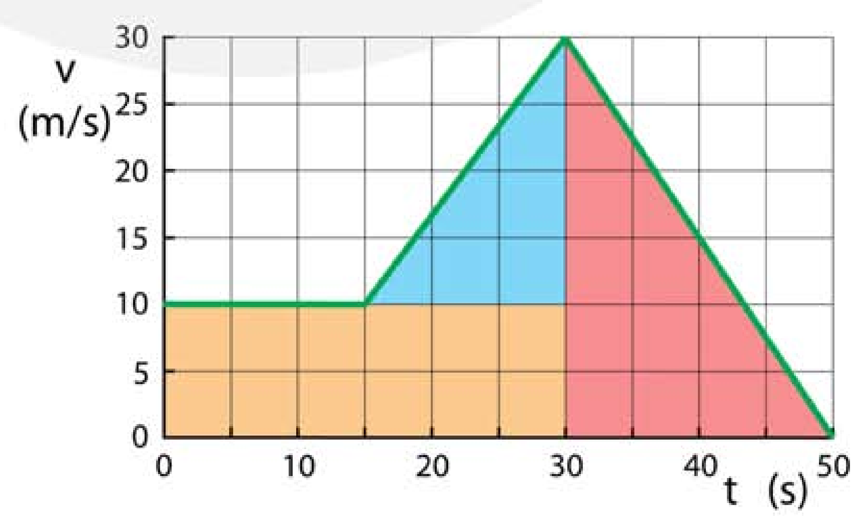
VOORBEELD afstand uit (v, t)-diagram met beginsnelheid

In figuur 34 zie je een (v, t)-diagram van een scooter. Op t=0 heeft de scooter een snelheid van 4,0 m/s. Dan begint hij te versnellen. Na 8 seconden is zijn snelheid toegenomen tot 14 m/s.

Bepaal de afstand die de scooter in deze 8 seconde aflegt.

- je moet de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek berekenen
- oppervlakte rechthoek is $8 \cdot 4 = 32$
- oppervlakte driehoek is $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 = 40$
- afstand is $32 + 40 = 72\ \text{m}$

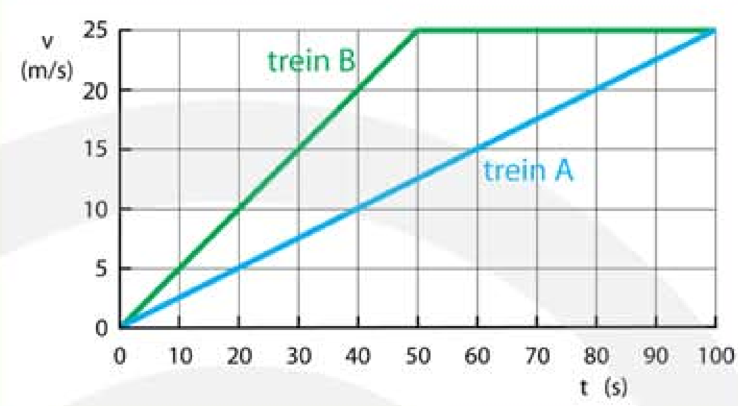
Als de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek uitsluitend uit rechthoeken en driehoeken bestaat moet je de oppervlakte verdelen in rechthoeken en driehoeken. In figuur 35 zie je een voorbeeld. In dit geval is de oppervlakte en dus de afstand gelijk aan:
$s = 30 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 30 = 300 + 150 + 300 = 750\ \text{m}$



Figuur 35 Afstand uit een (v, t)-diagram bij een eenparig versnelde en vertraagde beweging.

VOORBEELD twee treinen

Figuur 36 is het (v, t)-diagram van twee treinen A en B.



Figuur 36

Bepaal de versnelling van trein A en trein B in de eerste 40 s.

- versnelling trein A: $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \dfrac{10}{40} = 0{,}25 \text{ m/s}^2$
- versnelling trein B: $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \dfrac{20}{40} = 0{,}50 \text{ m/s}^2$

Bepaal de afgelegde afstand van trein A en trein B op t = 40 s.

