2 Bewegen

2.0 Overzicht

2.1 Het waarnemen van beweging
- Wanneer beweegt iets?
- Wat is een (plaats, tijd)-tabel?
- Wat is een (plaats, tijd)-diagram?
- Hoe bepaal je de gemiddelde snelheid uit een (plaats, tijd)-diagram?
- Hoe haal je informatie uit een (plaats, tijd)-diagram?

2.2 Bewegen met een constante snelheid
- Wat is het symbool voor snelheid en wat is de eenheid van snelheid?
- Wat is de formule voor de gemiddelde snelheid?
- Hoe reken je om van meter per seconde naar kilometer per uur en terug?
- Hoe bereken je de afstand en hoe bereken je de tijd?
- Wat is een eenparig rechtlijnige beweging?
- Hoe kun door te filmen de snelheid meten?
- Hoe maak je een stroboscopische foto?
- Hoe kun je met echo's de snelheid meten?

2.3 Het berekenen van de plaats en de tijd
- Hoe moet je formules met elkaar combineren?
- Hoe bereken je waar en wanneer twee voorwerpen elkaar inhalen?
- Hoe bereken je waar en wanneer twee voorwerpen elkaar tegenkomen?
- Waarom is snelheid relatief?
- Wanneer mag je snelheden wél en wanneer niet bij elkaar optellen?

2.4 Versnellen en vertragen
- Wat is versnellen en wat is vertragen?
- Hoe zie je bij een (x, t)-diagram of de beweging versnelt of vertraagt?
- Hoe bepaal je de gemiddelde snelheid uit een (x, t)-diagram?
- Wat is een (v, t)-diagram?
- Hoe zie je bij een (v, t)-diagram of een beweging versnelt of vertraagt?
- Hoe bepaal je de versnelling uit een (v, t)-diagram?
- Wat is een eenparige versnelde beweging?
- Wat is het symbool voor versnelling en wat is de eenheid van versnelling?
- Hoe bereken je de verandering van de snelheid?
- Hoe bereken hoelang een versnelling duurt?
- Hoe bereken je de gemiddelde snelheid?
- Hoe bereken je de afstand die je bij een versnelling aflegt?

2.5 Afstand bepalen uit een (v, t)-diagram

- Hoe bepaal je de afstand uit een (v, t)-diagram?

2.6 Vallen

- Wat voor soort beweging is vallen?
- Hoe groot is de valversnelling op aarde?
- Hoe bereken je de afstand waarover je valt als je de valtijd weet?
- Hoe bereken je de valtijd als je de valhoogte weet?
- Hoe bereken je met welke snelheid je op de grond valt?

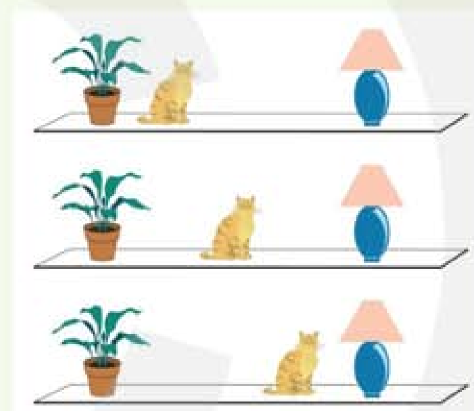
2.1 Het waarnemen van beweging

Wat is bewegen?

Beweging is het veranderen van de **plaats** in de **tijd**. Hierbij is het onbelangrijk wat er beweegt, het kan een auto zijn maar ook de kat. Om vast te stellen of iets beweegt moet je twee metingen doen, een tijdmeting en een plaatsmeting. Voor de tijdmeting gebruik je een klok en voor de plaatsmeting een liniaal. Om de plaats te meten moet je eerst een **nulpunt** afspreken. Dat is de plaats waar de schaalverdeling op je liniaal begint.

VOORBEELD kat op de vensterbank

Een kat zit op de vensterbank. Op tijdstip t_1, t_2 en t_3 nemen we een foto. De foto op t_1 is het bovenste plaatje, op t_2 het middelste plaatje en op t_3 het onderste plaatje. De plaats van de kat verandert, waaruit blijkt dat de kat tussen t_1 en t_3 heeft bewogen.



Figuur 1
Een kat op een vensterbank.

Een (plaats, tijd)-tabel

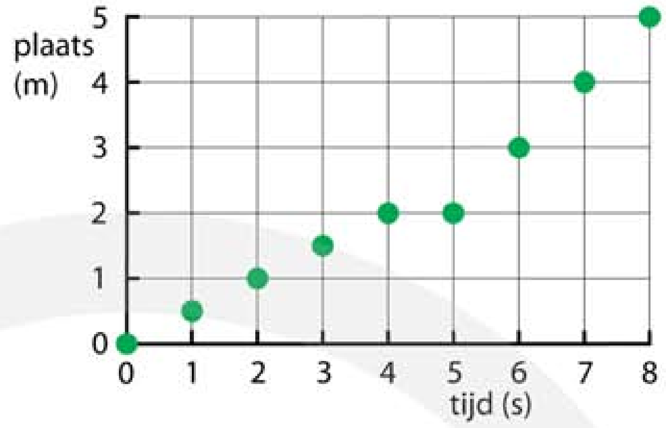
Als je op verschillende tijdstippen de plaats hebt gemeten kun je het beste je gegevens ordenen in een tabel.

Een (plaats, tijd)-tabel heeft twee kolommen. In de eerste kolom staat de tijd opgegeven. In de tweede kolom staat de plaats.

Tijd (s)	Plaats (m)
0,0	0,0
1,0	0,5
2,0	1,0
3,0	1,5
4,0	2,0
5,0	2,0
6,0	3,0
7,0	4,0
8,0	5,0

Een (plaats, tijd)-diagram

In een diagram heb je nog meer overzicht dan bij een tabel. Vaak kun je aan een (plaats, tijd)-diagram gelijk zien met wat voor soort beweging je te maken hebt.

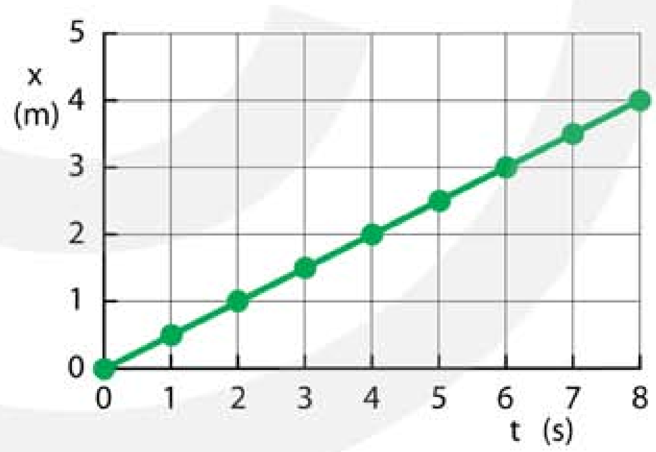


Figuur 2
Een (plaats, tijd)-diagram.

Om niet steeds tijd en plaats te hoeven schrijven gebruiken we de letter x voor plaats en t voor tijd. Plaats wordt gemeten in meter (m) of in kilometer (km). Tijd wordt gemeten in seconde (s) of in uur (h), van het Engelse "hour".

x = plaats	**in**	**meter (m) of kilometer (km)**
t = tijd	**in**	**seconde (s) of uur (h)**

Als de snelheid constant is is het (x, t)-diagram een rechte lijn. Vertrek je op t = 0 op plaats x = 0 dan gaat de lijn door de oorsprong.



Figuur 3
Een (x, t)-diagram van een beweging waarvan de snelheid constant is.

De gemiddelde snelheid kun je uit een (x, t)-diagram bepalen. De gemiddelde snelheid tussen tijdstippen t_1 en t_2 bereken je met de volgende formule:

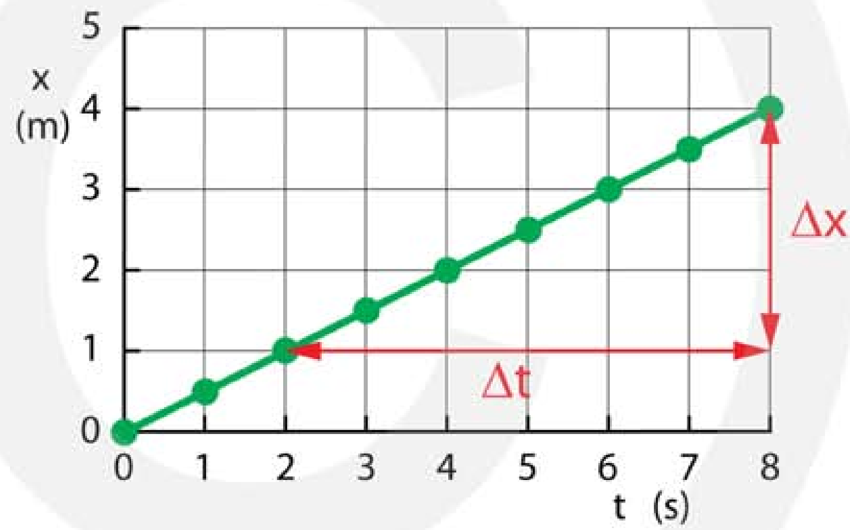
$$v_{gem} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

