3.6 Kracht en versnelling

De drie wetten van Isaac Newton

Als er een resulterende kracht is komt een voorwerp in beweging. Het voorwerp versnelt of vertraagt. De grootte en/of de richting van de snelheid verandert. Hoe dit in zijn werk gaat staat precies beschreven in het boek "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" uit 1687 van Isaac Newton (Engeland, 1643 – 1726). Hij gaat uit van drie wetten die volgens hem altijd en overal geldig zijn. Zijn beroemde wetten in woorden én op een wiskundige manier opgeschreven vind je hieronder.

1 **Een voorwerp waarop geen resulterende kracht werkt is in rust of heeft een eenparig rechtlijnige beweging.**

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = \vec{0}$$

2 **Werkt er een resulterende kracht, dan krijgt het voorwerp een versnelling in de richting van de resulterende kracht.**

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

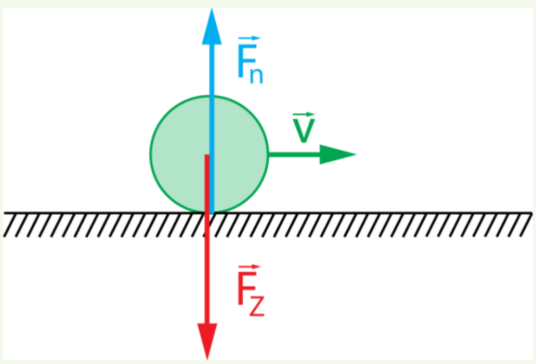
3 **Als voorwerp A een kracht uitoefent op voorwerp B, dan oefent B een even grote maar tegengesteld gerichte kracht uit op A.**

$$\vec{F}_{A \to B} = -\vec{F}_{B \to A}$$

Wet 1 – traagheid

VOORBEELD Wet 1 – bowlingbal

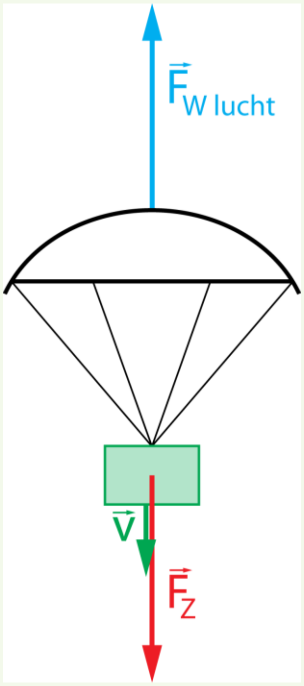
Een bowlingbal rolt vrijwel zonder weerstand. Er werken twee krachten op de bowlingbal F_z en F_n. Deze krachten zijn even groot en tegengesteld gericht. ΣF is dus nul. Volgens de eerste wet van Newton is de versnelling dan ook nul. De snelheid van de bowlingbal verandert niet. De bal beweegt met een constante snelheid.



Figuur 31

VOORBEELD Wet 1 – parachute

Een voedselpakket wordt aan een parachute uit een vliegtuig gegooid. Op het pakket en de parachute werken twee krachten de zwaartekracht F_Z en de luchtweerstand $F_{W\ lucht}$. Deze krachten zijn even groot en tegengesteld gericht. ΣF is dus nul. Volgens de eerste wet van Newton is de versnelling dan ook nul. De snelheid van de parachute met pakket verandert niet. De parachute beweegt met een constante snelheid omlaag.



Figuur 32

Wet 2 – versnellen en vertragen

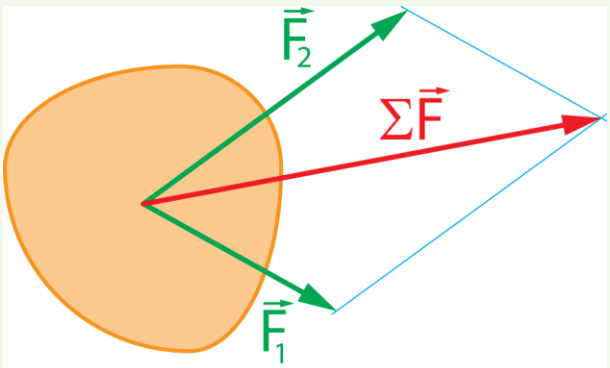
VOORBEELD Wet 2 – versnellen en vertragen

- Om de snelheid van een bowlingbal te veranderen is veel meer kracht nodig dan om de snelheid van een pingpongbal te veranderen.
- Om een auto in 5 seconden van 0 naar 100 km/h te brengen is meer kracht nodig dan om deze auto in 20 seconden van 0 naar 100 km/h te brengen.

VOORBEELD Wet 2 – versnellen en vertragen

Op een voorwerp met massa m werken twee krachten. De resulterende kracht is $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Omdat $\Sigma\vec{F}$ niet nul is gaat het voorwerp versnellen.

Deze versnelling is: $\vec{a} = \dfrac{\Sigma\vec{F}}{m}$



Figuur 33

Met de tweede wet van Newton kun je uitrekenen hoe groot de versnelling is als je een kracht op een voorwerp uitoefent. Je gaat hierbij als volgt te werk:

– tel alle krachten als vectoren bij elkaar op en bepaal ΣF
– bepaal de massa die gaat versnellen
– gebruik $\Sigma F = m \cdot a$

VOORBEELD auto met caravan

Een auto met caravan trekt op als het stoplicht op groen springt. De motor van de auto oefent een kracht van 3000 N uit. De auto heeft een massa van 1200 kg en de caravan heeft een massa van 800 kg. Wrijvingskrachten worden verwaarloosd.

