4 Arbeid en energie

4.0 Overzicht

4.1 Arbeid en energie
- Wat is arbeid?
- Wat is het symbool voor arbeid en wat is de eenheid van arbeid?
- Hoe bereken je de arbeid?
- Wat hebben de momentenwet (hefboomwet) en arbeid met elkaar te maken?
- Wat is energie?
- Wat is het symbool voor energie en wat is de eenheid van energie?
- Wat is de wet van behoud van energie in woorden?
- Welke formule geeft de wet van behoud van energie?
- Wat wordt er bedoeld met $E_{toegevoegd}$ en met $E_{onttrokken}$?
- Wat is het verschil tussen een vaste katrol en een losse katrol?
- Wat gebeurt er met de benodigde kracht als je een vaste katrol gebruikt?
- Wat gebeurt er met de benodigde arbeid als je een losse katrol gebruikt?

4.2 Energievormen
- Waar kom je chemische energie tegen?
- Wat is verbrandingswarmte?
- Wat is voedingswaarde?
- Hoeveel joule is één calorie?
- Wanneer wordt arbeid omgezet in zwaarte energie?
- Wat is de formule voor zwaarte energie?
- Wanneer wordt arbeid omgezet in kinetische energie?
- Wat is de formule voor kinetische energie?
- Wanneer wordt arbeid omgezet in veer energie?
- Wat is de formule voor veer energie?

4.3 Wet van behoud van energie
- Hoe verandert de energievorm bij het vallen?
- Hoe verandert de energievorm bij het omhoog schieten van een projectiel?
- Hoe verandert de energievorm bij het afremmen?
- Hoe verandert de energievorm als je van een helling afglijdt?
- Hoe verandert de energievorm als je in een achtbaan zit?

4.1 Arbeid en energie

Arbeid

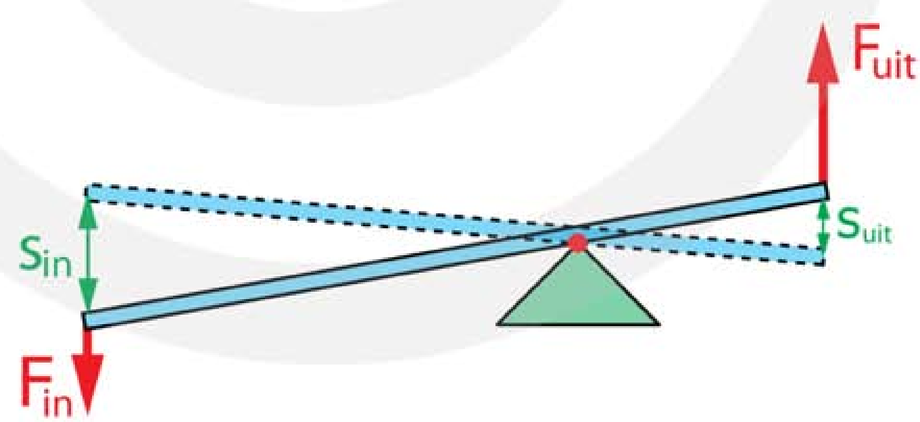
De momentenwet (hefboomwet) laat zien dat je met een kleine kracht hetzelfde kunt bereiken als met een grote kracht. Gebruik je een kleine kracht, dan moet de arm van de kracht groot zijn om iets te laten draaien. Bij een grote kracht heb je maar een kleine arm nodig. Op een bepaalde manier is een kleine kracht vermenigvuldigd met een grote afstand gelijkwaardig met een grote kracht vermenigvuldigd met een kleine afstand. Om dit te verklaren hebben we het begrip **arbeid** nodig.

Verplaats je met kracht F een voorwerp over afstand s dan verricht deze kracht arbeid. Voor de arbeid die een kracht verricht geldt:

$$W = F \cdot s$$

- W is de arbeid (Engels: work) die kracht F verricht in newton keer meter ($N \cdot m$)
- F is de kracht in newton (N)
- s is de afstand waarover het voorwerp wordt verplaatst in meter (m)

Zijn er geen wrijvingskrachten dan zal de arbeid die je in een voorwerp stopt niet verloren gaan maar in het voorwerp beschikbaar blijven.



Figuur 1
Met een hefboom maak je van een kleine kracht F_{in} een grote kracht F_{uit}.

Bij een hefboom gebruiken we dit principe. Aan de hefboom voeg je energie toe door je spierkracht arbeid te laten verrichten. Deze arbeid noemen we W_{in}. Door het werktuig wordt deze arbeid omgezet in beschikbare arbeid W_{uit}. De arbeid die je hebt verricht gaat niet verloren maar kan worden gebruikt om op een andere plaats (aan het andere uiteinde van de stok) arbeid te verrichten. Dit inzicht is de basis van wat we nu de **wet van behoud van energie** noemen.

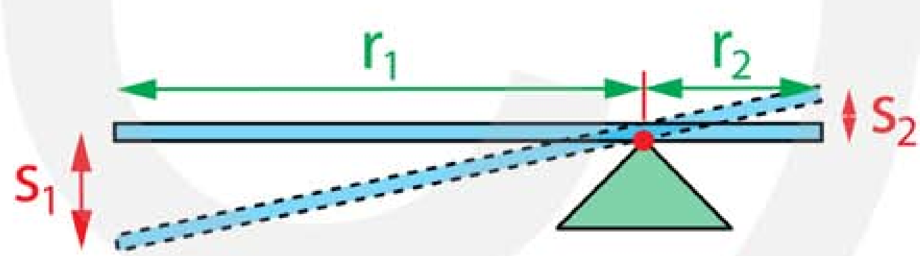
$$W_{in} = W_{uit} \quad \rightarrow \quad F_{in} \cdot s_{in} = F_{uit} \cdot s_{uit}$$

- W_{in} is de arbeid die wordt toegevoegd ($N \cdot m$)
- W_{uit} is de arbeid die wordt onttrokken ($N \cdot m$)
- F_{in} is de kracht die uitgeoefend wordt bij het toevoegen van arbeid (N)
- s_{in} is de afstand waarover het aangrijpingspunt van F_{in} wordt verplaatst (m)
- F_{uit} is de kracht die uitgeoefend wordt bij het onttrekken van arbeid (N)
- s_{uit} is de afstand waarover het aangrijpingspunt van F_{uit} wordt verplaatst (m)

In figuur 1 oefen je kracht F_{in} uit op een stok. De stok kan draaien bij de rode stip. Dat is het draaipunt. Er geldt: $F_{in} \cdot s_{in} = F_{uit} \cdot s_{uit}$. Zoals je kunt zien is s_{in} groter dan s_{uit}. Omdat $F_{in} \cdot s_{in} = F_{uit} \cdot s_{uit}$ is F_{uit} groter dan F_{in}.