– v_{gem} is de gemiddelde snelheid in meter per seconde (m/s)
– x_1 is de plaats op tijdstip t_1
– x_2 is de plaats op tijdstip t_2

De verandering van iets geven we aan met de Griekse letter Δ (delta). Delta is de Griekse letter d en staat voor "difference" (Engels: verschil of verandering).
– Δx is de verandering van de plaats = nieuw – oud in meter (m)
– Δt is de verandering van de tijd = nieuw – oud in seconde (s)

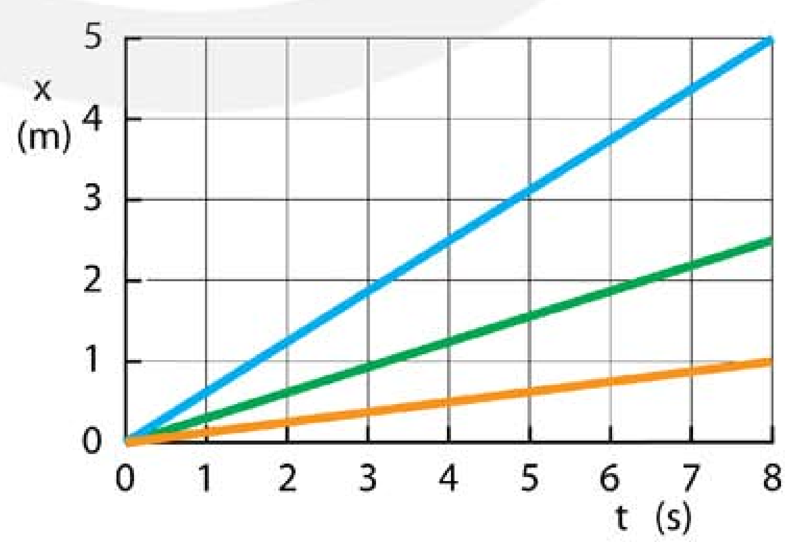
Figuur 4 is het (x, t)-diagram van een beweging met constante snelheid. Om de snelheid te bepalen neem je twee tijdstippen t_1 en t_2. Omdat de snelheid constant is maakt het niet uit welke twee tijdstippen je kiest. Hoe verder je de punten van elkaar kiest, hoe nauwkeuriger het resultaat. We kiezen $t_1 = 2$ s en $t_2 = 8$ s.

- aflezen: $x_1 = 1$ m en $x_2 = 4$ m.
- uitrekenen: $\Delta x = 4 - 1 = 3$ m ; $\Delta t = 8 - 2 = 6$ s
- $v_{gem} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{3}{6} \rightarrow v_{gem} = 0{,}5 \text{ m/s}$



Figuur 4
Bepaling van de gemiddelde snelheid Δx / Δt uit een (x, t)-diagram. Omdat de beweging eenparig rechtlijnig is heeft Δx / Δt steeds dezelfde waarde.

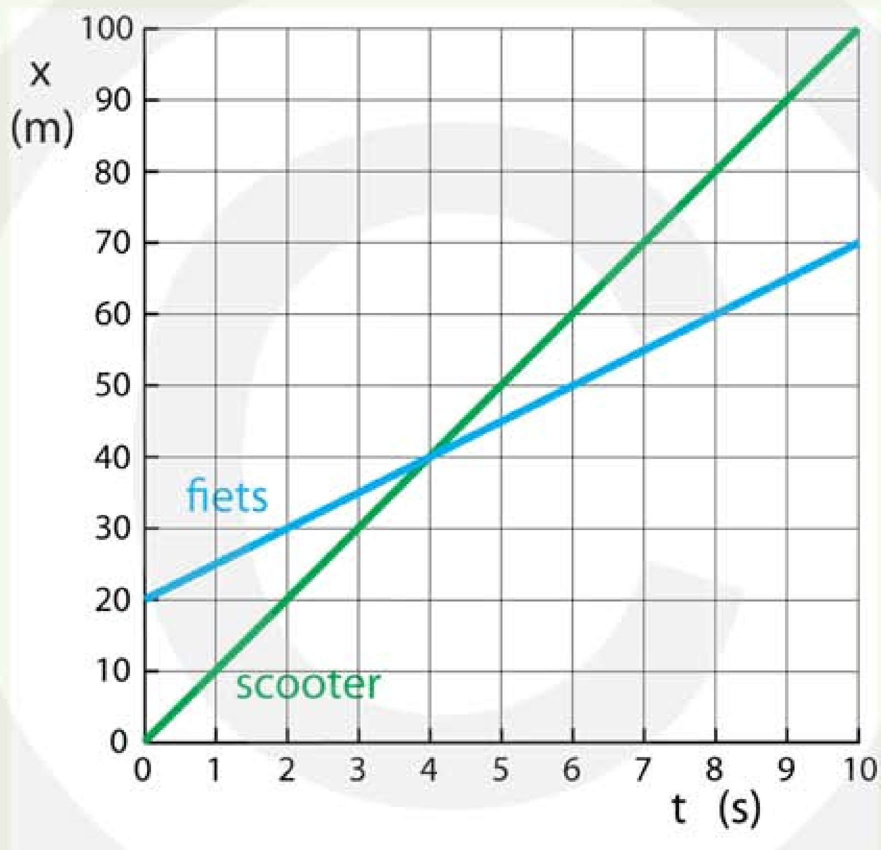
Leg je in een korte tijd een grote afstand af dan loopt de grafiek steil en heb je een grote snelheid. De gemiddelde snelheid is de steilheid van de grafiek: Δx / Δt.



Figuur 5
Hoe steiler de grafiek is hoe groter de snelheid. De blauwe grafiek hoort bij de grootste snelheid, daarna de groene grafiek en daarna de oranje grafiek.

VOORBEELD scooter en fiets aflezen uit een (x, t)-diagram

Een scooter en een fiets rijden in dezelfde richting. Op t=0 bevindt de fiets zich 20 m voor de scooter. De plaats op t = 0 noemen we x_0. Voor de scooter geldt x_0 = 0 m en voor de fiets x_0 = 20 m. De scooter rijdt met een constante snelheid van 10 m/s. De fiets rijdt met 5,0 m/s. De (x, t)-diagrammen van de scooter en de fiets zie je in figuur 6.



Figuur 6 (x, t)-diagrammen van de scooter en de fiets.

Op t = 0 begint de scooter aan een inhaalmanoeuvre door op de linkerrijstrook te gaan rijden. Als de scooter 10 meter voorbij de fiets is gaat hij weer terug naar de rechter rijstrook en is de inhaalmanoeuvre voorbij. Van deze beweging gaan we drie dingen **bepalen.** Je gebruikt hierbij grafieken.

– Op welk tijdstip passeert de scooter de fiets?
– Hoe lang duurt het inhalen?
– Hoeveel meter legt de scooter tijdens het inhalen af?

Bepaal het tijdstip waarop de scooter de fiets passeert.

- de grafieken van de scooter en de fiets snijden elkaar op t = 4,0 s
- de scooter en de fiets zijn dan op dezelfde plaats

Bepaal hoe lang het inhalen duurt.

- aflezen in figuur 6
- op t = 6,0 s is de afstand tussen de scooter en de fiets 10 meter
- na 6,0 s gaat de scooter terug naar de rechter rijstrook

Bepaal de afstand die de scooter bij het inhalen aflegt.

- aflezen in figuur 6
- op t = 6,0 s heeft de scooter 60 m afgelegd

2.2 Bewegen met een constante snelheid

De gemiddelde snelheid

De gemiddelde snelheid v_{gem} is de afstand waarover een voorwerp zich verplaatst gedeeld door de tijd die hiervoor nodig is. Omdat we niet steeds willen schrijven: "de afstand waarover een voorwerp zich verplaatst" gebruiken we de letter s van "spatie" (afstand) of "space" (Engels: ruimte).

s is de afstand waarover een voorwerp zich verplaatst in meter (m)

De snelheid geeft aan hoeveel afstand een voorwerp in één seconde aflegt. Voor de snelheid gebruiken we de letter v, afkomstig van het Engelse woord "velocity".

v is de snelheid in meter per seconde (m/s)

Voor de gemiddelde snelheid geldt de volgende formule:

$$v_{gem} = \frac{s}{t}$$

- v_{gem} is de gemiddelde snelheid in meter per seconde (m/s)
- s is de afstand in meter (m)
- t is de tijd in seconde (s)

Met bovenstaande formule bereken je de gemiddelde snelheid. Tijdens de beweging kan de snelheid veranderen. Je kunt steeds harder of zachter gaan rijden of even stilstaan. De formule voor de gemiddelde snelheid zegt hier niets over. Alleen het eindresultaat telt. Doe je er een uur over om van Leiden naar Den Haag te fietsen (20 km) dan is je gemiddelde snelheid 20 km/h, ook al fiets je op het ene moment wat harder en sta je op het andere moment stil voor een stoplicht.