Bereken de versnelling.

- de resulterende kracht is de motorkracht
- $\Sigma F = 3000\ \text{N}$
- $m = 1200 + 800 = 2000\ \text{kg}$
- $a = \dfrac{\Sigma F}{m} \rightarrow a = \dfrac{3000}{2000} = 1{,}5\ \text{m/s}^2$

Wet 3 – krachtenparen

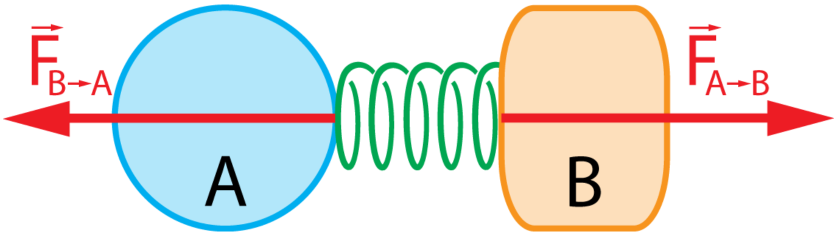
VOORBEELD Wet 3 – krachtenparen

– Een boek dat op een tafel ligt oefent een kracht uit op de tafel. De tafel oefent een even grote tegengestelde kracht uit op het boek.
– Als je een veer indrukt oefent je hand een kracht uit op de veer. Door de veer wordt een even grote tegengestelde kracht uitgeoefend op je hand.
– Als een auto optrekt oefenen de autobanden een kracht uit op het wegdek. Het wegdek oefent een even grote tegengestelde kracht uit op de auto.
– Als een ballon leegloopt oefent de ballon een kracht uit op de uitstromende lucht. De uitstromende lucht oefent een even grote tegengestelde kracht uit op de ballon.
– Een appel valt uit een boom. De aarde oefent een kracht uit op de appel. De appel oefent een even grote tegengestelde kracht uit op de aarde. Maar omdat de aarde een veel grotere massa heeft dan de appel merk je niet dat ook de aarde versnelt.

Actie = – reactie

De derde wet van newton $F_{A \to B} = -F_{B \to A}$ wordt soms geformuleerd als "actiekracht is min reactiekracht" of "actie is min reactie". Deze formulering suggereert dat er eerst een actiekracht is en pas daarna een reactiekracht, maar dat is niet het geval. Beide krachten zijn altijd tegelijkertijd aanwezig. De "actiekracht" en "reactiekracht" zijn samen het gevolg van een **interactie** van twee voorwerpen. A en B oefenen krachten uit **op elkaar**. Zie figuur 34.

Een bekende denkfout is dat de actiekracht en de reactiekracht elkaar opheffen omdat ze altijd even groot en tegengesteld gericht zijn. Volgens deze redenering is de resulterende kracht dan altijd nul. Maar dat is niet zo, want de actiekracht en de reactiekracht werken op **verschillende voorwerpen**. $F_{A \to B}$ is de kracht die voorwerp A op voorwerp B uitoefent en $F_{B \to A}$ is de kracht die B op A uitoefent. Op voorwerp A werkt dus alleen $F_{B \to A}$ en op voorwerp B werkt alleen $F_{A \to B}$. Als er geen andere krachten zijn zullen beide voorwerpen in tegengestelde richting versnellen. Het voorwerp met de kleinste massa versnelt het meest.



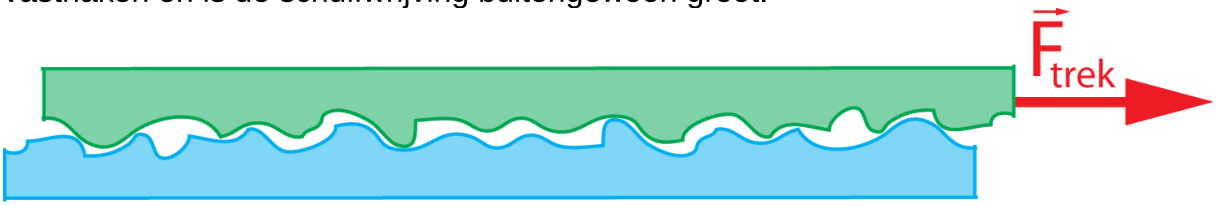
Figuur 34 Twee voorwerpen oefenen krachten op elkaar uit. Ze hebben interactie met elkaar.

3.7 Wrijving

Een voorwerp waarop geen kracht werkt blijft met een constante snelheid in een rechte lijn bewegen. Maar in de dagelijkse praktijk komen bewegende voorwerpen na een poosje tot stilstand. Dit gebeurt omdat er een kracht werkt die het voorwerp afremt, de wrijvingskracht. Er zijn verschillende soorten wrijvingskrachten, de drie belangrijkste worden hier behandeld.