In figuur 2 ze je dat de verhouding tussen s_1 en s_2 hetzelfde is als de verhouding tussen r_1 en r_2 $\rightarrow$ $s_1 : s_2 = r_1 : r_2$. Hieruit volgt de **momentenwet**: $F_{links} \cdot r_{links} = F_{rechts} \cdot r_{rechts}$. De momentenwet kan dus worden opgevat als speciaal geval van de **wet van behoud van energie**: $W_{in} = W_{uit}$. Het feit dat energie behouden blijft heeft grote betekenis in de natuurkunde.

Figuur 2
De verhouding tussen s_1 en s_2 gelijk is aan die tussen r_1 en r_2
$s_1 : s_2 = r_1 : r_2$



Energie

De verrichte arbeid gaat niet verloren maar kan op een andere plaats of op een ander tijdstip weer in arbeid worden omgezet. Bij een hefboom wordt arbeid verplaatst naar het andere uiteinde van de stok, waar het meteen beschikbaar komt. Je kunt arbeid ook opslaan, zodat je het later kunt gebruiken. De opgeslagen arbeid gaat niet verloren maar blijft beschikbaar. Opgeslagen arbeid noemen we **energie**.

Energie is opgeslagen arbeid die later weer beschikbaar kan komen.

Het symbool van energie is E.
De eenheid van energie is de joule (J) of newton keer meter ($N \cdot m$).

één joule (J) = één newton keer meter ($N \cdot m$)

De werking van de wet van behoud van energie is zichtbaar in bijvoorbeeld een achtbaan. In een achtbaan word je eerst op grote hoogte gebracht. Hiervoor is kracht nodig. De arbeid die wordt toegevoegd is: $W_{in} = F_{in} \cdot s_{in}$. Deze arbeid wordt opgeslagen als energie in het karretje in de vorm van zwaarte energie. Bij het naar beneden gaan wordt deze energie omgezet in bewegingsenergie. Onderaan de achtbaan wordt het karretje afgeremd. Daar wordt de bewegingsenergie omgezet in warmte.

Een ander voorbeeld is de schommel. Om een schommel op gang te brengen moet je een duwtje geven. De arbeid die wordt toegevoegd is: $W_{in} = F_{in} \cdot s_{in}$. De schommel gaat nu bewegen. Arbeid wordt opgeslagen als bewegingsenergie. Op het hoogste punt staat de schommel even stil. Bewegingsenergie wordt zwaarte energie. Op het laagste punt heeft de schommel de grootste snelheid. Als er geen wrijving is blijft de schommel voor altijd heen en weer gaan. Maar omdat er altijd wel een beetje wrijving is (in de scharnier en door de luchtweerstand) komt de schommel na een poosje tot stilstand. Alle energie is dan omgezet in warmte.

Figuur 3 In een pretpark zie je hoe de wet van behoud van energie werkt.

Ook bij dominostenen zie je de wet van behoud van energie in werking. Iedere keer als je een steentje overeind zet voeg je een beetje zwaarte energie toe. Alle opgezette steentjes samen bevatten veel zwaarte energie. Valt er eentje om dan kan er een kettingreactie ontstaan waarbij de opgeslagen zwaarte energie van álle steentjes vrijkomt.

Figuur 4
Bij het neerzetten van dominostenen is energie opgeslagen die later weer vrij kan komen.

De wet van behoud van energie

Wordt door een kracht de plaats van een voorwerp veranderd dan verricht deze kracht arbeid. Deze arbeid wordt als **energie** aan het voorwerp toegevoegd. Zolang er geen energie wordt onttrokken blijft deze energie in het voorwerp aanwezig. Energie kan niet zomaar ontstaan en kan ook niet zomaar verdwijnen. Energie blijft altijd behouden.

We kunnen de **wet van behoud van energie** opstellen.

Energie kan niet ontstaan en kan niet verdwijnen.

- Toename van energie is alleen mogelijk als door de omgeving arbeid wordt uitgeoefend. De toegevoegde energie is afkomstig uit de omgeving.
- Afname van energie is alleen mogelijk als er arbeid op de omgeving wordt uitgeoefend. De onttrokken energie gaat naar de omgeving.
- Wordt er geen energie toegevoegd of onttrokken, dan blijft dezelfde hoeveelheid energie in het voorwerp aanwezig.

De wet van behoud van energie komt bijzonder goed van pas als we moeilijke bewegingen moeten berekenen. Zolang je alle aanwezige energie van zowel het voorwerp als de omgeving in je berekening betrekt kun je altijd stellen dat de energie die je in het begint hebt ook aan het einde van de beweging nog aanwezig is.

$$E_{begin} = E_{eind}$$

- E_{begin} is de energie die in het begin aanwezig is in joule (J)
- E_{eind} is de energie die aan het eind aanwezig is in joule (J)

Kijk je alleen naar het voorwerp, dan moet je de energie die onderweg wordt toegevoegd optellen bij E_{begin}. Onttrek je onderweg energie, bijvoorbeeld vanwege wrijving, dan tel je dit op bij E_{eind}. De wet van behoud van energie toegepast op een voorwerp geeft:

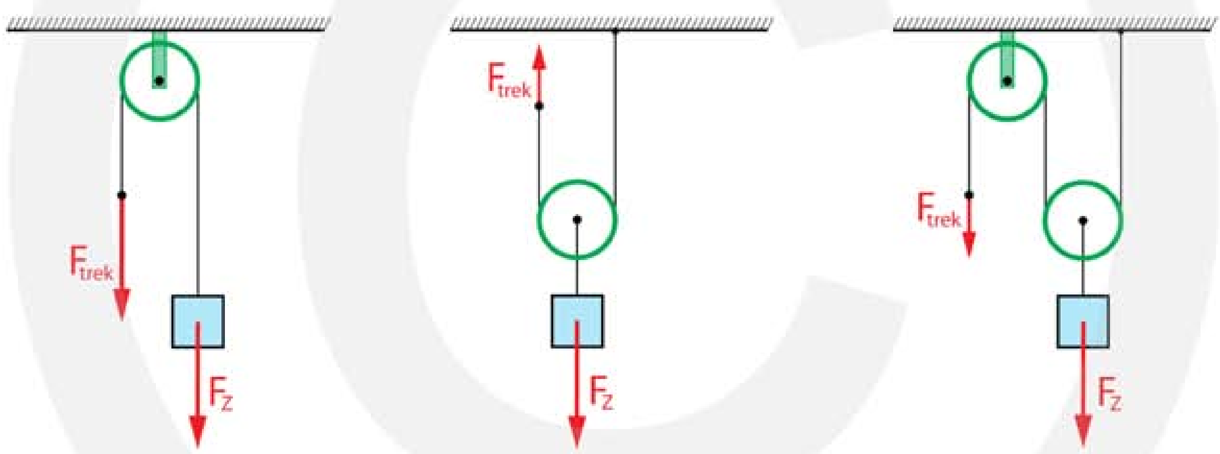
$$E_{begin} + E_{toegevoegd} = E_{eind} + E_{onttrokken}$$

- E_{begin} is de energie die in het begin in het voorwerp aanwezig is
- $E_{toegevoegd}$ is de energie die door de omgeving aan het voorwerp wordt toegevoegd
- E_{eind} is de energie die aan het eind in het voorwerp aanwezig is
- $E_{onttrokken}$ is de energie die door de omgeving aan het voorwerp wordt onttrokken

Waarom energie behouden blijft is een groot raadsel. Het blijkt zo te zijn. Heel veel mensen hebben geprobeerd een voorbeeld te vinden waarbij de wet van behoud van energie niet geldt. Nog nooit is het iemand gelukt. Deze wet is een hoeksteen van de natuurkunde. Mocht het ooit lukken om ook maar één voorbeeld te vinden waarbij de wet van behoud van energie niet geldt, dan zal een groot deel van de natuurkunde moeten worden herschreven. Het zou de grootste ontdekking zijn ooit.

Katrollen

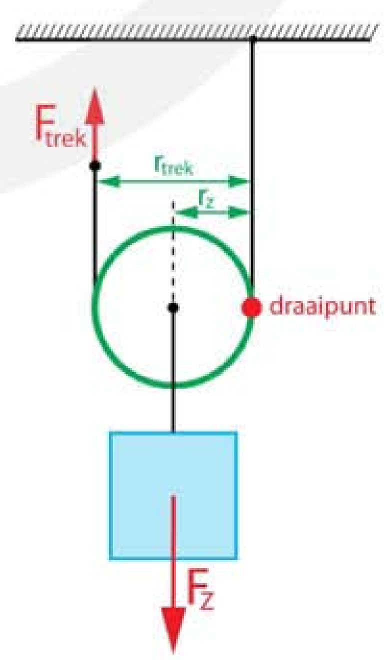
Een voorbeeld van de toepassing van de wet van behoud van energie vind je in de werking van katrollen. Er bestaan **vaste katrollen** en **losse katrollen**. Een vaste katrol zit vast en kan niet bewegen. Een losse katrol zit nergens aan vast en beweegt als het touw wordt ingehaald. Eén uiteinde van het touw is vastgemaakt, aan het andere einde wordt getrokken.



Figuur 5 Vaste en losse katrollen.

Een **losse** katrol is een hefboom. In figuur 6 zie je dat de arm van de trekkracht twee keer zo groot is als de arm van de zwaartekracht. De trekkracht hoeft dus maar de helft van de zwaartekracht te zijn om het voorwerp op te takelen. Voor een losse katrol geldt: $r_{trek} = 2 \cdot r_Z$ en $F_{trek} = ½ F_Z$.

Hangt een losse katrol stil dan wordt de zwaartekracht verdeeld over twee touwen.



Figuur 6
Losse katrol. De arm van F_Z is de helft van de arm van F_{trek} → $F_{trek} = ½ F_Z$

Om een last op te takelen heb je bij een losse katrol maar de helft van de zwaartekracht nodig. Maar om de last één meter omhoog te brengen moet je wel twee meter touw inhalen. De hoeveelheid arbeid die je hebt verricht blijft daarom gelijk.

Bij een losse katrol is de trekkracht twee keer zo klein als de zwaartekracht. De afstand waarover de trekkracht arbeid verricht is twee keer zo groot. De verrichte arbeid: W = F · s blijft daarom hetzelfde.

kracht: $F_{trek} = ½ F_Z$

arbeid: $W_{trek} = W_Z$

VOORBEELD vaste katrol versus losse katrol

Een katrol wordt gebruikt om een last 2,0 m omhoog te brengen. De zwaartekracht op de last is: $F_Z = 800$ N. De kracht waarmee aan het touw wordt getrokken is F_{trek}.

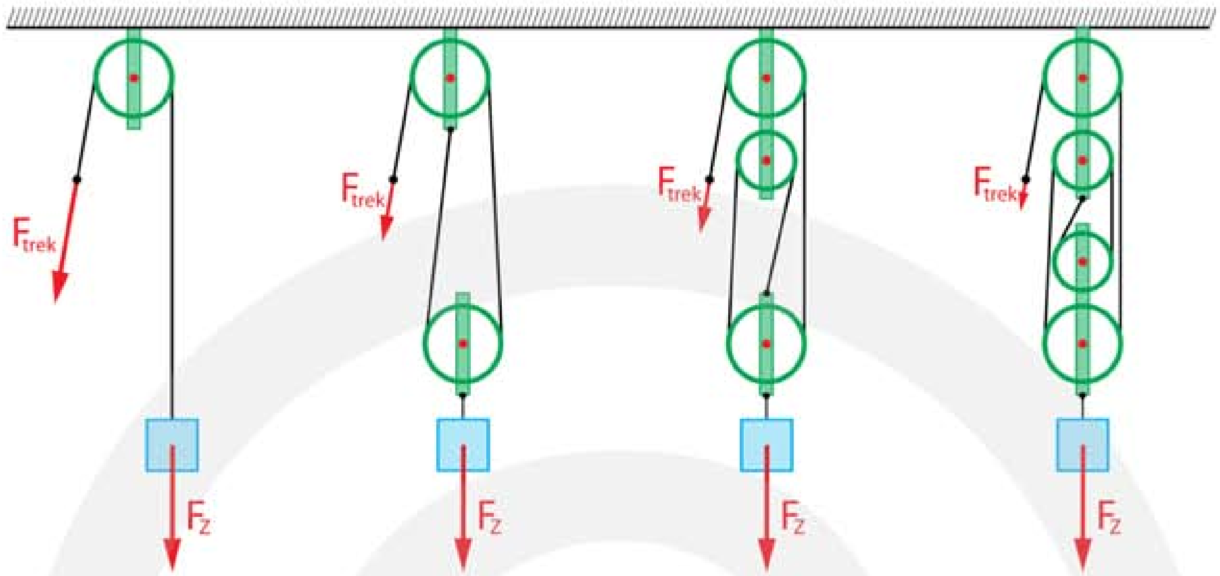
Vaste katrol: bereken W_{trek} en F_{trek}