Bij een **eenparig rechtlijnige beweging** verandert de snelheid niet.

eenparig rechtlijnige beweging → v = constant

Omrekenen van meter per seconde naar kilometer per uur

Snelheid druk je uit in meter per seconde of in kilometer per uur. Heb je een snelheid van 1 meter per seconde dan leg je iedere seconde 1 meter af. In het dagelijks leven wordt de snelheid meestal opgegeven in kilometer per uur. Het omrekenen van meter per seconde naar kilometer per uur is niet moeilijk. In een uur zitten 60 minuten en in een minuut zitten 60 seconden. Een uur heeft daarom 60 keer 60 = 3600 seconden. Als je 1 meter per seconde rijdt, leg je in een uur 3600 meter af. 3600 meter is 3,6 km. Je snelheid is dan 3,6 km/h.

1 m/s = 3,6 km/h
1 km/h = 1 / 3,6 = 0,2778 m/s

VOORBEELD Thalys

De Thalys rijdt in vier uur de afstand van 432 km van Amsterdam naar Parijs.

Bereken de gemiddelde snelheid in km/h en in m/s.

- $v_{gem} = \frac{s}{t}$
- $v_{gem} = \frac{432}{4} = 108 \text{ km/h}$
- km/h omrekenen naar m/s $\rightarrow$ delen door 3,6 $\rightarrow$
- 108 / 3,6 = 30 m/s

Berekenen van de afstand

Omdat $v_{gem} = \frac{s}{t}$ geldt ook $s = v_{gem} \cdot t$. Deze nieuwe formule vind je door links en rechts van het = teken te vermenigvuldigen met t. Omdat je aan de rechterkant eerst deelt door t en daarna vermenigvuldigt met t mag je aan de rechterkant t wegstrepen:

$v_{gem} \cdot t = \frac{s}{t} \cdot t \quad \rightarrow \quad v_{gem} \cdot t = s \quad \rightarrow \quad s = v_{gem} \cdot t$

Voor de afstand geldt:

$$s = v_{gem} \cdot t$$

Berekenen van de tijd

Omdat $s = v_{gem} \cdot t$ geldt ook $t = \frac{s}{v_{gem}}$. Deze nieuwe formule vind je door links en rechts van het = teken te delen door v_{gem}. Omdat je aan de rechterkant eerst vermenigvuldigt met v_{gem} en daarna deelt door v_{gem} mag je aan de rechterkant v_{gem} wegstrepen:

$$\frac{s}{v_{gem}} = \frac{v_{gem} \cdot t}{v_{gem}} \quad \rightarrow \quad \frac{s}{v_{gem}} = t \quad \rightarrow \quad t = \frac{s}{v_{gem}}$$

Voor de afstand geldt de volgende formule:

$$t = \frac{s}{v_{gem}}$$

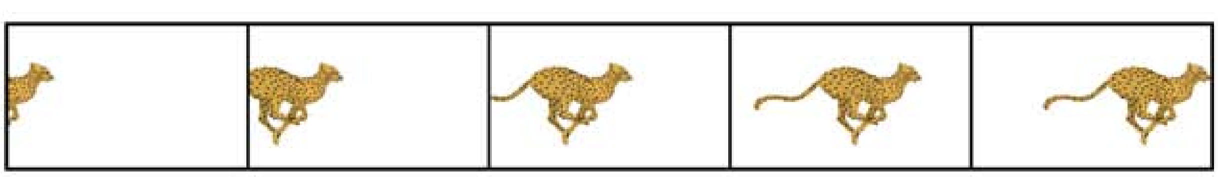
Vastleggen van een beweging

Om een beweging vast te leggen zijn er verschillende methoden. Als iets langzaam beweegt kun je gewoon met stopwatch en liniaal werken. Maar bij een snelle beweging moet je een (slow-motion) film maken of een stroboscopische foto nemen. Verder kun je ook een echo maken met geluid of met licht.

– Filmen –

Bij het filmen wordt er 30 keer per seconde een nieuwe foto gemaakt. Maak je een film van een bewegend voorwerp dan leg je 30 keer per seconde de tijd en de plaats vast. Om uit de plaatjes de afstand te bepalen kun je een liniaal op de achtergrond mee filmen. Je kunt ook het voorwerp opmeten zodat je weet hoe groot het is. Is het plaatje op de film bijvoorbeeld 100 keer verkleind dan weet je dat je alles met 100 moet vermenigvuldigen om de werkelijke afmetingen te vinden.

Beweegt iets heel snel dan kun je ook een slow-motion filmpje maken met bijvoorbeeld 240 of 1200 beeldjes per seconde. Tegenwoordig zijn er hogesnelheids-camera's te koop die tot wel 1.500.000 beelden per seconde maken. Als je een film die gemaakt is met zo'n hogesnelheidscamera afspeelt met 30 beeldjes per seconde ontstaat er een slow-motion film met een enorme vertraging. Iets wat in werkelijkheid maar één seconde duurt, kost dan meer dan een halve dag om af te spelen.

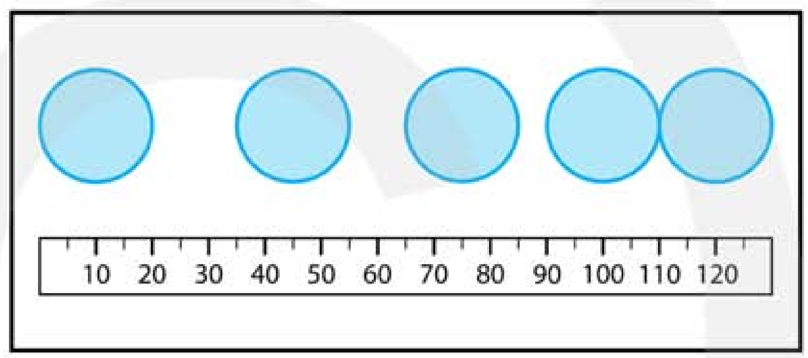


Figuur 7 Film van een sprintende Cheeta (jachtluipaard).

– Stroboscopische foto –

Bij een stroboscopische foto maak je de kamer donker en neem je één foto. De lens van je fotocamera zet je hierbij bijvoorbeeld een seconde open. In die seconde geef je lichtflitsen in een vast ritme. Je kunt bijvoorbeeld 5 flitsen per seconde geven. Op de foto zie je nu 5 keer het voorwerp, steeds een beetje verschoven. Als je weet hoe groot het voorwerp is kun je de verandering van de plaats bepalen. Je kunt ook een liniaal op de voorgrond leggen.

Stoboscopische foto:
- maak de kamer donker
- zet de lens van je fotocamera open
- geef lichtflitsen in een vast ritme



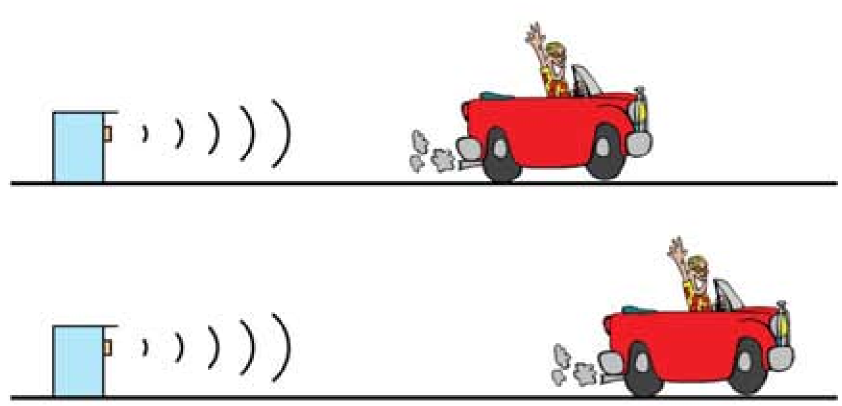
Figuur 8
Stroboscopische foto van een bewegende bal.

– Echo met geluid of met licht –

Bij een echo gebruik je een luidspreker die korte geluidspulsen uitzendt. Het geluid kaatst tegen het bewegende voorwerp en komt terug in een microfoon. Je meet hoelang de echo erover doet om heen en terug te gaan. Hieruit bereken je de afstand. Na een tijdje meet je opnieuw een echo. Als de afstand tot het voorwerp groter is geworden duurt het langer voordat je de echo hoort. Is het dichterbij gekomen dan hoor je de echo eerder.

Als je nog sneller wilt meten kun je ook een echo met radargolven maken, want radar gaat een miljoen keer sneller dan het geluid. Zie figuur 9.

Figuur 9
Snelheid meten met een echo van radargolven. Er worden twee pulsen gegeven: 1^{e} puls bovenste plaatje, 2^{e} puls onderste plaatje. Omdat de auto bij het onderste plaatje verder van de radarbron is dan bij het bovenste plaatje heeft de echo meer tijd nodig.



VOORBEELD radarcontrole

De politie gebruikt geluidsgolven om de snelheid van auto's te meten (in werkelijkheid gebruiken ze radargolven). Geluidsgolven hebben een snelheid van 340 m/s. Ze geven twee geluidspulsen. De tweede puls wordt 1,0 seconde na de eerste puls uitgezonden. Bij de eerste geluidspuls duurt het 0,1 seconde voordat de echo wordt waargenomen. Bij de tweede puls duurt het 0,3 seconde voordat de echo wordt waargenomen.