Schuifwrijving

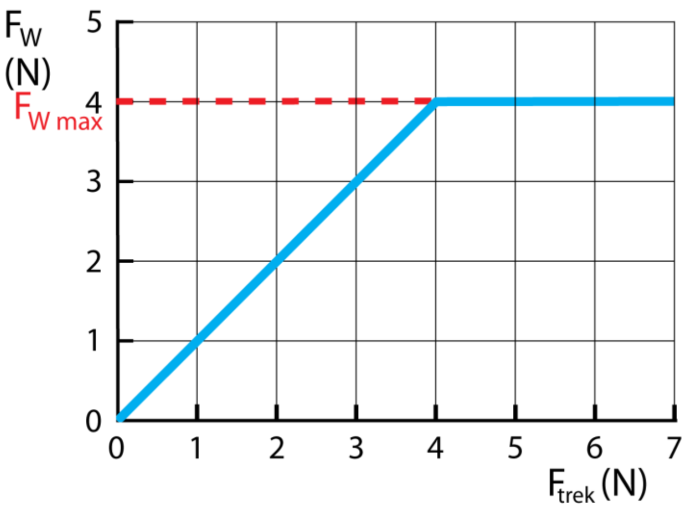
Schuifwrijving treedt op als twee ruwe oppervlakken over elkaar schuiven. Oneffenheden op beide contactoppervlakken zorgen ervoor dat de voorwerpen alleen kunnen bewegen als ze een stukje van elkaar verwijderd worden. Zie figuur 35. In een extreem geval, van bijvoorbeeld klittenband, blijven de voorwerpen aan elkaar vasthaken en is de schuifwrijving buitengewoon groot.



Figuur 35 Om twee ruwe oppervlakken over elkaar heen te schuiven is een kracht nodig. Als F_{trek} kleiner is dan $F_{W\,max}$ komt het voorwerp niet in beweging.

Om te bepalen hoe groot de wrijvingskracht maximaal kan worden kun je met een krachtmeter trekken aan een blok dat op een tafel ligt. Het blok gaat pas bewegen als de trekkracht groter is dan de **maximale wrijvingskracht $F_{W\,max}$**. Zie figuur 36.

Figuur 36 Als het blok stilstaat is F_W gelijk aan F_{trek}. Bij een bepaalde trekkracht bereikt F_W zijn maximale waarde en begint het blok te schuiven.



Als de trekkracht vanaf nul toeneemt neemt de wrijvingskracht met dezelfde hoeveelheid toe, zodat het blok niet in beweging komt. Bij een bepaalde trekkracht bereikt de wrijvingskracht zijn maximale waarde $F_{W\,max}$. Als $F_{trek} = F_{W\,max}$ staat het blok stil of beweegt het met een constante snelheid. Als F_{trek} groter is dan $F_{W\,max}$ versnelt het blok.

- Het blok **staat stil** als $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{trek} + \vec{F}_{W} = 0 \quad \rightarrow \quad F_{trek} = F_{W}$
- Het blok krijgt een **constante snelheid** als $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{trek} + \vec{F}_{W\,max} = 0 \quad \rightarrow \quad F_{trek} = F_{W\,max}$
- Het blok **versnelt** als $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{trek} + \vec{F}_{W\,max} > 0 \quad \rightarrow \quad F_{trek} > F_{W\,max} \quad \rightarrow \quad a = \dfrac{F_{trek} - F_{W\,max}}{m}$

Om slijtage te voorkomen worden oppervlakken die vaak langs elkaar schuiven zo glad mogelijk gemaakt (gepolijst) en wordt er tussen de oppervlakken een laagje olie aangebracht (smering).

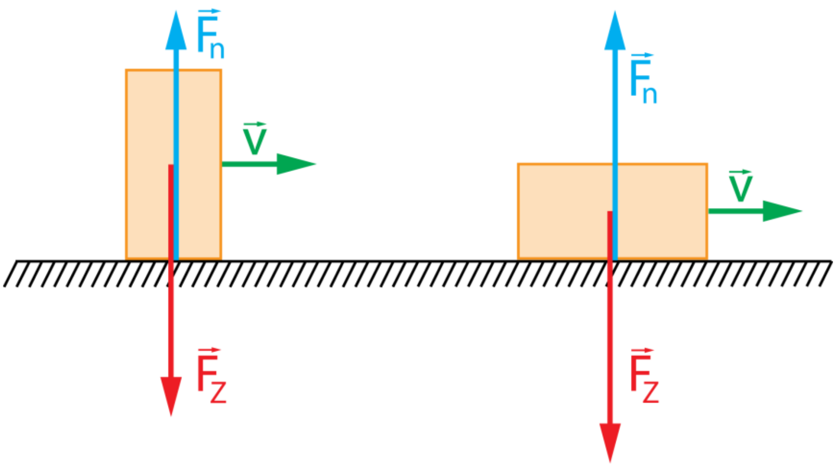
De maximale wrijvingskracht wordt bepaald door de ruwheid van de twee contact-oppervlakken en door de normaalkracht. Er is een recht evenredig verband tussen de maximale wrijvingskracht en de normaalkracht.

$$F_{W\,max} = f \cdot F_n$$

De ruwheid van beide contactoppervlakken bepaalt de waarde van f.

- $F_{W\,max}$ is de maximale wrijvingskracht bij schuifwrijving in newton (N).
- f is de wrijvingscoëfficiënt die de ruwheid in rekening brengt. Geen eenheid.
- F_n is de normaalkracht in newton (N).

De formule $F_{W\,max} = f \cdot F_n$ geeft aan dat als je een kist over een vloer schuift het er niet toe doet of de kist rechtop staat of ligt. In figuur 37 is rechtop het contactopper-vlak twee keer zo klein als liggend. Rechtop zijn er dus twee keer minder atomen die aan elkaar "vasthaken" dan liggend. Maar rechtop is de kracht waarmee de atomen tegen elkaar aan worden geduwd twee keer zo groot, waardoor de atomen twee keer zo sterk aan elkaar vasthaken. Beide invloeden heffen elkaar op. Vandaar dat in de formule alleen de wrijvingscoëfficiënt f en de normaalkracht voorkomt en niet het contactoppervlak.