- $F_{trek} \cdot s_{trek} = F_Z \cdot s_Z$
- $F_{trek} \cdot s_{trek} = 800 \cdot 2{,}0 = 1{,}6 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$
- $s_{trek} = s_Z$ *(touw moet 2,0 m worden ingehaald)*
- $F_{trek} = W_{trek} / s_{trek} = 1{,}6 \cdot 10^3 / 2 = 800 \text{ N}$

Losse katrol: bereken W_{trek} en F_{trek}

- $F_{trek} \cdot s_{trek} = F_Z \cdot s_Z$
- $F_{trek} \cdot s_{trek} = 800 \cdot 2{,}0 = 1{,}6 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$
- $s_{trek} = 2 \cdot s_Z$ *(touw moet 4,0 m worden ingehaald)*
- $F_{trek} = W_{trek} / s_{trek} = 1{,}6 \cdot 10^3 / 4 = 400 \text{ N}$

Door gebruik te maken van een takel kun je dus met een kleine kracht een zwaar voorwerp optillen. In figuur 7 zie je takels met verschillende katrollen. Van links naar rechts heb je steeds minder kracht nodig. Is de zwaartekracht 100 N dan heb je van links naar rechts 100 N ; 50 N ; 33 N ; 25 N nodig om de last omhoog te brengen. Je moet wel steeds meer touw inhalen, omdat W = F · s hetzelfde blijft.



Figuur 7 Takels met verschillende katrollen. Van links naar rechts heb je steeds minder kracht nodig in de verhouding 100 : 50 : 33 : 25. Je moet wel steeds meer touw inhalen, in de verhouding 1 : 2 : 3 : 4.

Om voor de katrollen van figuur 7 te bepalen hoeveel de kracht je nodig hebt om een last met een takel op te tillen ga je als volgt te werk.

- bepaal welke katrollen los zijn en welke katrollen vast (vaste katrollen bewegen niet, losse katrollen bewegen omhoog)
- laat de vaste katrollen buiten beschouwing, want ze dragen niet bij aan de vermindering van de kracht
- tel het aantal touwen waaraan de losse katrollen hangen
- deel de zwaartekracht op de last door dit aantal

Bovenstaand schema werkt niet voor alle takels. Het wordt ingewikkeld als er meer dan één touw wordt gebruikt. Het enige wat je dan kunt doen is bedenken hoeveel meter touw je moet inhalen om de last één meter omhoog te brengen. Stel dat je 8 meter touw moet inhalen om de last 1 meter omhoog te takelen, dan heb je 1/8 van de zwaartekracht op de last nodig als trekkracht.

4.2 Energievormen

Energie (opgeslagen arbeid) speelt een rol bij alle gebeurtenissen waar kracht wordt gebruikt om een voorwerp te verplaatsen. Zonder het toevoegen van energie kan er niets in beweging komen en zonder het onttrekken van energie kan geen enkele beweging stoppen. De hoeveelheid beschikbare energie bepaalt wat je wel en wat je niet voor elkaar kunt krijgen. Wil je bijvoorbeeld een zware kist tien meter omhoog tillen, maar heb je onvoldoende energie beschikbaar, dan kun je doen wat je wilt, het zal je niet lukken. Zelf de meest ingenieuze constructie van katrollen helpt je niet. Te weinig beschikbare energie betekent automatisch dat het onmogelijk is.

Energie komt voor in verschillende vormen. Uiteindelijk is iedere vorm terug te voeren op arbeid die in het verleden is verricht. Hieronder maak je kennis met enkele veel voorkomende vormen van energie.

VOORBEELD verschillende vormen van energie

- een steen is omhoog getild (zwaarte energie)
- een kogel heeft snelheid gekregen (kinetische energie)
- een veer is gespannen (veer energie)
- een onweerwolk heeft elektrische lading gekregen (elektrische energie)
- een benzinemolecuul is gemaakt (chemische energie)
- een atoomkern is gemaakt (kernenergie)

Chemische energie

Scheikundige stoffen zijn in staat om energie op te slaan. Deze energie kan weer beschikbaar komen. Opgeslagen **chemische energie** vind je bijvoorbeeld in brandstof, in voedsel en in batterijen. Er is arbeid uitgeoefend om een scheikundige reactie te laten verlopen en deze arbeid is opgeslagen als chemische energie. Loopt de reactie de andere kant uit dan komt de opgeslagen arbeid weer vrij.

Brandstoffen bevatten opgeslagen chemische energie. Om uit water en kooldioxide een benzinemolecuul te maken is arbeid nodig. Deze arbeid komt weer vrij als je de benzine laat reageren met zuurstof. Het reageren met zuurstof noem je verbranden en vandaar dat benzine een brandstof wordt genoemd. De hoeveelheid chemische energie die in een brandstof is opgeslagen kun je opzoeken en wordt de **verbrandingswarmte** genoemd. Hieronder vind je een aantal brandstoffen met hun verbrandingswarmte.

Ook in voedsel zit energie. Dit noem je de **voedingswaarde** die op de verpakking wordt aangegeven. Vaak wordt daarbij de ouderwetse eenheid **calorie** gebruikt. Gelukkig wordt steeds vaker de energie ook in de juiste eenheid **joule (J)** opgegeven.