- afstand trein A: $\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 10 = 200 \rightarrow s = 200 \text{ m}$
- afstand trein B: $\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 20 = 400 \rightarrow s = 400 \text{ m}$

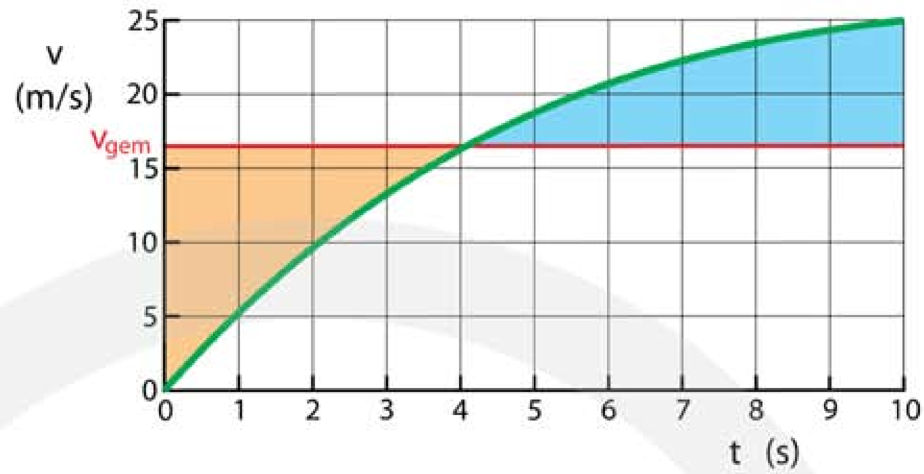
Bepaal de afstand tussen trein A en trein B op t = 100 s.

- afstand trein A: $\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 25 = 1250 \rightarrow s = 1250 \text{ m}$
- afstand trein B: $\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 25 + 50 \cdot 25 = 625 + 1250 \rightarrow s = 1875 \text{ m}$
- afstand tussen A en B: $1875 - 1250 = 625 \text{ m}$

– afstand uit een (v, t)-diagram door v_{gem} te schatten –

Veel bewegingen zijn niet eenparig versneld of vertraagd. De (v,t)-grafiek bestaat dan niet uit een combinatie van rechthoeken en driehoeken. Om toch de afstand te bepalen zijn er twee methoden. Bij de eerste methode schat je de gemiddelde snelheid. Bij de tweede methode tel je het aantal hokjes onder de (v, t)-grafiek.

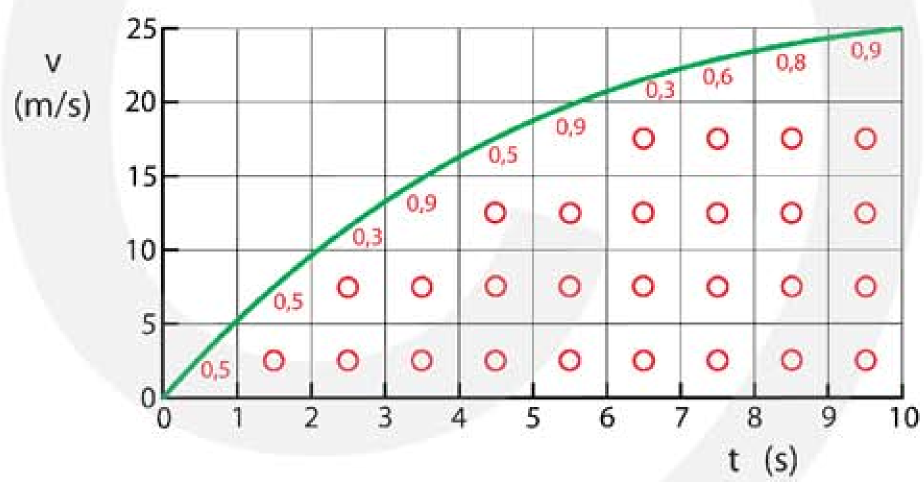
Voor de beweging van een niet eenparig versneld voorwerp is het (v, t)-diagram gegeven in figuur 30. Om de gemiddelde snelheid te vinden teken je een horizontale lijn (rood), waarbij het oranje gekleurde oppervlak onder de lijn gelijk is aan het blauw gekleurde oppervlak boven de lijn. Bij het snijpunt van deze lijn met de v-as lezen we de gemiddelde snelheid af. In dit geval vinden we $v_{gem} = 16{,}5$ m/s en vinden we een afstand $s = 16{,}5 \cdot 10 = 165$ m. Zie figuur 37.



Figuur 37 Afstand uit een (v, t)-diagram verkregen door het schatten van v_{gem}.

– afstand uit een (v, t)-diagram door hokjes te tellen –

Bij de tweede methode om de afstand te bepalen schat je het oppervlak onder de (v, t)-grafiek door het aantal hokjes te tellen. Hierbij moet je schattingen maken, want er zijn hokjes die gedeeltelijk onder en boven de grafiek liggen. In figuur 38 nemen we opnieuw het (v, t)-diagram van figuur 30 en gaan de afstand bepalen door hokjes te tellen.



Figuur 38 Afstand uit een (v, t)-diagram bepalen door het tellen van hokjes.