Figuur 37 De maximale wrijvingskracht bij het schuiven is voor een rechtopstaande kist even groot als voor een liggen-de kist.

De wrijvingscoëfficiënt f vertoont een opmerkelijk gedrag. Bij voorwerpen die stil-staan heeft f een andere waarde dan bij voorwerpen die bewegen. Er zijn dus twee verschillende wrijvingscoëfficiënten één voor stilstaan: $f_{stilstaan}$ en één voor bewegen: $f_{bewegen}$. De ervaring leert dat de kracht die het kost om een stilstaand voorwerp in beweging te brengen groter is dan de kracht die nodig is om een bewegend voorwerp in beweging te houden. Er geldt:

$$f_{stilstaan} > f_{bewegen}$$

Dit wordt veroorzaakt doordat bij stilstaan de twee ruwe oppervlakken zich steviger aan elkaar vasthaken dan bij beweging. Bij berekeningen houden we meestal geen rekening met de extra kracht die nodig is om een voorwerp in beweging te brengen.

Rolwrijving (rolweerstand)

Bij rollen is de wrijvingskracht een stuk kleiner dan bij schuiven. Dit komt omdat bij het rollen oneffenheden van de contactoppervlakken geen grote invloed hebben. Al heel lang geleden heeft de mens dit begrepen en sindsdien worden er wielen gebruikt om zware voorwerpen te verplaatsen.

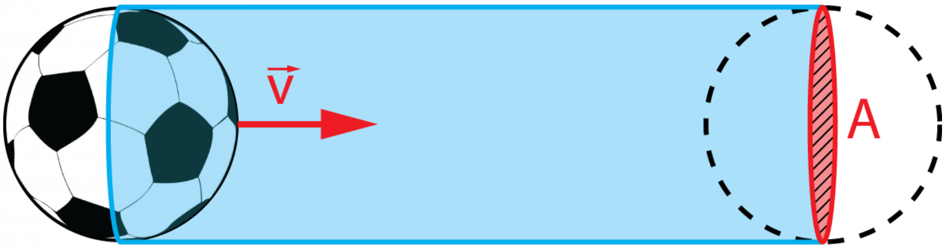
Het contactoppervlak tussen een wiel en de ondergrond is klein. Omdat het gewicht over een relatief klein contactoppervlak wordt verdeeld is de druk groot. Hierdoor vervormen het wiel en de ondergrond een beetje. Deze vervorming veroorzaakt de rolwrijving. Een grote rolwrijving ontstaat als een zwaar voorwerp op zachte banden over een zachte ondergrond rijdt. Voor een kleine rolwrijving moeten zowel de wielen als de ondergrond moeilijk te vervormen zijn. Een trein heeft stalen wielen en rijdt op ijzeren rails. De rolwrijving van een trein is daarom erg klein.

De grootte van de rolwrijving wordt bepaald door de vervorming van het wiel en van de ondergrond.

Luchtwrijving (luchtweerstand)

Een voorwerp dat door de lucht beweegt botst voortdurend tegen stikstof en zuurstof moleculen. Bij iedere botsing raakt het een beetje snelheid kwijt. De ontelbare botsingen veroorzaken samen een tegenwerkende kracht. Dit is de luchtweerstand. Ieder voorwerp dat door gas of vloeistof beweegt ondervindt dit type weerstand.

In figuur 38 zie je hoe een bal door de lucht beweegt. De bal heeft tijdens zijn beweging met alle moleculen in het blauwe gebied gebotst. Als de bal een grotere snelheid heeft bots hij per seconde met meer moleculen, waardoor de luchtweerstand groter wordt.



Figuur 38 Een bal met frontaal oppervlakte A beweegt door de lucht.

Behalve de snelheid zijn ook de vorm en de grootte van de oppervlakte loodrecht op de bewegingsrichting belangrijk. Deze oppervlakte noem je de **frontale oppervlakte**. Een voorwerp met een groot frontaal oppervlak ondervindt een grotere luchtweerstand dan een voorwerp met een klein, schuin oplopend, frontaal oppervlak. De vorm van de frontale oppervlakte en de hoek van dit vlak ten opzichte van de bewegingsrichting bepaalt de **stroomlijn** van het voorwerp. Een voorwerp met een betere stroomlijn heeft minder luchtweerstand.

Onderstaande formule voor de luchtweerstand geldt bij benadering voor voorwerpen die met een hoge snelheid door een ijl medium bewegen.