Het omrekenen van calorie naar joule gaat als volgt:

1,00 calorie = 4,18 joule

De verbrandingswarmte van een aantal stoffen vind je in onderstaande tabellen.

Vaste stoffen	Verbrandings-warmte (J / kg)
bruinkool	$21 \cdot 10^6$
hout	$16 \cdot 10^6$
steenkool	$29 \cdot 10^6$
turf	$11 \cdot 10^6$

Vloeistoffen	Verbrandings-warmte (J / m^3)
alcohol	$22 \cdot 10^9$
benzine	$33 \cdot 10^9$
diesel	$36 \cdot 10^9$
spiritus	$18 \cdot 10^9$
stookolie	$40 \cdot 10^9$

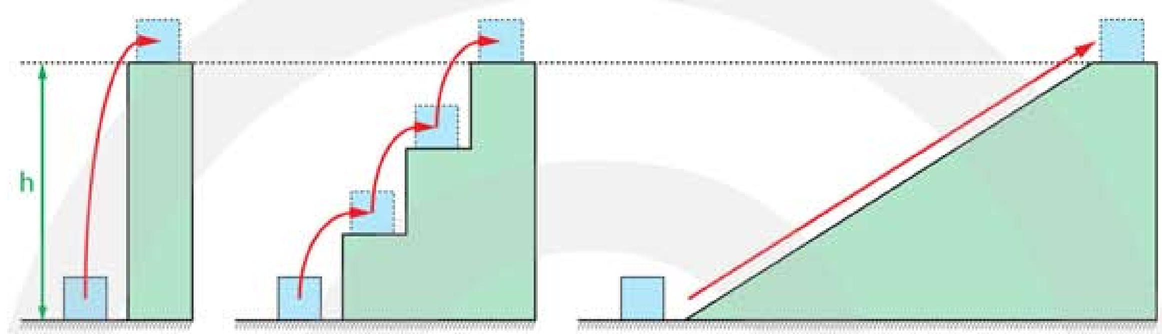
Gassen	Verbrandings-warmte (J / m^3)
methaan	$35{,}8 \cdot 10^6$
ethaan	$60{,}8 \cdot 10^6$
propaan	$93{,}8 \cdot 10^6$
butaan	$120{,}7 \cdot 10^6$
aardgas	$32 \cdot 10^6$
waterstof	$10{,}8 \cdot 10^6$

De voedingswaarde van een aantal stoffen vind je in onderstaande tabel:

Voedsel	Voedingswaarde per 100 gram (kJ)
aardappelen, gekookt	346
aardappelen, gefrituurd (frites)	1205
banaan	363
biefstuk	534
brood, tarwe	1117
brood, wit	991
cashewnoten	2477
cheeseburger	1189
chocolade, puur	2152
halvarine (40%)	1514
ijs (roomijs)	1077
kaas 45+	1525
mayonaise	3105
slagroom	1487
suiker	1683

Zwaarte energie

Stel je tilt een voorwerp met constante snelheid omhoog. Als er geen wrijving is, is de kracht die je nodig hebt gelijk aan de zwaartekracht. De verticale afstand waarover het voorwerp verplaatst is de hoogte. De arbeid die de kracht verricht vind je terug in de toename van de **zwaarte energie, E_Z**. Zonder wrijving bepaalt alleen het verschil in hoogte hoeveel arbeid er nodig is. De manier waarop je het voorwerp omhoog brengt heeft geen invloed op de benodigde arbeid.



Figuur 8 Het kost arbeid om een voorwerp omhoog te tillen. Als er geen wrijving is bepaalt alleen het verschil in hoogte h hoeveel arbeid er nodig is. Deze arbeid vind je terug als zwaarte energie.

$$E_Z = m \cdot g \cdot h$$

- E_Z is de zwaarte energie in joule (J)
- m is de massa in kilogram (kg)
- g is de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m/s^2)
- h is de verandering van de hoogte in meter (m)

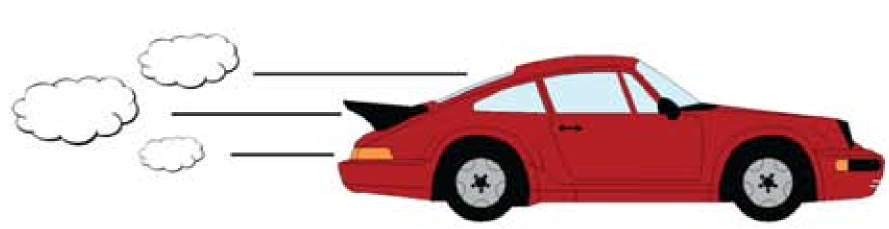
BEWIJS

- $W = F \cdot s$
- $F = F_Z = m \cdot g$
- $s = h$
- $W = E_Z = m \cdot g \cdot h$

Kinetische energie

Een kracht kan er voor zorgen dat een voorwerp gaat versnellen. De arbeid die de kracht verricht wordt hierbij omgezet in bewegingsenergie. Een ander woord voor bewegingsenergie is **kinetische energie, E_K**.

Figuur 9
Het kost arbeid om een voorwerp snelheid te geven. Deze arbeid vind je terug als kinetische energie.



$$E_K = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

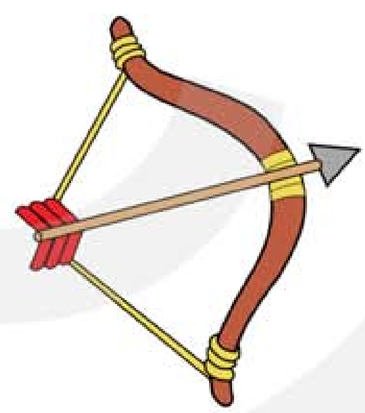
- E_K is de kinetische energie in joule (J)
- m is de massa in kilogram (kg)
- v is de snelheid in meter per seconde (m/s)

BEWIJS

- $W = F \cdot s$
- $F = m \cdot a$
- $s = \tfrac{1}{2} a \cdot t^2$
- $W = m \cdot a \cdot (\tfrac{1}{2} a \cdot t^2) \;\; \rightarrow \;\; W = \tfrac{1}{2} m \cdot a^2 \cdot t^2 \;\; \rightarrow \;\; W = \tfrac{1}{2} m \cdot (a \cdot t)^2$
- $v = a \cdot t$
- $W = E_K = \tfrac{1}{2} m \cdot v^2$

Veerenergie

Een kracht kan ervoor zorgen dat een veer vervormt. De kracht die je moet uitoefenen is steeds gelijk aan de veerkracht. De verrichte arbeid wordt opgeslagen als **veerenergie, E_{veer}**.