De hokjes die helemaal onder de grafiek liggen zijn aangegeven met een rondje. Verder hebben we bij de hokjes op de rand aangegeven voor welk deel ze onder de grafiek liggen. Hierbij moet je steeds een schatting maken. Omdat je de ene keer misschien te hoog zit en de andere keer te laag zullen de fouten die je maakt bij het schatten elkaar gedeeltelijk opheffen. We tellen 27 hokjes die geheel onder de grafiek liggen. Verder tellen alle delen van de hokjes op de rand op tot 6,2. In totaal vinden we dus $27 + 6{,}2 = 33{,}2$ hokjes onder de grafiek.

Op de tijd-as is ieder hokje 1 seconde en op de snelheid-as 5 m/s. Eén hokje correspondeert dus met en afstand van vijf meter. We vinden daarom een afstand van $33{,}2 \cdot 5 = 166$ meter.

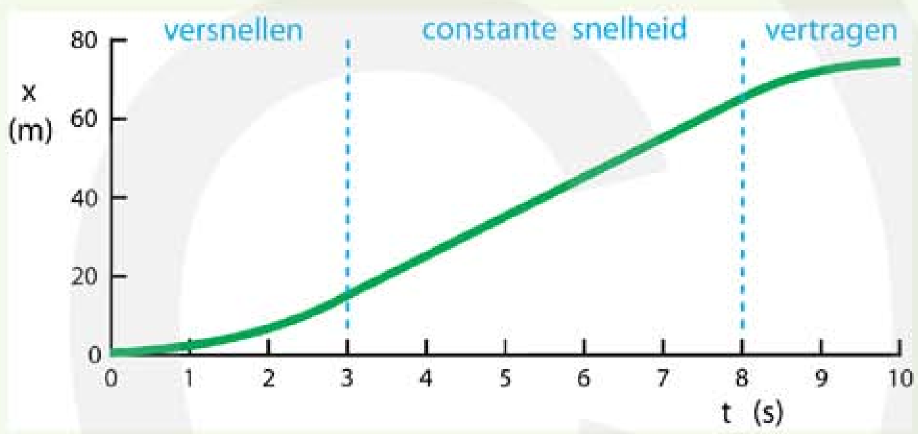
Vanwege de schattingen is het antwoord niet exact. Bij de methode waarbij we v_{gem} schatten (figuur 37) vinden we 165 meter en bij het schatten van het aantal hokjes (figuur 38) komen we op 166 meter. Het verschil is niet zo groot, in dit geval minder dan één procent. Je mag zelf weten welke methode je het prettigst vindt. Vaak is het schatten van v_{gem} minder werk en als je er een beetje handig in bent net zo nauwkeurig als hokjes tellen.

Van een (x, t)-diagram naar een (v, t)-diagram

Omdat je uit het (x, t)-diagram voor ieder tijdstip de snelheid kunt bepalen, is het mogelijk om een (v, t)-diagram de maken uit een (x, t)-diagram. Voor een eenvoudig (x, t)-diagram kan dit met de hand maar als het wat ingewikkelder wordt is een computer nodig.

VOORBEELD versnellende auto

Een auto versnelt in 3 seconden naar 10 m/s, rijdt gedurende 5 seconden met constante snelheid van 10 m/s en remt daarna in 2 s af tot stilstand. De versnelling en vertraging zijn eenparig. Zie figuur 39.



Figuur 39 (x, t)-diagram van een auto.

Uit de grafiek van het (x, t)-diagram kan voor ieder tijdstip de snelheid v(t) worden verkregen door de richtingscoëfficiënt van de raaklijn te bepalen. Het resultaat hiervan is de (v, t)-tabel en het (v, t)-diagram, figuur 40.

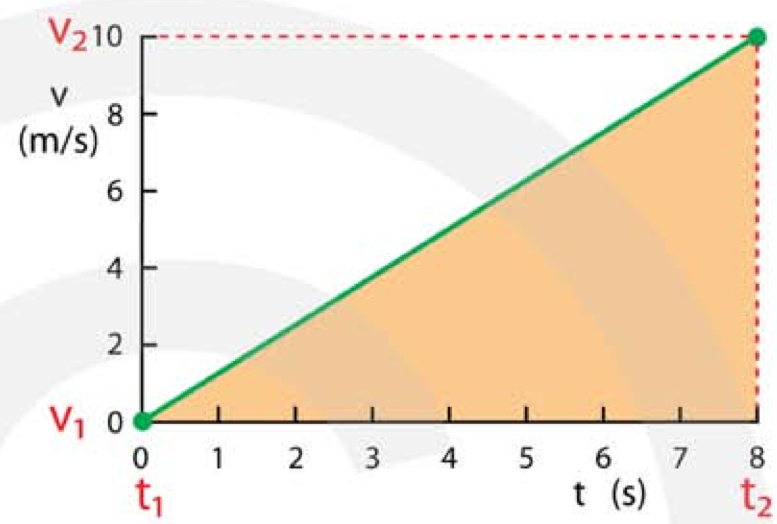
Tijd (s)	Snelheid (m/s)
0,0	0,0
1,0	3,3
2,0	6,7
3,0	10
4,0	10
5,0	10
6,0	10
7,0	10
8,0	10
9,0	5,0
10,0	0,0

Figuur 40 Het (v, t)-diagram afgeleid uit de figuur 39.