Bereken de afstand van de auto als de eerste puls wordt gegeven.
- v_{geluid} = 340 m/s ; t = 0,1 s
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $s = 340 \cdot 0{,}1 = 34\ m$
- dit is twee keer de afstand want het geluid gaat heen en terug
- afstand auto = 34 / 2 = 17 meter

Bereken de afstand van de auto als de tweede puls wordt gegeven.
- $s = 340 \cdot 0{,}3 = 102\ m$
- afstand auto = 102 / 2 = 51 meter

Bereken de snelheid van de auto.
- afstand 1^e puls = 17 meter ; afstand 2^e puls = 51 meter
- pulsen worden 1 seconde na elkaar uitgezonden
- in 1 seconde legt de auto 51 – 17 = 34 meter af
- $v_{gem} = \frac{s}{t} \rightarrow v_{gem} = \frac{34}{1} = 34\ m/s$
- $34\ m/s = 34 \cdot 3{,}6 = 122{,}4\ km/h$

2.3 Het berekenen van de plaats en de tijd

Uit een (x, t)-diagram kun je aflezen hoe een beweging verloopt. Je moet altijd zo nauwkeurig mogelijk aflezen, maar het is onvermijdelijk dat je kleine afleesfouten maakt. Nauwkeuriger is het om antwoorden te krijgen uit een berekening. Je maakt dan gebruik van formules.

Het voorbeeld hieronder is dezelfde situatie met een scooter en een fiets als in het eerdere voorbeeld. Toen hebben we de antwoorden verkregen door af te lezen. Nu gaan we dezelfde vragen beantwoorden door te rekenen.

VOORBEELD scooter en fiets berekenen met formules

Een scooter en een fiets rijden in dezelfde richting. Op t=0 bevindt de fiets zich 20 m vóór de scooter. De plaats op t = 0 noemen we x_0. Voor de scooter geldt x_0 = 0 m en voor de fiets x_0 = 20 m. De scooter rijdt met een constante snelheid van 10 m/s. De fiets rijdt met 5,0 m/s. De (x, t)-diagrammen van de scooter en de fiets zie je in figuur 6.

Bereken het tijdstip waarop de scooter de fiets passeert.

- scooter en fiets zijn dan op dezelfde plaats → $x_{scooter} = x_{fiets}$
- $x_{0,\,scooter} = 0$ m ; $x_{0,\,fiets} = 20$ m
- $v_{scooter} = 10$ m/s ; $v_{fiets} = 5{,}0$ m/s
- scooter: $x_{scooter} = v_{scooter} \cdot t \ = \ 10 \cdot t$
- fiets: $x_{fiets} = v_{fiets} \cdot t + 20 \ = \ 5{,}0 \cdot t + 20$
- $x_{scooter} = x_{fiets}$ →
- $10 \cdot t = 5{,}0 \cdot t + 20$ → $5{,}0 \cdot t = 20$ → $t = 4{,}0$ s

Bereken hoe lang het inhalen duurt.

- scooter 10 meter voorbij de fiets → $x_{scooter} = x_{fiets} + 10$
- $10 \cdot t = (5{,}0 \cdot t + 20) + 10$ → $10 \cdot t = 5{,}0 \cdot t + 30$ →
- $5{,}0 \cdot t = 30$ → $t = 6{,}0$ s

Bereken de afstand die de scooter bij het inhalen aflegt.

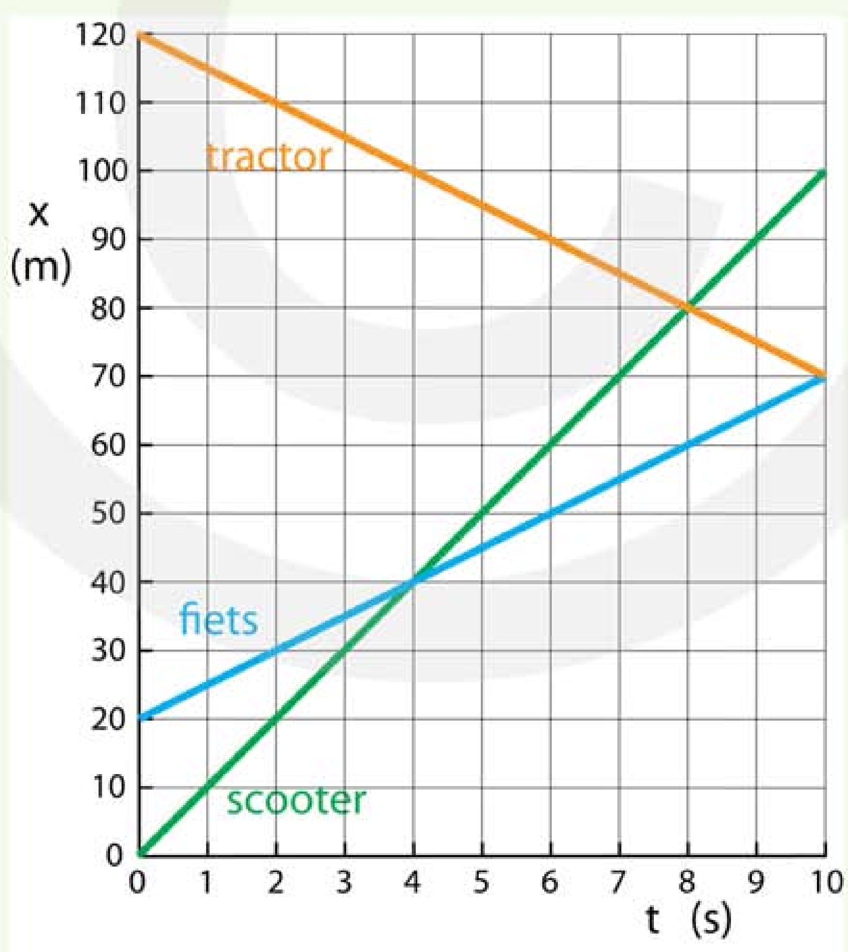
- t = 6,0 s
- $x_{scooter} = v_{scooter} \cdot t$
- $x_{scooter} = 10 \cdot t \ = \ 10 \cdot 6{,}0 \ = \ 60\,\text{m}$

Omdat we eerder bij het aflezen geen fouten hebben gemaakt zijn de antwoorden precies hetzelfde.

De beweging van een scooter en een fiets hebben we opgelost door (x, t)-grafieken af te lezen en door berekeningen te maken. Het wordt ingewikkelder als er ook nog een tegemoetkomende tractor in het spel is, maar zoals je ziet in onderstaand voorbeeld kun je ook deze situatie oplossen.

VOORBEELD scooter en fiets met tegemoetkomende tractor

Een tractor bevindt zich op de andere rijstrook en rijdt naar de scooter en de fiets toe. Op t=0 heeft tractor een afstand van 120 m tot de scooter. De snelheid van de tractor is -5,0 m/s. Het minteken drukt uit dat de tractor naar het nulpunt toe beweegt. Van deze beweging gaan we bepalen en berekenen of de scooter op tijd op de rechterweghelft terug is om een frontale botsing te voorkomen. Het (x, t)-diagram van deze beweging is in figuur 10 weergegeven.



Figuur 10 (x, t)-diagram met daarin de grafieken van de scooter, de fiets en de tractor.

Bepaal het tijdstip waarop de scooter de tractor tegenkomt.

- aflezen in figuur 10
- scooter en de tractor komen elkaar tegen op t = 8,0 s
- dat is 2,0 s nadat de scooter terug is op de rechterweghelft
- de scooter is op tijd terug

Bereken het tijdstip waarop de scooter de tractor tegenkomt.

- $v_{scooter}$ = 10 m/s
- $v_{tractor}$ = -5,0 m/s
- $x_{0,\ scooter}$ = 0 m
- $x_{0,\ tractor}$ = 120 m
- iedere seconde komen de scooter en de tractor 15 m dichter bij elkaar
- $x_{scooter} = x_{tractor}$
- $15 \cdot t = 120 \quad \rightarrow \quad t = 8{,}0\ \text{s}$

Relatieve snelheid

In het voorbeeld met de tegemoetkomende tractor hebben we gebruik gemaakt van het feit dat snelheid **relatief** is. Snelheid is niet een eigenschap van een voorwerp maar is een relatie tussen twee voorwerpen. Ten opzichte van het gekozen nulpunt op het aardoppervlak heeft de fiets een snelheid van 5,0 m/s en de scooter een snelheid van 10 m/s. Ten opzichte van hetzelfde nulpunt op het aardoppervlak heeft de tractor een snelheid van -5,0 m/s.

Kijk je vanaf de fiets naar de scooter dan zie je dat de scooter eerst met 5,0 m/s dichterbij komt en daarna met 5,0 m/s van je wegrijdt.

Kijk je vanaf de fiets naar de tractor dan zie je dat de tractor met een snelheid van 10 m/s naar je toe rijdt.

Kijk je vanaf de scooter naar de tractor dan zie je dat de tractor met een snelheid van 15 m/s naar je toe rijdt.

Zoals je ziet kun je niet spreken van "de" snelheid van een voorwerp. Altijd moet je opgeven ten opzichte van welk punt je de snelheid vastlegt.

Snelheid is relatief, het is een relatie tussen twee voorwerpen.