Figuur 10
Het kost arbeid om een boog te spannen. Deze arbeid wordt opgeslagen als veerenergie.

$$E_{veer} = \tfrac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$$

- E_{veer} is de veer energie in joule (J)
- C is de veerconstante in newton per meter (N/m)
- u is de uitrekking in meter (m)

BEWIJS

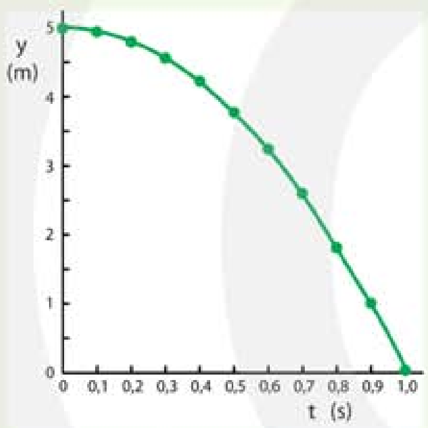
- $W = F \cdot s$ in dit geval $s = u$
- $F = C \cdot u$
- gemiddelde kracht: $F_{gem} = \tfrac{1}{2} C \cdot u$
- $W = F_{gem} \cdot u$
- $W = \tfrac{1}{2} C \cdot u \cdot u \;\; \rightarrow \;\; W = E_{veer} = \tfrac{1}{2} C \cdot u^2$

4.3 Wet van behoud van energie

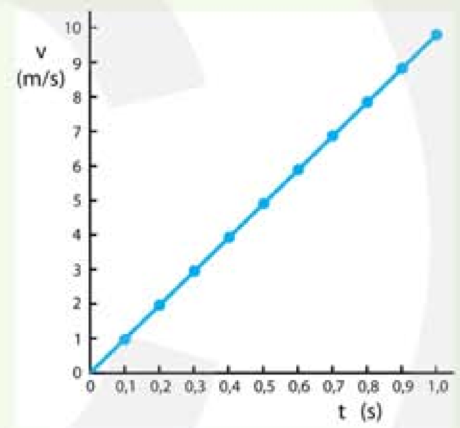
Deze paragraaf bestaat uit voorbeelden hoe de wet van behoud van energie in praktijk wordt toegepast.

VOORBEELD vallende steen zonder wrijving ($E_Z \rightarrow E_K$)

Een steen van 200 gram valt van een 5,0 m hoge toren. De wrijving door de lucht wordt verwaarloosd. Energie is aanwezig in de vorm van E_Z en E_K. Figuur 11 is het (y, t)-diagram en figuur 12 het bijbehorende (v, t)-diagram.

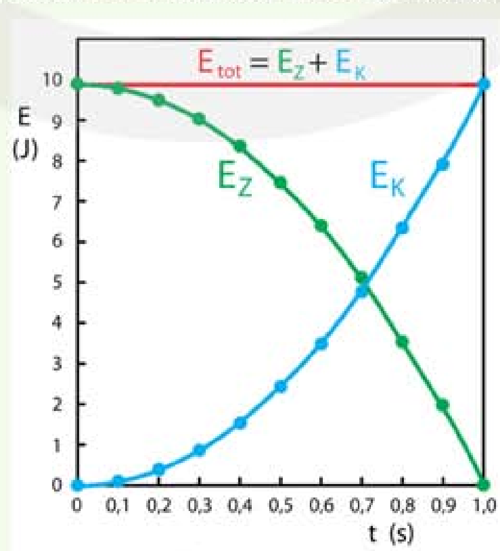


Figuur 11 (y, t)-diagram



Figuur 12 (v, t)-diagram

De hoogte neemt af en de snelheid neemt toe. De wet van behoud van energie zegt dat de afname van de zwaarte energie gelijk is aan de toename van de kinetische energie. In figuur 13 zie je de grafieken van E_Z en E_K tijdens het vallen. In het begin is er alleen E_Z. Tijdens het vallen neemt E_Z af en neemt E_K toe. Maar de totale energie verandert niet. Op ieder tijdstip geld $E_{tot} = E_Z + E_K$.



Figuur 13
(Energie, tijd)-diagram van de vallende steen zonder wrijving.

Voor het vallen van de steen vanaf de toren tot vlak boven de grond gaan we de wet van behoud van energie toepassen.

BEGIN: de steen ligt stil op een 200 meter hoge toren
EIND: de steen is vlak boven de grond

Bereken de energie die in het begin aanwezig is.

- $E_{begin} = E_Z + E_K$
- $h_{begin} = 5{,}0\,m$; $v_{begin} = 0\,m/s$; $m = 0{,}2\,kg$
- $E_{begin} = 0{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 5{,}0 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot 0^2 = 9{,}81 + 0 = 9{,}81\,J$

Bereken de energie die aan het eind aanwezig is.

- tijdens het vallen wordt er geen energie toegevoegd of onttrokken $\rightarrow$
- $E_{toegevoegd} = 0$ en $E_{onttrokken} = 0$
- behoud van energie: $E_{begin} + E_{toegevoegd} = E_{eind} + E_{onttrokken}$
- $E_{begin} = E_{eind} = 9{,}81\,J$

Bereken de snelheid waarmee de steen op de grond valt.

- $E_{eind} = E_Z + E_K$
- $h_{eind} = 0\,m$; $v_{eind} = ?$; $m = 0{,}2\,kg$
- $E_{eind} = 9{,}81 = 0{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot v_{eind}^2$
- $9{,}81 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot v_{eind}^2 \rightarrow 9{,}81 = 0{,}1 \cdot v_{eind}^2 \rightarrow$
- $v_{eind}^2 = 98{,}1 \rightarrow v_{eind} = 9{,}9\,m/s$

VOORBEELD een steentje omhoog schieten ($E_K \rightarrow E_Z$)

Met een katapult schiet je een steentje verticaal omhoog. Het elastiek van de katapult heeft een veerconstante C = 50 N/m. Je rekt het elastiek 20 cm uit. Het steentje heeft een massa van 5,0 gram.