Uit een (v, t)-diagram kun je ook een (x, t)-diagram afleiden. Je moet dan op verschillende tijdstippen de oppervlakte onder de grafiek uitrekenen.

Afstand berekenen als $v_{begin} = 0$ of $v_{eind} = 0$

Eerder hebben we gezien dat de verplaatsing gelijk is aan de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek. Dit gaan we nu toepassen op een eenparig versnelde beweging met beginsnelheid nul. Voor zo'n beweging is de (v, t)-grafiek een rechte lijn schuin omhoog. In figuur 41 is de verplaatsing tussen t_1 en t_2 gelijk aan: $s = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 = 40\,m$.



Figuur 41 (v, t)-diagram van een eenparig versnelde beweging met beginsnelheid nul.

Het oppervlak onder de grafiek wordt gegeven door:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

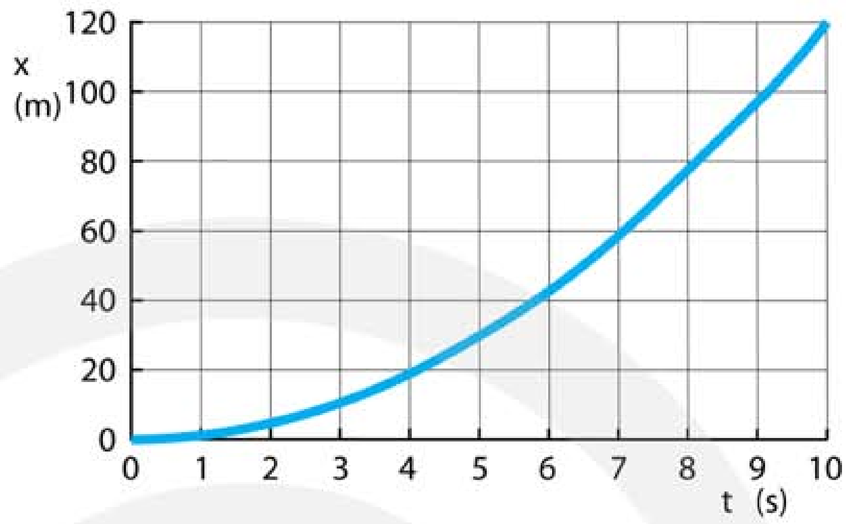
– s is de afgelegde afstand in meter (m)
– a is de versnelling in meter per seconde kwadraat (m/s^2)
– t is de tijd in seconde (s)

MERK OP
Deze formule mag je alleen gebruiken als het voorwerp begint of eindigt met stilstand.

BEWIJS
- oppervlak onder (v, t)-grafiek vanaf t=0 tot tijdstip t: $s = \frac{1}{2} v \cdot t$
- $\Delta v = a \cdot t \;\rightarrow\; v = a \cdot t$ *(want $v_0 = 0$)*
- $s = \frac{1}{2}(a \cdot t) \cdot t \;\rightarrow\; s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$

OOK GOED
- $\Delta v = a \cdot t \;\rightarrow\; v = a \cdot t$ *(want $v_0 = 0$)*
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $v_{gem} = \frac{1}{2} v$ *(het voorwerp vertrekt uit stilstand)*
- $s = \frac{1}{2}(a \cdot t) \cdot t \;\rightarrow\; s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$

Bij een eenparig versnelde beweging is er een **kwadratisch verband** tussen de plaats en de tijd. In een (x, t)-diagram wordt een eenparig versnelde beweging weergegeven door een halve parabool. Zie figuur 42.



Figuur 42 Bij een eenparig versnelde beweging is er een kwadra-tisch verband tussen de plaats en de tijd. De (x, t)-grafiek is een halve parabool.

VOORBEELD versnellen

Een vliegtuig heeft bij het opstijgen gedurende 40 seconden een versnelling van 2,0 m/s^2.

Bereken de eindsnelheid van het vliegtuig (snelheid bij take off).

- $t = 40\,s \quad | \quad a = 2{,}0\,m/s^2 \quad | \quad v_{eind} = \ldots m/s$
- $\Delta v = a_{gem} \cdot \Delta t$
- $\Delta v = 2 \cdot 40 = 80\,m/s \quad (= 288\,km/h)$

Bereken de afstand die het vliegtuig aflegt op de startbaan.