Twee verschillende waarnemers kunnen hetzelfde voorwerp met verschillende snelheid zien bewegen.

Galileo Galilei (Italië, 1564 – 1642) is de eerste natuurkundige die het bewegen van voorwerpen systematisch onderzoekt. Hij komt tot de conclusie dat snelheid relatief is. Daarbij maakt hij gebruik van het volgende gedachtenexperiment. Stel je zit in het ruim van een schip dat in de haven ligt zonder naar buiten te kunnen kijken. In het ruim ga je allerlei experimenten doen. Je laat kogels rollen en steentjes naar beneden vallen. Je schommelt in een hangmat heen en weer. Je kijkt hoe vissen in een kom rondzwemmen en hoe vogels in een kooi vliegen.

Op zeker moment begint het schip te varen over een vlakke golfloze zee. In het begin merk je even dat het schip in beweging komt maar heeft het schip een constante snelheid gekregen dan merk je niets meer van de beweging. De kogels en steentjes rollen en vallen precies hetzelfde als eerst. De hangmat schommelt op dezelfde manier en ook de vissen en de vogels gedragen zich net zoals toen het schip stil in de haven lag. Galileo stelt dat het onmogelijk is om vast te stellen of het schip stil ligt of met een constante snelheid beweegt. Dit noem je het **relativiteitsbeginsel van Galileo Galilei** en dit is een belangrijk natuurkundig inzicht.

Niemand kan weten of hij stilstaat of met een constante snelheid beweegt.

In het dagelijks leven kom je soms in een situatie waarin het onduidelijk is of je beweegt of stilstaat.

VOORBEELD stilstaan of bewegen

Je zit in een trein en kijkt naar buiten naar een andere trein. Je denkt dat je rijdt, maar als je naar de omgeving kijkt zie je dat je stilstaat en dat de andere trein aan het rijden is.

Je staat in een langzaam rijdende file. Als je naar buiten kijkt lijkt het of alle auto's stilstaan. Maar alle auto's rijden met dezelfde snelheid.

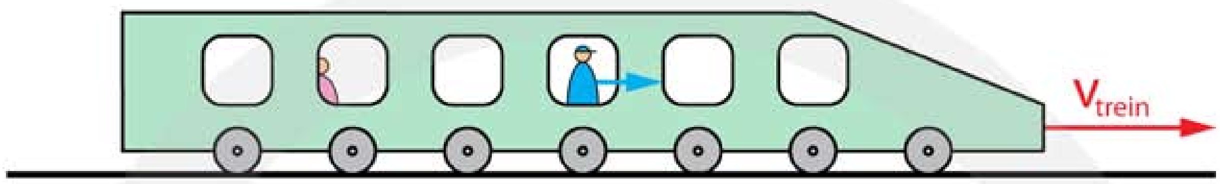
Je zit in een vliegtuig die met 1000 km/h beweegt maar je merkt er niets van.

De aarde beweegt met 100.000 km/h om de zon maar je merkt er niets van.

Snelheden optellen

Stel je zit in een trein die met 30 km/h langs het perron rijdt, zie figuur 11. In de trein zie je de conducteur naar voren lopen met 5 km/h. Je broer staat op het perron en ziet hetzelfde. Hij concludeert dat de conducteur met 35 km/h beweegt. De trein beweegt immers met 30 km/h en de conducteur met 5 km/h ten opzichte van de trein. Volgens je broer heeft de conducteur een snelheid van 30 + 5 = 35 km/h. Loopt de conducteur naar achteren met 5 km/h dan is zijn snelheid volgens je broer 30 – 5 = 25 km/h.

Zoals je ziet kun je snelheden bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken.

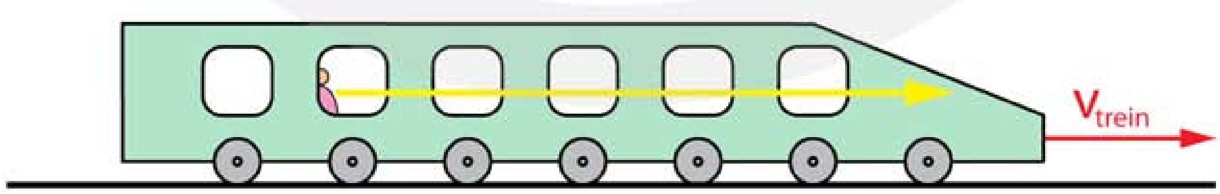


Figuur 11 Snelheden optellen. Op het perron zie je dat de snelheid van de conducteur gelijk is aan de snelheid van de trein plus de snelheid waarmee de conducteur door de trein loopt.

De lichtsnelheid

De snelheid van het licht is ongeveer 300.000 kilometer per seconde. In één seconde kan het licht 7,5 keer om de aarde gaan. Niets kan sneller dan het licht bewegen. Het meten van de lichtsnelheid is niet gemakkelijk maar sinds het einde van de 19^{e} eeuw is de waarde goed bekend: de lichtsnelheid is 299.792.458 m/s.

We kunnen nu het volgende gedachtenexperiment uitvoeren, zie figuur 12. Je zit in de trein die 40 m/s rijdt en je schijnt met een zaklamp naar voren. Je meet de lichtsnelheid en komt precies op de bekende waarde. Je broer staat op het perron en meet ook de snelheid van het licht uit jouw zaklamp. Hij verwacht dat hij de snelheid van het licht moet optellen bij de snelheid van de trein: 299.792.458 + 40 = 299.792.498 m/s maar dat blijkt niet zo te zijn. Ook hij vindt precies 299.792.458 m/s. Het maakt niet uit of de trein rijdt of stilstaat, altijd meten zowel jij als je broer de bekende lichtsnelheid van 299.792.458 m/s.



Figuur 12 De lichtsnelheid heeft voor iedere waarnemer dezelfde waarde.

Er lijkt nu een probleem te ontstaan. Het lijkt zo te zijn dat het relativiteitsprincipe van Galileo Galilei niet te rijmen valt met het gegeven dat de lichtsnelheid voor iedere waarnemer hetzelfde is.

Toen Albert Einstein (Duitsland, 1879 – 1955) hier over nadacht heeft hij de juiste conclusie getrokken: het relativiteitsprincipe van Galileo én een lichtsnelheid die voor iedereen hetzelfde is zijn beide waar. In 1905 publiceert Einstein zijn speciale relativiteitstheorie. Deze theorie is gebaseerd op twee uitgangspunten:

Het relativiteitsprincipe van Galileo Galilei is waar.

De lichtsnelheid heeft voor iedereen dezelfde waarde.

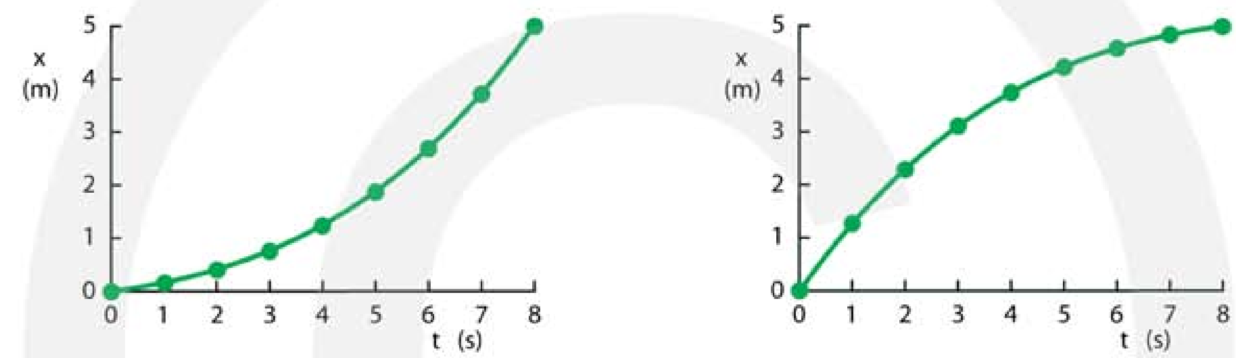
Combineer je deze twee op het eerste gezicht onverenigbare uitgangspunten dan kom je tot een aantal vreemde conclusies:

- Je broer ziet dat jouw klok langzamer loopt dan de zijne.
- Je broer ziet gebeurtenissen die voor jou gelijktijdig zijn na elkaar gebeuren.
- Je broer ziet dat in de trein alles in de rijrichting is gekrompen.
- Je broer ziet dat in de trein alles zwaarder is dan wanneer de trein stilstaat.

Het is moeilijk te geloven dat deze rare conclusies echt waar zijn, maar zo blijkt het toch echt te zijn. In het dagelijks leven merk je er niets van, want de effecten worden pas duidelijk als de snelheid van de trein in de buurt komt van de lichtsnelheid. Zelfs in de snelste raket die bestaat zijn de effecten nauwelijks merkbaar. Maar met nauwkeurige meetinstrumenten kun je vaststellen dat Einsteins relativiteitstheorie exact klopt.