Voor het omhoog schieten van het steentje gaan we de wet van behoud van energie toepassen.

Bereken de energie van het gespannen elastiek.

- $E_{veer} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$; $C = 50\,N/m$; $u = 0{,}20\,m$
- $E_{veer} = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 0{,}2^2 \rightarrow E_{veer} = 1{,}0\,J$

Bereken de snelheid waarmee het steentje wordt weggeschoten.
BEGIN: de steen zit in het gespannen elastiek
EIND: de steen komt los van het elastiek

- $E_{begin} = E_{veer} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$; $E_{eind} = E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ $\rightarrow$
- $E_{begin} = E_{eind}$
- $\frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
- $\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 0{,}2^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot v^2$ $\rightarrow$
- $v^2 = 400$ $\rightarrow$ v = 20 m/s (72 km/h)

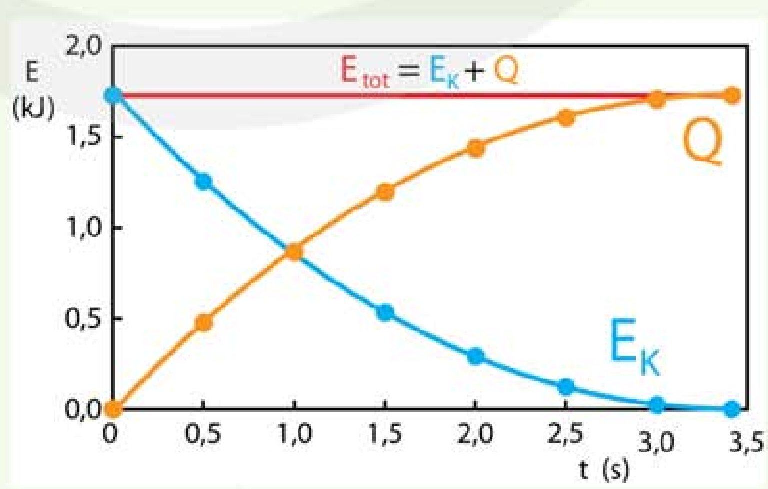
Bereken hoe hoog het steentje komt.
BEGIN: de steen komt los van het elastiek
EIND: de steen heeft zijn maximale hoogte bereikt

- $E_{begin} = E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$; $E_{eind} = E_Z = m \cdot g \cdot h$
- $E_{begin} = E_{eind}$
- $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h$
- massa wegstrepen *(want letter m staat links en rechts van het = teken)*
- $\frac{1}{2} \cdot 20^2 = 9{,}81 \cdot h$
- $200 = 9{,}81 \cdot h$ $\rightarrow$ $h = 20{,}387 = 20\ m$

VOORBEELD remmende fiets ($E_K \rightarrow Q$)

Een fietser rijdt met 7,0 m/s over een horizontale weg. De massa van de fietser met fiets is 70 kg. Op t=0 begint de fietser te remmen. De luchtwrijving en de remkracht leveren samen een constante wrijvingskracht. Hierdoor neemt de snelheid af. Na 12 m staat de fiets stil. De arbeid die de wrijvingskracht verricht wordt omgezet in warmte energie.

In figuur 14 zie je de afname van E_K als functie van de tijd en de toename van de warmte Q.



Figuur 14
(Energie, tijd)- diagram van een remmende fiets.

Bereken de wrijvingskracht F_W uit de energiebalans.
BEGIN: de fiets heeft een snelheid van 7,0 m/s
EIND: de fiets staat stil

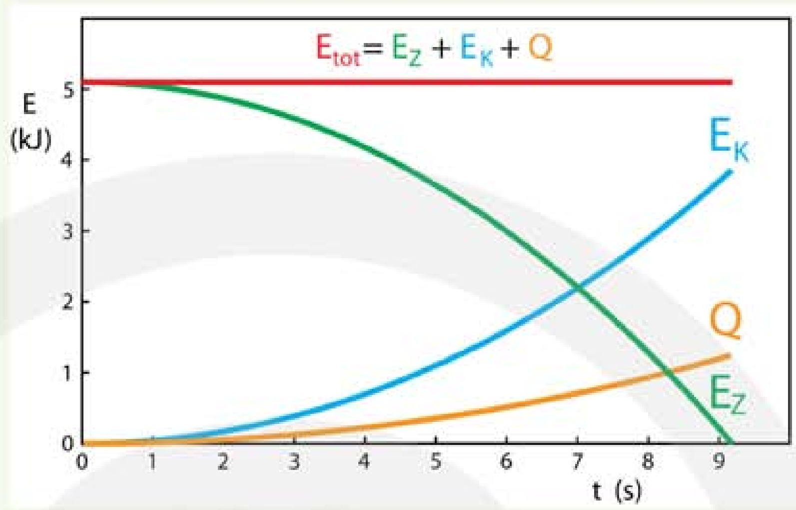
- $E_{begin} = E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$; $v_{begin} = 7{,}0\ m/s$; $m = 70\ kg$
- $E_{begin} = \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 7^2 = 1{,}715 \cdot 10^3\ J$
- $E_{toegevoegd} = 0$
- $E_{eind} = 0$
- $E_{onttrokken} = Q = F_W \cdot s \rightarrow E_{onttrokken} = F_W \cdot 12$
- $E_{begin} + E_{toegevoegd} = E_{eind} + E_{onttrokken}$
- $1{,}715 \cdot 10^3 + 0 = 0 + F_W \cdot 12 \rightarrow F_W = 143\ N$

VOORBEELD skaten van een schuine helling ($E_Z \rightarrow E_K + Q$)

Een skater staat op een schuine helling van 50 m lang en 8,0 meter hoog. Skater en skateboard hebben samen een massa van 65 kg. Tijdens het skaten werkt een constante wrijvingskracht van 25 N. De skater zet niet af en de beginsnelheid is nul.