- $v_{gem} = \dfrac{80}{2} = 40\,m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t \;\rightarrow\; s = 40 \cdot 40 = 1600\,m$

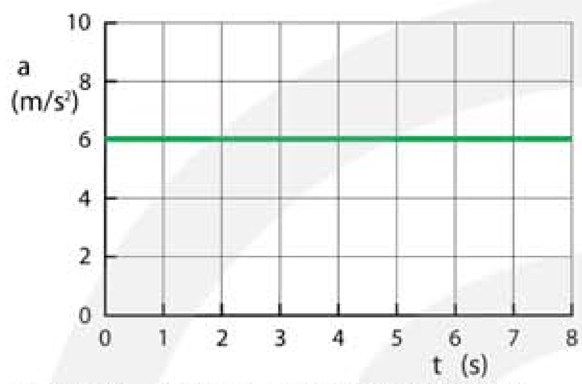
Welke versnelling is er nodig bij een startbaan van 1,0 km?

- $v_{eind} = 80\,m/s \;\rightarrow\; v_{gem} = 40\,m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t \;\rightarrow\; 1000 = 40 \cdot t \;\rightarrow\; t = 25\,s$
- $1000 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 25^2 \;\rightarrow\; a = 3{,}2\,m/s^2$

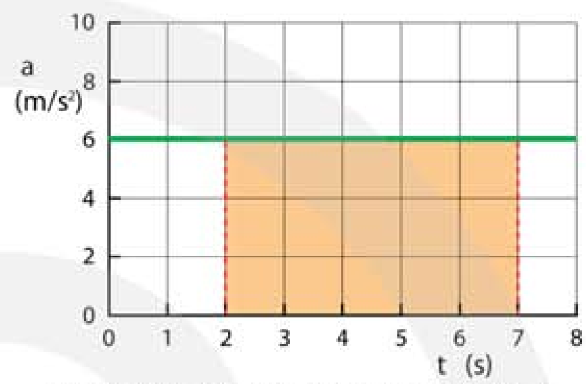
Het (a, t)-diagram

Als de versnelling niet constant is kan de snelheid en de plaats niet worden berekend. Maar met behulp van een (a, t)-diagram kan de verandering van de snelheid wel worden bepaald. In een (a, t)- diagram wordt op de horizontale as de tijd uitgezet en op de verticale as de versnelling. Een punt in het diagram geeft de versnelling a op tijdstip t. Door de punten kan een grafiek worden getrokken. Voor een eenparig versnelde beweging is de (a, t)-grafiek een rechte lijn evenwijdig aan de tijd-as. Zie figuur 43.

Voor een eenparig versnelde beweging geldt: $\Delta v = a_{gem} \cdot \Delta t$. Dit betekent dat de oppervlakte onder de (a, t)-grafiek gelijk is aan de verandering van de snelheid. Uit figuur 44 volgt dat de verandering van de snelheid tussen t = 2 en t = 7 s gelijk is aan $\Delta v = a \cdot \Delta t \quad \rightarrow \quad \Delta v = 6 \cdot (7-2) = 30\ m/s$.



Figuur 43 (a, t)-diagram van een eenparig versnelde beweging.

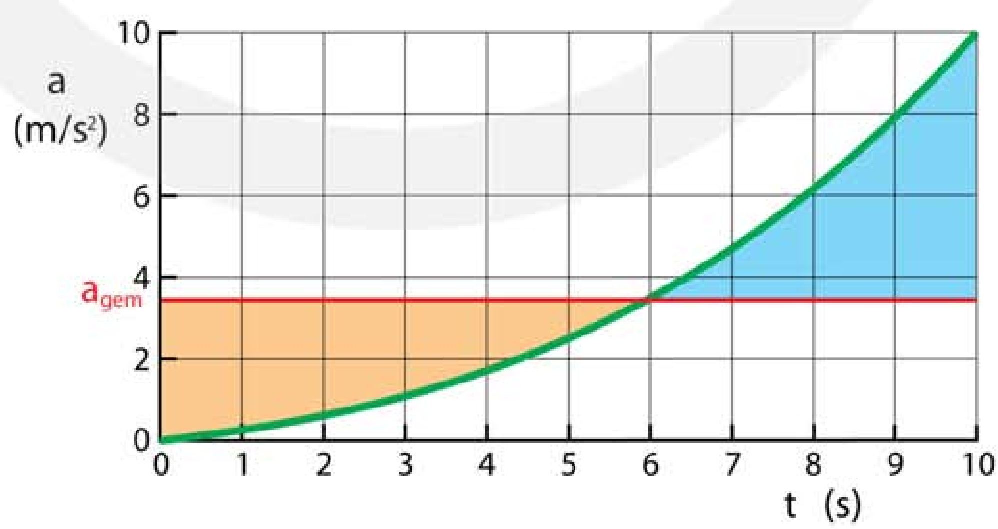


Figuur 44 De oppervlakte onder de (a, t)-grafiek is de verandering van de snelheid.