2.4 Versnellen en vertragen

Zoals we eerder hebben gezien is de (x, t)-grafiek van een beweging met constante snelheid een rechte lijn. Liggen de punten in het (x, t)-diagram niet op een rechte lijn dan verandert de snelheid. Bij een **versnelde beweging** wordt de verplaatsing in één seconde steeds groter. De grafiek buigt hierdoor omhoog (figuur 13 links). Bij een **vertraagde beweging** wordt de verplaatsing in één seconde steeds kleiner. De grafiek buigt hierdoor omlaag (figuur 13 rechts).

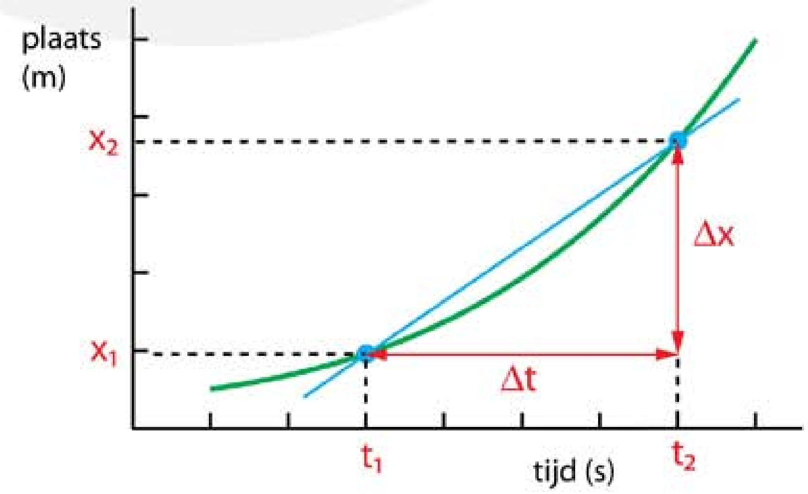


Figuur 13 (x, t)-diagram van een versnelde beweging (links) en een vertraagde beweging (rechts).

versnellen → **de snelheid wordt groter in de tijd**
vertragen → **de snelheid wordt kleiner in de tijd**

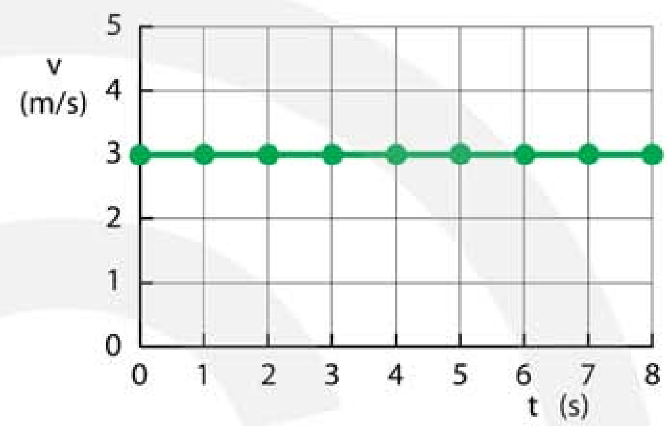
Bij een versnelde beweging wordt de snelheid steeds groter. Toch kun je ook dan de gemiddelde snelheid tussen de tijdstippen t_1 en t_2 bepalen. Je moet dan eerst een rechte lijn tekenen tussen de twee punten en vervolgens van die rechte lijn Δx delen door Δt. Zie figuur 14.

Figuur 14
De gemiddelde snelheid bepalen van een versnelde beweging.



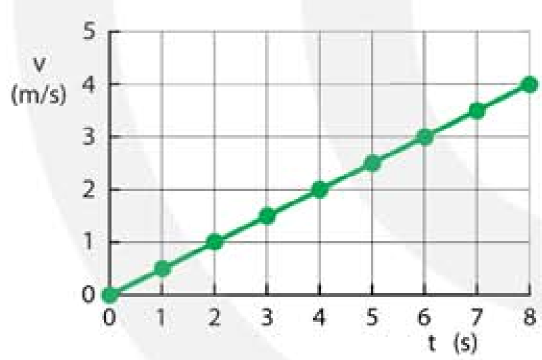
Het (v, t)-diagram

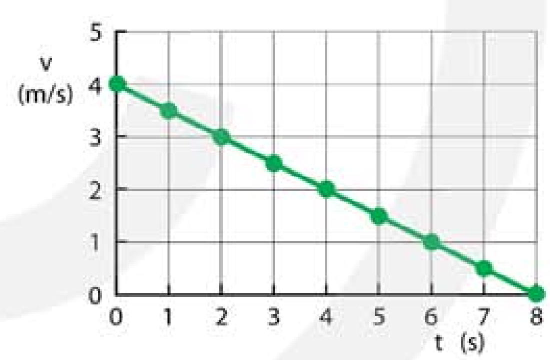
Eerder zijn we het (x, t)-diagram tegengekomen, met op de verticale as de plaats en op de horizontale as de tijd. We kunnen ook een diagram maken met op de verticale as de snelheid en op de horizontale as de tijd. Zo'n diagram heet een (snelheids, tijd)-diagram oftewel een (v, t)-diagram. Aan de (v, t)-grafiek kun je zien hoe de snelheid in de tijd verandert. Is de snelheid constant dan is de (v, t)-grafiek een rechte lijn, evenwijdig aan de tijd-as.



Figuur 15
Een (v, t)-diagram van een eenparig rechtlijnige beweging. In dit geval is de snelheid op elk tijdstip 3,0 m/s.

De (v, t)-grafiek van een eenparig versnelde beweging is een rechte lijn schuin omhoog. De (v, t)-grafiek van een eenparig vertraagde beweging is een rechte lijn schuin omlaag. Zie figuur 16.





Figuur 16 (v, t)-diagram van een eenparig versnelde (links) en - vertraagde (rechts) beweging.

De versnelling bepalen uit een (v, t)-diagram

De versnelling is de verandering van de snelheid gedeeld door de tijd die hiervoor nodig is.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

- a is de versnelling in meter per seconde kwadraat (m/s^2)
- v_1 is de snelheid op tijdstip t_1
- v_2 is de snelheid op tijdstip t_2

We gebruiken opnieuw de Griekse letter Δ (delta) om een verandering aan te geven:

- Δv is de verandering van de snelheid = $v_{nieuw} - v_{oud}$ (m/s)
- Δt is de verandering van de tijd = $t_{nieuw} - t_{oud}$ (s)

De versnelling geeft aan dat de snelheid verandert. Natuurlijk kan de versnelling zelf ook veranderen. Maar om het niet te ingewikkeld te maken gaan we er meestal van uit dat de versnelling constant is. We spreken dan van een eenparig versnelde beweging.

Bij een eenparig versnelde beweging is de versnelling constant.

Verder kun je natuurlijk ook vertragen (afremmen). Bij een vertraging wordt je snelheid steeds kleiner. Een vertraging is een negatieve versnelling, want elke seconde gaat er iets van de snelheid af.

versnellen	$\rightarrow$	**a = positief**
vertragen	$\rightarrow$	**a = negatief**

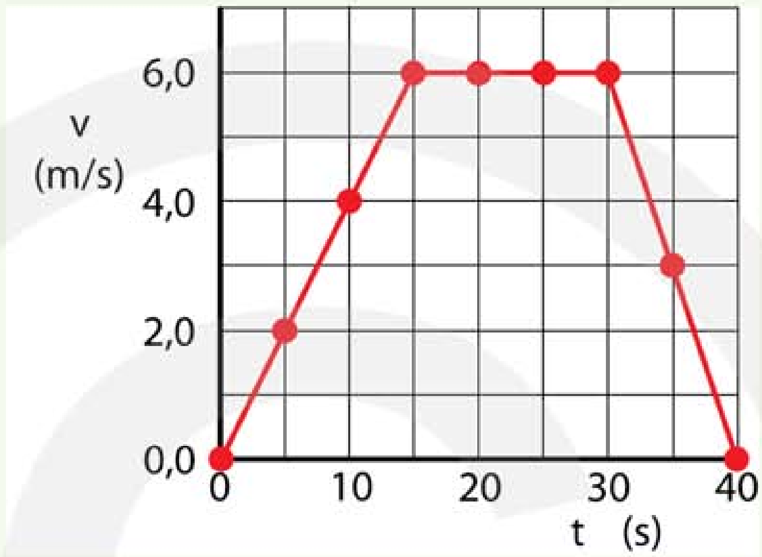
De eenheid van versnelling

De versnelling geeft aan dat de snelheid (= hoeveelheid meter per seconde) iedere seconde groter wordt. Stel je begint te fietsen en hebt na 1 seconde een snelheid van 2 m/s, na 2 seconde een snelheid van 4 m/s en na 3 seconde een snelheid van 6 m/s. Iedere seconde neemt je snelheid met 2 meter per seconde toe. Je versnelling is dan 2 meter per seconde per seconde. Je ziet dat je twee keer achter elkaar per seconde moet schrijven. Twee keer achter elkaar deel je door seconde en dit geef je aan met seconde in het kwadraat. De eenheid van versnelling is daarom meter per seconde kwadraat (m/s^2)

De eenheid van versnelling is meter per seconde kwadraat (m/s^2).

VOORBEELD versnelling uit een (v, t)-diagram bepalen

In figuur 17 zie je een (v, t)-diagram van een lift.



Figuur 17

Bepaal de versnelling tussen t = 0 en t = 15 seconden.