Bereken de eindsnelheid van de skater.
BEGIN: de skater staat stil bovenaan de helling
EIND: de skater is onderaan de helling en heeft daar een snelheid

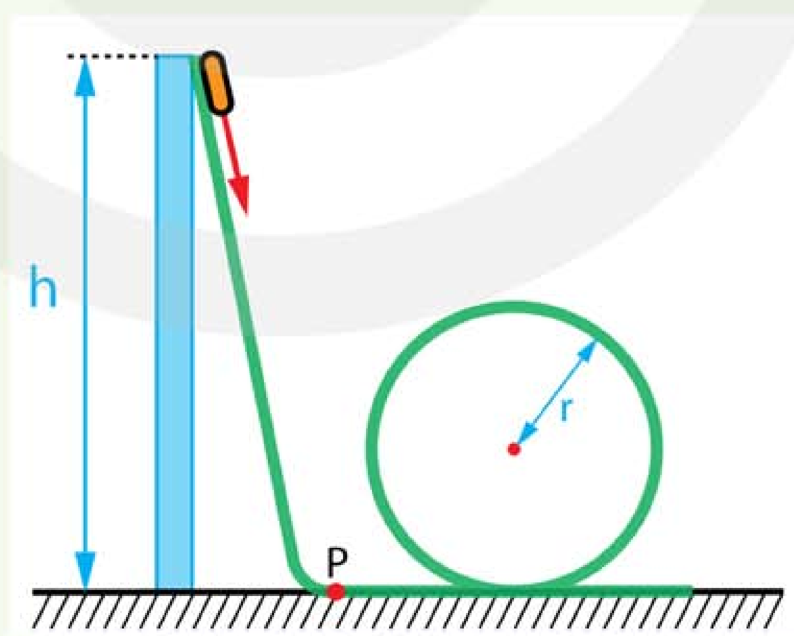
- $E_{begin} = E_Z = m \cdot g \cdot h$; $h = 8{,}0\ m$; $m = 65\ kg$
- $E_{begin} = 65 \cdot 9{,}81 \cdot 8{,}0 = 5100\ J$
- $E_{toegevoegd} = 0$ *(de skater zet niet af)*
- $E_{eind} = E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot v_{eind}^2$
- $E_{onttrokken} = Q = F_W \cdot s = 25 \cdot 50 = 1250\ J$
- $E_{begin} + E_{toegevoegd} = E_{eind} + E_{onttrokken}$
- $5100 + 0 = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot v_{eind}^2 + 1250 \rightarrow$
- $\frac{1}{2} \cdot 65 \cdot v_{eind}^2 = 5100 - 1250 = 3850 \rightarrow$
- $\frac{1}{2} v_{eind}^2 = \frac{3850}{32{,}5} = 118{,}46 \rightarrow$
- $v_{eind} = 10{,}9\ m/s$



Figuur 15
(Energie, tijd)-diagram van een skater op een schuine helling.

VOORBEELD achtbaan met looping

Bij een achtbaan wordt een treintje op grote hoogte gebracht en daarna losgelaten. Het treintje rolt naar beneden over een helling met bochten en een looping. Zie figuur 16. De achtbaan is 35 m hoog. De looping heeft een straal van 10 meter. Een treintje met passagiers heeft een massa van 1500 kg.



Figuur 16
Achtbaan met looping.

Bereken de snelheid van het treintje in punt P.
BEGIN: het treintje staat stil bovenaan de helling
EIND: het treintje is onderaan de helling en heeft daar een snelheid

- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
- $h_{begin} = 35\ m$; $v_{begin} = 0\ m/s$
- $E_{begin} = 1500 \cdot 9{,}81 \cdot 35 + \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot 0^2 = 5{,}15 \cdot 10^5\ J$
- $E_{toegevoegd} = 0$; $E_{onttrokken} = 0$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{eind} = 1500 \cdot 9{,}81 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot v_{eind}^2$
- $E_{begin} + E_{toegevoegd} = E_{eind} + E_{onttrokken}$
- $5{,}15 \cdot 10^5 + 0 = \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot v_{eind}^2 + 0$
- $v_{eind}^2 = 686{,}7 \rightarrow v_{eind} = 26{,}2\ m/s$

Bereken de snelheid van het treintje boven in de looping.
BEGIN: het treintje begint met een snelheid aan de looping
EIND: het treintje is bovenin de looping en heeft daar nog snelheid

- $E_{begin} = 5{,}15 \cdot 10^5\ J$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $h_{eind} = 20\ m$; $v_{eind} = ?$
- $5{,}15 \cdot 10^5 = 1500 \cdot 9{,}81 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot v_{eind}^2$
- $5{,}15 \cdot 10^5 - 2{,}943 \cdot 10^5 = \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot v_{eind}^2 \rightarrow v_{eind}^2 = 294{,}3$
- $v_{eind} = 17{,}155 = 17{,}2\ m/s$

Bereken de snelheid van het treintje in punt P.
BEGIN: het treintje staat stil bovenaan de helling
EIND: het treintje is onderaan de helling en heeft daar een snelheid

- $E_{begin} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{begin} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
- $h_{begin} = 35\,m \quad ; \quad v_{begin} = 0\,m/s$
- $E_{begin} = 1500 \cdot 9{,}81 \cdot 35 + \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot 0^2 = 5{,}15 \cdot 10^5\ J$
- $E_{toegevoegd} = 0 \quad ; \quad E_{onttrokken} = 0$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $E_{eind} = 1500 \cdot 9{,}81 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot v_{eind}^2$
- $E_{begin} + E_{toegevoegd} = E_{eind} + E_{onttrokken}$
- $5{,}15 \cdot 10^5 + 0 = \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot v_{eind}^2 + 0$
- $v_{eind}^2 = 686{,}7 \quad \rightarrow \quad v_{eind} = 26{,}2\ m/s$

Bereken de snelheid van het treintje boven in de looping.
BEGIN: het treintje begint met een snelheid aan de looping
EIND: het treintje is bovenin de looping en heeft daar nog snelheid

- $E_{begin} = 5{,}15 \cdot 10^5\ J$
- $E_{eind} = E_Z + E_K = m \cdot g \cdot h_{eind} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2$
- $h_{eind} = 20\,m \quad ; \quad v_{eind} = ?$
- $5{,}15 \cdot 10^5 = 1500 \cdot 9{,}81 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot v_{eind}^2$
- $5{,}15 \cdot 10^5 - 2{,}943 \cdot 10^5 = \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot v_{eind}^2 \quad \rightarrow \quad v_{eind}^2 = 294{,}3$
- $v_{eind} = 17{,}155 = 17{,}2\,m/s$