De oppervlakte onder de (a, t)-grafiek is gelijk aan de verandering van de snelheid.

Ook als de versnelling niet constant is kun je de verandering van de snelheid bepalen met het oppervlakte onder de (a, t)-grafiek. Je kunt hokjes tellen of a_{gem} schatten. In figuur 45 trekken we een horizontale lijn waarbij het oranje oppervlak gelijk is aan het blauwe oppervlak. Hiermee vinden we a_{gem} = 3,5 m/s^2. Daarmee berekenen we: $\Delta v = a_{gem} \cdot \Delta t \quad \rightarrow \quad \Delta v = 3{,}5 \cdot 10 = 35\ m/s$.

Figuur 45
Door a_{gem} te schatten kun je de verandering van de snelheid bepalen.

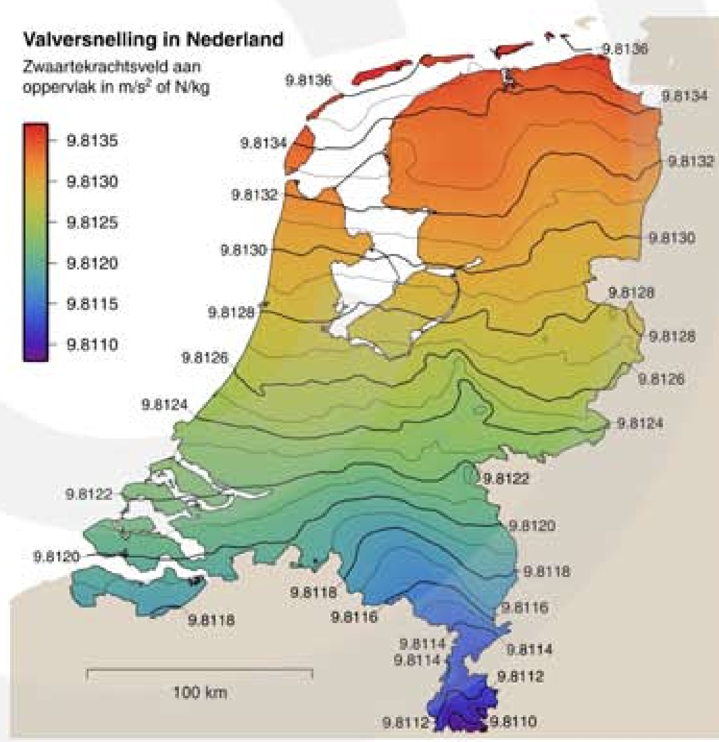


2.6 Vallen

De valversnelling

Als een voorwerp valt krijgt het een versnelling naar beneden. Bij afwezigheid van luchtweerstand is de versnelling constant en gelijk voor ieder voorwerp. Omdat de aarde niet een perfecte bolvorm heeft zijn er kleine verschillen in de valversnelling. Aan de evenaar is de valversnelling 9,78 en aan de polen 9,83 m/s^2. In Nederland is de valversnelling gemiddeld 9,81 m/s^2. Zie figuur 46. Omdat de valversnelling zo belangrijk is wordt hiervoor de letter g (van gravitatie) gebruikt. In plaats van a = 9,81 m/s^2 schrijf je dus g = 9,81 m/s^2.

De valversnelling in Nederland is g = 9,81 m/s^2.



Figuur 46 De valversnelling in Nederland.

Wil je de diepte van een put bepalen dan kun je een steentje laten vallen en meten hoelang het duurt voor je de klap op de bodem hoort. Je moet hiervoor de versnelling en de valtijd combineren om de diepte te kunnen uitrekenen.

VOORBEELD de diepte van een put meten

Om de diepte van een put te meten laat je een steentje vallen. Na 3,0 seconden hoor je de klap op de bodem. De tijd die het geluid erover doet om van de bodem naar je oor te komen is verwaarloosbaar. Luchtweerstand wordt verwaarloosd.

Bereken de diepte van de put.