- $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$
- $a = \dfrac{6-0}{15} = 0{,}4 \ m/s^2$

Bepaal de versnelling tussen t = 15 en t = 30 seconden.

- $a = \dfrac{6-6}{15} = 0{,}0 \ m/s^2$

Bepaal de versnelling tussen t = 30 en t = 40 seconden.

- $a = \dfrac{0-6}{10} = -0{,}6 \ m/s^2$
- een negatieve versnelling is een vertraging

Bereken hoeveel de snelheid verandert

Omdat $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ geldt ook $\Delta v = a \cdot \Delta t$. Deze nieuwe formule vind je door links en rechts van het = tekenen te vermenigvuldigen met Δt. Omdat je aan de rechterkant eerst deelt door Δt en daarna vermenigvuldigt met Δt mag je aan de rechterkant Δt wegstrepen:

$$a \cdot \Delta t = \frac{\Delta v}{\Delta t} \cdot \Delta t \quad \rightarrow \quad a \cdot \Delta t = \Delta v \quad \rightarrow \quad \Delta v = a \cdot \Delta t$$

Voor de verandering van de snelheid geldt:

$$\Delta v = a \cdot \Delta t$$

Bereken hoe lang een versnelling duurt

Omdat $\Delta v = a \cdot \Delta t$ geldt ook $\Delta t = \frac{\Delta v}{a}$. Deze nieuwe formule vind je door links en rechts van het = tekenen te delen door a. Omdat je aan de rechterkant eerst vermenigvuldigt met a en daarna deelt door a mag je aan de rechterkant a wegstrepen:

$$\frac{\Delta v}{a} = \frac{a \cdot \Delta t}{a} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta v}{a} = \Delta t \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta v}{a}$$

De tijd waarin er wordt versneld of vertraagd vind je met:

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a}$$

Bereken de afstand bij een versnelde beweging

Om de afstand te berekenen gebruik je de formule $s = v_{gem} \cdot t$. In deze formule staat niet de snelheid maar de **gemiddelde snelheid**. We moeten dus eerst de gemiddelde snelheid berekenen. Het gemiddelde van twee getallen bereken je door ze op te tellen en het resultaat te delen door 2. Het gemiddelde van 3 en 8 is bijvoorbeeld (3 + 8) / 2 = 5,5. Met snelheden doen we precies hetzelfde.

$$v_{gem} = \frac{v_{begin} + v_{eind}}{2}$$

VOORBEELD afstand nodig om tot stilstand te komen

Een auto rijdt met 30 m/s (108 km/h) over de snelweg en moet remmen voor een stilstaande file. Zijn vertraging is 3,0 m/s².

Bereken de gemiddelde snelheid van de auto tijdens het remmen.

- $v_{begin} = 30\,m/s \quad ; \quad v_{eind} = 0\,m/s$
- $v_{gem} = \dfrac{v_{begin} + v_{eind}}{2}$
- $v_{gem} = \dfrac{30+0}{2} = 15\,m/s$

Bereken hoe lang het remmen duurt.

- $\Delta v = 30 - 0 = 30\,m/s$
- $\Delta t = \dfrac{\Delta v}{a}$
- $\Delta t = \dfrac{30}{3} = 10\,s$

Bereken de afstand die de auto tijdens het remmen aflegt.

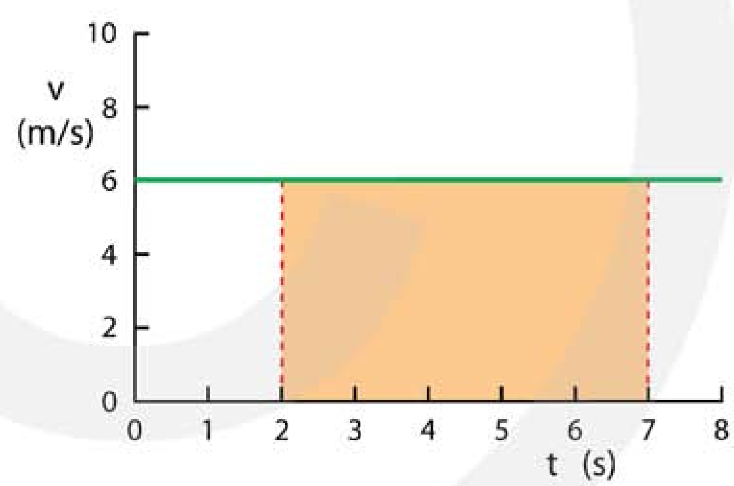
- $v_{gem} = 15\,m/s \quad ; \quad t = 10\,s$
- $s = v_{gem} \cdot t$
- $s = 15 \cdot 10 = 150\,m$

2.5 Afstand bepalen uit een (v, t)-diagram

Uit een (v,t)-diagram kun je de afstand niet rechtstreeks aflezen, je weet alleen de snelheid. Toch kun je uit een (v, t)-diagram de afgelegde afstand bepalen. Dat doe je door de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek uit te rekenen.

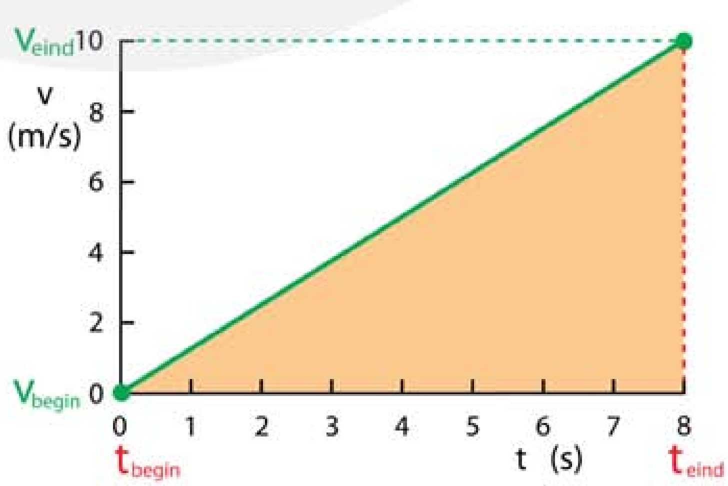
De afstand is gelijk aan de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek.

Bij en constante snelheid is dit eenvoudig in te zien. De (v, t)-grafiek is een horizontale rechte lijn. In figuur 18 heeft de snelheid een constante waarde van 6 m/s. De afstand die wordt afgelegd vind je met $s = v_{gem} \cdot t$. Voor de afstand die tussen t=2 en t=7 seconde wordt afgelegd geldt: $s = 6 \cdot (7-2) = 30$ meter. Dit is gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek.



Figuur 18
Bij een (v, t)-diagram is de afgelegde afstand gelijk aan de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek.

Ook bij een versnelde en vertraagde beweging kun je de afstand vinden door de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek te bepalen.



Figuur 19
Ook bij een versnelde beweging is de afstand gelijk aan de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek.

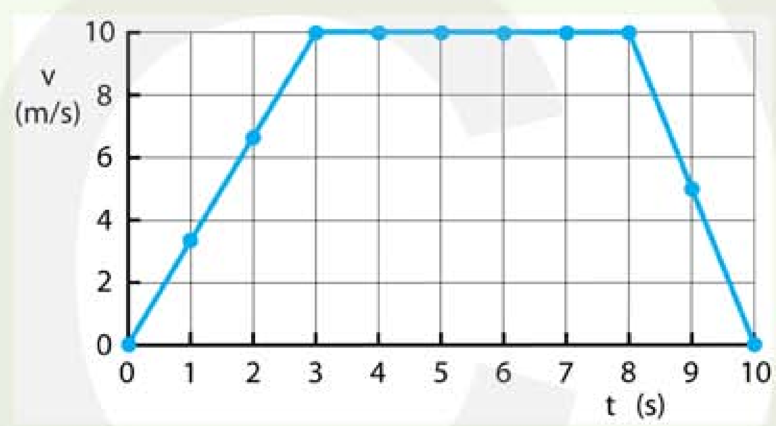
In figuur 19 neemt de snelheid gelijkmatig toe. De afstand die wordt afgelegd tussen de tijdstippen t_{begin} = 0 en t_{eind} = 8 s vind je door de oppervlakte onder de grafiek te berekenen. Dit oppervlak heeft de vorm van een driehoek, zie figuur 19.

Oppervlakte driehoek = ½ · hoogte · basis → afstand = s = ½ · v_{eind} · t_{eind}

Voor de afstand die tussen t=0 en t=8 seconde wordt afgelegd geldt:
s = ½ · 10 · 8 = 40 meter.

VOORBEELD afstand met een (v, t)-diagram bepalen

In figuur 20 zie je een (v, t)-diagram van een lift.