$$F_W = \tfrac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

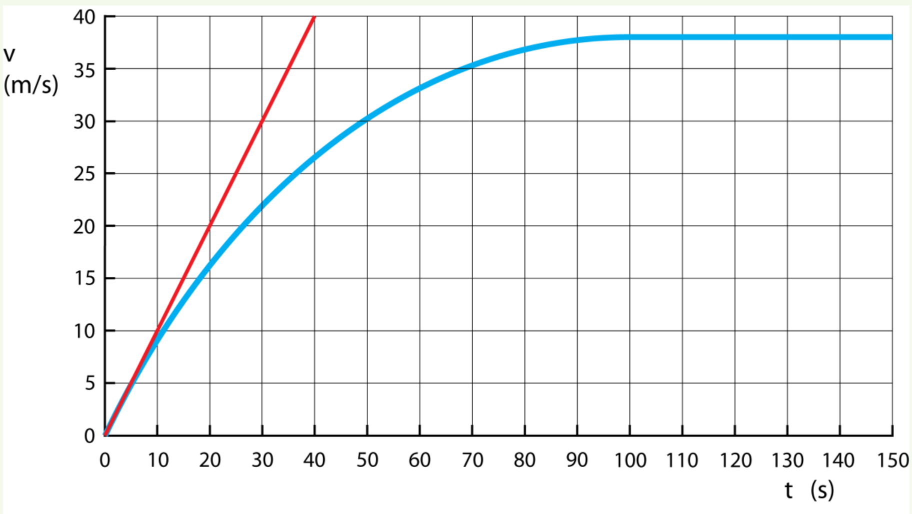
- F_W is de luchtwrijvingskracht (luchtweerstand) in newton (N)
- c_W is de luchtweerstandscoëfficiënt die de stroomlijn van het voorwerp in rekening brengt (geen eenheid)
- ρ is de dichtheid van lucht in kilogram per kubieke meter (kg/m^3)
- A is de frontale oppervlakte van het voorwerp in vierkante meter (m^2)
- v is de snelheid van het voorwerp in meter per seconde (m/s)

Invloed van wrijving op de snelheid

Een (v, t)-diagram geeft vaak informatie over de aanwezigheid van wrijving. Stel dat een auto optrekt uit stilstand. In het begin is de snelheid klein en is er nog geen luchtweerstand. Er is alleen rolweerstand. Als de snelheid groter wordt neemt de luchtweerstand toe. De rolweerstand is niet afhankelijk van de snelheid en blijft gelijk.

VOORBEELD het optrekken van een auto

Een auto met een massa van 1200 kg trekt op uit stilstand. De motor levert een constante kracht van 1500 N. Figuur 39 is het (v, t)-diagram van de auto.



Figuur 39

Bepaal de rolwrijving.

- bepaal de versnelling op $t = 0 \rightarrow$ teken een lange raaklijn
- $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{40}{40} = 1{,}0\ m/s^2$
- $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow \Sigma F = 1200 \cdot 1{,}0 = 1200\ N$
- $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{motor} + \vec{F}_W$
- $1200 = 1500 - F_W \rightarrow F_W = 300\ N$
- op $t = 0$ is er geen luchtweerstand $\rightarrow F_{W\,rol} = 300\ N$

Bepaal de luchtweerstand bij maximale snelheid.

- maximale snelheid $\rightarrow$ v is constant $\rightarrow \Sigma F = 0$
- $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{motor} + \vec{F}_W = 0 \rightarrow F_W = F_{motor} = 1500\ N$
- $F_W = F_{W\,rol} + F_{W\,lucht}$
- $1500 = 300 + F_{W\,lucht} \rightarrow F_{W\,lucht} = 1200\ N$

De luchtweerstand wordt groter als de snelheid toeneemt. Dit merk je als je bijvoorbeeld een bal van een grote hoogte naar beneden laat vallen. Vlak nadat je hem hebt losgelaten heeft de bal een versnelling van 9,81 m/s^2. Tijdens het vallen neemt de snelheid toe, net zolang tot de luchtweerstand even groot is als de zwaartekracht. Vanaf dat moment is de resulterende kracht nul en krijgt de bal een constante snelheid.

VOORBEELD het vallen van een bal

Je laat een eikenhouten bal met een diameter van 12 cm vallen. Na een poosje krijgt de bal een constante snelheid. Voor een bal geldt $c_w = 0{,}5$.

Bereken de constante snelheid die de bal krijgt.

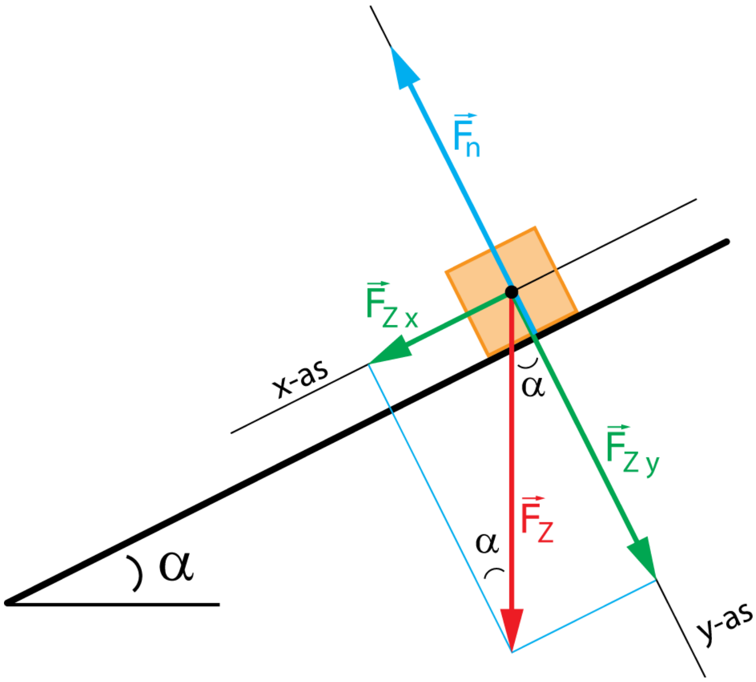
- $m = \rho \cdot V$ met ρ de dichtheid van eikenhout ($\rho_{eikenhout} = 0{,}78 \cdot 10^3\ kg/m^3$)
- volume bol: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ met $r = 6{,}0 \cdot 10^{-2}\ m$
- $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (6{,}0 \cdot 10^{-2})^3 = 9{,}04779 \cdot 10^{-4}\ m^3$
- $m = 0{,}78 \cdot 10^3 \cdot 9{,}04779 \cdot 10^{-4} = 0{,}705727\ kg$
- $F_Z = m \cdot g \rightarrow F_Z = 0{,}705727 \cdot 9{,}81 = 6{,}92319\ N$
- frontale oppervlak is oppervlak cirkel met een straal van 6,0 cm
- $A = \pi \cdot r^2 \rightarrow A = \pi \cdot (6{,}0 \cdot 10^{-2})^2 = 1{,}13097 \cdot 10^{-2}\ m^2$
- constante snelheid: $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_Z + \vec{F}_W = 0 \rightarrow F_W = F_Z$
- $F_W = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$
- $6{,}92319 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}293 \cdot 1{,}13097 \cdot 10^{-2} \cdot v^2 \rightarrow v = 43{,}51694 = 44\ m/s$