- $a = 9{,}81\,m/s^2 \;\;|\;\; t = 3{,}0\,s \;\;|\;\; s = \ldots m$
- $\Delta v = a \cdot \Delta t \;\;\rightarrow\;\; \Delta v = 9{,}81 \cdot 3 = 29{,}43\,m/s$
- $v_{gem} = \dfrac{v_{begin} + v_{eind}}{2} \;\;\rightarrow\;\; v_{gem} = \dfrac{29{,}43 + 0}{2} = 17{,}715\,m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t \;\;\rightarrow\;\; s = 14{,}715 \cdot 3 = 44{,}145 = 44\,m$

OOK GOED

- $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$
- $s = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 3^2 \;\;\rightarrow\;\; s = 44{,}145 = 44\,m$

Beredeneer of de put in werkelijkheid dieper of minder diep is dan 44 m.

- vanwege de luchtweerstand is de gemiddelde versnelling kleiner dan 9,81 m/s²
- $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ a is kleiner en t blijft gelijk
- de put is minder dan 44 m diep

VOORBEELD vallende appel

Van een 3,0 m hoge boom valt een appel naar beneden. Luchtweerstand wordt verwaarloosd.

Hoe lang is de appel aan het vallen?

- $s = 3{,}0\,m \;\;|\;\; a = 9{,}81\,m/s^2 \;\;|\;\; t = \ldots s$
- $\Delta v = a \cdot \Delta t$ en $v_{gem} = \dfrac{\Delta v}{2} \;\;\rightarrow\;\; v_{gem} = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t$ $\quad (\Delta t = t)$
- $s = v_{gem} \cdot t$ met $v_{gem} = \frac{1}{2} a \cdot t$ geeft $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$
- $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \;\;\rightarrow\;\; 3 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2 \;\;\rightarrow\;\; t = 0{,}782 = 0{,}78\,s$

Met welke snelheid komt de appel op de grond?

- $a = 9{,}81\,m/s^2 \;\;|\;\; t = 0{,}782\,s \;\;|\;\; v = \ldots m/s$
- $\Delta v = a \cdot \Delta t \;\;\rightarrow\;\; \Delta v = 9{,}81 \cdot 0{,}782 = 7{,}672 = 7{,}7\,m/s \;\;\; (28\,km/h)$

Omhoog geworpen projectiel

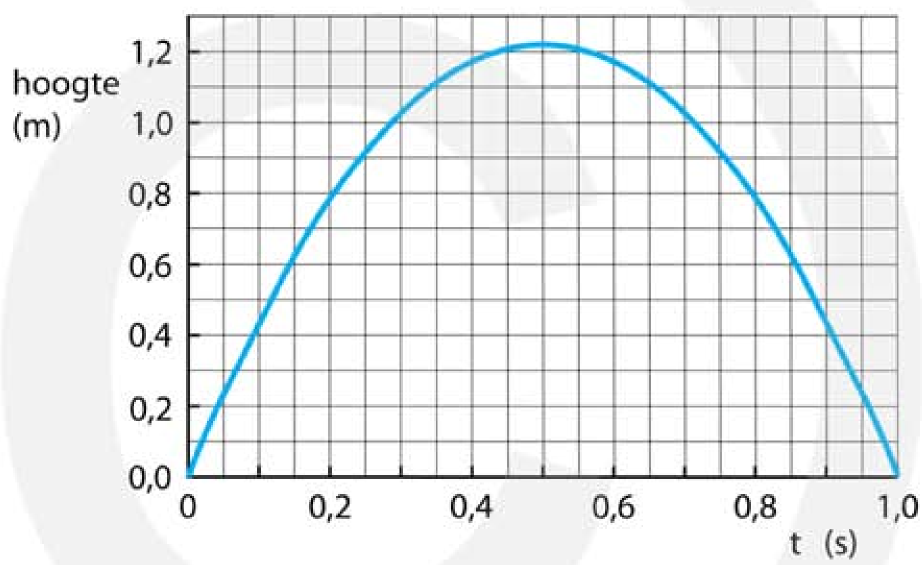
Als je een voorwerp omhoog gooit krijgt het een vertraging. Deze vertraging is gelijk aan −9,81 m/s². Het is niet toevallig dat de vertraging omhoog even groot is als de versnelling omlaag. Zoals in het volgende hoofdstuk wordt behandeld is de zwaartekracht verantwoordelijk voor zowel de vertraging als voor de versnelling.

Bij een worp omhoog vertraagt ieder voorwerp met g = −9,81 m/s².

De vertraging van −9,81 m/s^2 begint onmiddellijk nadat het projectiel loskomt en aan zijn vlucht begint. Na een tijdje heeft het zijn hoogste punt bereikt en staat dan heel even stil. Vlak daarna begint het te vallen met g = 9,81 m/s^2.

Op het hoogste punt staat het voorwerp heel even stil.

Het (x, t)-diagram van een omhoog geworpen voorwerp is een parabool. Zie figuur 47. Het projectiel beweegt gedurende 0,50 s omhoog met een vertraging van −9,81 m/s^2. Daarna valt het in 0,50 s omlaag met een versnelling van 9,81 m/s^2.