Figuur 20

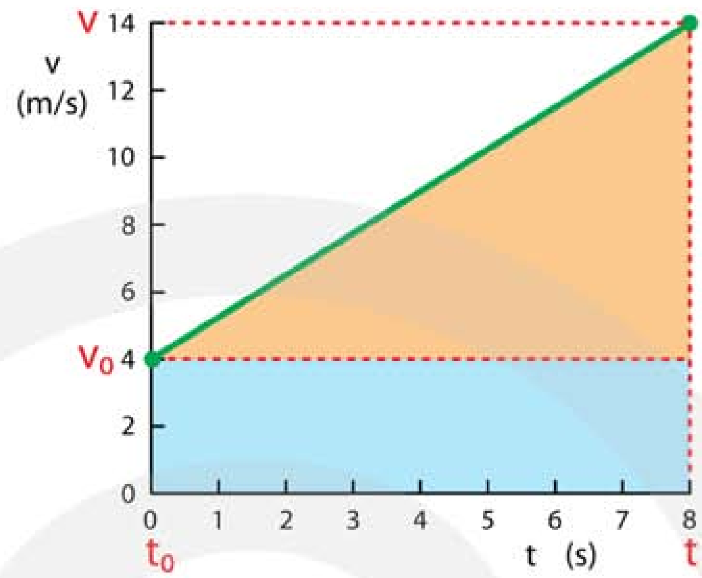
Bepaal de afstand tussen t = 0 en t = 3 seconden.
- oppervlakte driehoek is (basis × hoogte) / 2
- oppervlakte = (3 · 10) / 2 = 15
- afstand = 15 meter

Bepaal de afstand tussen t = 3 en t = 8 seconden.
- oppervlakte rechthoek is (5 · 10) = 50
- afstand = 50 meter

Bepaal de afstand tussen t = 8 en t = 10 seconden.
- oppervlakte driehoek is (basis × hoogte) / 2
- oppervlakte = (2 · 10) / 2 = 10
- afstand = 10 meter

Bepaal de totale afstand die de lift heeft afgelegd.
- afstand = 15 + 50 + 10 = 75 m

Bij een versnelde beweging is de snelheid aan het begin niet altijd nul. Stel je rijdt op een scooter en wilt iemand inhalen. Dan heb je al een snelheid en ga je harder rijden. In figuur 21 zie je het (v, t)-diagram van zo'n beweging. Ook in dit geval is de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek gelijk aan de afstand.



Figuur 21
Eenparig versnelde beweging met beginsnelheid.

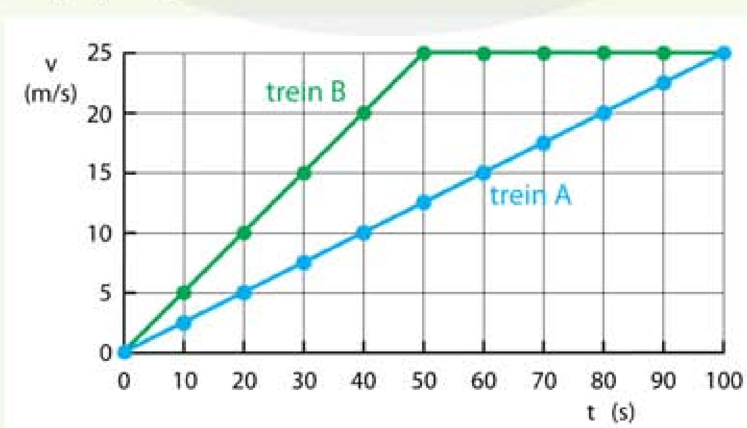
VOORBEELD afstand uit (v, t)-diagram met beginsnelheid

In figuur 21 zie je een (v, t)-diagram van een scooter. Op t=0 heeft de scooter een snelheid van 4 m/s. Dan begint hij te versnellen. Na 8 seconden is zijn snelheid toegenomen tot 14 m/s.

Bepaal de afstand die de scooter in deze 8 seconde aflegt.
- je moet de oppervlakte onder de (v, t)-grafiek berekenen
- oppervlakte rechthoek is $8 \cdot 4 = 32$
- oppervlakte driehoek is $\frac{8 \cdot 10}{2} = 40$
- afstand is $32 + 40 = 72\,\text{m}$

VOORBEELD twee treinen

Figuur 22 is het (v, t)-diagram van twee treinen A en B.



Figuur 22

Bepaal de versnelling van trein A en trein B in de eerste 40 s.

- versnelling trein A: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{25}{100} = 0{,}25\ m/s^2$
- versnelling trein B: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{25}{50} = 0{,}50\ m/s^2$

Bepaal de afgelegde afstand van trein A en trein B op t = 40 s.

- oppervlakte trein A: $\frac{40 \cdot 10}{2} = 200 \rightarrow s = 200\ m$
- oppervlakte trein B: $\frac{40 \cdot 20}{2} = 400 \rightarrow s = 400\ m$

Bepaal de afstand tussen trein A en trein B op t = 100 s.

- oppervlakte trein A: $\frac{100 \cdot 25}{2} = 1250 \rightarrow s = 1250\ m$
- oppervlakte trein B: $\frac{50 \cdot 25}{2} + 50 \cdot 25 = 625 + 1250 \rightarrow s = 1875\ m$
- afstand tussen A en B: $1875 - 1250 = 625\ m$

2.6 Vallen

Vanwege de zwaartekracht vallen alle voorwerpen naar beneden. Als luchtweerstand mag worden verwaarloosd krijgen alle voorwerpen dezelfde versnelling. Op aarde is de versnelling bij het vallen 9,81 m/s^2, dit noemen we de valversnelling.

De valversnelling op aarde is 9,81 m/s^2.

Wil je de diepte van een put bepalen dan kun je een steentje laten vallen en meten hoelang het duurt voor je de klap op de bodem hoort. Je moet hiervoor de versnelling en de valtijd combineren om de diepte te kunnen uitrekenen. We gaan op zoek naar een formule waarmee we deze berekening kunnen uitvoeren.

Bereken de afstand bij eenparig versnelde beweging

Vanaf het moment dat je het steentje loslaat valt het naar beneden. Voor de snelheid van het steentje geldt op ieder tijdstip t

$$v = a \cdot t$$

Merk op dat v niet de gemiddelde snelheid is, maar de snelheid op één moment. Om de afstand s te berekenen gebruik je de formule

$$s = v_{gem} \cdot t$$

In deze formule moet je de gemiddelde snelheid invullen. Omdat de snelheid van het steentje gelijkmatig toeneemt van nul tot de maximale waarde, is v_{gem} de helft van de eindsnelheid.

$$v_{gem} = \tfrac{1}{2} v_{eind}$$

Als je dit invult vind je voor de afstand tussen begin en eind

$$s = \tfrac{1}{2}\left(a \cdot t_{eind}\right) \cdot t_{eind} \qquad \rightarrow \qquad s = \tfrac{1}{2} a \cdot t_{eind}^2$$

We schrijven t in plaats van t_{eind} en vinden dan:

$$s = \tfrac{1}{2} a \cdot t^2$$

- s is de afgelegde afstand in meter (m)
- a is de versnelling in meter per seconde kwadraat (m/s^2)
- t is de tijd in seconde (s)

Je ziet aan de formule dat de afstand toeneemt met de tijd in het kwadraat. Heb je na 1 seconde 3 meter afgelegd dan heb je na 2 seconde 3 keer 3 = 9 meter afgelegd en na 3 seconde 3 keer 3 keer 3 = 27 meter. Dit komt omdat je steeds harder gaat en je daardoor in de derde seconde meer afstand aflegt dan in de eerste seconde.

VOORBEELD de diepte van een put meten

Om de diepte van een put te meten laat je een steentje vallen. Na 2,0 seconden hoor je de klap op de bodem. De tijd die het geluid erover doet om van de bodem naar je oor te komen is verwaarloosbaar.

Bereken de diepte van de put.

- $a = 9{,}81\,m/s^2 \quad ; \quad t = 2{,}0\,s$
- $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$
- $s = \frac{1}{2} 9{,}81 \cdot 2{,}0^2 \quad \rightarrow \quad s = 19{,}6\,m$

VOORBEELD de valtijd en de snelheid waarmee je op de grond komt

Je valt 3,0 meter naar beneden.

Hoe lang ben je aan het vallen?

- $a = 9{,}81\,m/s^2 \quad ; \quad s = 3{,}0\,m$
- $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$
- $3 = \frac{1}{2} 9{,}81 \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad 3 = 4{,}905 \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad t^2 = \frac{3}{4{,}905} = 0{,}61162$
- $t = \sqrt{0{,}61162} = 0{,}78\,s$

Met welke snelheid val je op de grond?

- $a = 9{,}81\,m/s^2 \quad ; \quad t = 0{,}782\,s$
- $v = a \cdot t$
- $v = 9{,}81 \cdot 0{,}782 = 7{,}672 = 7{,}7\,m/s \quad (28\,km/h)$

De formule $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ geldt voor alle voorwerpen die vanuit stilstand een constante versnelling krijgen. Hieronder een voorbeeld met een opstijgend vliegtuig.

VOORBEELD versnellen

Een vliegtuig heeft bij het opstijgen gedurende 40 seconden een versnelling van 2,0 m/s^2.

Bereken de eindsnelheid van het vliegtuig (snelheid bij take off).

- $v = a \cdot t$; $a = 2{,}0\ m/s^2$; $t = 40\ s$
- $v = 2 \cdot 40 = 80\ m/s \quad (= 288\ km/h)$

Bereken de afstand die het vliegtuig aflegt op de startbaan.

- $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$
- $s = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 40^2 = 1600\ m$