3.8 Krachten op een helling

Een voorwerp op een helling zonder wrijving

Als je een voorwerp op een helling zet kan het naar beneden glijden. Dit gebeurt alleen als de helling steil genoeg is. In deze paragraaf gaan we onderzoeken hoe krachten op een helling werken.

In figuur 40 zie je een blok op een helling. Er werken twee krachten op het blok, de zwaartekracht F_Z en de normaalkracht F_n. Omdat we willen weten hoe groot de kracht langs de helling naar beneden is, splitsen we de zwaartekracht in de componenten $\vec{F}_{Z\,x}$ en $\vec{F}_{Z\,y}$. Zoals je in figuur 40 ziet geldt: $\vec{F}_Z = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_{Z\,y}$.



Figuur 40 Bij een voorwerp op een helling splits je de zwaartekracht F_Z in een component langs de helling $F_{Z\,x}$ en een component loodrecht op de helling $F_{Z\,y}$. De normaalkracht F_n is even groot en tegengesteld aan $F_{Z\,y}$. Hoek α van de helling is ook de hoek tussen F_Z en $F_{Z\,y}$.

$$\vec{F}_Z = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_{Z\,y}$$

- $F_{Z\,x}$ is de x-component van F_Z langs de helling naar beneden
- $F_{Z\,y}$ is de y-component van F_Z loodrecht op de helling naar beneden

Uit figuur 40 blijkt dat de hoek tussen $\vec{F}_Z$ en $\vec{F}_{Z\,y}$ gelijk is aan de hellingshoek α. En als je naar de krachtpijlen kijkt zie je dat $\sin\alpha = \dfrac{F_{Z\,x}}{F_Z}$ en $\cos\alpha = \dfrac{F_{Z\,y}}{F_Z}$. Hieruit volgt

$$F_{Z\,x} = F_Z \cdot \sin\alpha \qquad F_{Z\,y} = F_Z \cdot \cos\alpha$$

– de normaalkracht –

$F_{z\,y}$ is de kracht waarmee het blok tegen de helling duwt. Dit is het gewicht van het blok. De kracht waarmee de helling terugduwt tegen het blok is de normaalkracht F_n. In overeenstemming met de derde wet van Newton zijn $F_{z\,y}$ en F_n even groot en tegengesteld gericht.

$$\vec{F}_n = -\vec{F}_{z\,y}$$

– ΣF zonder wrijving –

Voor de resulterende kracht op het blok geldt: $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_z + \vec{F}_n \quad \rightarrow \quad \Sigma\vec{F} = \vec{F}_{z\,x} + \vec{F}_{z\,y} + \vec{F}_n$

Omdat $\vec{F}_n = -\vec{F}_{z\,y}$ vinden we $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{z\,x}$. Als er geen wrijving is krijgt het blok een versnelling van $a = \frac{F_{z\,x}}{m}$.

Zonder wrijving $$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{z\,x}$$

VOORBEELD kist op een helling zonder wrijving

Een kist met een massa van 5,0 kg staat op een helling, zie figuur 40.

Bepaal $F_{z\,x}$.

- $F_z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F_z = 5 \cdot 9{,}81 = 4{,}905\ \text{N}$
- lengte krachtpijl F_z = 49 mm | lengte krachtpijl $F_{z\,x}$ = 22 mm
- verhoudingstabel:

newton	4,905	x
millimeter	49	22

- kruislings vermenigvuldigen: $4{,}905 \cdot 22 = 49 \cdot x$
- $x = \frac{4{,}905 \cdot 21}{49} \quad \rightarrow \quad x = \frac{107{,}91}{49} = 2{,}2$
- $F_{z\,x} = 2{,}2\ \text{N}$

OOK GOED

- $F_z = m \cdot g \quad \rightarrow \quad F_z = 5 \cdot 9{,}81 = 4{,}905\ \text{N}$
- opmeten → hoek α is 27°
- $F_{z\,x} = F_z \cdot \sin\alpha$
- $F_{z\,x} = 4{,}905 \cdot \sin 27 = 2{,}227 = 2{,}2\ \text{N}$

Bereken de versnelling van de kist.

- $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{z\,x} \quad \rightarrow \quad \Sigma F = 2{,}2\ \text{N}$
- $\Sigma F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad 2{,}2 = 5 \cdot a \quad \rightarrow \quad a = 0{,}44\ \text{m/s}^2$

Een zware kist met een massa van 25 kg staat op dezelfde helling. Zie figuur 40.