Figuur 47 (x, t)-diagram van een omhoog geworpen projectiel.

Omhoog

- $a = -9{,}81\,m/s^2 \quad | \quad t = 0{,}50\,s \quad | \quad \Delta v = \ldots m/s$
- $\Delta v = a \cdot \Delta t \quad \rightarrow \quad \Delta v = -9{,}81 \cdot 0{,}5 = -4{,}9\,m/s$
- $\Delta v = v_{eind} - v_{begin} \quad \rightarrow \quad -4{,}9 = 0 - v_{begin} \quad \rightarrow \quad v_{begin} = 4{,}9\,m/s$

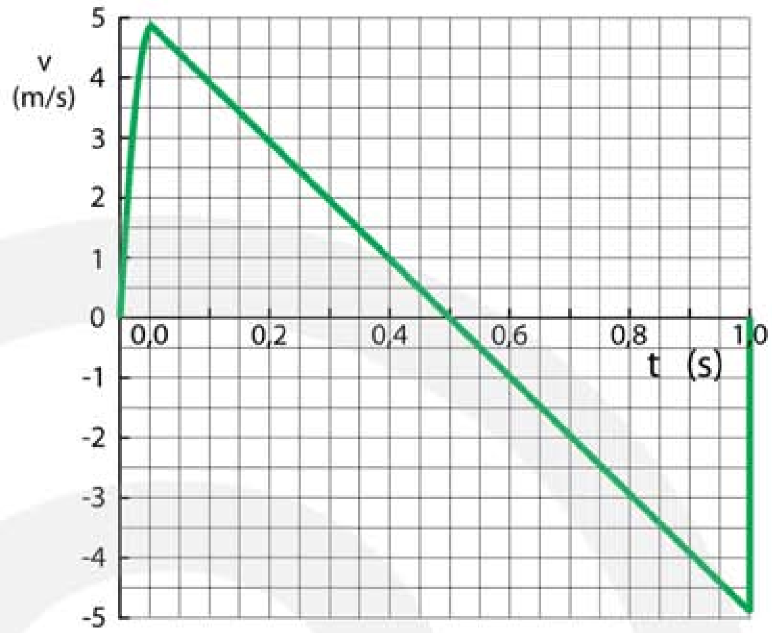
Omlaag

- $a = 9{,}81\,m/s^2 \quad | \quad t = 0{,}50\,s \quad | \quad \Delta v = \ldots m/s$
- $\Delta v = a \cdot \Delta t \quad \rightarrow \quad \Delta v = 9{,}81 \cdot 0{,}5 = 4{,}9\,m/s$
- $\Delta v = v_{eind} - v_{begin} \quad \rightarrow \quad 4{,}9 = v_{eind} - 0 \quad \rightarrow \quad v_{eind} = 4{,}9\,m/s$

Als luchtweerstand mag worden verwaarloosd geldt:

tijd omhoog = tijd omlaag
beginsnelheid omhoog = eindsnelheid omlaag

Figuur 48 is het (v, t)-diagram voor een omhoog geworpen projectiel met een beginsnelheid van 4,9 m/s.



Figuur 48 (v, t)-diagram van een omhoog geworpen projectiel. Op t=0 komt het projectiel los. Vlak voor t=0 wordt het gedurende 0,05 s versneld.

VOORBEELD een omhoog geworpen appel

Een appel wordt omhoog gegooid met een beginsnelheid van 15 m/s. De hoogte waarop de appel los komt van de hand nemen we als nulpunt.

Bereken hoe hoog de appel komt.

- $v_{begin} = 15\,m/s$ | $v_{eind} = 0$ | $a = -9{,}81\,m/s^2$ | $s = \ldots m$
- $\Delta v = v_{eind} - v_{begin} \rightarrow \Delta v = 0 - 15 = -15\,m/s$
- $\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow -15 = -9{,}81 \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = 1{,}529\,s$
- $v_{gem} = \dfrac{v_{begin} + v_{eind}}{2} \rightarrow v_{gem} = \dfrac{15+0}{2} = 7{,}5\,m/s$
- $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow s = 7{,}5 \cdot 1{,}529 = 11{,}468 = 11\,m$

Op welk tijdstip valt de appel op de grond?

- tijd omhoog is 1,529 s = tijd omlaag
- TOTAAL = $t_{omhoog} + t_{omlaag} = 1{,}529 + 1{,}529 = 3{,}058 = 3{,}1$ s

Met welke snelheid valt de appel op de grond?

- beginsnelheid omhoog = eindsnelheid omlaag
- eindsnelheid omlaag is 15 m/s