Beredeneer hoe groot $F_{z\,x}$ voor deze zware kist zal zijn.
- F_z is 5 keer zo groot
- de verhouding tussen F_z en $F_{z\,x}$ blijft gelijk (want de helling is gelijk)
- $F_{z\,x}$ is ook 5 keer zo groot → $F_{z\,x} = 5 \cdot 2{,}227 = 11\,N$

Beredeneer hoe groot de versnelling voor deze zware kist zal zijn.
- $F_{z\,x}$ is 5 keer zo groot → ΣF is ook 5 keer zo groot (want $\Sigma F = F_{z\,x}$)
- $\Sigma F = m \cdot a$
- ΣF is 5 keer zo groot én m is 5 keer zo groot
- a blijft gelijk → $a = 0{,}44\, m/s^2$

Een voorwerp op een helling met wrijving

Zonder wrijving krijgt een voorwerp op een helling altijd een versnelling. Als er wél wrijving is hoeft dit niet het geval te zijn. Dit hangt af van hoe groot $F_{z\,x}$ en F_w zijn.
Voor de krachten op het blok geldt: $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_z + \vec{F}_n + \vec{F}_w \quad \rightarrow \quad \Sigma \vec{F} = \vec{F}_{z\,x} + \vec{F}_{z\,y} + \vec{F}_n + \vec{F}_w$
Omdat $\vec{F}_n = -\vec{F}_{z\,y}$ vinden we $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{z\,x} + \vec{F}_w$.

Met wrijving $$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{z\,x} + \vec{F}_w$$

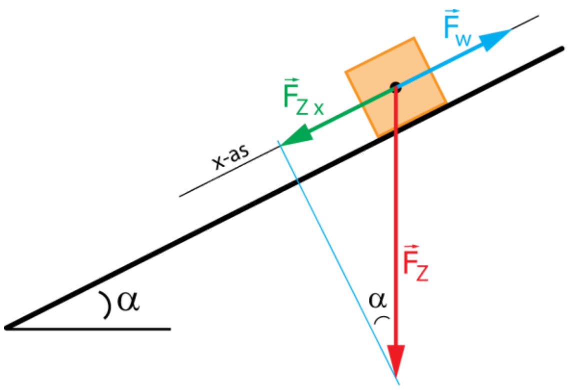
Zoals we bij schuifwrijving hebben gezien is de wrijvingskracht gelijk aan de trekkracht tot de maximale wrijvingskracht is bereikt. Een nog grotere trekkracht zal het voorwerp in beweging brengen en laten versnellen. In dit geval wordt de trekkracht geleverd door de zwaartekracht.

– stilstaan of constante snelheid –

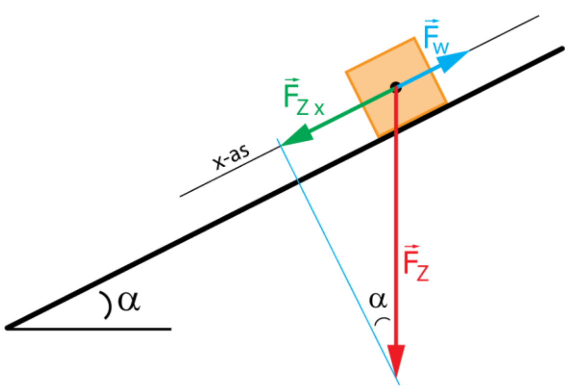
Als het blok stilstaat is de resulterende kracht nul: $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{z\,x} + \vec{F}_w = 0 \quad \rightarrow \quad F_w = F_{z\,x}$.

– versnellen naar beneden –

Als het blok stilstaat geldt: $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{z\,x} + \vec{F}_w = 0 \quad \rightarrow \quad F_w = F_{z\,x}$. Maken we de hellingshoek groter dan wordt $F_{z\,x}$ ook steeds groter. Het blok blijft stilstaan zolang $F_w = F_{z\,x}$. Bij een bepaalde hoek krijgt F_w zijn maximale waarde. Maken we de hoek nog groter dan gaat het blok naar beneden versnellen. De versnelling die het blok krijgt bereken je met: $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{z\,x} + \vec{F}_w = m \cdot a$



Figuur 41 Blok staat stil op een helling.
Stilstaan → $F_W = F_{Z\,x}$.



Figuur 42 Blok versnelt naar beneden.
Versnellen → $F_{Z\,x} - F_W = m{\cdot}a$.

Versnelling met wrijving $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_W = m\cdot\vec{a}$

VOORBEELD kist op een helling met wrijving

Een kist met een massa van 5,0 kg staat op een helling. Zie figuur 41.

Bepaal $F_{Z\,x}$.

- $F_Z = m\cdot g \rightarrow F_Z = 5\cdot 9{,}81 = 4{,}905\ \text{N}$
- opmeten lengte krachtpijl F_Z = 38 mm
- opmeten lengte krachtpijl $F_{Z\,x}$ = 17 mm
- verhoudingstabel:

newton	4,905	x
millimeter	38	17

- $4{,}905\cdot 17 = 38\cdot x \rightarrow x = 2{,}19434 \rightarrow F_{Z\,x} = 2{,}2\ \text{N}$

OOK GOED

- $F_Z = m\cdot g \rightarrow F_Z = 5\cdot 9{,}81 = 4{,}905\ \text{N}$
- opmeten → hoek α is 27°
- $F_{Z\,x} = F_Z\cdot\sin\alpha$
- $F_{Z\,x} = 4{,}905\cdot\sin 27 = 2{,}2268 = 2{,}2\ \text{N}$

Bepaal $F_{W\,max}$.

- $F_Z = m\cdot g \rightarrow F_Z = 5\cdot 9{,}81 = 4{,}905\ \text{N}$
- opmeten lengte krachtpijl F_Z = 38 mm
- opmeten lengte krachtpijl F_W = 10 mm
- verhoudingstabel:

newton	4,905	x
millimeter	38	10

- $4{,}905\cdot 10 = 38\cdot x \rightarrow x = 1{,}29079 \rightarrow F_W = 1{,}3\ \text{N}$

Bereken de versnelling van de kist.

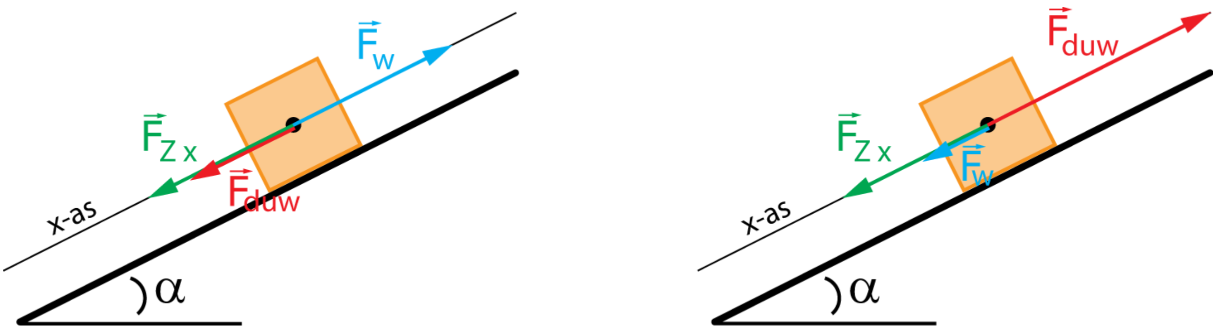
- $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_{W\,max} \quad \rightarrow \quad \Sigma F = 2{,}2 - 1{,}3 = 0{,}90\ N$
- $\Sigma F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad 0{,}90 = 5 \cdot a \quad \rightarrow \quad a = 0{,}18\ m/s^2$

Een voorwerp verplaatsen op een helling.

Als $F_{W\,max}$ groter is dan $F_{Z\,x}$ zal het blok niet spontaan naar beneden glijden. Wil je het blok toch verplaatsen dan moet je een kracht uitoefenen. Bij het opstellen van de krachtenbalans in de x-richting moet je goed nadenken over de richting van de wrijvingskracht. De wrijvingskracht is altijd tegengesteld gericht aan de bewegings-richting. Duw je een kist naar beneden dan staat de wrijvingskracht omhoog. Trek je een kist omhoog dan staat de wrijvingskracht naar beneden. Zie figuur 43.

Krachtenbalans: $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{duw} + \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_{W} = m \cdot \vec{a}$

De wrijvingskracht is tegengesteld aan de bewegingsrichting.



Figuur 43 Bij beweging omlaag staat F_W omhoog en bij beweging omhoog staat F_W omlaag.

VOORBEELD een blok op een helling met wrijving in rust

Een kist van 10 kg staat op een helling met een hoek van 15º. De kist is in rust.

Bereken de grootte van de wrijvingskracht.

- $F_Z = m \cdot g = 10 \cdot 9{,}81 = 98{,}1 N$
- $F_{Z\,x} = F_Z \cdot \sin\alpha \quad \rightarrow \quad F_{Z\,x} = 98{,}1 \cdot \sin 15 \ = \ 25{,}39 = 25\ N$
- blok in rust $\rightarrow \Sigma F = 0$
- $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{Z\,x} + \vec{F}_W = 0 \quad \rightarrow \quad F_W = F_{Z\,x} = 25\ N.$

Bereken de grootte van de normaalkracht.

- $F_{z\,y} = F_z \cdot \cos\alpha \quad \rightarrow \quad F_{z\,y} = 98{,}1 \cdot \cos 15 \;=\; 95\,\text{N}$
- $F_n = F_{z\,y} = 95\,\text{N}$ *(F_n en $F_{z\,x}$ zijn tegengesteld gericht)*

VOORBEELD een blok op een helling met wrijving in beweging

Een kist van 10 kg staat op een helling met een hoek van 20°. De maximale wrijvingskracht $F_{W\,max}$ heeft een grootte van 25 N. De kist versnelt.

Bereken de grootte van de resulterende kracht.

- $F_z = m \cdot g = 10 \cdot 9{,}81 \;=\; 98{,}1\,\text{N}$
- $F_{z\,x} = F_z \cdot \sin\alpha \quad \rightarrow \quad F_{z\,x} = 98{,}1 \cdot \sin 20^o \;=\; 33{,}5522\,\text{N}$
- blok versnelt $\rightarrow$ F_W heeft zijn maximale waarde bereikt
- $F_W = F_{W\,max} = 25\,\text{N}$
- $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{z\,x} + \vec{F}_W \quad \rightarrow \quad \Sigma F = 33{,}5522 - 25 = 8{,}5522 = 8{,}6\,\text{N}$

Bereken de versnelling van de kist.

- $\Sigma F = 8{,}5522\,\text{N} \;\;|\;\; m = 10\,\text{kg} \;\;|\;\; a = \ldots\,\text{m/s}^2$
- $\Sigma F = m \cdot a$
- $a = \dfrac{F_{z\,x} - F_W}{m} = \dfrac{8{,}5522}{10} \;=\; 0{,}86\,\text{m/s}^2$

